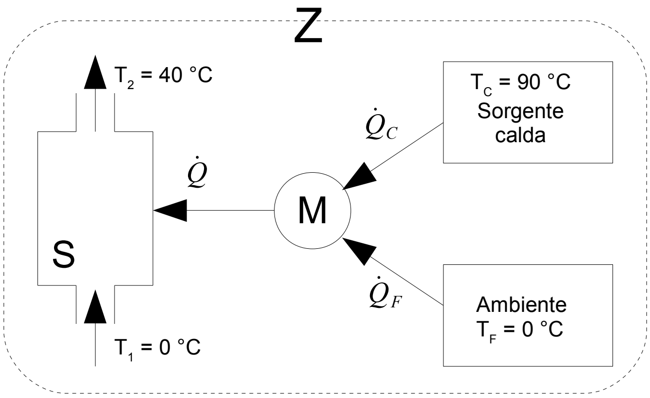
ESERCIZIO n.1 del 2/4/2009

Una corrente d'aria (portata volumetrica = 700 m³/h) a T_1 = 0 °C e pressione atmosferica P = 1 atm viene riscaldata fino a T_2 = 40 °C grazie a una pompa di calore a termocompressione che scambia calore con l'ambiente a T_F = 0 °C e con una sorgente a temperatura T_C = 90 °C. Determinare la potenza termica richiesta dall'aria, la potenza termica scambiata con l'ambiente, la potenza termica scambiata con la sorgente e l'efficienza della PdC.



DEFINIZIONI

$$\varepsilon_M = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_C} \qquad v = \frac{R^* T}{P} \qquad \dot{m} = \frac{\dot{V}}{v}$$

DATI

Ipotesi Aria $\simeq$ Gas Perfetto biatomico con:

$$m_m \simeq 29 \frac{kg}{kmol} \qquad R^* = \frac{8314}{29} \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$c_P = \frac{7}{2} R^* \simeq 1003{,}4 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Ipotesi S = Sistema aperto stazionario M = Macchina ideale

$$P = 1\, atm = 101325\, Pa$$

$$T_1 = 0\,°C = 273\, K \qquad T_2 = 40\,°C = 313\, K$$

$$T_F = 0\,°C = 273\, K \qquad T_C = 90\,°C = 363\, K$$

$$\dot{V} = 700 \frac{m^3}{h} = \frac{700}{3600} \frac{m^3}{s} \qquad v = \frac{8314}{29} \frac{J}{kg \cdot K} \cdot \frac{273\, K}{101325\, Pa} \simeq 0{,}773 \frac{m^3}{kg}$$

$$\boldsymbol{\dot{Q} = ?[W] \quad \dot{Q}_F = ?[W] \quad \dot{Q}_C = ?[W] \quad \varepsilon_M = ?}$$

Conversioni

$1\, atm = 101325\, Pa$

$0\,°C = 273{,}15\, K$

Unità di misura

$$P[Pa] = \frac{F}{l^2}\left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{kg}{m \cdot s^2}\right]$$

$$Q[J] = F \cdot m [N \cdot m] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$$

SOLUZIONE

Bilancio le potenze

$$\frac{dE}{dt} = \overset{=0\ staz.}{\frac{dE_S}{dt}} + \overset{=0\ staz.}{\frac{dE_M}{dt}} + \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_F}{dt} = \dot{m}(h_1 - h_2) + \overset{\substack{sistema\ isolato \\ =0}}{\dot{Q}^{\leftarrow}} - \overset{=0}{\dot{L}^{\rightarrow}}$$

$$\Longrightarrow \quad -\dot{Q}_C - \dot{Q}_F = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

$$\frac{dS}{dt} = \overset{=0\ staz.}{\frac{dS_S}{dt}} + \overset{=0\ staz.}{\frac{dS_M}{dt}} + \frac{dS_C}{dt} + \frac{dS_F}{dt} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \overset{\substack{Z\ isolato \\ =0}}{\dot{S}_Q} + \overset{\substack{M\ ideale \\ Z\ reversibile \\ =0}}{\dot{S}_{IRR}}$$

$$\Longrightarrow \quad -\frac{\dot{Q}_C}{T_C} - \frac{\dot{Q}_F}{T_F} = \dot{m}(s_1 - s_2)$$

Ricavo $\dot{Q}_F$ dalla seconda eq. di bilancio e lo sostituisco nella prima

$$\dot{Q}_F = -\dot{m} T_F (s_1 - s_2) - \frac{\dot{Q}_C}{T_C} T_F$$

$$\dot{m}(h_1 - h_2) - \dot{m} T_F (s_1 - s_2) + \dot{Q}_C \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) = 0$$

Esplicito in funzione di $\dot{Q}_C$

$$\dot{Q}_C = \frac{\dot{m}(h_2-h_1)-\dot{m}T_F(s_2-s_1)}{1-\frac{T_F}{T_C}} \overset{\text{(Hp. G.P.)}}{=} \frac{\dot{m}c_P(T_2-T_1)-\dot{m}T_F(c_P\ln(\frac{T_2}{T_1})-\overbrace{R^*\ln(\frac{P_2}{P_1})}^{\substack{P_2=P_1 \text{ isobaro} \\ =0}})}{1-\frac{T_F}{T_C}}$$

Calcolo $\dot{m}$

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{700}{3600}\frac{m^3}{s}\cdot\frac{1}{0{,}773}\frac{kg}{m^3} \simeq 0{,}25\frac{kg}{s}$$

Calcolo $\dot{Q}_C$

$$\boldsymbol{\dot{Q}_C} = \dot{m}c_P\frac{(T_2-T_1)-T_F\ln(\frac{T_2}{T_1})}{1-\frac{T_F}{T_C}} = 0{,}25\frac{kg}{s}\cdot 1003{,}4\frac{J}{kg\cdot K}\frac{40\,K-273\,K\cdot\ln(\frac{313}{273})}{1-\frac{273}{363}} \simeq \mathbf{2704\,W}$$

Calcolo la potenza totale assorbita dall'aria

$$\boldsymbol{\dot{Q}} = \dot{m}c_P(T_2-T_1) = 0{,}25\frac{kg}{s}\cdot 1003{,}4\frac{J}{kg\cdot K}\cdot 40\,K = \mathbf{10034\,W}$$

Dall'eq. di bilancio di M ricavo $\dot{Q}_F$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_C + \dot{Q}_F$$

==> $\boldsymbol{\dot{Q}_F} = \dot{Q}-\dot{Q}_C = 10034\,W - 2704\,W = \mathbf{7330\,W}$

Infine calcolo ε

$$\boldsymbol{\varepsilon_M} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_C} = \frac{10034\,W}{2704\,W} \simeq \mathbf{3{,}71}$$