

ESERCITAZIONE 5

Ex5.1

Dato il circuito magnetico in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$N=100$$

$$I=5\text{A}$$

$$l_1=30\text{ cm}$$

$$l_2=60\text{cm}$$

$$\delta=3\text{ mm}$$

$$\mu_r=10000$$

$$A=100\text{ cm}^2$$

Determinare il flusso e l'induttanza.

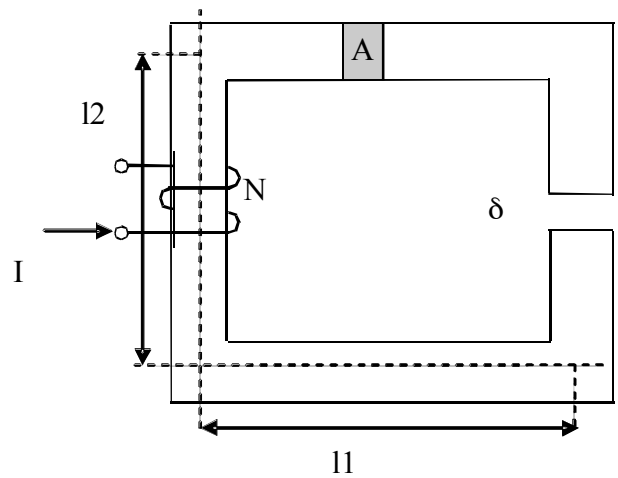


Fig. 2

{La rete magnetica è costituita dalla serie del generatore di f.m.m. $N \cdot I$ e le 4 riluttanze θ_1 , $2 \cdot \theta_2$, θ_3 e θ_δ . dove $\theta_1 = l_2 / (\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A) = 4.775 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$
 $\theta_2 = l_1 / (\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A) = 2.387 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$, $\theta_3 = (l_2 - \delta) / (\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A) = 4.751 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$ $\theta_\delta = \delta / (\mu_0 \cdot A) = 2.387 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$. Il flusso ϕ è pari a $\phi = N \cdot I / (\theta_1 + 2 \cdot \theta_2 + \theta_3 + \theta_\delta) = 1.976 \text{ mWb}$. L'induttanza L è pari a $L = N^2 / (\theta_1 + 2 \cdot \theta_2 + \theta_3 + \theta_\delta) = 0.04 \text{ H}$ }

Ex5.2

Dato il circuito magnetico in figura
funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$N=100$$

$$I=15\text{A}$$

$$\delta=3\text{ mm (i 3 traferri sono uguali tra loro)}$$

$$\mu_{fe}=\infty$$

$$A=150\text{ cm}^2$$

Determinare il flusso e l'induttanza.

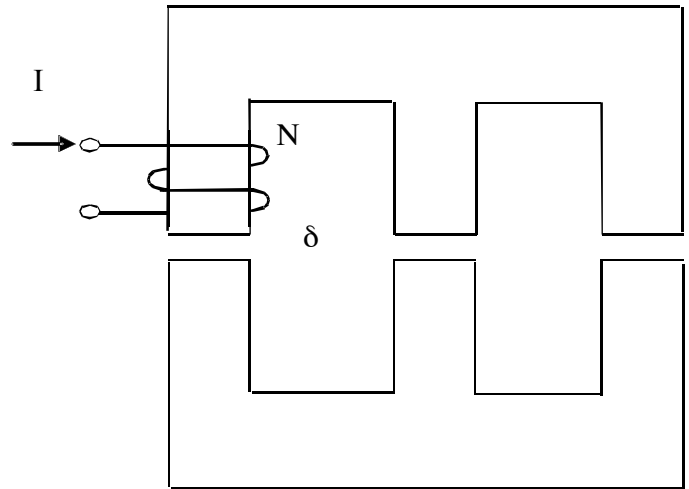


Fig. 3

{La rete magnetica è costituita dal parallelo di 3 rami: due riluttanze $\theta\delta$ e la serie di un generatore di f.m.m. Ni e la riluttanza $\theta\delta$. Risulta $\theta\delta = \delta/(\mu_0 \cdot A) = 1.592 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$. Per il calcolo dei tre flussi conviene calcolare la d.d.p.m. U tra i due nodi della rete magnetica binodale appena trovata, risulta quindi $U = (NI)/3 = 500 \text{ Asp}$. Il flusso nei due rami costituiti dalla sola riluttanza è pari a $\phi = U/(\theta\delta) = 3.142 \text{ mWb}$, il flusso nel ramo costituito dalla serie del generatore di f.m.m. e della riluttanza $\theta\delta$ è pari a $\phi = (N \cdot I - U)/(\theta\delta) = 6.283 \text{ mWb}$. L'induttanza L è pari a $L = 2 \cdot N^2 / (3 \theta\delta) = 42 \text{ mH}$ }

Ex5.3

Dato il circuito in figura 8.1 funzionante in regime stazionario, sono noti:

$R1 = 5 \Omega$, $R2 = 2 \Omega$, $R3 = 7 \Omega$

$\delta1 = 1 \text{ mm}$, $\delta2 = 1.3 \text{ mm}$, $\delta3 = 1.5 \text{ mm}$

$A = 8 \text{ cm}^2$, $N1 = 100$, $N2 = 500$

$V1 = 30 \text{ V}$

Si consideri la permeabilità del ferro infinita.

Determinare la totale energia immagazzinata.

[$W=0.15 \text{ J}$]

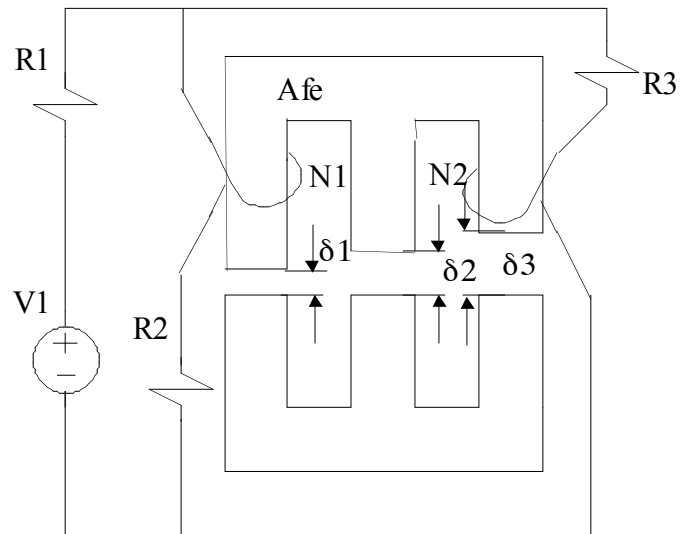


Fig.1

{Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza. Si disegna quindi la rete magnetica, poiché la permeabilità del ferro è ipotizzata infinita, nel circuito magnetico compariranno solo le riluttanze dei traferri. In particolare si ottiene quanto segue: $\theta1 = \delta1/(\mu0 \cdot A_{fe}) = 9.957 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$, $\theta2 = \delta2/(\mu0 \cdot A_{fe}) = 1.293 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}$, $\theta3 = \delta3/(\mu0 \cdot A_{fe}) = 1.492 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}$, dove $\mu0$ è la permeabilità dell'aria ($\mu0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti di ciascuna delle due f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che $\theta_{eq1} = 1/(\Lambda2 + \Lambda3) + \theta1$ e $L1 = N1^2/\theta_{eq1} = 5.926 \text{ mH}$. Per l'auto induttanza $L22$ si ha che $\theta_{eq2} = 1/(\Lambda1 + \Lambda2) + \theta3$ e $L2 = N2^2/\theta_{eq2} = 122 \text{ mH}$. Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta_{eq21} = (1/(\Lambda2 + \Lambda3) + \theta1) \cdot (\Lambda3/(\Lambda3 + \Lambda2))$ e $Lm = N1 \cdot N2/\theta_{eq21} = 14 \text{ mH}$. Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente Ia e Ib che percorre i due avvolgimenti. Conviene allora trasformare $V1-R1$ nel suo equivalente parallelo e utilizzare la regola del partitore di corrente. Si ottiene quindi $Ia = I1 \cdot G2/(G1 + G2 + G3) = 3.559 \text{ A}$, e $Ib = I1 \cdot G3/(G1 + G2 + G3) = 1.017 \text{ A}$. Poiché entrambe le correnti entrano nei morsetti contrassegnati si ottiene $W = \frac{1}{2} \cdot L1 \cdot Ia^2 + \frac{1}{2} \cdot L2 \cdot Ib^2 + Lm \cdot Ia \cdot Ib = 0.15 \text{ J}$ }

Ex 5.4

Dato il circuito
in figura 2
funzionante in
regime

stazionario,
sono noti:

$$V_2 = 40 \text{ V},$$

$$V_1 = 30 \text{ V},$$

$$R_1 = 6 \, \Omega,$$

$$R_2 = 10 \, \Omega,$$

$$R_3 = 4 \, \Omega,$$

$$R_4 = 2 \, \Omega$$

$$N_1 = 100, N_2 = 500 \text{ Afe} = 8 \text{ cm}^2, I_1 = 10 \text{ A}$$

$$\delta = 0.8 \text{ mm}$$

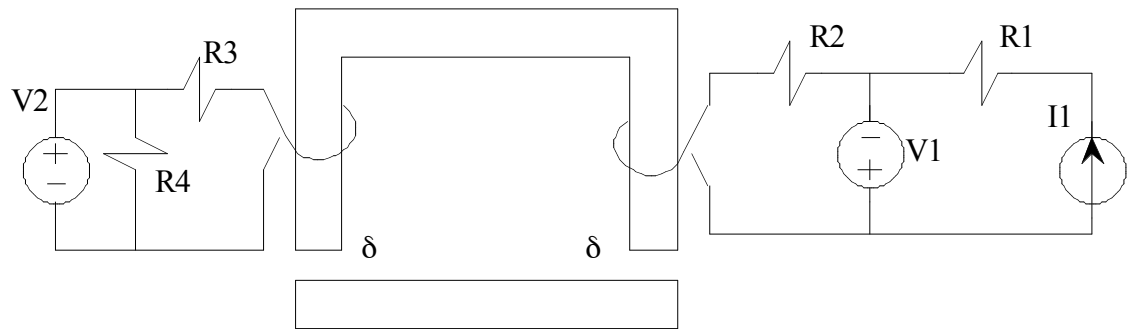


Fig. 2

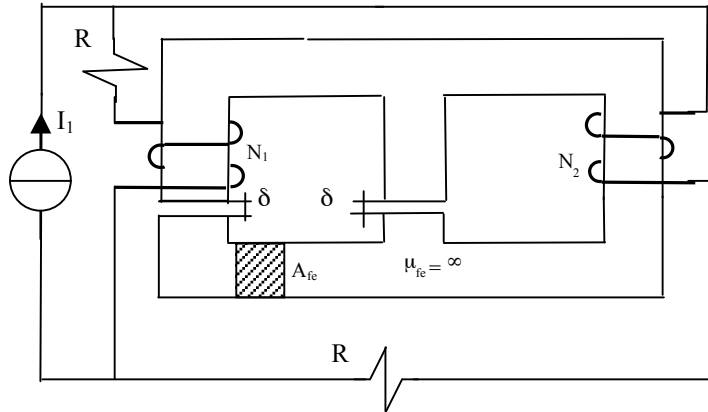
Determinare i valori di auto e mutua induttanza e l'energia magnetica immagazzinata

$$[L_2 = 157 \text{ mH}, L_1 = 6.283 \text{ mH}, L_m = 31 \text{ mH}, W_m = 0.079 \text{ J}]$$

{Si procede con il calcolo dell'auto e mutua induttanza. L'auto induttanza L_1 è data da $L_1 = N_1^2 / (2 * \theta \delta) = 6.283 \text{ mH}$, dove $\theta \delta = d / (\mu_0 * A_{fe})$. L'auto induttanza L_2 è data da $L_2 = N_2^2 / (2 * \theta \delta) = 157 \text{ mH}$. La mutua induttanza L_m è data da $L_m = N_1 * N_2 / (2 * \theta \delta) = 31 \text{ mH}$. I morsetti corrispondenti sono i due superiori dei due avvolgimenti. Per calcolare l'energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare le correnti I_a e I_b che percorrono i due avvolgimenti. Sostituendo le induttanze con dei corto circuiti si ottiene $I_a = V_2 / R_3 = 10 \text{ A}$ (entrante nel morsetto contrassegnato), $I_b = -V_1 / R_2 = -3 \text{ A}$ entrante nel morsetto contrassegnato. L'energia immagazzinata ha quindi la seguente espressione: $W = \frac{1}{2} * L_1 * I_a^2 + \frac{1}{2} * L_2 * I_b^2 + L_m * I_a * I_b = 0.079 \text{ J}$ }

Ex 5.5

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura. Si determinino i coefficienti di auto e mutua induttanza e la totale energia immagazzinata

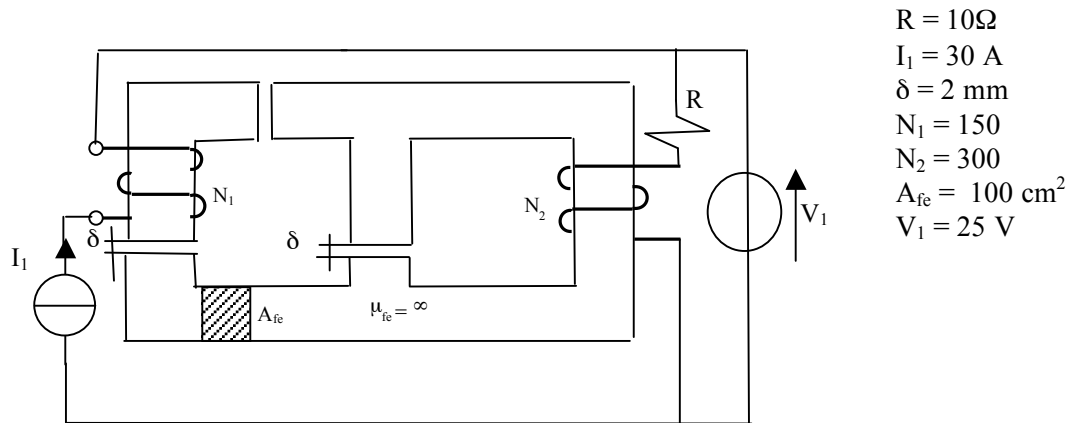


$$\begin{aligned} R &= 5 \, \Omega \\ I_1 &= 25 \, \text{A} \\ \delta &= 2 \, \text{mm} \\ N_1 &= 300 \\ N_2 &= 150 \\ A_{fe} &= 150 \, \text{cm}^2 \end{aligned}$$

{Si procede con il calcolo dell'auto e mutua induttanza. L'auto induttanza $L1$ è data da $L1 = N1^2/(\theta\delta) = 0.848 \, \text{H}$, dove $\theta\delta = d/(\mu_0 * A_{fe}) = 1.061 \cdot 10^5 \, \text{H}^{-1}$. L'auto induttanza $L2$ è data da $L2 = N2^2/(\theta\delta/2) = 0.424 \, \text{H}$. La mutua induttanza Lm è data da $Lm = N1 * N2/(\theta\delta) = 0.424 \, \text{H}$. I morsetti corrispondenti sono i due superiori dei due avvolgimenti. Per calcolare l'energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare le correnti Ia e Ib che percorrono i due avvolgimenti di $N1$ e $N2$ spire. Sostituendo le induttanze con dei corto circuiti si ottiene $Ia = I1/2 = 12.5 \, \text{A}$ (entrante nel morsetto contrassegnato), $Ib = I1/2 = 12.5 \, \text{A}$ entrante nel morsetto contrassegnato. L'energia immagazzinata ha quindi la seguente espressione: $W = \frac{1}{2} * L1 * Ia^2 + \frac{1}{2} * L2 * Ib^2 + Lm * Ia * Ib = 165.67 \, \text{J}$ }

Ex 5.6

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura. Si determinino i coefficienti di auto e mutua induttanza e l'energia totale accumulata nel campo magnetico.



{Analizzando il circuito magnetico risulta $L_1 = N_1^2 / (2 \cdot \mu_0) = 0.071\text{ H}$, $L_2 = N_2^2 / (2 \cdot \mu_0 / 3) = 0.848\text{ H}$ e $M = N_1 \cdot N_2 / (2 \cdot \mu_0) = 0.141\text{ H}$. I morsetti contrassegnati sono quello in basso delle N_1 spire e quello in basso delle N_2 spire. La corrente entrante nel morsetto contrassegnato delle N_2 spire è pari a $I_2 = -V_1 / R = -2.5\text{ A}$. L'energia immagazzinata è quindi data da $W = (1/2) L_1 I_1^2 + (1/2) L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 = 23.5856\text{ J}$ }