





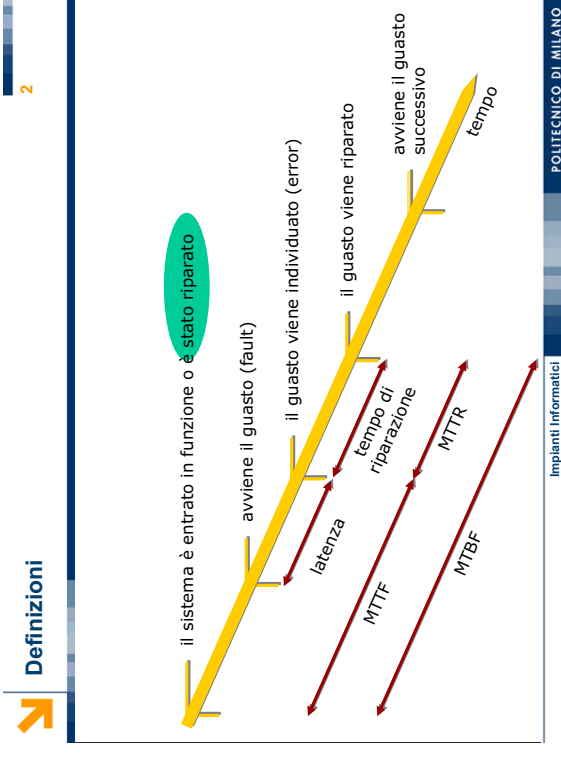

Impianti Informatici





Affidabilità dei Componenti:  
Sistemi Riparabili

- affidabilità
- availability
- inaffidabilità
- unavailability
- failure rate
- MTTF



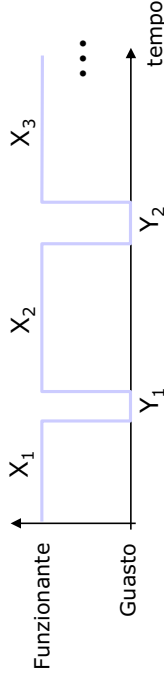
Nella maggior parte degli impianti informatici i sistemi ed i loro componenti, anche se si guastano, possono essere riparati. In questo modulo studiamo appunto le caratteristiche dei sistemi riparabili.

- Vediamo ora le definizioni di alcuni concetti chiave per i sistemi riparabili. In particolare, vediamo cosa succede durante la vita di un componente
- Facciamo per adesso l'ipotesi che il componente sia nuovo
- Dopo un certo tempo di operatività il componente si rompe. In inglese si dice che è avvenuto un **fault**.
- Il guasto non viene necessariamente individuato subito. Può accadere che il guasto venga individuato in ritardo. Nel momento in cui il guasto viene individuato si dice che è avvenuto un **error**. Il tempo che intercorre tra il fault e l'error viene chiamato **latenza**
- Una volta che il guasto è stato individuato, le persone responsabili dell'operatività del sistema si operano per riparare il guasto. Dopo un certo tempo il guasto viene quindi riparato.
- Il tempo che intercorre mediamente tra la messa in esercizio del componente e l'individuazione del guasto viene chiamato Mean Time To Failure (MTTF)
- Il tempo che intercorre mediamente tra l'individuazione del guasto e la sua riparazione viene chiamato Mean Time To Repair (MTTR)
- Il tempo totale che intercorre tra la messa in esercizio del componente ed il guasto successivo viene chiamato Mean Time Between Failures (MTBF).
- Si noti che, dopo la riparazione del guasto, può accadere che il componente si guasti ancora, e così via.
- In altre parole, stiamo facendo l'ipotesi che un sistema, una volta riparato, si comporti esattamente come se fosse nuovo



### Il ciclo di vita dei guasti

3



- $X_1, X_2, \dots, X_n$  : tempi di funzionamento
  - Variabili casuali con distribuzione  $F(t) = \text{unreliability}$
- $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  : tempi di guasto
  - Variabili casuali con distribuzione  $M(t) = \text{maintainability}$

Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

Supponiamo quindi che un componente, nel corso del tempo, attraversi una serie di fasi di funzionamento alternate a fasi di guasto. Si suppone che questi cicli avvengano in modo casuale e mediamente stazionario e dopo una riparazione il prodotto sia “come nuovo”

- Ciascuna fase di funzionamento è caratterizzata da una durata  $X_1, X_2, X_3$  e così via
- Ciascuna fase di guasto è caratterizzata da una durata  $Y_1, Y_2, Y_3$  e così via
- Per i sistemi riparabili si ipotizza che i tempi di funzionamento sono delle variabili casuali con distribuzione  $F(t)$ , dove  $F(t)$  è la *unreliability* definita nella lezione precedente
- Si ipotizza inoltre che i tempi di guasto sono delle variabili casuali con distribuzione  $M(t)$ . La funzione  $M(t)$  è chiamata la *maintainability* del componente

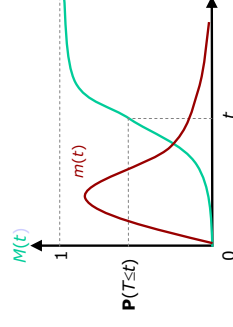


### Mantenibilità (Maintainability)

4

- **Mantenibilità  $M(t)$**  : probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo  $0 \dots t$ , sapendo che per  $t=0$  il componente era guasto
- $M(t)$  è una funzione di distribuzione cumulativa
  - ha una densità di probabilità

$$m(x) = \frac{dM(t)}{dt}$$



Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

La *maintainability* (in italiano, *manutenibilità*) rappresenta la probabilità che un componente sia riparato in un qualsiasi momento nell'intervallo di tempo compreso tra 0 e  $t$ , sapendo che all'istante iniziale il componente era guasto

- Più formalmente, se indichiamo con  $T$  l'istante in cui avviene la riparazione, abbiamo che  $M(t) = P(T \leq t)$
- Dato che la *maintainability* è una funzione di distribuzione cumulativa, è possibile definire una densità di probabilità, come la derivata rispetto al tempo *maintainability*



## Repair Rate

5

- **Repair rate  $\mu(t)$**  : velocità delle riparazioni
  - $\mu(t)dt \equiv$  probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo  $(t, t+dt)$  sapendo che all'istante  $t$  il componente era ancora guasto
  - $\mu(t)dt \equiv P(t < T \leq t+dt | T > t)$
  - $T$  = istante in cui avviene la riparazione



Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

In modo analogo a quello che è stato visto nella lezione precedente per il *failure rate*, anche per la *maintainability* è possibile definire un *repair rate*. Il *repair rate* misura la “velocità” con cui un componente può essere riparato.

- Più formalmente, se indichiamo con  $T$  l'istante in cui avviene la riparazione, il prodotto  $\mu$  per  $dt$  rappresenta la probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo  $(t, t+dt)$ , sapendo che all'istante  $t$  il componente era ancora guasto.



## Repair Rate e Maintainability

6

- Repair rate e maintainability sono legati tra loro dalla relazione
$$\mu(t) = \frac{m(t)}{1 - M(t)} = - \frac{d \ln[1 - M(t)]}{dt}$$
- Integrando rispetto al tempo si ottiene l'espressione fondamentale
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = - \frac{d \ln[1 - F(t)]}{dt}$$
- Se  $\mu \equiv$  costante la maintainability ha distribuzione esponenziale

$$M(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$$

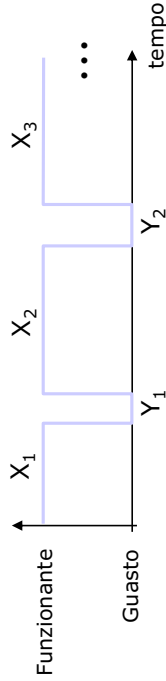
$$M(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

Sempre in analogia con quanto è stato visto nella lezione precedente, è possibile ricavare una serie di relazioni tra *maintainability* e *repair rate*.

- La prima relazione può essere ricavata ricordando l'analogia tra *maintainability* e *unavailability*
- Se integriamo rispetto al tempo e osserviamo che  $M(0)$  è pari a zero (in base alla definizione di maintainability all'istante iniziale il sistema è sicuramente guasto), otteniamo la *maintainability* in funzione del *failure rate*
- Si noti che, nel caso di *repair rate* costante, la maintainability ha distribuzione esponenziale



$$MTTF = E[X] = \int_0^{+\infty} f(t) dt = \int_0^{+\infty} [1 - F(t)] dt$$

$$MTTR = E[Y] = \int_0^{+\infty} t m(t) dt = \int_0^{+\infty} [1 - M(t)] dt$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

$$MTTR = \frac{1}{\mu}$$

$\lambda$  e  $\mu$  costanti

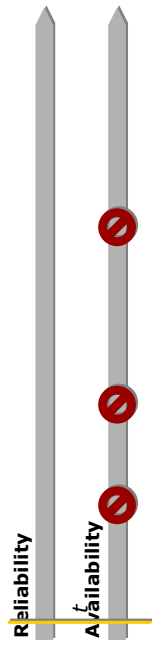
Alla luce dei sistemi riparabili è quindi possibile vedere in modo diverso la definizione di Mean Time To Failure vista nella lezione precedente.

- Supponendo che un componente attraversi una serie di fasi di funzionamento alternate a fasi di guasto, possiamo definire il MTTF come la media (o valore atteso) delle variabili casuali X che rappresentano, appunto, la durata delle fasi di funzionamento. L'unità tipica di misura del MTTF si esprime in FIT (failure in time) e si misura come numero di guasti ogni miliardo di ore
- In modo analogo possiamo definire il MTTR come la media (o valore atteso) delle variabili casuali Y che rappresentano la durata delle fasi guasto. L'MTTR rappresenta quindi il tempo medio durante il quale il componente non funziona. Esso comprende il tempo necessario per

- scoprire che c'è un guasto
- individuare il guasto
- rimuovere il componente difettoso
- effettuare la riparazione
- ripristinare il componente
- effettuare le operazioni necessarie per ripristinare il sistema

• Nel caso in cui *failure rate* e *repair rate* siano costanti (ossia nel caso in cui *unavailability* e *maintainability* siano esponenziali), MTTF e MTTR possono essere calcolati come il reciproco di *failure rate* e *repair rate*. E' interessante notare come *MTTF* e *MTTR* possano essere in contrasto tra loro. Succede spesso che nei sistemi reali si preferisca ridurre il MTTF di un componente a fronte di un aumento del MTTR. Ad esempio, i cavi di rete sarebbero molto più affidabili (e quindi con un MTTF alto) se fossero **saldati** ai computer. In questo caso però l'MTTR (ossia il tempo necessario per sostituire un cavo difettoso) crescerebbe notevolmente.

- **Availability  $A(t)$**  : probabilità che il componente stia funzionando al tempo  $t$ 
  - $A(0)=1$



- **Unavailability  $U(t)$**  : probabilità che il componente sia guasto al tempo  $t$ 
  - $A(t) + U(t) = 1$

Dato che un sistema riparabile alterna momenti di funzionamento a momenti di guasto, è necessario caratterizzare questi sistemi con una nuova grandezza: la disponibilità

- La disponibilità (in inglese, *availability*) è una funzione del tempo  $A(t)$  definita come la probabilità che il sistema non mostri malfunzionamenti nell'istante  $t$  in cui gli è richiesto di operare. Si suppone che all'istante iniziale il sistema stia funzionando, quindi  $A(0)=1$
- E' importante sottolineare la differenza tra *reliability* e *availability*.
- La *reliability* prevede che un componente non si guasti mai nell'intervallo compreso tra 0 e  $t$ . L'*availability* prevede che un componente possa essersi guastato e riparato più volte nello stesso periodo di tempo. Per sistemi non riparabili *availability* e *reliability* coincidono

Un sistema può essere altamente disponibile nonostante esso mostri frequenti, ma molto brevi, periodi di malfunzionamento

• In modo complementare alla disponibilità è possibile definire l'indisponibilità  $U(t)$  (in inglese *unavailability*) come la probabilità che il sistema non stia funzionando nell'istante  $t$

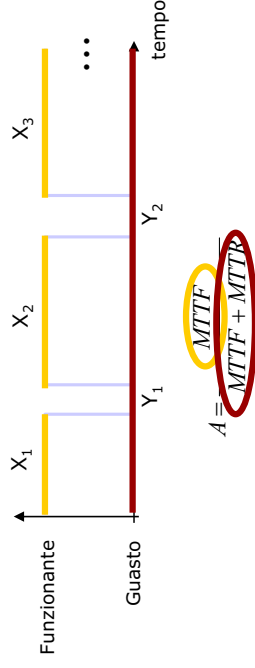
• E' evidente che la somma di *availability* e *unavailability* deve essere pari ad uno



## Disponibilità stazionaria

9

- La disponibilità stazionaria  $A$  è la percentuale di tempo in cui il sistema funziona correttamente



Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

La disponibilità stazionaria  $A$  è la percentuale di tempo in cui il sistema funziona correttamente

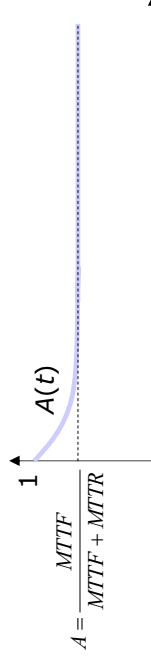
- In altre parole, l'affidabilità stazionaria è data dal rapporto tra il tempo medio di funzionamento
- e il tempo totale di funzionamento, il MTBF, che è dato dalla somma di MTTF e MYTR



## Disponibilità stazionaria

10

- La disponibilità stazionaria si calcola come
  - $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$
- Se  $\mu$  e  $\lambda$  sono costanti
  - questa relazione vale solo per qu per reliability e maintainability relia esponenziali
  - $A = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu} = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$

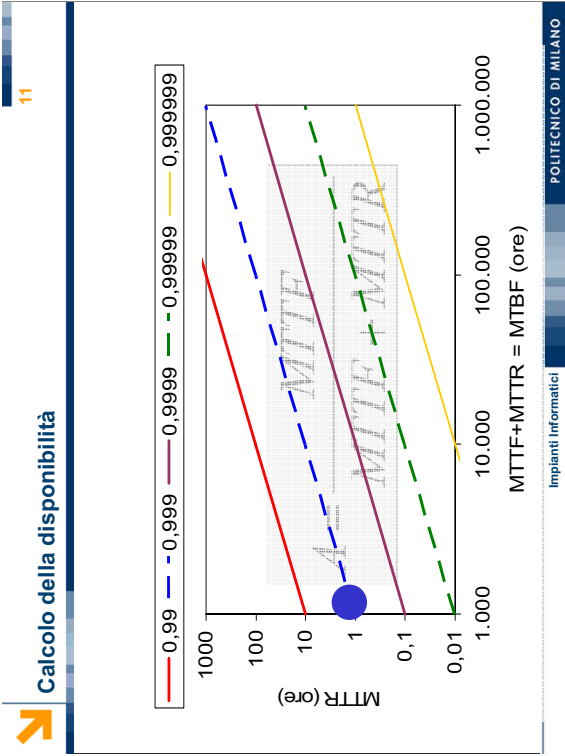


Impianti Informatici

POLITECNICO DI MILANO

Nelle lezioni successive vedremo che la disponibilità stazionaria  $A$  si può definire in modo più preciso come il limite che tende a più infinito di  $A(t)$

- In altre parole, dopo un periodo sufficientemente lungo di tempo, la disponibilità di un sistema tende ad un valore limite stazionario
- Nel caso in cui *failure rate* e *repair rate* siano costanti (ossia nel caso in cui *unavailability* e *maintainability* siano esponenziali), possiamo sostituire MTTF e MTTR con il reciproco di *failure rate* e *repair rate*
- la disponibilità stazionaria diviene quindi  $\mu/(\lambda+\mu)$



- E' interessante osservare graficamente il legame tra disponibilità, MTTF e MTTR
- Tracciamo un grafico che ha sull'asse verticale il MTTR (in scala logaritmica) e sull'asse orizzontale il MTBF. Tracciamo su questo grafico le curve (che sono in realtà delle rette) a disponibilità costante
  - Si vede che per ottenere un certo livello di disponibilità (ad esempio, del 99,99%) è possibile avere un MTBF basso (ossia è possibile avere dei guasti frequenti) a patto di avere un MTTR basso (ossia a patto di riparare velocemente i guasti)
  - Nel caso in cui il MTBF sia alto (ossia, nel caso in cui i guasti siano poco frequenti), la stessa disponibilità si può ottenere con MTTR alti (ossia con tempi lunghi di riparazione del guasto)

12

Disponibilità e Downtime

- Una notazione tipica per l'affidabilità e quella "dei nove"
  - un'affidabilità a 3-nove corrisponde al 99.9%
  - un'affidabilità a 5-nove corrisponde al 99.999%
- Downtime =  $(1-A) \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60)$ 
  - [min/anno]

Availability	Downtime
99.99% (4-nines)	52 minutes/year
99.999% (5-nines)	5 minutes/year

- Una notazione tipica per la disponibilità e quella "dei nove". Ad esempio
- una disponibilità a 3-nove corrisponde al 99.9%
  - una disponibilità a 5-nove corrisponde al 99.999%
  - Spesso in alternativa alla una disponibilità può essere comodo utilizzare il downtime
  - Il downtime indica il numero medio di minuti in un anno per cui il sistema non è funzionante
  - il downtime si calcola moltiplicando l'indisponibilità
  - per il numero di minuti presenti in un anno
  - A titolo di esempio, una disponibilità a 4 nove (ossia del 99.99%) corrisponde ad un down time di 52 minuti all'anno. Una disponibilità a 5 nove (ossia, del 99.999%) corrisponde ad un downtime di 5 minuti all'anno