TRASMISSIONE DEL CALORE

Dalla termodinamica abbiamo appreso che:

- Il calore Q (come del resto il lavoro) non è una proprietà del sistema, ma una forma di **energia in transito**. Si può quindi dire che un sistema possiede energia (ad esempio energia interna U, energia cinetica Ec o energia potenziale Ep), ma si deve dire che un sistema **scambia energia sotto forma di calore** con un altro sistema.

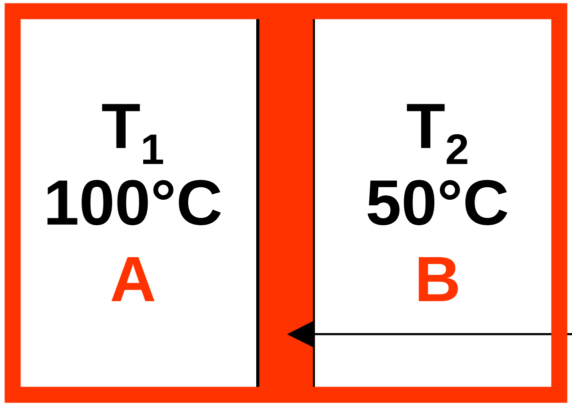
- La quantità di calore scambiata può essere quantificata.

- Il passaggio di calore da un sistema ad un altro può avvenire se sono soddisfatte le seguenti condizioni:
  - ✓ I due sistemi si devono trovare a temperature diverse
  - ✓ Non devono essere separati da una parete adiabatica

- Per il primo principio la quantità di calore trasferito ad un sistema (se L=0) eguaglia l’entità dell’incremento di energia del sistema stesso.

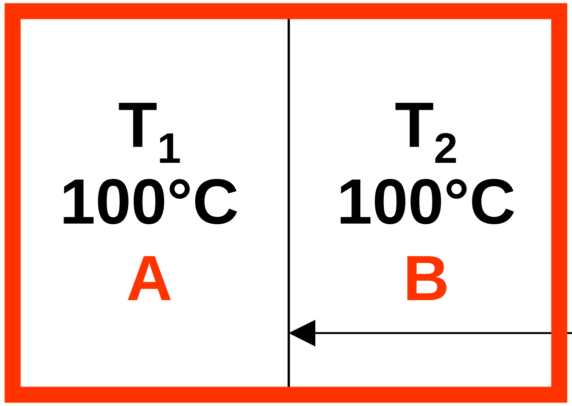
- Per il secondo principio il calore si propaga nella direzione delle temperature decrescenti, da una regione ad alta temperatura ad una regione a bassa temperatura.

TRASMISSIONE DEL CALORE



Il sistema A ed il sistema B rimarranno alla stessa temperatura $Q_{AB} = 0$. Il sistema A è isolato termicamente dal sistema B.

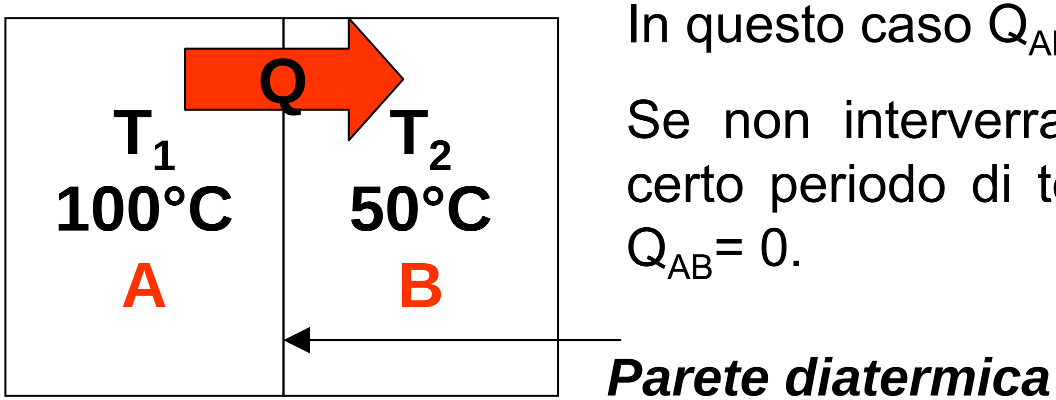
Parete e contorno adiabatici



Anche in questo caso $Q_{AB} = 0$. I sistemi, pur non essendo termicamente isolati, si trovano alla stessa temperatura.

Parete diatermica

TRASMISSIONE DEL CALORE



In questo caso $Q_{AB} > 0$.

Se non interverranno altri fattori, dopo un certo periodo di tempo, $T_1=T_2$, dopo di che $Q_{AB}= 0$.

Con l'analisi termodinamica si può determinare la quantità di calore trasferito per un qualunque processo senza avere alcuna informazione sulla durata di quest'ultimo; la termodinamica si occupa della quantità di calore scambiato da un sistema con l'ambiente nel passaggio da uno stato di equilibrio ad un altro. Lo scambio termico avviene nel rispetto del principio di conservazione dell'energia.

TRASMISSIONE DEL CALORE

La trasmissione del calore focalizza l'indagine sugli scambi sotto forma di Q, si trascurano gli effetti degli scambi energetici in lavoro.

Nei problemi pratici quello che interessa maggiormente è LA RAPIDITA' CON CUI AVVIENE LO SCAMBIO, piuttosto che la quantità di calore scambiata.

Esempio del thermos: Dopo quanto tempo il caffè che si trova inizialmente a 90°C raggiunge gli 80 °C?

• L'analisi termodinamica ci consente di valutare la quantità di calore scambiato ma non il tempo.

• La trasmissione del calore ci consente di valutarne anche il tempo.

*"La determinazione della velocità di propagazione del calore verso o da un sistema e quindi i tempi di raffreddamento e di riscaldamento, così come la variazione di temperatura costituiscono **l'oggetto della trasmissione del calore**"*

POTENZA TERMICA E FLUSSO TERMICO

Quando si conosce la potenza scambiata $\dot{Q}$, la quantità totale di calore scambiato Q durante un intervallo di tempo $\Delta\tau$ si può determinare con la relazione:

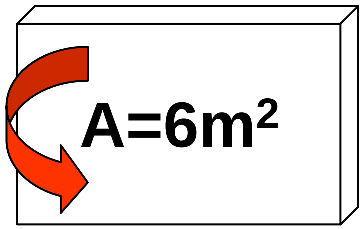
$$Q = \int_0^{\tau} \dot{Q}\, d\tau$$

Nel caso particolare in cui $\dot{Q}$ è costante: $Q = \dot{Q}\Delta\tau$

Si definisce **FLUSSO TERMICO** la potenza riferita ad una superficie di area unitaria. Il flusso termico medio su una superficie si esprime:

$$\phi\left[\frac{W}{m^2}\right] = \frac{\dot{Q}}{A}$$

FLUSSO TERMICO AREICO



$$\dot{Q} = 24W = \text{cost.}$$

$$\phi = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{24W}{6m^2} = 4\frac{W}{m^2}$$

OBIETTIVI DELLA TRASMISSIONE DEL CALORE

Considerando che il calore non si distribuisce istantaneamente in tutti i punti del sistema

– all'interno di un sistema possono stabilizzarsi condizioni diverse di temperatura da un punto ad un altro e di conseguenza può permanere un flusso di calore da un punto ad un altro.

– in un sistema la temperatura in un punto può variare nel tempo o rimanere costante e cioè il sistema può essere in <u>regime variabile</u> o <u>permanente</u>

La trasmissione del calore si occupa dello studio dell'insieme di leggi che governano il passaggio di calore da un sistema ad un altro o da un punto ad un altro di uno stesso sistema, dei dispositivi coinvolti negli scambi di calore e delle leggi che danno la distribuzione di temperatura all'interno di un sistema in funzione dello spazio e del tempo.

Le finalità di questa parte del corso sono le seguenti:

• Determinazione del calore scambiato tra un punto ed un altro;

• Determinazione della distribuzione di temperatura nei vari punti ed eventualmente la sua variazione nel tempo.

I MECCANISMI DI TRASMISSIONE DEL CALORE

I meccanismi di trasmissione del calore sono tre: **CONDUZIONE, CONVEZIONE, IRRAGGIAMENTO**.

- tutti e tre i meccanismi richiedono l'esistenza di una differenza di temperatura;
- si verificano spontaneamente da un sistema a temperatura più alta ad un sistema a temperatura più bassa;
- la conduzione e l'irraggiamento danno luogo esclusivamente a trasferimento di calore, mentre la convezione comporta sempre anche trasporto di massa;
- in natura o nei problemi tecnici è molto raro che si presenti uno solo dei tre meccanismi; generalmente sono associati tra loro in varie combinazioni.

Il **flusso di calore** può essere definito dalla relazione:

$$\phi = f(\text{parametro}, \Delta T)$$

parametro: coefficiente che tiene conto della maggiore o minore facilità, con la quale, a parità di ΔT, ha luogo il trasferimento di calore; ΔT: differenza di temperatura

CONDUZIONE

E' il trasferimento di energia che si verifica per effetto dell'interazione delle particelle di una sostanza dotata di maggiore energia con quelle adiacenti dotate di minore energia.

Può avvenire
- nei liquidi;
- nei solidi;
- nei gas.

$$\vec{q} = -\lambda \; grad\,\mathrm{T}$$

- Nei liquidi e nei gas è dovuta alla collisione delle molecole nel loro moto caotico.
- Nei solidi è dovuta alla vibrazione delle molecole all'interno del reticolo e al trasporto di energia da parte degli elettroni liberi

AD ESEMPIO: La potenza termica trasmessa per conduzione attraverso una <u>lastra piana indefinita di spessore costante</u> è data da:

$$\dot{Q}_{COND} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

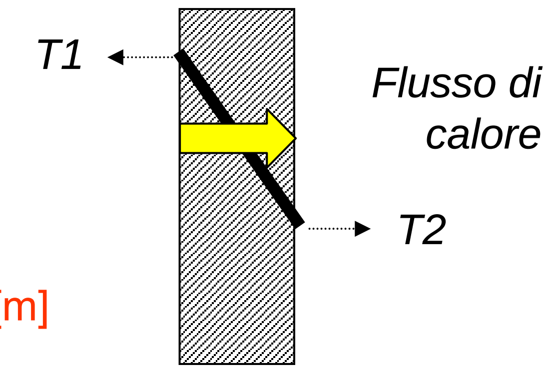
Differenza di temperatura [K o °C]

Potenza termica trasmessa per conduzione [W]

Costante di proporzionalità o conducibilità termica del materiale [W/mK]

Superficie normale alla direzione di trasmissione del calore [m^2]

Spessore [m]



CONVEZIONE

E' il trasferimento di energia tra una superficie solida e un fluido adiacente in movimento.

- Implica gli effetti combinati di conduzione e trasporto di massa;
- Il calore trasmesso per convezione aumenta con la velocità del fluido.

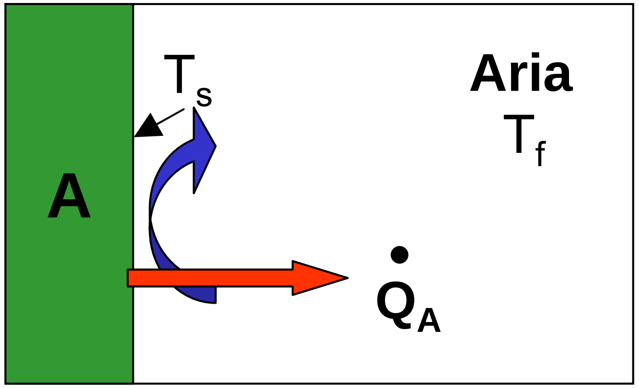
CONVEZIONE FORZATA

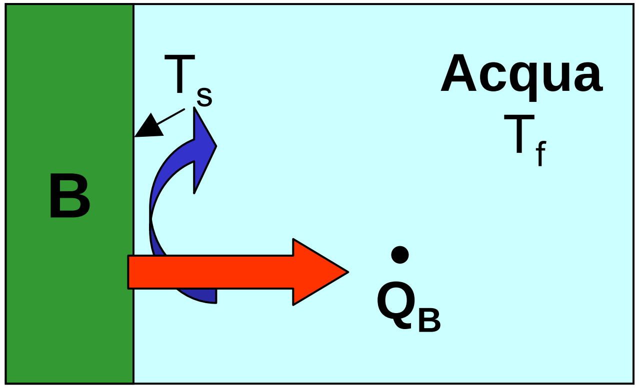
Avviene quando il fluido è forzato a scorrere su una superficie da mezzi esterni (ad esempio un ventilatore).

CONVEZIONE NATURALE (O LIBERA)

Avviene quando il moto del fluido è causato da forze ascensionali che sono indotte dalle differenze di densità dovute alla variazione di temperatura del fluido in un campo gravitazionale.

CONVEZIONE





$Q_B > Q_A$

La potenza termica trasmessa per convezione è espressa dalla relazione:

$$\dot{Q}_{conv} = h\, A\, (T_s - T_f)$$

Legge di Newton

h = coefficiente di scambio termico convettivo [$W/m^2\,K$]
A = superficie normale al flusso [m^2]
T_s = Temperatura solido [K]
T_f = Temperatura fluido [K]

IRRAGGIAMENTO

E' il trasferimento di energia che avviene attraverso le onde elettromagnetiche (o fotoni) prodotte da variazioni nelle configurazioni elettroniche degli atomi e delle molecole.

Ad esempio, il sole trasferisce l'energia alla terra per irraggiamento

non richiede la presenza di un mezzo interposto (quindi avviene anche nel vuoto)

avviene alla velocità della luce

tutti i corpi a temperatura superiore allo zero termico emettono radiazione termica.

La potenza massima termica trasmessa per irraggiamento da una superficie a temperatura assoluta T_s [K] è data dalla

LEGGE DI STEFAN BOLTZMANN

LEGGE DI STEFAN BOLTZMANN

$$\dot{Q}_{e\,max} = \sigma A (T_s)^4$$

A = area della superficie [m^2]

σ = costante di Stefan Boltzmann pari a 5,67 x 10^{-8} [W/m^2K^4] *(nel SI)*

T_s= Temperatura della superficie [K]

La superficie ideale che trasmette tale potenza è detta **CORPO NERO**

L'irraggiamento emesso da un corpo nero è detto radiazione di un corpo nero.

La potenza emessa per irraggiamento da una qualsiasi superficie reale è data dalla relazione:

$$\dot{Q}_{emiss} = \varepsilon \sigma A (T_s)^4$$

ε = Emissività della superficie il cui valore, compreso tra 0 e 1, è la misura di quanto il comportamento di una superficie si approssima a quella del corpo nero, per il quale ε=1

LEGGE DI STEFAN BOLTZMANN

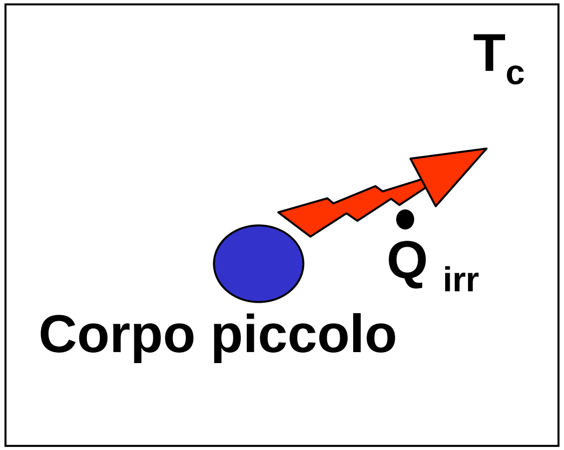
La differenza tra la potenza termica radiante emessa e quella assorbita da una superficie è la **POTENZA TERMICA NETTA PER IRRAGGIAMENTO**.

La determinazione della potenza termica netta scambiata è complessa in quanto dipende da:

• Proprietà delle superfici

•Orientamento relativo

•Caratteristiche del mezzo tra le due superfici che irraggiano.

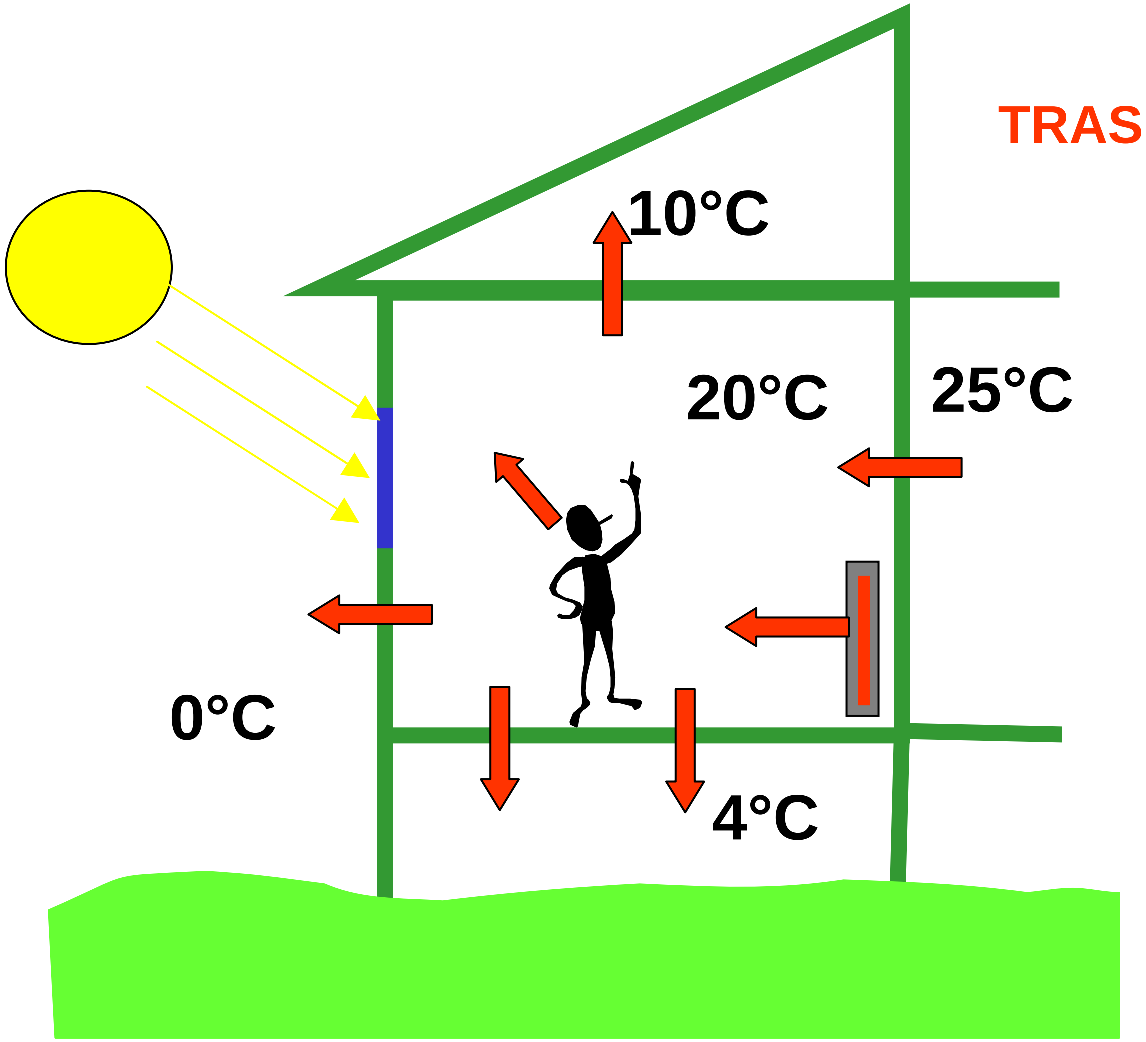


Contenitore grande

Il caso di una superficie piccola è semplice:

$$\dot{Q}_{irr} = \varepsilon \sigma A (T_s^4 - T_c^4)$$

Bilancio energetico di un sistema uomo - edificio - ambiente



MODALITA' DI TRASMISSIONE DEL CALORE

SOLE: solo irraggiamento

PARETE: conduzione, convezione, irraggiamento

UOMO: conduzione, convezione, irraggiamento

CORPO SCALDANTE: convezione, irraggiamento

CONDUZIONE

RICORDANDO CHE:

$$\bar{\nabla} = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\bar{\nabla} T = grad\ T = \vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\bar{\nabla} \cdot \vec{v} = div\,\vec{v}$$

$$\bar{\nabla} \times \vec{v} = rot\ \vec{v}$$

$$(\bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla}) T = laplaciano\ di\ T =$$

$$= (\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}) \cdot (\vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z}) =$$

$$= \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

CONDUZIONE

E DEFINENDO

$$\vec{q} \text{ vettore flusso di calore} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

$$\lambda \text{ conduttività termica} \quad \left[\frac{W}{m^2 K}\right]$$

$$\sigma \text{ potenza generata nell'unità di volume} \quad \left[\frac{W}{m^3}\right]$$

CONDUZIONE

$$\frac{d}{dt}\int_{v} u\,dm = \sum \dot{Q}^{\leftarrow} + \dot{Q}_{gen} =$$

$$\frac{d}{dt}\int_{v} c_v T \rho\, dV = -\int_{S} \vec{q}\cdot\vec{n}\, dS + \int_{v} \sigma\, dV$$

Per il teorema della divergenza

$$\frac{d}{dt}\int_{v} c_v T \rho\, dV = -\int_{v} div\,\vec{q}\, dV + \int_{v} \sigma\, dV$$

Ed essendo, per il postulato di Fourier

$$\boxed{\vec{q} = -\lambda \;\; grad\, \mathrm{T}}$$

$$\frac{d}{dt}\int_{v} c_v T \rho\, dV = -\int_{v} div\left(-\lambda \;\; \mathrm{grad\, T}\right) dV + \int_{v} \sigma\, dV$$

CONDUZIONE

Poiché V non è funzione di T e ipotizzando che λ non dipenda dalla posizione

$$\int_v \frac{\partial}{\partial t}\left(c_v \rho T\right) dV - \int_v \lambda \nabla^2 T dv - \int_v \sigma dV = 0$$

$$\int_v \left\{ \frac{\partial}{\partial t}\left(c_v \rho T\right) - \lambda \nabla^2 T - \sigma \right\} dV = 0$$

Deve valere per ogni dV

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(c_v \rho T\right) = \lambda \nabla^2 T + \sigma$$

CONDUZIONE

$$\frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{\sigma}{\lambda}$$

L'equazione di bilancio energetico (EQUAZIONE DI FOURIER) è una equazione differenziale alle derivate parziali, lineare in T=f(x,y,z,t) del 2° ordine rispetto a x,y,z e del 1° ordine rispetto a t.

Casi particolari

1) Assenza di generazione di potenza

$$\sigma = 0 \Rightarrow \nabla^2 T = \frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

2) Regime stazionario

(equazione di Poisson)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 T + \frac{\sigma}{\lambda} = 0$$

3) 1+2 (equazione di Laplace)

$$\Rightarrow \quad \nabla^2 T = 0$$

CONDUZIONE

CONDIZIONI AL CONTORNO

Problema di Dirichlet → T

Condizioni al contorno spaziali

Problema di Neumann → $\dot{q} = \frac{\partial T}{\partial t}$

Condizioni iniziali (al contorno temporale)

CONDUZIONE

Nell'impostare il problema differenziale è importante scegliere il sistema di coordinate che permetta di eliminare una o più variabili indipendenti

COORDINATE CARTESIANE

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{1}{\lambda}\sigma(x,y,z,t)=\frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Caso particolare dotato di simmetria (geometria + condizioni al contorno):

parete piana infinita secondo le direzioni y e z, T=T(x)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{1}{\lambda}\sigma(x,t)=\frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

E, in caso di regime stazionario,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{1}{\lambda}\sigma(x,t)=0$$

$$\boxed{T=-\frac{\sigma}{2\lambda}x^2+Ax+B}$$

CONDUZIONE

COORDINATE CILINDRICHE

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\lambda}\sigma(r,\varphi,z,t) = \frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Caso particolare dotato di simmetria (geometria + condizioni al contorno):

Cilindro pieno o cavo di altezza infinita, T=T(r)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{\lambda}\sigma(r,t) = \frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

E, in caso di regime stazionario,

$$\boxed{T = -\frac{\sigma}{4\lambda}r^2 + A\ln\frac{r}{B} = -\frac{\sigma}{4\lambda}r^2 + A\ln r + C}$$

CONDUZIONE

COORDINATE SFERICHE

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \vartheta^2}+\frac{\mathrm{cotg}\,\vartheta}{\mathrm{r}^2}\frac{\partial T}{\partial \vartheta}+\frac{1}{r^2 sen^2\vartheta}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}+\frac{1}{\lambda}\sigma(r,\vartheta,\varphi,t)=$$

$$=\frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Caso particolare dotato di simmetria (geometria + condizioni al contorno):

Sfera piena o cava, T=T(r)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{\lambda}\sigma(r,t)=\frac{\rho c_v}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

E, in caso di regime stazionario,

$$\boxed{T=-\frac{\sigma}{6\lambda}r^2+\frac{A}{r}+B}$$

CONDUZIONE

Considerando costanti le temperature dell'aria all'interno e all'esterno dell'edificio, la trasmissione del calore per conduzione attraverso una parete di un edificio può essere considerata:

Stazionaria
Mono dimensionale

Se non vi è alcuna generazione interna di calore, per il primo principio:
Pot. Termica entrante - Pot. Termica Uscente = Pot. Termica acc
ovvero:

$$\dot{Q}_e - \dot{Q}_u = \frac{dE_{parete}}{dt}$$

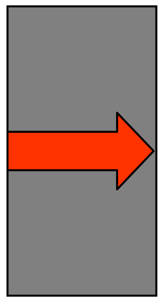
Condizione al contorno

Poiché in condizioni stazionarie la potenza termica accumulata deve essere nulla. Il flusso termico attraverso la parete deve essere costante.

$$\dot{Q}_{cond} = cost$$

in quanto il flusso termico entrante deve uguagliare il flusso termico uscente.

T_1 (interno) 20°C (costante)



T_2 (esterno) 0°C (costante)

CONDUZIONE

$$\vec{q} = -\lambda \; grad \, T$$

La relazione fondamentale per il calcolo del flusso di calore attraverso una parete in caso di conduzione pura, fu proposta da **Joseph Fourier** nel 1822

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

STAZIONARIA e MONODIMENSIONALE

Postulato di Fourier per la conduzione

Dove: $\dot{Q}_{cond}$ = quantità di calore che fluisce nella direzione x nell'unità di tempo [W]

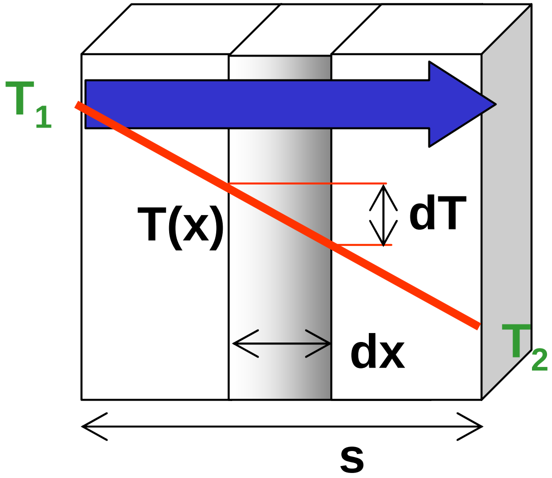
λ = conducibilità termica del materiale [W/mK]

$\frac{dT}{dx}$ = gradiente di temperatura nella direzione x

A = area della superficie normale a x attraverso la quale fluisce calore

Il segno - tiene conto del fatto che il flusso di calore va nel senso in cui dT/dx diminuisce.

CONDUZIONE



$\dot{Q}_{cond}$

In condizioni <u>stazionarie e in assenza di generazione interna</u>, la distribuzione di temperatura in una parete piana è una linea retta

$$T = -\frac{\sigma}{2\lambda}x^2 + Ax + B$$

$$(\sigma = 0)$$

Separando le variabili nell'equazione di Fourier e integrando da x = 0 dove T(0) = T_1 a x = s dove T(s) = T_2, si ottiene:

$$\int_{x=0}^{s} \dot{Q}_{cond}\,dx = -\int_{T=T1}^{T2} \lambda A\,dT$$

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda\, A\,\frac{T_2 - T_1}{S}$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{-\lambda}{S}A(\Delta T)$$

Dove λ/s = **conduttanza** della parete [W/m^{2}K]

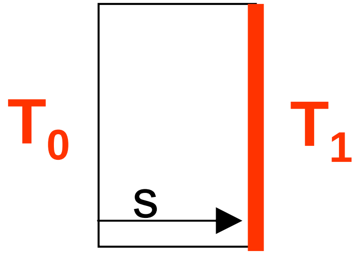
s/λ = **resistenza termica specifica** della parete al passaggio del calore [m^{2}K/W]

d'ora in avanti chiamiamo RESISTENZA TERMICA la resistenza termica specifica, ossia riferita all'unità di area

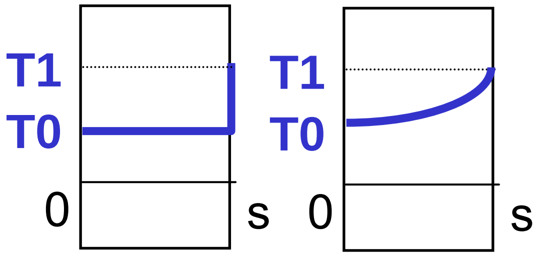
CONDUZIONE

La proporzionalità diretta tra la quantità di calore e l'incremento di temperatura a parità di spessore è dimostrabile dalla seguente esperienza.

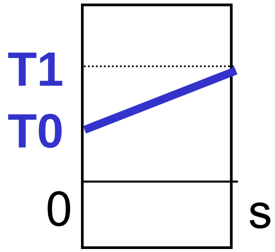
Si porta istantaneamente la faccia destra di una lastra ad una temperatura $T_1 > T_0$



Durante il **transitorio** T è funzione, oltre che della coordinata s anche del tempo τ. Non si è quindi in regime stazionario o permanente



Nella condizione **a regime** l'andamento del profilo delle temperature è lineare



CONDUZIONE - RESISTENZA TERMICA

La relazione $\dot{Q}_{cond} = -\frac{\lambda}{S} A(\Delta T)$

avendo posto $\frac{s}{\lambda} = R_C$ resistenza termica

può anche essere espressa nella forma: $\dot{Q}_{cond} = -\frac{1}{R_C} A(\Delta T)$

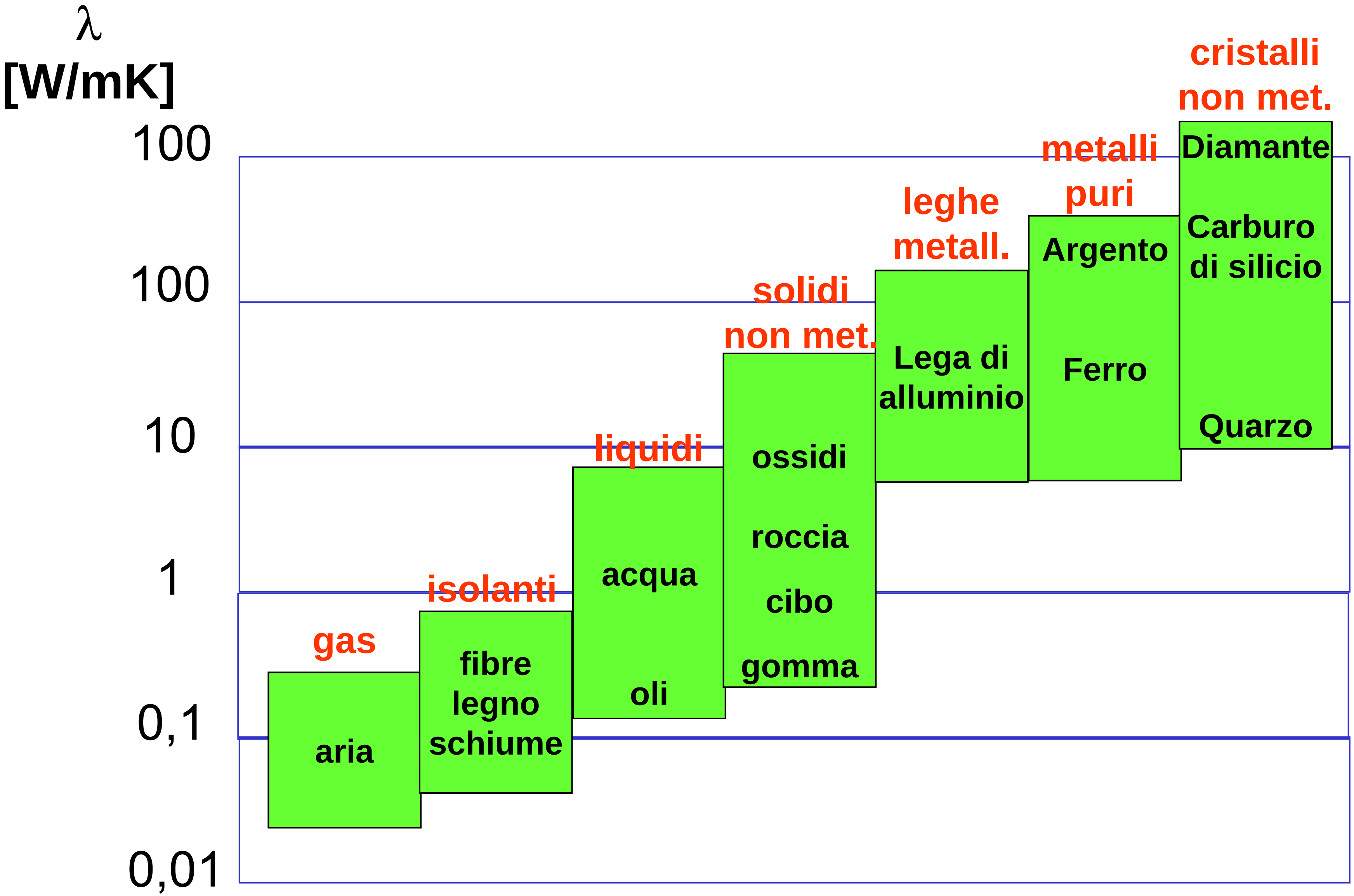
dalla quale si evidenzia come $\dot{Q}_{cond}$ sia **inversamente proporzionale alla resistenza termica** del materiale

La **resistenza termica** a sua volta è:

• direttamente proporzionale allo spessore della parete;

• inversamente proporzionale alla conducibilità λ della parete

A parità di spessore, offriranno una maggiore resistenza termica al passaggio di calore la pareti costituite da materiali con λ più piccola



λ
[W/mK]
100
100
10
1
0,1
0,01
gas
aria
isolanti
fibre
legno
schiume
liquidi
acqua
oli
solidi
non met.
ossidi
roccia
cibo
gomma
leghe
metall.
Lega di
alluminio
metalli
puri
Argento
Ferro
cristalli
non met.
Diamante
Carburo
di silicio
Quarzo

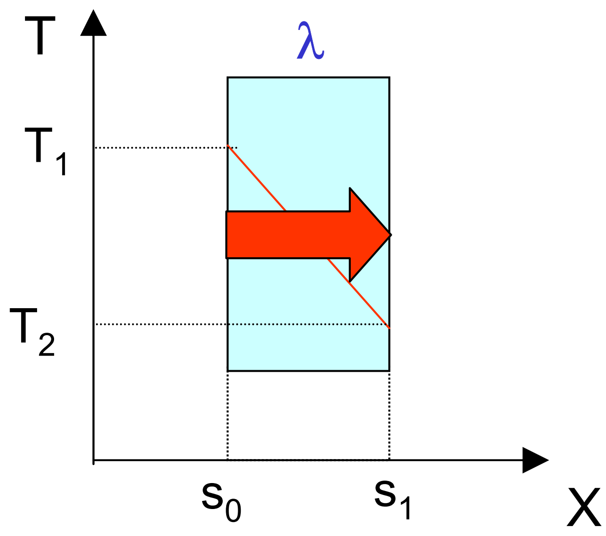
CONDUCIBILITA' TERMICA DI ALCUNI MATERIALI USATI IN EDILIZIA (TEMP. AMB)

La conducibilità termica varia con la temperatura. Per le applicazioni pratiche si considera costante.

	λ W/m K
VETRO	1,4
GRANITO	2,79
GOMMA	0,13
MATTONE	1 - 1,8
CALCESTRUZZO	1,4
PINO	0,11
ABETE	0,14
SABBIA	0,27
NEVE	0,049
GHIACCIO	1,88
LATERIZIO ORDINARIO	0,72
INTONACO	0,25 - 0,72
FIBRA DI VETRO	0,046
POLISTIRENE	0,027
SUGHERO	0,039

Materiali isolanti

CONDUZIONE - PARETE PIANA MONOSTRATO



$$\dot{Q}_{cond} = \frac{1}{R} A (T_1 - T_2) \qquad \frac{S}{\lambda} = R$$

$$[W] = \frac{1}{m^2K/W} [m^2K]$$

ESEMPIO:

Superficie parete: 20 m^2

T_1: 20 °C

T_2: 0 °C

λ: 1 W/mK

S: 0,5 m

$$R = \frac{S}{\lambda} = \frac{0,5}{1} = 0,5 \left[\frac{m^2 K}{W} \right]$$

$$\dot{Q}_C = \frac{1}{0,5} \cdot 20 \cdot (20 - 0) = 800 [W]$$

Flusso di calore $$\Phi = \frac{\dot{Q}_C}{A} = \frac{800}{20} = 40 \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

CONDUZIONE

Abbiamo esaminato il fenomeno della **trasmissione del calore per conduzione** ed abbiamo appreso che, considerando che in una parete piana:

• il flusso di calore sia **mono direzionale**, ossia normale alla superficie della parete;

• non vi sia alcuna generazione interna di calore;

• il **regime sia stazionario**, ossia che sia superata la fase transitoria e che la distribuzione delle temperature all'interno della parete non risenta del tempo t.

La quantità di calore che attraversa la parete nell'unità di tempo, (la potenza termica) integrando la relazione di Fourier, risulta:

$$\dot{Q}_{cond} = -\frac{\lambda}{S} A(\Delta T)$$

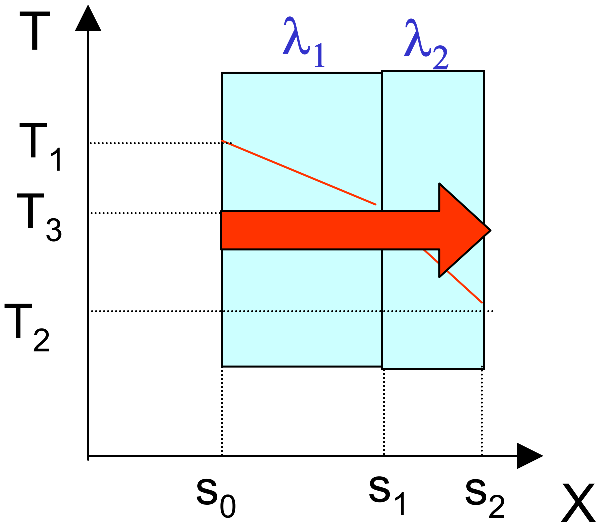
$$\dot{Q}_{cond} = -\frac{1}{R_T} A(\Delta T)$$

$$R_T = \sum_{1}^{N} \frac{S_n}{\lambda_n}$$

R_T è la resistenza termica totale, ossia la sommatoria delle resistenze di ogni singolo strato di materiale considerato isotropo.

La resistenza al passaggio di calore per conduzione è direttamente proporzionale allo spessore S ed inversamente proporzionale alla conducibilità termica λ.

CONDUZIONE - PARETE PIANA MULTISTRATO



$$\dot{Q}_{cond} = k_{tot} A(T_1 - T_2) = \frac{1}{R_{tot}} A(T_1 - T_2)$$

$$R_T = R_1 + R_2 = \frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2}$$

ESEMPIO:

Superficie parete: 20 m²

T_1: 20 °C

T_2: 0°C

λ_1: 1W/mK

S_1: 0,4 m

λ_2: 0,04W/mK

S_2: 0,1 m

$$R_T = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} = \frac{0{,}4}{1} + \frac{0{,}1}{0{,}04} = 0{,}4 + 2{,}5 = 2{,}9 \left[\frac{m^2K}{W}\right]$$

$$\dot{Q}_C = \frac{1}{2{,}9} * 20 * (20 - 0) = 138 [W]$$

$$\Phi = \frac{\dot{Q}_C}{A} = \frac{138}{20} = 6{,}9 \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Per diminuire il flusso di calore è necessario aumentare la resistenza totale della parete

CONDUZIONE - PARETE CILINDRICA INDEFINITA

Ipotizzando che la trasmissione di calore avvenga in direzione radiale e stazionariamente

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dr}$$

$$\boxed{\vec{q} = -\lambda \ grad\, \mathrm{T}}$$

Separando le variabili nell'equazione di Fourier, ricordando che l'area attraverso la quale viene scambiato il calore è quella laterale del cilindro, e integrando da r = r1 dove T(r1) = T_1 a r = r2 dove T(r2) = T_2, si ottiene:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{A} = -\int_{T_1}^{T_2} \lambda \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\lambda \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\dot{Q} = 2\pi L \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$R_{cil} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L \lambda}$$

CONDUZIONE - sfera

Con procedimento analogo per le sfere ($A=4\pi\ r^2$) si ottiene:

$$\dot{Q} = 4\pi r_1 r_2 \lambda \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1}$$