**ESERCIZIO n.1**

Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico **l = 2000 kJ/kg** espandendo una portata di elio (gas perfetto monoatomico) da uno stato di ingresso noto (**$P_1$= 8 bar**, **$T_1$= 800 °C**) ad una condizione di uscita con **$P_2$= 2 bar**. **[0.84]**

**DEFINIZIONI**

$$\eta_{IET}=\frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}}=\frac{\dot{m}\,l_{reale}}{\dot{m}\,l_{ideale}}$$ Rendimento isoentropico di espansione turbina

$$\dot{L}=\dot{m}\,l$$

$$\dot{L}_{turbina}=\dot{m}(h_1-h_2)$$

$$l_{ideale}=h_1-h_{2\,ideale}=c_P(T_1-T_{2\,ideale}) \qquad l_{reale}=h_1-h_{2\,reale}$$

***Conversioni***

$1\,\text{bar}=10^5\,Pa$

$0\,°C=273{,}15\,K$

**DATI**

$$l_{reale}=2000\frac{kJ}{kg}=2\cdot10^6\frac{J}{kg}$$

$$P_1=8\,\text{bar}=8\cdot10^5\,Pa \qquad T_1=800\,°C=1073\,K$$

$$P_2=2\,\text{bar}=2\cdot10^5\,Pa$$

$$m_{m\,elio}\simeq4{,}0026\frac{g}{mol} \qquad R^*=\frac{R}{m_m}=8{,}314\frac{J}{mol\cdot K}\cdot\frac{1}{4{,}0026}\frac{mol}{g}=2078{,}5\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_{P\,elio}=\frac{5}{2}R^*\simeq5193\frac{J}{kg\cdot K}$$

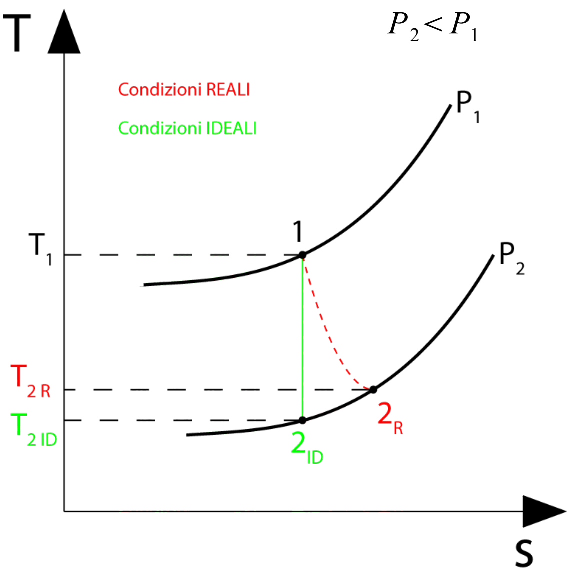
***Unità di misura***

$$P[Pa]=\frac{F}{l^2}\left[\frac{N}{m^2}\right]=\left[\frac{kg}{m\cdot s^2}\right]$$

$$\boldsymbol{\eta_{IET}=?}$$

---

**SOLUZIONE**




$T_{2\,ID}$ è l'unica incognita necessaria per il calcolo di $l_{ideale}$ e la ricavo come segue:

Bilancio entropico

$$\Delta s_{1\to2ID}=c_p\ln\left(\frac{T_{2\,ID}}{T_1}\right)-R^*\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=0 \qquad \text{(Turbina adiabatica)}$$

Ricavo $T_{2\,ID}$

$$T_2=T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{c_P}}=1073\,K\left(\frac{2\cdot10^5\,Pa}{8\cdot10^5\,Pa}\right)^{\frac{2}{5}}\simeq616\,K$$

Sostituisco il valore nella formula del lavoro specifico ideale

$$l_{ideale}=c_P(T_1-T_{2\,ID})=5193\frac{J}{kg\cdot K}(1073-616)K=2373201\frac{J}{kg}$$

$$\eta_{IET}=\frac{l_{reale}}{l_{ideale}}=\frac{2\cdot10^6}{2373201}\simeq\mathbf{0{,}84}$$

**ESERCIZIO n.5**

Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria **m = 50 Kg/h**.
La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono **$P_1$ = 1 bar** e **$T_1$ = 20 °C**. All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di **$P_2$ = 5 bar**. Nell'ipotesi che il compressore operi **stazionariamente**, che abbia un rendimento isoentropico **$\eta_c$ = 0,9** e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore $T_2$ e la potenza assorbita dalla macchina. **[479.4 K; -2.6 kW]**

**DEFINIZIONI**

$$\eta_C = \frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}}$$ Rendimento isoentropico di compressione

Bilanci potenze:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}(h_1 - h_2) + \dot{Q} - \dot{L}^{\rightarrow}$$

$$\frac{dS}{dt} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{IRR} + \dot{S}_{Q\leftarrow}$$

***Conversioni***

$1\ \text{bar} = 10^5\ Pa$

$0\ °C = 273{,}15\ K$

***Unità di misura***

$$P[Pa] = \frac{F}{l^2}\left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{kg}{m \cdot s^2}\right]$$

**DATI**

$$\dot{m} = 50\,\frac{kg}{h} = \frac{50}{3600}\,\frac{kg}{s}$$

$$P_1 = 1\ \text{bar} = 10^5\ Pa \qquad T_1 = 20\ °C = 293\ K$$

$$P_2 = 5\ \text{bar} = 5 \cdot 10^5\ Pa$$

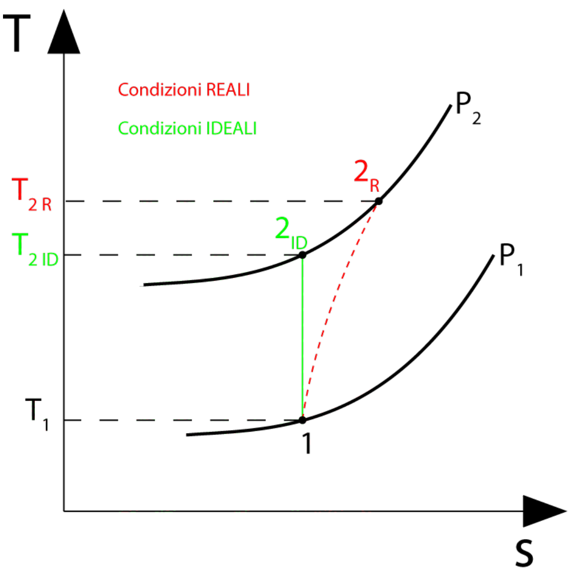
$$\eta_C = 0{,}9$$

$$m_m \simeq 29\,\frac{g}{mol} \qquad R^* = \frac{8314}{29}\,\frac{J}{kg \cdot K} \qquad c_P = \frac{7}{2}R^*$$ Ipotesi: Aria $\simeq$ Gas Perfetto biatomico

$$\boldsymbol{T_{2R} = ?[K] \qquad \dot{L}_R^{\rightarrow} = ?[W]}$$

---

**SOLUZIONE**




$$\overset{=0\ \text{staz.}}{\frac{dE}{dt}} = \dot{m}(h_1 - h_2) + \overset{=0\ \text{adiab.}}{\dot{Q}} - \dot{L}^{\rightarrow} = 0$$

$$\overset{=0\ \text{staz.}}{\frac{dS}{dt}} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \overset{=0}{\dot{S}_{IRR}} + \overset{=0\ \text{adiab.}}{\dot{S}_{Q\leftarrow}} = \dot{m}\left(c_P \ln\left(\frac{T_{2ID}}{T_1}\right) - R^* \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)\right) = 0$$

Ricavo $T_{2ID}$ ipotizzando un Gas Perfetto biatomico con $c_P = \frac{7}{2}R^*$

$$T_{2ID} = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{c_P}} = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{7}} = 293\ K \cdot 5^{\frac{2}{7}} \simeq 464\ K$$

$$\eta_C = \frac{\dot{L}_{ID}}{\dot{L}_R} = \frac{\dot{m}\,c_P(T_1 - T_{2ID})}{\dot{m}\,c_P(T_1 - T_{2R})} = 0{,}9$$

Ricavo $T_{2R}$ dal rendimento

$$\boldsymbol{T_{2R} \simeq 483\ K}$$

Con $T_{2R}$ posso così calcolare la potenza assorbita

$$\dot{L}_R^{\rightarrow} = \dot{m}\,c_P(T_1 - T_{2R}) = \frac{50}{3600}\,\frac{kg}{s} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{29}\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot (293 - 483)\ K$$

$$\boldsymbol{\dot{L}_R^{\rightarrow} \simeq -2{,}65 \cdot 10^3\ W = -2{,}65\ kW}$$