ESERCIZIO n.4

Una macchina motrice opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante T_C = 1200 °C e T_F = 20 °C. La potenza termica ceduta dal serbatoio termico superiore è pari a Q_C= 100 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.5. Calcolare la potenza meccanica prodotta dalla macchina. **[40 kW]**

DEFINIZIONI

$$\dot{L}=\frac{L}{t}[W] \qquad \dot{Q}=\frac{Q}{t}[W] \qquad \text{(Potenza = Energia / tempo)}$$

$$\eta_{reale}=\frac{L}{Q}=\frac{m\cdot l}{m\cdot q}=\frac{\dot{m}\cdot l}{\dot{m}\cdot q}=\frac{\dot{L}}{\dot{Q}} \qquad \eta_{ideale}=1-\frac{T_F}{T_C}$$

Il rendimento di secondo principio è il rapporto fra il rendimento della macchina reale e il rendimento della corrispondente macchina reversibile operante fra serbatoi a T costante

$$\eta_{IIp}=Rendimento\ di\ secondo\ principio=\frac{\eta_{reale}}{\eta_{ideale}}$$

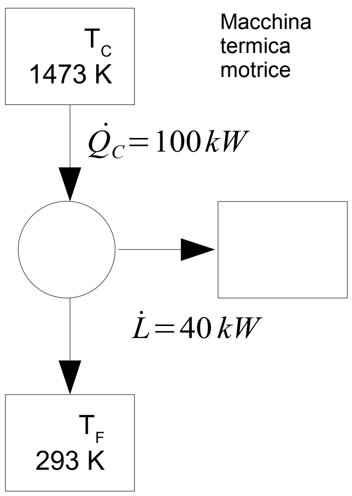
DATI

$$T_C=1200\,°C=1473\,K$$
$$T_F=20\,°C=293\,K$$
$$\dot{Q}_C=100\,kW=10^5\,W$$
$$\eta_{IIp}=0,5$$

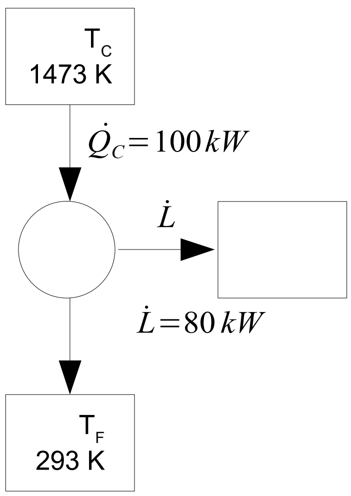
$$\boldsymbol{L=?[W]}$$

SOLUZIONE

Macchina reale
(operante fra serbatoi a T cost ma irreversibile)



Macchina ideale
(reversibile e operante fra serbatoi a T cost)
MACCHINA DI CARNOT



$$\eta_{ideale}=\frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C}=1-\frac{T_F}{T_C}=1-\frac{293}{1473}=0,8$$

$$\dot{L}_{ideale}=\eta_{ideale}\cdot\dot{Q}_C=0,8\cdot10^5\,W=80\cdot10^3\,W=80\,kW$$

$$\eta_{reale}=\eta_{IIp}\cdot\eta_{ideale}=0,5\cdot0,8=0,4$$

$$\dot{L}_{reale}=\eta_{reale}\cdot\dot{Q}_C=10^5\,W\cdot0,4=40\cdot10^3\,W=40\,kW$$

ESERCIZIO n.5

Una macchina motrice reversibile utilizza una sorgente termica superiore alla temperatura costante di T_C = 400 °C e come sorgente termica inferiore una massa m = 2000 kg di acqua allo stato liquido che viene riscaldata dalla temperatura iniziale T_{iniz} 15°C alla temperatura finale T_{fin} 45°C.
Nelle ipotesi che: (a) l'acqua si comporti come un liquido ideale e (b) le due sorgenti termiche scambino calore esclusivamente con la macchina, calcolare il lavoro L che si ottiene dalla macchina (in unità S.I.), il rendimento termodinamico η_1 e il rendimento di confronto η_C con un'uguale macchina che operi fra 2 sorgenti isoterme a temperature T_C= 400 °C e T_F= 15 °C
[307 MJ, 0.55, 0.96]

DEFINIZIONI

$$\eta_{reale}=\frac{L}{Q} \qquad \eta_{ideale}=1-\frac{T_F}{T_C}$$

$$\eta_c=Rendimento\ di\ confronto=\frac{\eta_1}{\eta_2}$$

$$\Delta S_{liquido\ ideale}=mc_V\ln\left(\frac{T_{fin}}{T_{iniz}}\right)$$

DATI

$$T_C=400\,°C=673\,K$$

$$T_{iniz}=15\,°C=288\,K \quad \rightarrow \quad T_{fin}=45\,°C=318\,K$$

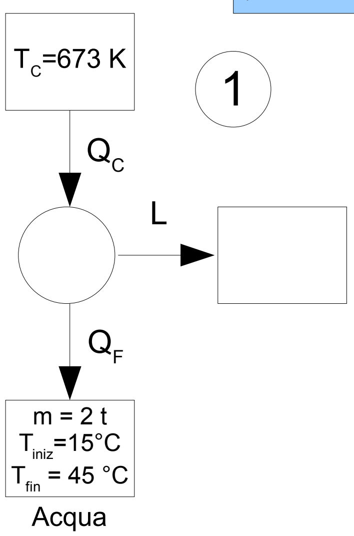
$$T_F=15\,\dot{Q}_C=100\,kW=10^5\,W$$

$$\eta_{IIp}=0{,}5 \qquad c_{V\,acqua}=4186\frac{J}{kg\cdot K}$$

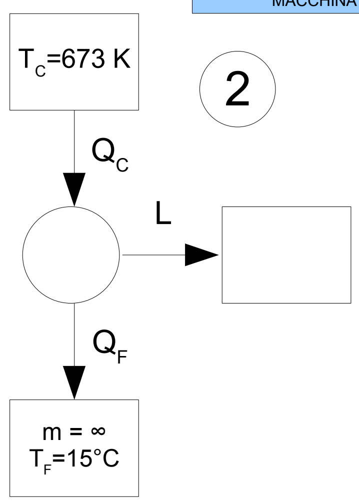
$$\boldsymbol{L=?[J] \qquad \eta_1=? \qquad \eta_C=?}$$

SOLUZIONE

Macchina
(reversibile ma non operante fra serbatoi a T cost)



Macchina ideale
(reversibile e operante fra serbatoi a T cost)
MACCHINA DI CARNOT



$$Q_F=mc_V(T_{fin}-T_{iniz})=2000\,Kg\cdot 4186\frac{J}{kg\cdot K}\cdot(45-15)\,K=251{,}16\cdot 10^6\,J$$

$$\begin{cases} Q_C=L+Q_F & \text{Bilancio energia} \\ -\dfrac{Q_C}{T_C}+m\,c_V\ln\left(\dfrac{T_{fin}}{T_{iniz}}\right)=S_Q+S_{IRR}=0 & \text{Bilancio entropia} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_C=T_C m\,c_V\ln\left(\dfrac{T_{fin}}{T_{iniz}}\right)=673\,K\cdot 2000\,kg\cdot 4186\dfrac{J}{kg\cdot K}\cdot\ln\left(\dfrac{318\,K}{288\,K}\right)=558{,}31\cdot 10^6\,J \\ L=Q_C-Q_F=(558{,}31-251{,}16)\cdot 10^6\,J=307{,}15\cdot 10^6\,J \end{cases}$$

$$\eta_1=\eta_{reale}=\frac{L}{Q}=\frac{307{,}15\cdot 10^6\,J}{558{,}31\cdot 10^6\,J}\simeq 0{,}55 \qquad \eta_2=\eta_{ideale}=1-\frac{T_F}{T_C}=1-\frac{288\,K}{673\,K}=0{,}572$$

$$\boldsymbol{\eta_C}=\frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{0{,}55}{0{,}572}\simeq\mathbf{0{,}96}$$

ESERCIZIO n.6

Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con 2 sorgenti a temperatura costante T_C= 30 °C e T_F= -20 °C cedendo Q_C= 1200 kJ alla sorgente superiore. Se l'efficienza frigorifera della macchina è COP_F= 4 determinare:
- la quantità di lavoro assorbita dalla macchina
- il lavoro minimo teorico assorbibile L_{ideale} da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

[240 kJ, 189 kJ]

DEFINIZIONI

$$COP_F = \frac{Q_F}{L} \quad \text{(Coefficiente di prestazione)}$$

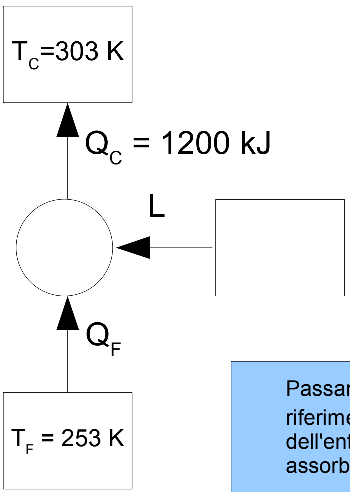
$$COP_{REV} = \frac{T_C}{T_C - T_F} \quad \text{(In condizioni ideali)}$$

DATI

$$T_C = 30\,°C = 303\,K$$
$$T_F = -20\,°C = 253\,K$$
$$Q_C = 1200\,kJ = 1{,}2 \cdot 10^6\,J$$
$$COP_F = 4 \quad \text{(Implica l'irreversibilità della macchina)}$$

$$\boldsymbol{L = ?[J] \qquad L_{ideale} = ?[J]}$$

SOLUZIONE



$$Q_F + L = Q_C$$
$$Q_F = COP_F \cdot L$$
$$4L + L = 5L = Q_C$$
$$\boldsymbol{L = \frac{Q_C}{5} = \frac{1{,}2 \cdot 10^6\,J}{5} = 240 \cdot 10^3\,J}$$

$$Q_F = Q_C - L = (1200 - 240) \cdot 10^3\,J = 960 \cdot 10^3\,J$$

Passando dal caso reale a quello ideale, dovrò scegliere (tra Q_C e Q_F) un valore di riferimento che rimarrà invariato, mentre il secondo potrà variare. Il bilancio dell'entropia invece subirà inevitabilmente una variazione e così anche il lavoro assorbito dalla macchina.

$$\boldsymbol{FISSO\; Q_F = 960 \cdot 10^3\,J}$$

$$COP_{REV} = \frac{253}{303 - 253} = 5{,}06$$

$$\boldsymbol{L_{ideale} = \frac{Q_F}{COP_{REV}} = \frac{960 \cdot 10^3\,J}{5{,}06} = 189{,}72 \cdot 10^3\,J}$$

$$Q_C = Q_F + L_{ideale} = (960 + 189{,}72) \cdot 10^3\,J \simeq 1{,}15 \cdot 10^6\,J$$

$$\boldsymbol{FISSO\; Q_C = 1{,}2 \cdot 10^6\,J}$$

$$COP_{REV} = \frac{253}{303 - 253} = 5{,}06$$

$$L_{ideale} = \frac{Q_F}{COP_{REV}} = \frac{Q_C - L_{ideale}}{COP_{REV}} = \frac{Q_C}{COP_{REV}} - \frac{L_{ideale}}{COP_{REV}}$$

$$L_{ideale}\left(1 + \frac{1}{COP_{REV}}\right) = \frac{Q_C}{COP_{REV}}$$

$$L_{ideale} = \frac{Q_C}{COP_{REV}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{COP_{REV}}\right)} = \frac{Q}{COP_{REV} + 1}$$

$$\boldsymbol{L_{ideale} = 198 \cdot 10^3\,J}$$