

## ESERCIZIO n.6 del 2/4/2009

Una pompa aspira una portata d'acqua  $\dot{m} = 10000 \text{ kg/h}$  da un serbatoio 1 a pressione  $P_1 = 1 \text{ bar}$  e la immette in un serbatoio 2 pressurizzato a  $P_2 = 6 \text{ bar}$ , ad una quota di  $d = 60 \text{ m}$  rispetto al serbatoio 1. Nell'ipotesi che il serbatoio operi **stazionalmente**, che l'**acqua** si comporti come **fluido incompressibile** e che la differenza di energia cinetica dell'acqua fra ingresso e uscita sia trascurabile, determinare la potenza minima assorbita dalla pompa.

### DEFINIZIONI

Per i fluidi incompressibili si ha:

$$\begin{cases} \Delta h = h_2 - h_1 = c(T_2 - T_1) + v(P_2 - P_1) \\ \Delta s = s_2 - s_1 = c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \end{cases}$$

### Conversioni

$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 0^\circ \text{C} &= 273,15 \text{ K} \end{aligned}$$

### Unità di misura

$$\begin{aligned} P[\text{Pa}] &= \frac{F}{l^2} \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right] \\ Q[\text{J}] &= F \cdot m [\text{N} \cdot \text{m}] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \end{aligned}$$

### DATI

$$\dot{m} = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = \frac{10^4}{3600} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

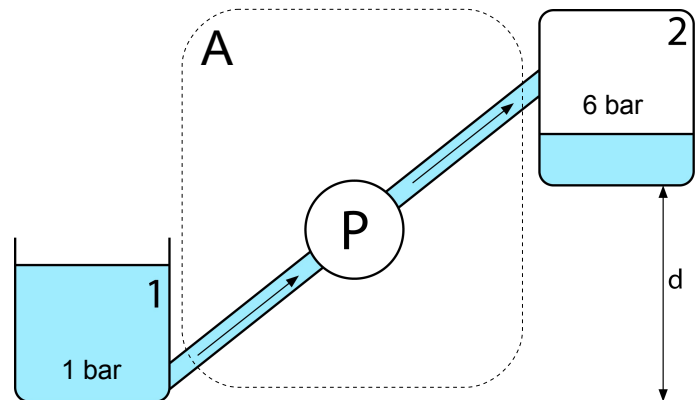
$$v_{\text{acqua}} \simeq 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \quad P_2 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$d = 60 \text{ m}$$

$$\dot{L}_{REV} = ? [\text{W}]$$

Sistema A = pompa + tubi di aspirazione e mandata



### SOLUZIONE

$\stackrel{=0 \text{ staz.}}{d \dot{m}_A}$

$$\frac{d \dot{m}_A}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 0 \quad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

$\stackrel{=0 \text{ staz.}}{d \dot{E}_A}$

$$\frac{d \dot{E}_A}{dt} = \dot{m}(h_1 - h_2) = \dot{m}\left(h_1 + g z_1 + \frac{w_1^2}{2} - h_2 - g z_2 - \frac{w_2^2}{2}\right) + \stackrel{=0 \text{ adiab.}}{\dot{Q}} - \dot{L} = 0$$

$\stackrel{=0 \text{ staz.}}{d \dot{S}_A}$

$$\frac{d \dot{S}_A}{dt} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \stackrel{=0 \text{ adiab.}}{\dot{S}_Q} + \stackrel{=0 \text{ rev.}}{\dot{S}_{IRR}} = 0 \quad (\text{La potenza minima si ha in condizioni di reversibilità})$$

$$s_1 - s_2 = 0 \implies s_1 = s_2 \quad \text{Infatti} \quad T_2 = T_1 \implies s_1 - s_2 = c \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \implies \ln(1) = 0$$

Ricavo la potenza dal bilancio dell'energia

$$\dot{L} = \dot{m} \left[ c(T_1 - T_2) + v(P_1 - P_2) + g(z_1 - z_2) + \overbrace{\frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}^{=0 \text{ trasc.}} \right] = \dot{m} [v(P_1 - P_2) + g(z_1 - z_2)]$$

$$\dot{L} = \frac{10^4}{3600} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left[ 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} (1 - 6) 10^5 \text{ Pa} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ m} \right] = -3023,9 \text{ W} \simeq -3,02 \text{ kW}$$

Per risolvere i dubbi sulla coerenza delle unità di misura nel calcolo precedente:

$$\frac{\text{kg}}{\text{s}} \left( \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} - \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} \right) = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$