

# ESERCIZI SULLE RELAZIONI D'EQUIVALENZA

23 ottobre 2007

## ESERCIZIO 1

Sia  $\rho$  la relazione su  $\mathbb{R}$  definita da

$$x \rho y \Leftrightarrow x^2 - y^2 = x - y.$$

Dimostrare che  $\rho$  è una relazione d'equivalenza. Calcolare la classe di equivalenza di un elemento  $x \in \mathbb{R}$ .

## ESERCIZIO 2

Si consideri la relazione  $R$  su  $\mathbb{Z}$  definita da

$$a R b \Leftrightarrow (a \geq 10 \wedge b \geq 10) \vee (a < 10 \wedge b = a + 3)$$

Dimostrare che l'equivalenza generata da  $R$  è la relazione universale su  $\mathbb{Z}$ . Determinare la chiusura transitiva di  $R$ .

## ESERCIZIO 3

Sia  $E$  un insieme e sia  $\rho$  una relazione riflessiva e transitiva su  $E$ .

1. Definiamo su  $E$  una relazione  $\sigma$  tale che

$$a \sigma b \Leftrightarrow a \rho b \text{ e } b \rho a.$$

Mostrare che  $\sigma$  è una relazione d'equivalenza.

2. Sull'insieme  $E/\sigma$  definiamo una relazione  $\bar{\rho}$  tale che:

$$[a]_{\sigma} \bar{\rho} [b]_{\sigma} \Leftrightarrow a \rho b.$$

Mostrare che  $\bar{\rho}$  è una relazione d'ordine.