Convezione

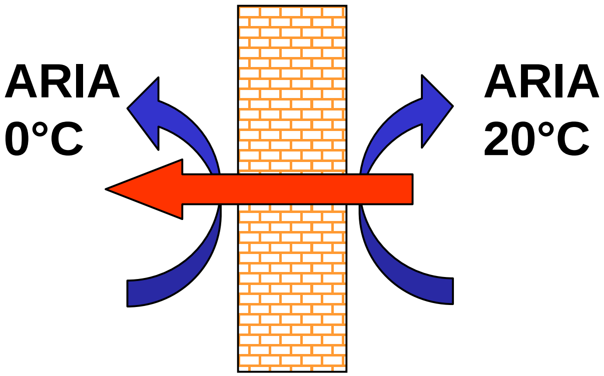
Trasporto di energia associato al moto macroscopico del sistema: è quindi un processo che si verifica tra la superficie di un corpo ed un fluido in moto relativo

Convezione forzata: il moto del fluido è imposto da un agente esterno

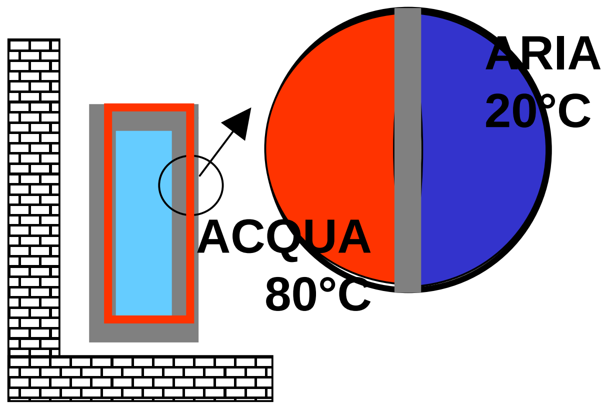
Convezione naturale: il moto del fluido è causato dal processo di trasmissione del calore

CONVEZIONE

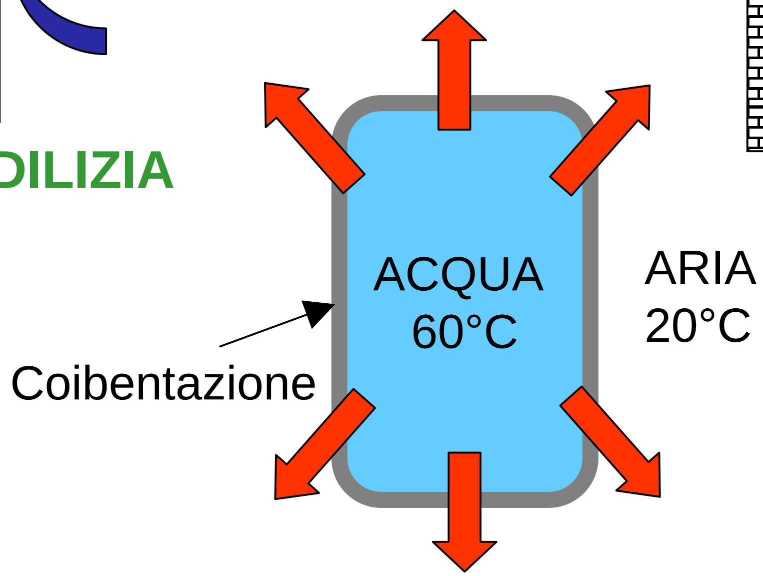
In una parete piana che separa due ambienti nei quali sono presenti due fluidi (ad esempio aria - aria, aria - acqua, acqua - acqua) la trasmissione del calore deve tenere conto non solo della conduzione, ma anche della **convezione**.



PARETE EDILIZIA



CORPO SCALDANTE

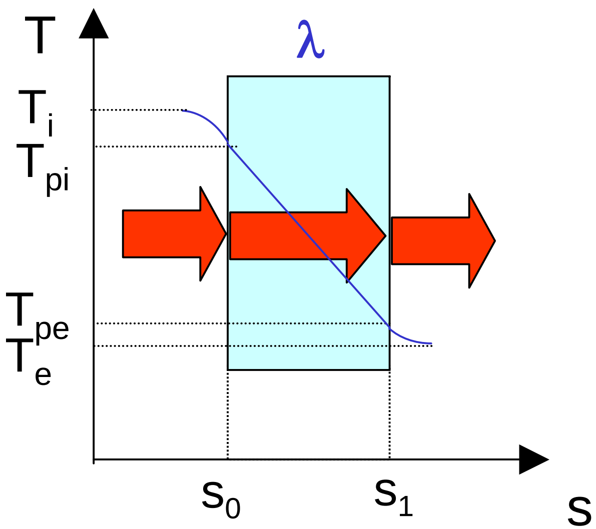


SERBATOIO DI
ACQUA CALDA

CONVEZIONE

In una parete edilizia è necessario eseguire una analisi completa della trasmissione del calore e quindi tenere conto che il calore si trasmette:

- per CONVEZIONE tra l'aria interna del locale e la superficie interna della parete
- per CONDUZIONE attraverso la parete costituita da uno o più strati
- per CONVEZIONE tra la faccia esterna della parete e l'aria esterna.



In una parete costituita da un solo strato le resistenze termiche non sono una, ma tre (2 per la conv. E 1 per la cond.).

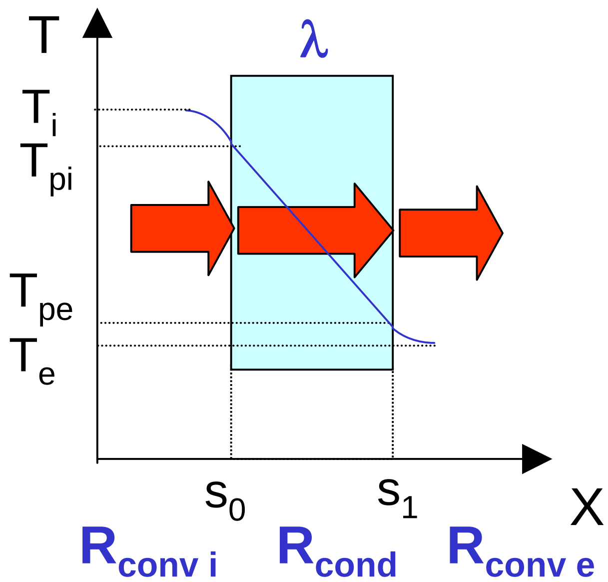
T_i = Temperatura interna

T_{pi} = Temperatura parete interna

T_{pe} = Temperatura parete esterna

T_e = Temperatura esterna

CONVEZIONE



$$R_{tot} = R_{conv.i} + R_{cond} + R_{conv.e}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{h_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}$$

$$\dot{Q}_{tot} = \frac{1}{R_{tot}} A(T_i - T_e)$$

TRASMITTANZA della PARETE

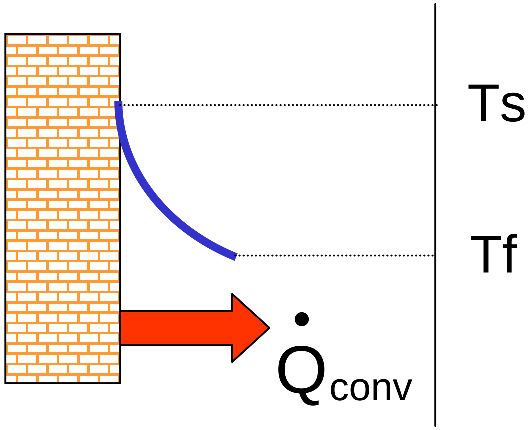
Le resistenze $R_{conv\ i}$ e $R_{conv\ e}$ si calcolano, noti i coefficienti conduttivi h_i e h_e dal loro reciproco.

L'analisi del fenomeno convettivo si riduce alla definizione di h_i e h_e.

CONVEZIONE

Consideriamo la parete di un corpo solido lambita da un fluido in moto. Se tra la temperatura della superficie del corpo Ts e quella del fluido Tf vi è una differenza tra parete e fluido si instaura un flusso di potenza termica secondo la già citata legge:

$$\dot{Q}_{conv} = h \cdot A \cdot (T_s - T_f)$$



dove h è un coefficiente di proporzionalità che prende il nome di coefficiente convettivo o conduttanza convettiva e dipende da:

- proprietà fisiche del fluido
- dinamica del flusso
- geometria della superficie della parete

Convezione naturale

gas	3 - 20 [W/m^{2}K]
liquidi	100 - 600 [W/m^{2}K]
acqua bollente	1000 - 20000 [W/m^{2}K]

Convezione forzata

gas	10 - 100 [W/m^{2}K]
fluidi viscosi	50 -500 [W/m^{2}K]
acqua	500 - 10000 [W/m^{2}K]

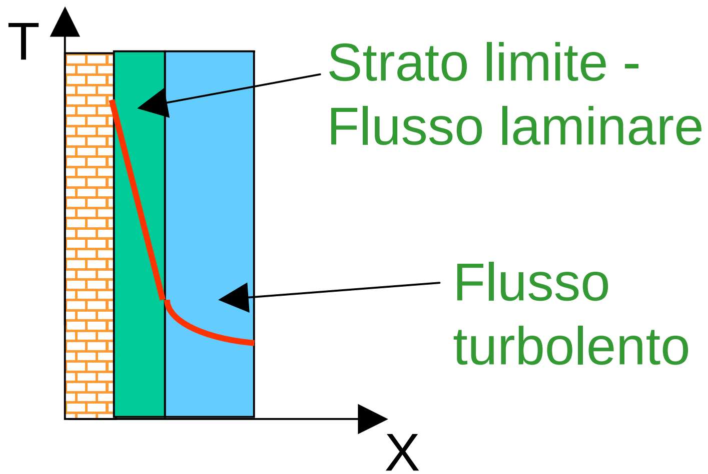
CONVEZIONE

La trasmissione del calore per convezione viene trattata diversamente secondo che questa sia forzata o naturale.

FORZATA: quando il moto del fluido è indotto da una azione di pompaggio esterna.

NATURALE: quando il moto del fluido è dovuto al trasporto di calore in atto.

Il flusso del fluido può essere laminare o turbolento. Nel primo caso, non essendovi rimescolamento, lo scambio di calore avviene per conduzione. Nel secondo caso si verifica, in prossimità della parete, una situazione come quella schematizzata



In prossimità della parete si incontra uno strato in moto laminare (strato limite) attraverso il quale il calore passa per conduzione.
Allontanandosi dalla parete si incontra il moto turbolento, forte rimescolamento del fluido ed elevato trasporto di calore.
La maggiore resistenza al passaggio di calore è offerta dallo strato limite.

CONVEZIONE FORZATA

NB: h non è una proprietà della materia

Il coefficiente h dipende:

- dalle caratteristiche del fluido: densità (ρ), viscosità (μ), calore specifico a pressione costante (c_p), conduttività (λ)
- dalle condizioni di moto del fluido (v)
- dalla geometria della parete: diametro equivalente (D)

$$h_f = h(\rho, \mu, c_p, \lambda, v, D)$$

Convezione

Legge di Newton $$J = h\left(T_s - T_f\right)$$

La soluzione del problema si riconduce alla valutazione del coefficente convettivo h

Convezione forzata

$$h = h\left(D, \rho, w, \mu, c_P, k\right)$$

Si hanno n= 7 grandezze fisiche (h, D, ρ, w, μ, c_P, k)
e m= 4 grandezze fondamentali (L, M, t, T)

Si dovrà avere un legame tra k= n- m = 3
gruppi adimensionali

Convezione forzata

$$\frac{hD}{k}$$

Numero di Nusselt

$$\frac{\rho D w}{\mu}$$

Numero di Reynolds

$$\frac{c_P \mu}{k}$$

Numero di Prandtl

Convezione naturale

$$h = h\left(D, \rho, g\beta\Delta T, \mu, c_P, k\right)$$

Si hanno n= 7 grandezze fisiche (h, D, ρ, $g\beta\Delta T$, μ, c_P, k)
e m= 4 grandezze fondamentali (L, M, t, T)

Si dovrà avere un legame tra k= n- m = 3 gruppi adimensionali

Convezione naturale

$$\frac{hD}{k}$$

Numero di Nusselt

$$\frac{\rho^2 g \beta \Delta T D^3}{\mu^2}$$

Numero di Grashoff

$$\frac{c_P \mu}{k}$$

Numero di Prandtl

Significato fisico dei gruppi adimensionali

Numero di Nusselt $$\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la potenza termica scambiata con moti macroscopici (convezione) e la potenza termica scambiata per conduzione nello strato limite

$$\mathrm{Nu} = \frac{h\Delta T}{\frac{k}{D}\Delta T}$$

Significato fisico dei gruppi adimensionali

Numero di Prandtl $$\mathrm{Pr} = \frac{c_P \mu}{k}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la viscosità cinematica ν (da cui dipende la diffusione della quantità di moto) e la diffusività termica del fluido a (da cui dipende la diffusione molecolare della potenza termica)

$$\mathrm{Pr} = \frac{\rho c_P}{k} \frac{\mu}{\rho} = \frac{\nu}{a}$$

Valori del numero di Prandtl

gas ideali	0.7
acqua	2-10
metalli liquidi	0.005-0.03

Significato fisico dei gruppi adimensionali

Numero di Reynolds $$Re = \frac{\rho w D}{\mu}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la risultante delle forze di inerzia e la risultante delle forze viscose

$$Re = \frac{\rho w \dfrac{dw}{dx}}{\mu \dfrac{d^2 w}{dx^2}} = \frac{f_{inerzia}}{f_{viscose}}$$

Moto in un condotto

(lunghezza caratteristica =D)

$Re_D < 2000$ moto laminare

$Re_D > 2500$ moto turbolento

R E Y N O L D S

C R I T I C O

Moto lungo una lastra piana

(lunghezza caratteristica = x)

$Re_x < 5*10^5$ moto laminare

$Re_x > 5*10^5$ moto turbolento

Moto attorno ad un cilindro

(lunghezza caratteristica = D)

$Re_D < 2*\ 10^5$ moto laminare

$Re_D > 2*\ 10^5$ moto turbolento

CONVEZIONE FORZATA

$$\frac{h_f D}{\lambda}$$

Numero di Nusselt (N_{NU}) si può ottenere dividendo il flusso di calore per convezione (hΔT) per il flusso di calore per conduzione (λ/D * ΔT); esso confronta i due sistemi di trasporto del calore.

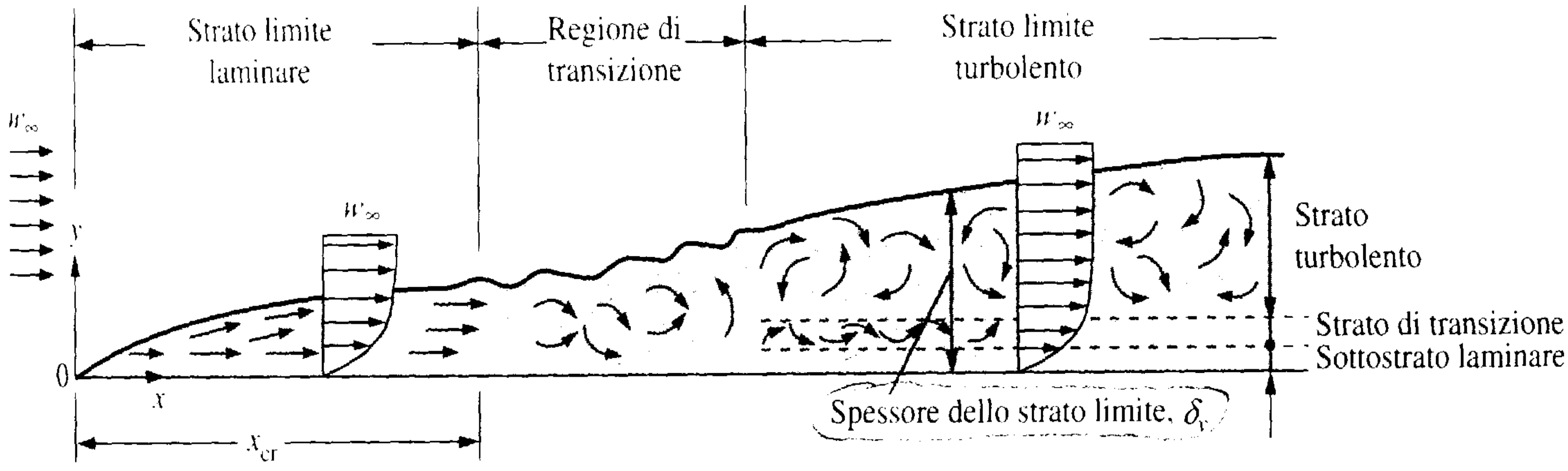
$$\frac{C_p \mu}{\lambda}$$

Numero di Prandtl (N_{PR}): si ottiene dividendo μ/ρ per $\lambda/\rho C_p$, ossia il coefficiente di diffusione della quantità di moto per il coefficiente di diffusione del calore; esso confronta le due diffusività molecolari.

$$\frac{\rho \upsilon D}{\mu}$$

Numero di Reynolds (N_{RE}): indica se il moto è in regime laminare o turbolento.

$$N_{NU} = \text{cost. } N_{RE}^{a}\, N_{PR}^{b}$$


Strato limite laminare
Regione di transizione
Strato limite turbolento
w_∞
w_∞
w_∞
y
0
x
x_{cr}
Strato turbolento
Strato di transizione
Sottostrato laminare
Spessore dello strato limite, δ_v

Significato fisico dei gruppi adimensionali

Numero di Grashoff $$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T D^3}{\mu^2}$$

Può essere interpretato come rapporto tra il prodotto delle forze di galleggiamento ed il quadrato della risultante delle forze viscose

$$Gr = \frac{(\rho g \beta \Delta T)\left(\rho w \frac{dw}{dx}\right)}{\left(\mu \frac{d^2 w}{dx^2}\right)^2} = \frac{f_{galleg} f_{inerzia}}{\left(f_{viscose}\right)^2}$$

Moto lungo una superficie verticale

(lunghezza caratteristica =L)

$Gr_L < 10^9$	moto laminare
$Gr_L > 10^9$	moto turbolento

Convezione forzata

Numero di Peclet $$\mathrm{Pe} = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{wD}{a}$$

Convezione naturale

Numero di Rayleigh $$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{g\beta\Delta T D^3}{a\nu}$$

FLUSSO ALL'INTERNO DI TUBI

w varia da un valore pari a zero sulla parete a un valore massimo sull'asse del tubo

T varia da un valore massimo sulla parete a un valore minimo sull'asse del tubo

La velocità media si determina col principio di conservazione della massa

$$\dot{m} = \rho w_m A_t \qquad A_t = \pi \frac{D^2}{4}$$

La temperatura media si determina col principio di conservazione dell'energia

$$\dot{E} = \dot{m} c_P T_m = \int_{\dot{m}} c_P T \delta \dot{m} = \int_{A_t} c_P T \left(\rho w dA_t \right)$$

Le condizioni termiche sulla superficie di un tubo possono essere approssimate con buona precisione ritenendo costante

la temperatura superficiale

$$T_s = \text{cost}$$

Oppure

Il flusso termico superficiale

$$\dot{q} = \text{cost}$$

$$\dot{q} = h\left(T_s - T_m\right)$$

Non possono essere contemporaneamente presenti ambedue le condizioni

$$\dot{q} = \text{cost}$$

$$\dot{Q} = \dot{q}_S\, A = \dot{m}\, c_P \left(T_u - T_i\right)$$

$$T_u = T_i + \frac{\dot{q}_S A}{\dot{m} c_P}$$

$$\dot{q} = h\left(T_S - T_m\right)$$

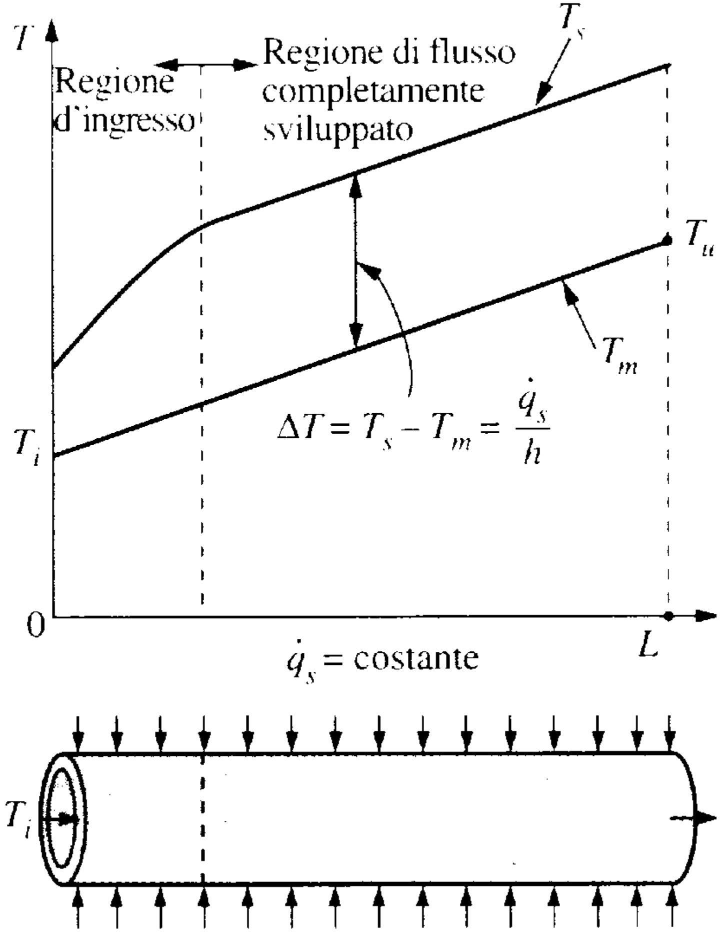


FIGURA 12.28
Variazione della temperatura della *superficie del tubo* e di quella *media del fluido* lungo un tubo nel caso di flusso termico superficiale costante.

$$\dot{Q} = hA\Delta T_{media} = hA(T_S - T_m)_{media}$$

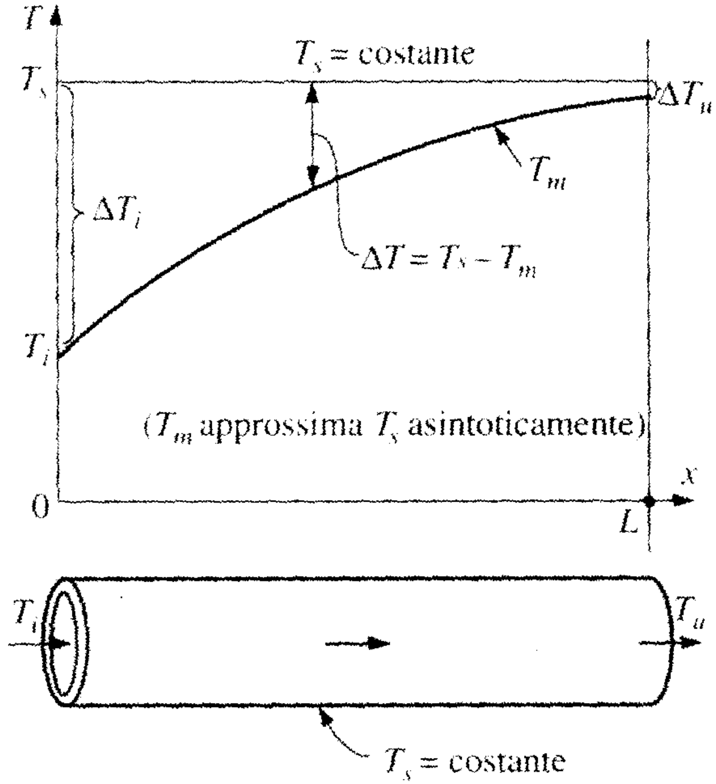
$$T_s = \text{cost}$$

$$\dot{m}\, c_P dT_m = h(T_S - T_m)dA$$

$$dA = pdx$$

$$dT_m = -d(T_s - T_m)$$

$$\frac{d(T_S - T_m)}{T_S - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m} c_P} dx$$



Integrando da x=0 (Tm=Ti)a x=L (Tm=Tu)

FIGURA 12.30
Variazione della temperatura *media del fluido* lungo un tubo nel caso di temperatura superficiale costante.

$$\ln \frac{T_S - T_u}{T_S - T_i} = -\frac{hA}{\dot{m} c_P}$$

$$T_u = T_S - (T_S - T_i)\, e^{-\frac{hA}{\dot{m} c_P}}$$

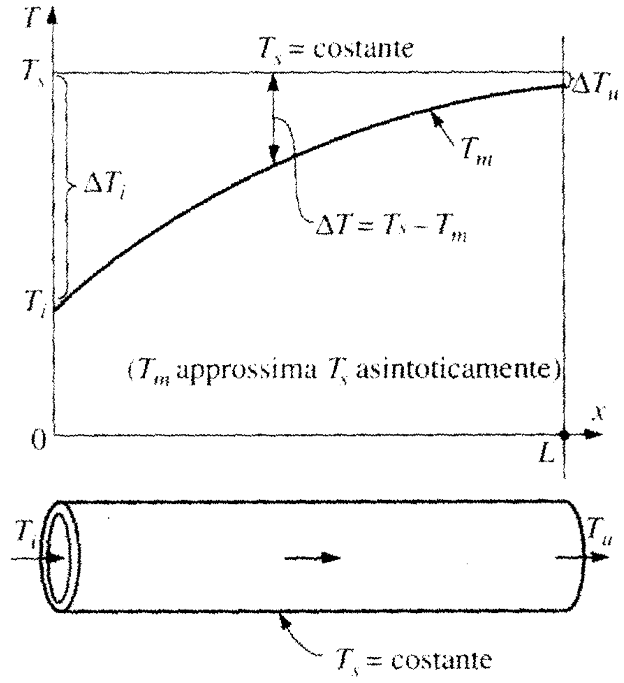


FIGURA 12.30
Variazione della temperatura *media del fluido* lungo un tubo nel caso di temperatura superficiale costante.

$$\dot{m} c_P = \frac{hA}{\ln \dfrac{T_S - T_u}{T_S - T_i}}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_u - T_i)$$

$$\dot{Q} = hA\Delta T_{\ln}$$

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_u - T_i}{\ln \dfrac{T_S - T_u}{T_S - T_i}} = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_u}{\Delta T_i}\right)}$$

Correlazioni di scambio termico

Dall'analisi dimensionale si deducono i gruppi adimensionali che consentono di descrivere compiutamente un fenomeno. Nel caso della convezione forzata e naturale si avranno pertanto:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right)$$ **Convezione forzata**

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}\left(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}\right)$$ **Convezione naturale**

la forma assunta da queste relazioni è ben approssimata da una forma monomia

$$Nu = A \cdot Re^{\alpha} \, Pr^{\beta}$$

Convezione forzata

$$Nu = B \cdot Gr^{\gamma} \, Pr^{\delta}$$

Convezione naturale

I coefficienti A, B, α, β, γ e δ devono essere determinati attraverso l'interpolazione di risultati di prove sperimentali

Convezione forzata in un condotto

$$J = h\left(T_p - T_f\right)$$

$$T_f = \frac{\int_A \rho w c_P T \, dA}{\int_A \rho w c_P \, dA}$$

Temperatura di miscelamento adiabatico

Convezione forzata o naturale in un corpo immerso

$$J = h\left(T_p - T_f\right)$$

$$T_f = T_\infty$$

Temperatura asintotica

Le proprietà termofisiche si possono valutare in condizioni differenti:

- alla temperatura di parete T_P
- alla temperatura di miscelamento adiabatico T_m
- alla temperatura di film T_{film}
- alla temperatura asintotica T_{oo}

$$T_{film} = \frac{T_P + T_\infty}{2}$$

Correlazioni di scambio termico

Convezione forzata (h_{locale})
moto sviluppato in un condotto circolare

$$Nu_D = 3.66$$ moto laminare con T_P= cost

$$Nu_D = 4.36$$ moto laminare con J= cost

$$Nu_D = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

n= 0.3 se il fluido si sta raffreddando
n= 0.4 se il fluido si sta riscaldando

moto turbolento
($Re > 10^4$ $0.7 < Pr < 160$)
Relazione di Dittus-Boelter

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico

Correlazioni di scambio termico

Convezione forzata (h_{locale})
moto sviluppato in un condotto circolare

$$Nu_D = 0.027\, Re^{0.8}\, Pr^{0.333} \left(\frac{\mu}{\mu_P} \right)^{0.14}$$

Relazione di Sieder-Tate

moto turbolento (Re> 10^4 0.7<Pr < 16700)

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico

Correlazioni di scambio termico

Convezione forzata (h_{medio})

moto attorno ad un cilindro

$$Nu_D = C\, Re^m\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

Relazione di Hilpert

Re	*C*	*m*
0.4-4	0.989	0.330
4-40	0.911	0.385
40-4000	0.683	0.466
4000-40000	0.193	0.618
40000-400000	0.027	0.805

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

Valori del coefficiente convettivo

gas stagnante	5-50 W/m^2K
acqua stagnante	100 W/m^2K
gas in moto	50-1000 W/m^2K
olio minerale	50-3000 W/m^2K
acqua in moto	200-10000 W/m^2K
acqua in ebollizione o condensazione	1000-100000 W/m^2K
metalli liquidi	10000-100000 W/m^2K

Correlazioni di scambio termico

Convezione naturale (h_{medio}) parete piana verticale

$$Nu_L = 0.59 Ra^{0.25}$$ moto laminare $Ra < 10^9$

$$Nu_L = 0.10 Ra^{0.33}$$ moto turbolento $Ra > 10^9$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

Correlazioni di scambio termico

Convezione naturale (h_{medio})
cilindro indefinito orizzontale

$$Nu_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

Relazione di Churchill-Chu

$10^{-5} < Ra < 10^{12}$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

CONVEZIONE NATURALE

Il coefficiente h dipende:

- dalle caratteristiche del fluido: come nel caso precedente, ma in più: il coefficiente di dilatazione isobara α da cui dipende il cambiamento di densità
- dalle condizioni di moto del fluido: queste, non essendo più il moto imposto dipendono ancora da α, dalla densità media ρ, dalla differenza di temperatura tra parete e fluido e dall'accelerazione di gravità, ossia da $\rho g \alpha (Tp-Tf)$
- dalla geometria della parete: come nel caso precedente ma con la necessità di conoscere la posizione della parete rispetto al campo gravitazionale.

CONVEZIONE NATURALE

Applicando l'analisi dimensionale, si ottiene:

$$\frac{hD}{\lambda} = \cos t. \left(\frac{D^3 \rho \left(\rho g \alpha \left(T_p - T_f \right) \right)}{\mu^2} \right)^c \cdot \left(\frac{C_p \mu}{\lambda} \right)^d$$

Numero di Nusselt N_{NU}

Numero di Grashof N_{gr}

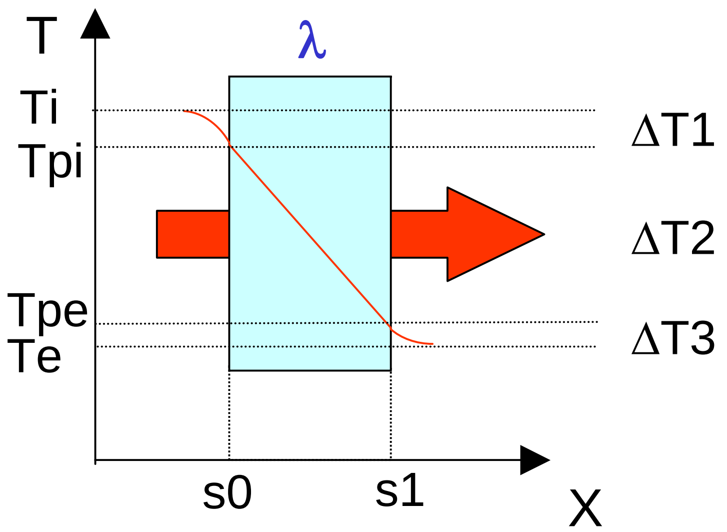
Numero di Prandtl N_{PR}

N_{GR} è un indice del contributo dei moti convettivi allo scambio termico. D è una dimensione lineare caratteristica del corpo.

Anche in questo caso la relazione generale può essere semplificata:

$$\mathbf{N_{NU} = cost.\ N_{GR}^{\,c}\ N_{PR}^{\,d}}$$

IL CALCOLO DEL PROFILO DELLE TEMPERATURE



Il flusso di calore è dato da:

$$\Phi = k \cdot (T_i - T_e)$$

Ma anche dalle relazioni:

$$\Phi = h_i \cdot (T_i - T_{Pi})$$

$$\Phi = \frac{\lambda}{s} \cdot (T_{Pi} - T_{Pe})$$

$$\Phi = h_e \cdot (T_{Pe} - T_e)$$

Eguagliando i flussi si ottiene che:

$$(T_i - T_{Pi}) = \frac{k \cdot (T_i - T_e)}{h_i} = \Delta T1$$

$$(T_{Pi} - T_{Pe}) = \frac{k \cdot (T_i - T_e)}{\frac{\lambda}{s}} = \Delta T2$$

$$(T_{Pe} - T_e) = \frac{k \cdot (T_i - T_e)}{h_e} = \Delta T3$$

Applicando lo stesso metodo si possono calcolare i profili delle temperature di pareti con più strati