

<b>Equazioni Differenziali Ordinarie</b>	<b>Secondo appello</b>	<b>26 luglio 2006</b>
<b>Cognome</b>	<b>Nome</b>	<b>Firma</b>
<b>Proff. Arioli, Rossi, Vegni</b>	<b>Matricola</b>	<b>Sezione INF</b>

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto

**Esercizio 1** Dato il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' &= -y + x(25 - x^2 - y^2) \\ y' &= x + y(25 - x^2 - y^2) \end{cases}$$

- (1) Scrivere il sistema in coordinate polari.
- (2) Mostrare l'esistenza di un ciclo limite.
- (3) È possibile determinare l'esistenza di un ciclo limite anche per il sistema seguente?

$$\begin{cases} x' &= -y + x(25 - x^2 - 9y^2) \\ y' &= x + y(25 - x^2 - 9y^2) \end{cases}$$

<b>Equazioni Differenziali Ordinarie</b>	<b>Secondo appello</b>	<b>26 luglio 2006</b>
<b>Cognome</b>	<b>Nome</b>	<b>Firma</b>
<b>Proff. Arioli, Rossi, Vegni</b>	<b>Matricola</b>	<b>Sezione INF</b>

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto

**Esercizio 2** Studiare qualitativamente l'equazione differenziale ordinaria

$$y' = (e^{2-y^2} - 1)t^3.$$

In particolare:

- (1) Trovare eventuali soluzioni costanti.
- (2) Determinare se sono soddisfatte le ipotesi dei teoremi di esistenza e unicità in piccolo e in grande.
- (3) Disegnare il campo delle direzioni e tracciare alcune soluzioni significative.
- (4) Esistono soluzioni che presentano asintoti orizzontali?
- (5) Stabilire se, in alcuni casi, è possibile garantire l'esistenza globale di soluzioni senza utilizzare il teorema di esistenza in grande.

<b>Equazioni Differenziali Ordinarie</b>	<b>Secondo appello</b>	<b>26 luglio 2006</b>
<b>Cognome</b>	<b>Nome</b>	<b>Firma</b>
<b>Proff. Arioli, Rossi, Vegni</b>	<b>Matricola</b>	<b>Sezione INF</b>

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto

**Esercizio 3** Dato il sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' &= -4x - 4y + z \\ y' &= 8x + 8y - 3z \\ z' &= 8x + 8y - 4z \end{cases}$$

- (1) Data una matrice quadrata  $A$ , definire  $e^A$ .
- (2) Calcolare la matrice esponenziale associata al sistema dato utilizzando la definizione.
- (3) Scrivere l'integrale generale del sistema.
- (4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy con dato iniziale  $x(1) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ,  $z(1) = 1$ .

<b>Equazioni Differenziali Ordinarie</b>	<b>Secondo appello</b>	<b>26 luglio 2006</b>
<b>Cognome</b>	<b>Nome</b>	<b>Firma</b>
<b>Proff. Arioli, Rossi, Vegni</b>	<b>Matricola</b>	<b>Sezione INF</b>

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto

**Esercizio 4** Dato il sistema dinamico discreto

$$x_{n+1} = \alpha \arctan(x_n) :$$

- (1) Stabilire al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  se esistono soluzioni stazionarie.
- (2) Determinare la stabilità delle soluzioni stazionarie al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- (3) Studiare con il diagramma a gradino la soluzione del sistema con  $\alpha = \frac{1}{2}$  e dato iniziale  $x_0 = 10$ .