

# IRRAGGIAMENTO

E' il trasferimento di energia che avviene attraverso onde elettromagnetiche (o fotoni) prodotte da variazioni nelle configurazioni elettroniche degli atomi e delle molecole.

- La radiazione si propaga nel vuoto o in un mezzo di trasmissione trasparente alla radiazione.
- Nel 1887 H. Hertz dimostrò sperimentalmente l'esistenza delle onde elettromagnetiche in grado di trasportare energia.
- Le onde elettromagnetiche viaggiano alla velocità della luce e sono caratterizzate dalla **frequenza  $\nu$**  e dalla **lunghezza d'onda  $\lambda$** , proprietà legate dalla relazione:  $\lambda = c/\nu$ , dove  $c$  è la velocità della luce nel mezzo di trasmissione.

L'unità di misura della lunghezza d'onda è il micrometro ( $\mu\text{m}$ ) dove:

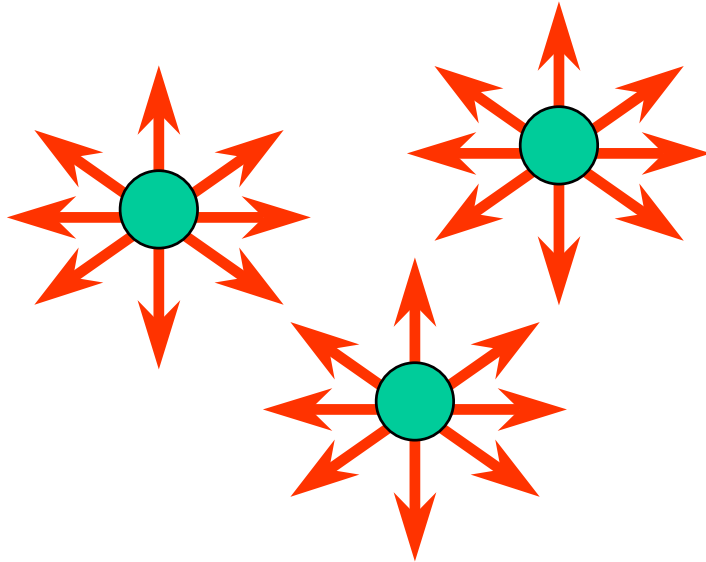
$$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$$

Al contrario della lunghezza d'onda e della velocità di propagazione, la frequenza di un'onda elettromagnetica dipende solo dalla sorgente ed è indipendente dal mezzo attraverso cui si propaga.

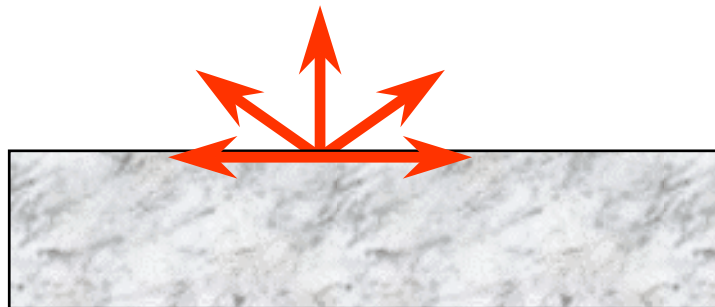
(frequenza = numero di oscillazioni al secondo)

# Irraggiamento

Fenomeno volumetrico= gas, vetro, mezzi trasparenti



Fenomeno superficiale= solidi, mezzi non trasparenti



# Trasferimento di energia dovuto ad una differenza di temperatura (trasmissione del calore)

La radiazione può essere interpretata come:

- propagazione di onde elettromagnetiche
- propagazione di quanti di energia (fotoni)

frequenza:  $\nu$

lunghezza d'onda:  $\lambda$

velocità di propagazione dell'onda

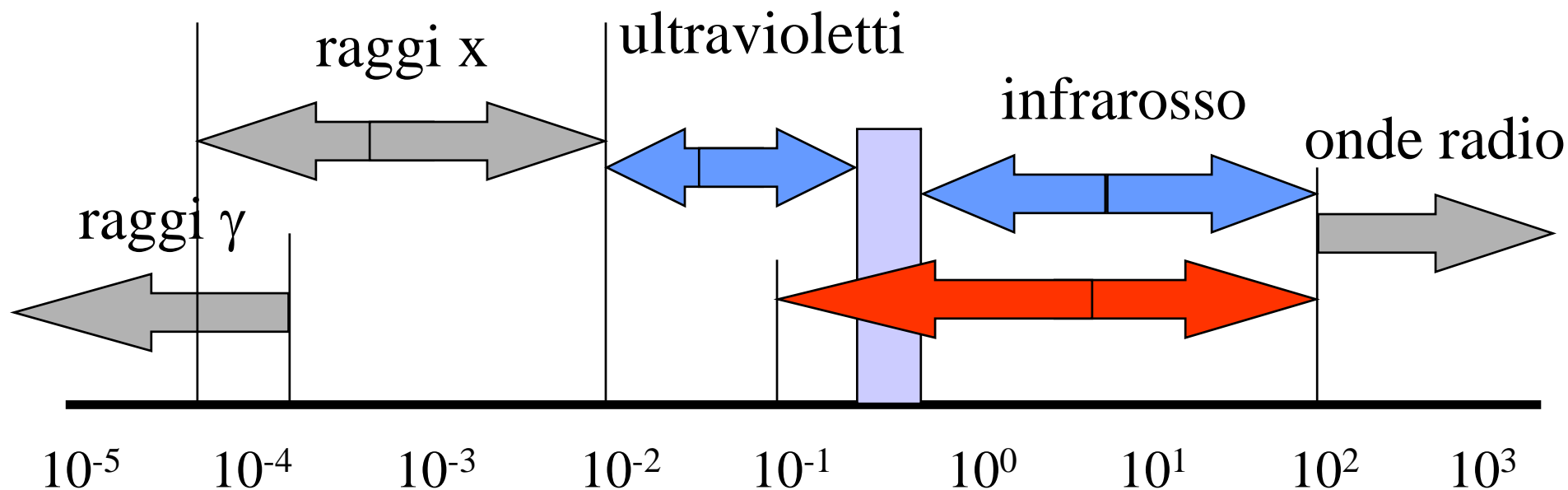
elettromagnetica in un mezzo con

indice di rifrazione  $n$ :  $\bar{c}$

velocità della luce nel vuoto:  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

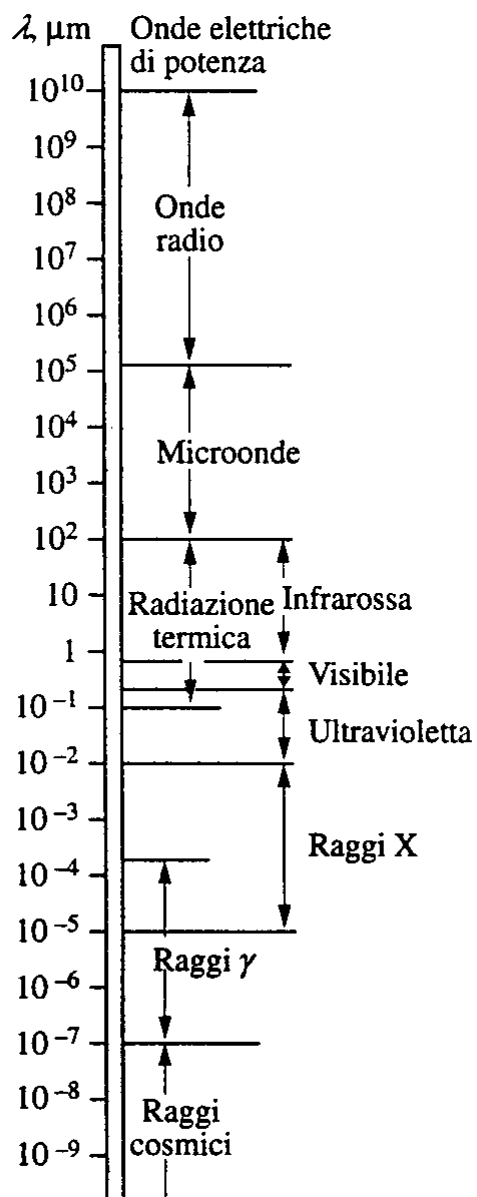
$$\bar{c} = \frac{c}{n}$$



**radiazione termica**

visibile  $0.4 < \lambda < 0.7 \mu\text{m}$

# RADIAZIONE TERMICA

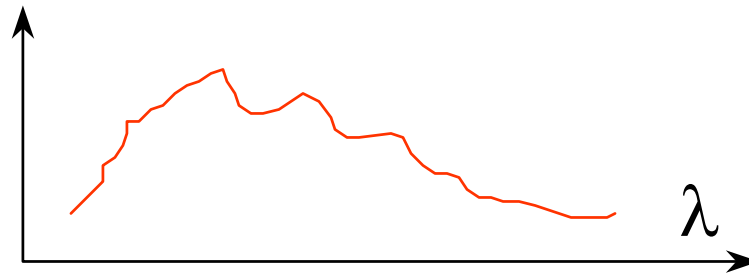


La radiazione termica ovvero l'emissione di onde elettromagnetiche è dovuta ai moti vibratori e rotatori delle molecole, atomi ed elettroni che compongono le diverse sostanze.

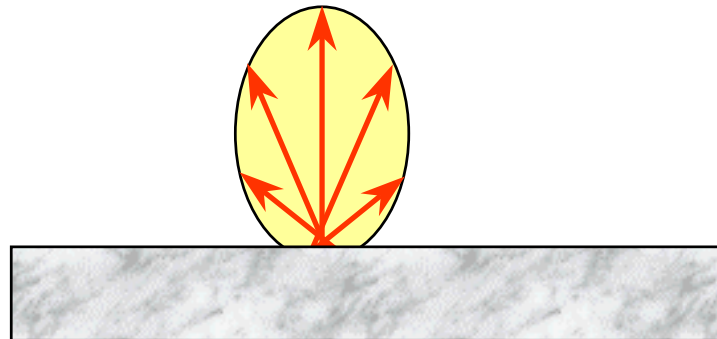
Poiché la temperatura è una misura della intensità di questi processi, all'aumentare della temperatura aumenta l'emissione di radiazione termica. La radiazione termica è emessa continuamente da tutta la materia che si trova a temperatura superiore allo zero assoluto.

# Principali caratteristiche della radiazione termica

La radiazione termica ha una distribuzione spettrale



La radiazione termica ha una distribuzione direzionale



# RADIAZIONE TERMICA

La radiazione termica occupa la parte dello spettro elettromagnetico che va da circa 0,1 a 100  $\mu\text{m}$ . La radiazione termica include quindi l'intera radiazione visibile ed infrarossa (IR) e parte della radiazione ultravioletta (UV)

**LUCE** Parte visibile dello spettro elettromagnetico compresa tra 0,4 e 0,76  $\mu\text{m}$

Violetto: 0,40 - 0,44  $\mu\text{m}$

Blu: 0,44 - 0,49  $\mu\text{m}$

Verde: 0,49 - 0,54  $\mu\text{m}$

Giallo: 0,54 - 0,60  $\mu\text{m}$

Arancio: 0,60 - 0,63  $\mu\text{m}$

Rosso: 0,63 - 0,76  $\mu\text{m}$

Il colore di una superficie dipende dalla sua attitudine a riflettere determinate lunghezze d'onda.

Ad esempio una superficie appare rossa se riflette radiazioni nel campo di lunghezze d'onda comprese tra 0,63 e 0,76  $\mu\text{m}$

BIANCA: Superficie che riflette tutta la luce incidente

NERA: Superficie che assorbe tutta la luce incidente

Un corpo che emette radiazione nel campo visibile è detto **SORGENTE DI LUCE**.

La **radiazione solare** è compresa quasi tutta nella banda di lunghezza compresa tra 0,1 e 3  $\mu\text{m}$ , quindi è quasi per metà luce (visibile) e per la parte rimanente radiazione ultravioletta e infrarossa.

# RADIAZIONE TERMICA

**RADIAZIONE INFRAROSSA:** E' la radiazione emessa dai corpi che si trovano a bassa temperatura, nello spettro che va da 0,76 a 100  $\mu\text{m}$ . Solo a temperature superiori a 800 K i corpi iniziano ad emettere radiazione visibile in quantità apprezzabili. Nella lampadina ad incandescenza il filamento di tungsteno per diventare luminoso, deve essere riscaldato a 2000 K.

**RADIAZIONE ULTRAVIOLETTA:** E' la radiazione che occupa il campo delle basse lunghezze d'onda dello spettro di radiazione termica (0,01 - 0,40  $\mu\text{m}$ ).

- I raggi ultravioletti sono da evitare perché dannosi ai microrganismi, agli esseri umani e agli altri organismi viventi.
- Circa il 12% della radiazione solare al di fuori dell'atmosfera è nel campo ultravioletto e sarebbe devastante se raggiungesse la terra.
- Lo strato di ozono ( $\text{O}_3$ ) nell'atmosfera fa da scudo protettivo assorbendo la maggior parte della radiazione ultravioletta extra atmosferica.
- La relativamente recente scoperta di "buchi" nello strato di ozono hanno costretto la comunità internazionale a bandire l'uso di sostanze chimiche che distruggono l'ozono (CFC refrigerante freon 12, ecc.)

Nello studio della trasmissione del calore, poiché interessa l'energia emessa dai corpi a causa della loro temperatura si considera solo la radiazione termica che è detta semplicemente

## IRRAGGIAMENTO



# LA RADIAZIONE DI UN CORPO NERO

Un corpo nero è un perfetto emettitore di radiazione poiché emette la massima radiazione ad ogni temperatura e lunghezza d'onda e assorbe tutta la radiazione incidente indipendentemente da direzione e lunghezza d'onda.

La potenza radiante totale emessa da un corpo nero per unità di area superficiale, detta potere emissivo del corpo nero, è espressa dalla relazione di Stefan - Boltzmann:

$$E_n = \sigma T^4 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

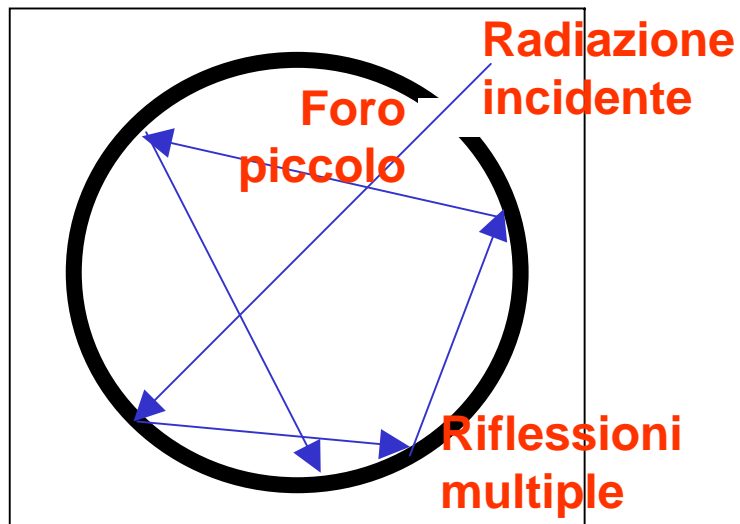
dove  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  è la costante di Stefan Boltzmann

Il potere emissivo del corpo nero è proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta.

# LA RADIAZIONE DI UN CORPO NERO

Poiché la radiazione visibile occupa una banda molto stretta dello spettro, da 0,4 a 0,76  $\mu\text{m}$ , non si può giudicare se una superficie approssima il comportamento del corpo nero sulla base della sola osservazione visiva.

Un corpo che approssima il comportamento del nero è una grande cavità con una piccola apertura.



L'energia che giunge sull'apertura entra nella cavità. Se le pareti di questa non sono nere, un raggio incidente verrà in parte assorbito e in parte riflesso. Attraverso riflessioni multiple, la frazione riflessa si attenuerà, sicché tutta l'energia verrà assorbita, salvo una quantità inapprezzabile.

## Potere emissivo monocromatico o spettrale del corpo nero

Il **potere emissivo monocromatico o spettrale** del corpo nero fornisce la potenza emessa, in funzione della temperatura e della lunghezza d'onda e si definisce come:

**La potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta  $T$  per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intorno della lunghezza d'onda  $\lambda$ .**

## Potere emissivo monocromatico o spettrale del corpo nero

Il potere emissivo monocromatico può essere calcolato con la relazione nota come **LEGGE DELLA DISTRIBUZIONE DI PLANCK**

$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} [W/m^2 \cdot \mu m]$$

dove :

$$C_1 = 3,742 [W \cdot \mu m^4 / m^2]$$

$$C_2 = 1,439 \cdot 10^4 [\mu m \cdot K]$$

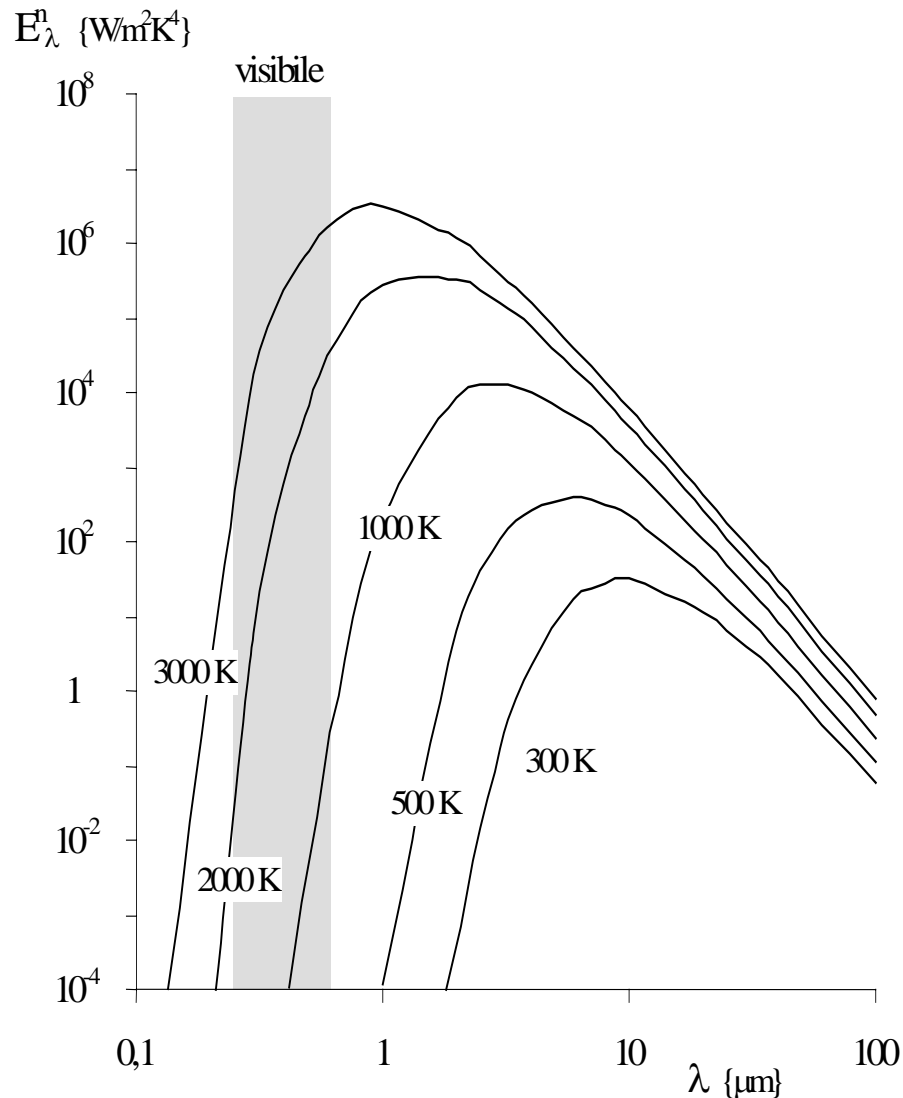
T = temperatura assoluta [K]

$\lambda$  = lunghezza d'onda della radiazione emessa

L'integrale della potenza radiante emessa per  $\lambda$  da zero a infinito definisce ovviamente il potere emissivo del corpo nero alla temperatura T:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{n\lambda}(T) = E_n = \sigma T^4$$

# Variazione del potere emissivo di un corpo nero in funzione di T

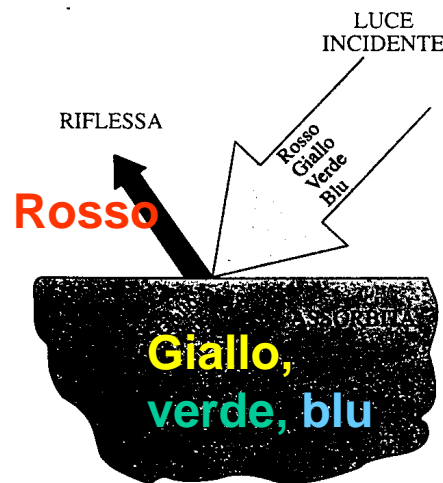


- La radiazione emessa è funzione continua della lunghezza d'onda
- Fissata la lunghezza d'onda, la radiazione emessa aumenta all'aumentare della temperatura
- All'aumentare della temperatura le curve diventano più ripide e si spostano a sinistra nella zona delle lunghezze d'onda più corte
- La radiazione emessa dal sole, considerato un corpo nero a circa 5800K, raggiunge il suo picco nella zona visibile
- Superfici a  $T < 800 \text{ K}$  emettono invece quasi interamente nella regione infrarossa e perciò non sono visibili.

# LEGGE DELLO SPOSTAMENTO DI WIEN

Osservando il grafico precedente si osserva che i picchi corrispondenti al massimo valore di  $E_{n\lambda}$  delle diverse temperature giacciono in una curva (tratteggiata). La lunghezza d'onda alla quale si verificano i picchi delle curve è data dalla **legge dello spostamento o legge di Wien**:

$$(\lambda T)_{\text{max potenza}} = 2897,8 [\mu\text{mK}]$$



Il colore di un oggetto non è legato alla emissione che avviene principalmente nella regione dell'infrarosso, ma dipende dalle caratteristiche di assorbimento e riflessione della radiazione visibile incidente proveniente da una sorgente di luce come il sole o una lampada a incandescenza.

Una superficie che riflette il rosso assorbendo la parte rimanente della luce, appare rossa all'occhio.

## EMISSIVITA'

Si definisce **emissività** di una superficie il rapporto tra la radiazione emessa dalla superficie stessa e la radiazione del corpo nero alla medesima temperatura.

Superficie reale:  $0 < \varepsilon < 1$

Corpo nero:  $\varepsilon = 1$

L'emissività di una superficie reale varia con la temperatura della superficie, la lunghezza d'onda e la direzione della radiazione emessa.

L'emissività emisferica totale  $\varepsilon$  di una superficie è l'emissività media in tutte le direzioni e per tutte le lunghezze d'onda e si esprime con la relazione:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4}$$

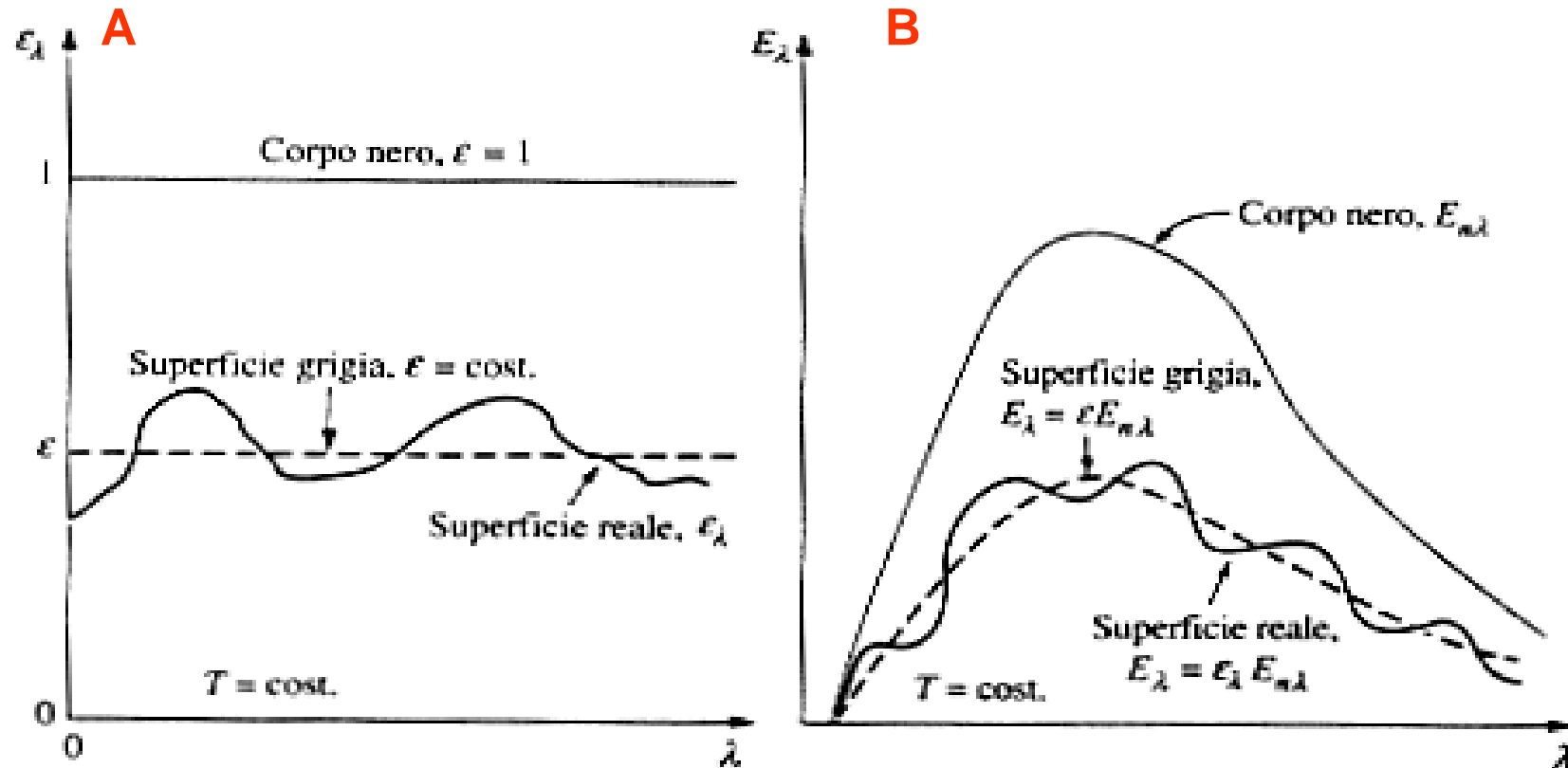
dove  $E(T)$  è il potere emissivo totale che può anche essere espresso dalla relazione:

$$E(T) = \varepsilon(T) \cdot \sigma T^4 [W / m^2]$$

L'emissività monocromatica è data dalla relazione, dove  $E_\lambda(T)$  è il potere emissivo monocromatico della superficie reale:

$$\varepsilon_\lambda(T) = \frac{E_\lambda(T)}{E_{n\lambda}(T)}$$

# EMISSIVITA'



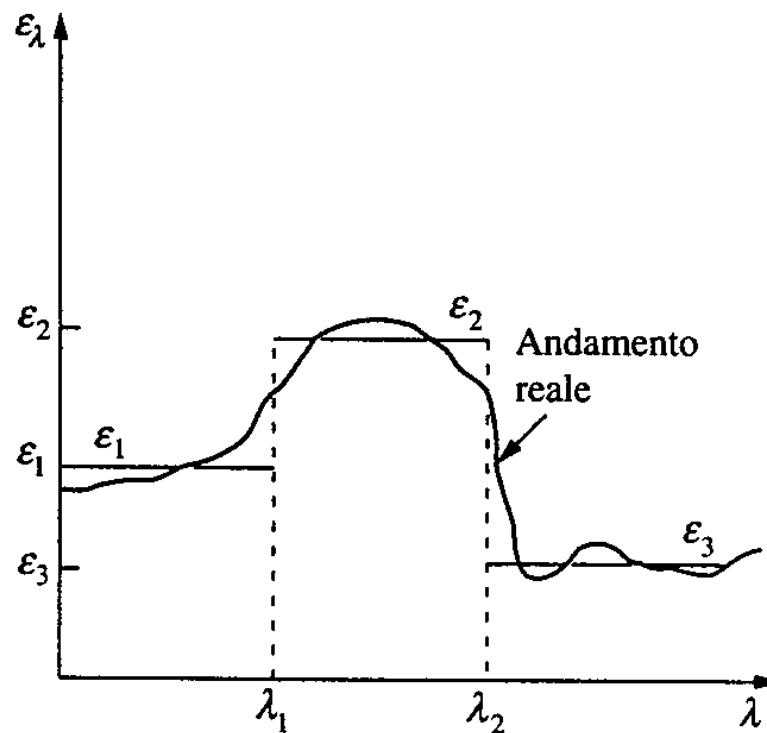
Confronto dell'emissività (A) e del potere emissivo (B) di una superficie reale con quella di una superficie grigia e del corpo nero alla stessa temperatura.



# EMISSIVITA'

**SUPERFICIE DIFFONDENTE:** Le sue proprietà risultano indipendenti dalla direzione

**SUPERFICIE GRIGIA:** Le sue proprietà risultano indipendenti dalla lunghezza d'onda.

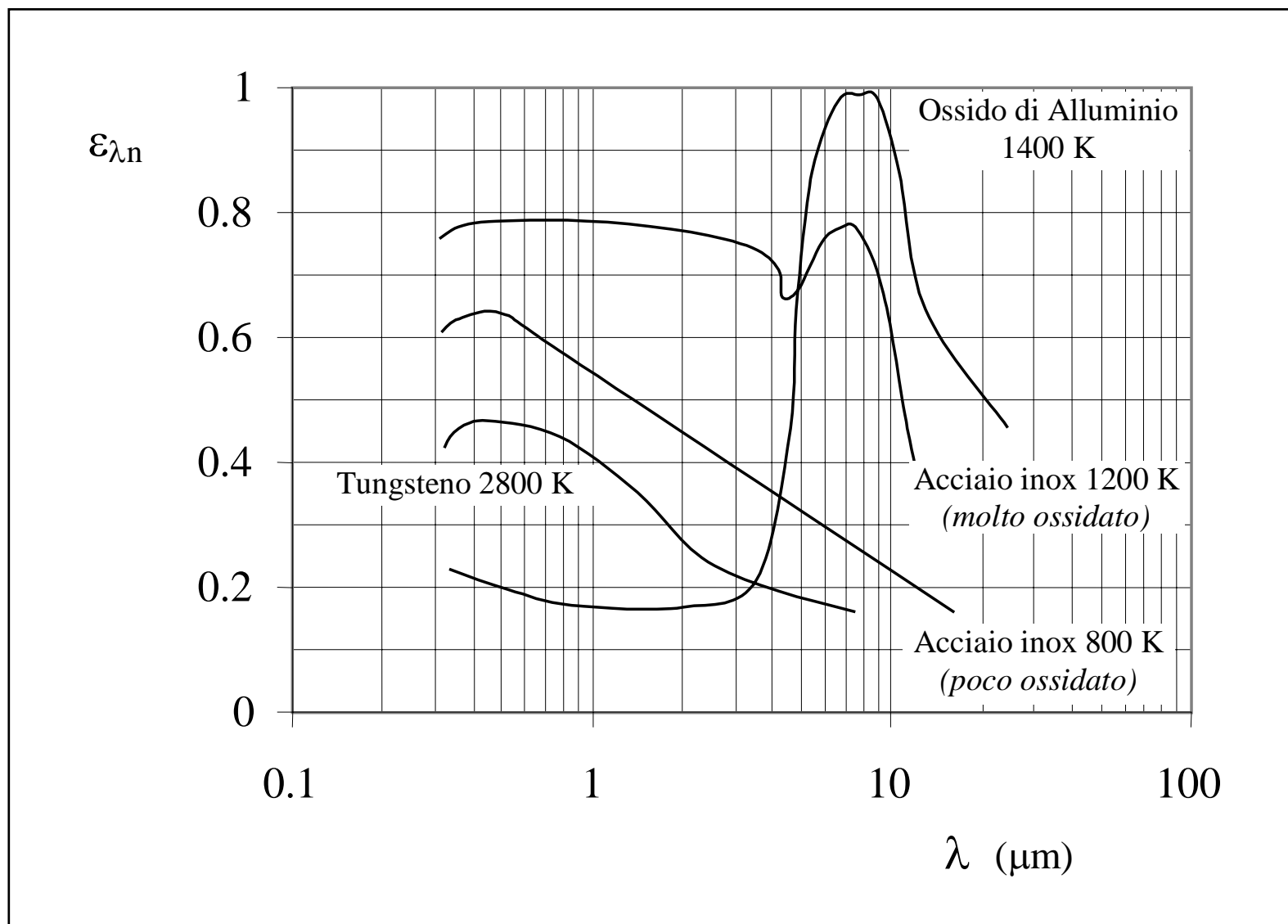


**Approssimazione con una funzione a gradino della variazione dell'emissività con la lunghezza d'onda**

# Emissività di superfici reali

Metallo lappato	0.01-0.02
Metallo lucidato	0.05 0.13
Metallo	0.1-0.4
Metallo ossidato	0.22-0.7
Ceramica	0.4-0.8
Grafite	0.75-0.95
Vetro	0.8-0.95
Acqua, pelle	0.9-0.97
Vernice speciale	0.92-0.99

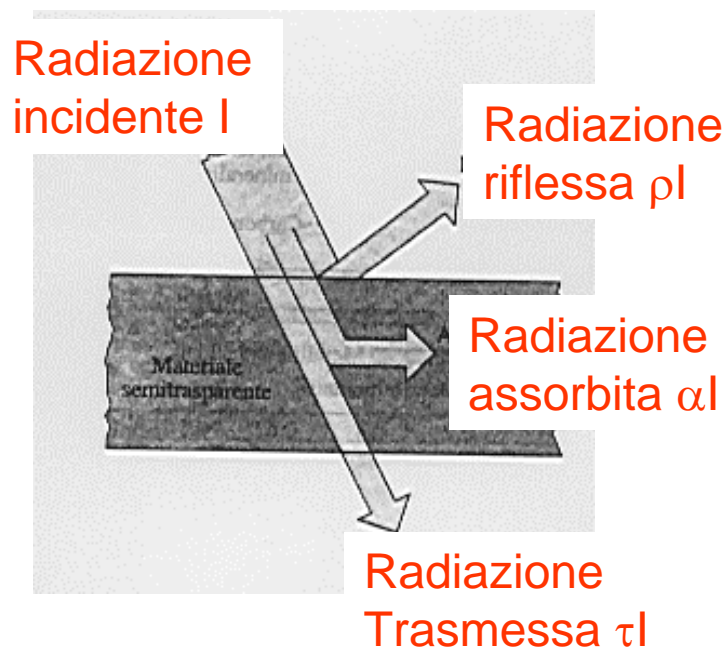
# Emissività di superfici reali



# I COEFFICIENTI DI ASSORBIMENTO, RIFLESSIONE, TRASMISSIONE

Tutti i corpi emettono continuamente radiazione in relazione alla loro emissività.

Quando la radiazione colpisce una superficie, parte di essa è **ASSORBITA**, parte è **RIFLESSA** e la restante parte, se c'è, viene **TRASMESSA**



**Coefficiente di assorbimento**

$$\alpha = \frac{I_{\text{assorbita}}}{I_{\text{incidente}}} = \frac{I_{\text{ass}}}{I}$$

**Coefficiente di riflessione**

$$\rho = \frac{I_{\text{riflessa}}}{I_{\text{incidente}}} = \frac{I_{\text{rifl}}}{I}$$

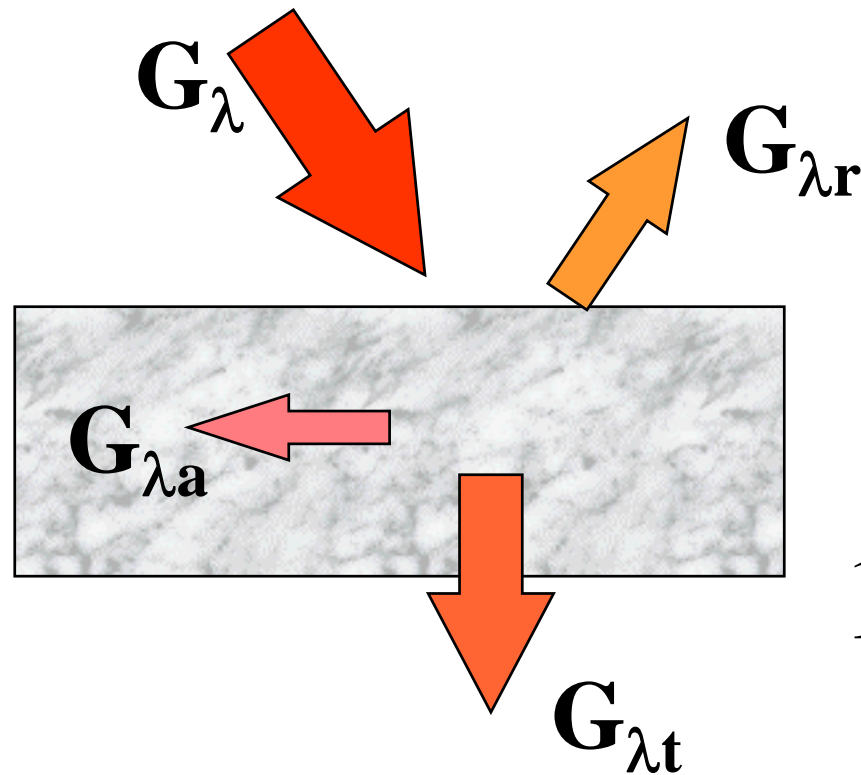
**Coefficiente di trasmissione**

$$\tau = \frac{I_{\text{trasmessa}}}{I_{\text{incidente}}} = \frac{I_{\text{tras}}}{I}$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad \text{con } \alpha, \rho, \tau < 1$$

$$\alpha + \rho = 1 \quad \text{per le superfici opache}$$

per una generica superficie sarà:



$$G_\lambda = G_{\lambda r} + G_{\lambda t} + G_{\lambda a}$$

$$1 = \frac{G_{\lambda r}}{G_\lambda} + \frac{G_{\lambda t}}{G_\lambda} + \frac{G_{\lambda a}}{G_\lambda}$$

$$1 = \rho_\lambda + \tau_\lambda + a_\lambda$$

$$\tau_{\lambda} = 0$$

corpo opaco

$$1 = \rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda}$$

$$\tau_{\lambda} = 1$$

corpo trasparente

$$\rho_{\lambda} = \alpha_{\lambda} = 0$$

$$\rho_{\lambda} = 1$$

superficie speculare

$$\tau_{\lambda} = \alpha_{\lambda} = 0$$

# Coefficiente di emissione (emissività) e di assorbimento emisferico totale

## LEGGE DI KIRCHOFF

1) Corpo grigio

*il coefficiente di emissione (e di assorbimento)  
emisferico monocromatico non dipende dalla  
lunghezza d'onda della radiazione emessa*

$$\varepsilon = \alpha$$

Questa relazione vale se la temperatura della superficie è uguale alla temperatura della sorgente di radiazione e non va utilizzata se la differenza di temperatura è superiore al centinaio di gradi

Nel trattare lo scambio termico per irraggiamento tra superfici si riterranno sempre valide le seguenti ipotesi:

radiatori diffusi

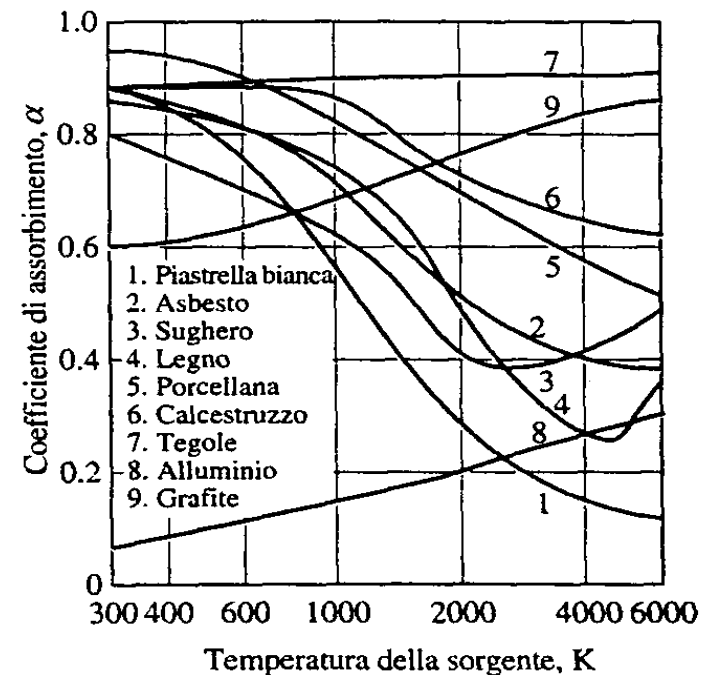
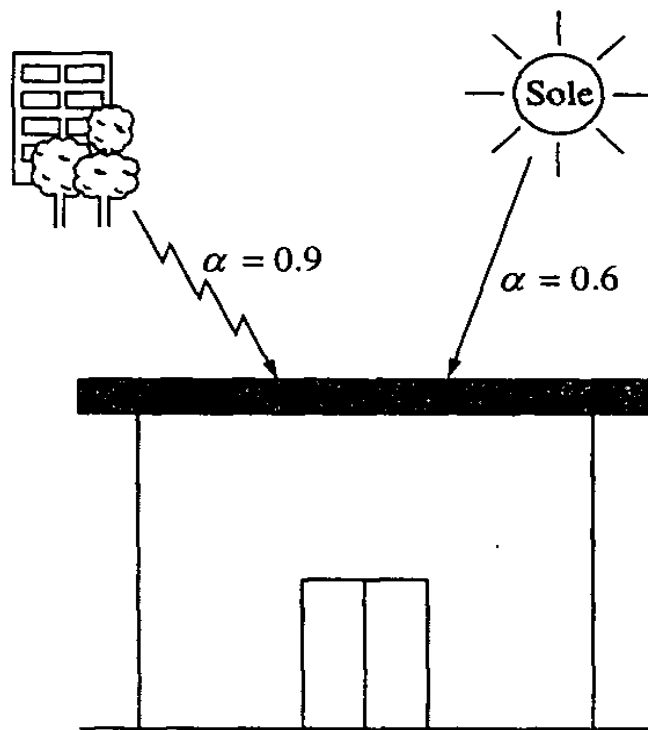
radiazione incidente diffusa

corpi neri o grigi



# COEFFICIENTE DI ASSORBIMENTO

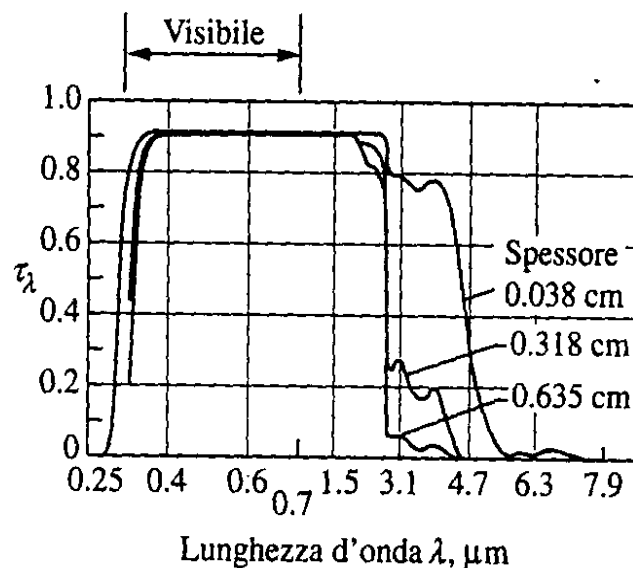
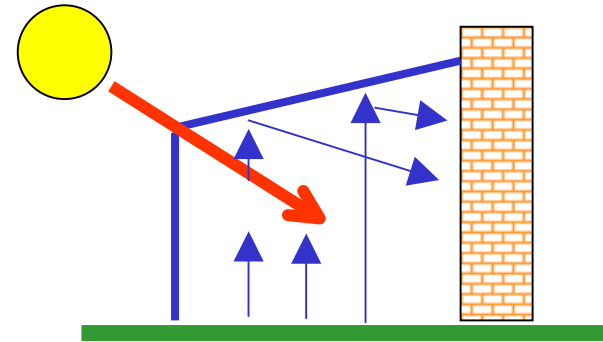
Contrariamente all'emissività, il coefficiente di assorbimento di un materiale risulta praticamente indipendente dalla temperatura della superficie, ma dipendente dalla temperatura della sorgente



Il coefficiente di assorbimento di un tetto in cemento di un edificio è circa 0,6 per la radiazione solare (5762 K) e 0,9 per radiazioni provenienti da alberi e edifici circostanti.

# COEFFICIENTE DI TRASMISSIONE - L'EFFETTO SERRA

All'interno di una serra, in presenza di una radiazione solare diretta, in inverno si raggiungono delle temperature superiori rispetto a quelle dell'ambiente esterno. La serra si comporta come una trappola di calore



La spiegazione di questo fenomeno, meglio noto come "effetto serra", sta nell'andamento della curva del coefficiente di trasmissione del vetro. Il vetro trasmette il 90% di radiazione nel campo del visibile e risulta praticamente opaco alla radiazione nella regione infrarossa dello spettro elettromagnetico ( $\lambda > 3 \mu\text{m}$ ). L'effetto serra si verifica pure su scala più vasta sulla terra

# LA RADIAZIONE SOLARE E ATMOSFERICA

Il sole è la sorgente primaria di energia. L'energia proveniente dal sole, detta energia solare, raggiunge il suolo sotto forma di onde elettromagnetiche dopo aver attraversato l'atmosfera che funge da filtro.

**TEMPERATURA SUPERFICIE SOLARE:** 6000 K (considerando il sole un corpo nero)

**COSTANTE SOLARE  $I_s$ :** Rappresenta la potenza della radiazione solare che incide su di una superficie normale ai raggi solari all'esterno dell'atmosfera quando la terra è alla sua distanza media dal sole.

$$I_s: 1353 \text{ W/m}^2$$

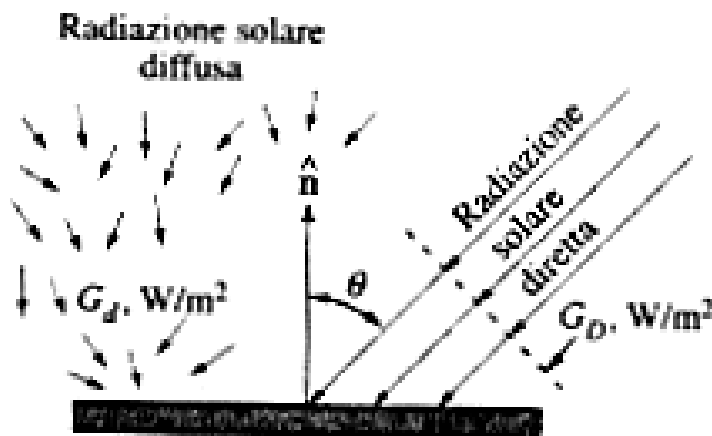
La radiazione solare disponibile al suolo in una giornata serena si riduce a meno di  $1000 \text{ W/m}^2$ .

L'energia solare che raggiunge la terra (superficie terrestre) ha lunghezza d'onda quasi tutta compresa tra  $0,3$  e  $2,5 \mu\text{m}$ .

# LA RADIAZIONE SOLARE E ATMOSFERICA

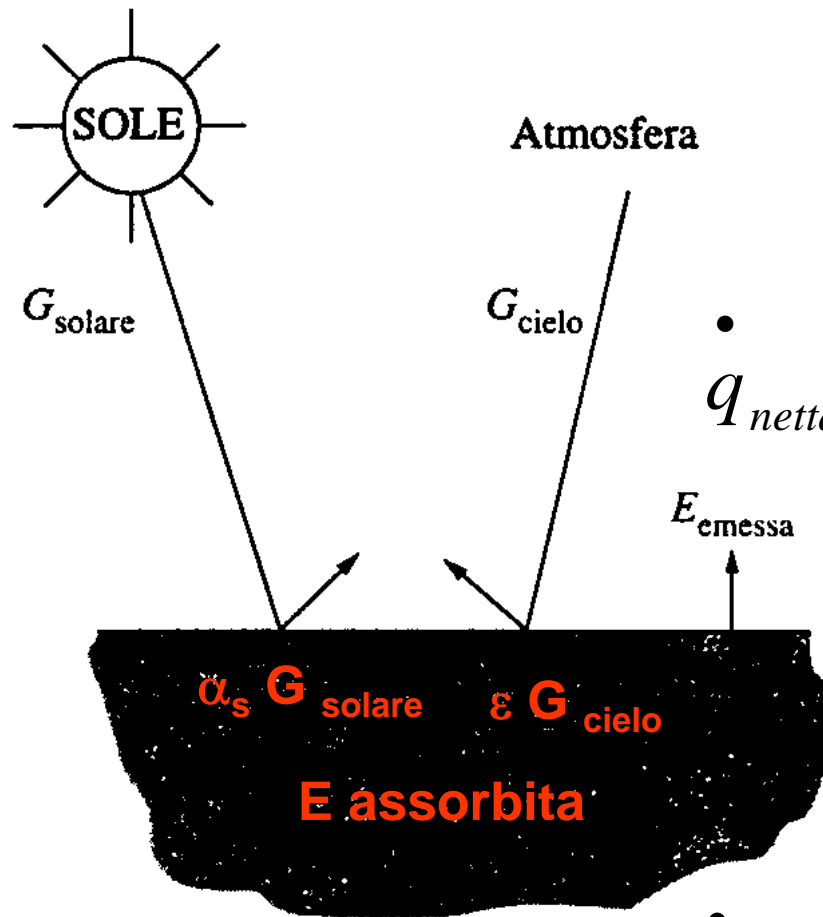
Passando attraverso l'atmosfera, la radiazione solare si attenua, si **DIFFONDE** ed è parzialmente **RIFLESSA**.

Sia la radiazione diretta che quella diffusa quando incidono sulla superficie di un corpo vengono in parte riflesse, in parte assorbite e in parte trasmesse.



**Radiazione diffusa e diretta  
incidente su una superficie  
orizzontale sulla terra**

# LA RADIAZIONE SOLARE E ATMOSFERICA



Scambi per irraggiamento  
di una superficie esposta  
alla radiazione solare ed  
atmosferica

$$q_{netta,irr} = \alpha_s G_{solare} + \alpha_s G_{cielo} - \epsilon \sigma T_s^4$$

$$q_{netta,irr} = \alpha_s G_{solare} + \epsilon \sigma (T_{cielo}^4 - T_s^4)$$

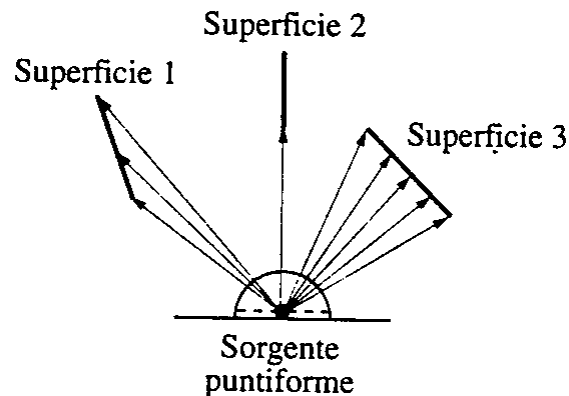
# LA RADIAZIONE SOLARE E ATMOSFERICA

CONFRONTO TRA IL COEFFICIENTE DI ASSORBIMENTO  
SOLARE  $\alpha_s$  E L'EMISSIVITA'  $\varepsilon$  A TEMPERATURA AMBIENTE

	$\alpha_s$	$\varepsilon$
Alluminio lucido	0,09	0,03
Alluminio anodizzato	0,14	0,84
Alluminio in foglio	0,15	0,05
Rame lucido	0,18	0,03
Rame anodizzato	0,65	0,75
Acciaio inox lucido	0,37	0,60
Acciaio inox opaco	0,50	0,21
Calcestruzzo	0,60	0,88
Marmo bianco	0,46	0,95
Laterizio rosso	0,63	0,93
Asfalto	0,90	0,90
Vernice nera	0,97	0,97
Vernice bianca	0,14	0,93
Neve	0,28	0,97
Pelle umana	0,62	0,97

# IL FATTORE DI VISTA

La trasmissione di calore per irraggiamento tra superfici dipende dall'orientazione relativa delle superfici, dalle loro proprietà radiative, dalle loro temperature.



**Scambio termico per irraggiamento tra superfici, in funzione del fattore di vista che tiene conto dell'orientamento reciproco delle superfici.**

Per tenere conto dell'orientamento si definisce un nuovo parametro detto **fattore di vista** (o **di forma**, o **di configurazione** o **di angolo**).

Il fattore di vista tra una superficie  $i$  e una superficie  $j$  si indica  $F_{i \rightarrow j}$  e si definisce “Frazione della radiazione emessa dalla superficie  $i$  che incide direttamente sulla superficie  $j$ ”.

$$F_{i \rightarrow j} = 0$$

Le superfici  $i$  e  $j$  non sono in vista tra loro

$$F_{i \rightarrow j} = 1$$

La superficie  $j$  circonda completamente la  $i$ , per cui tutta la radiazione emessa da  $i$  è intercettata da  $j$ .

# IL FATTORE DI VISTA

## LE REGOLE DEI FATTORI DI VISTA

### LA REGOLA DI RECIPROCITA':

I fattori di vista  $F_{i \rightarrow j}$  e  $F_{j \rightarrow i}$  sono uguali solo se le aree delle superfici cui si riferiscono sono uguali.

$$F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i} \quad \text{quando } A_i = A_j$$

$$F_{i \rightarrow j} \neq F_{j \rightarrow i} \quad \text{quando } A_i \neq A_j$$

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

### LA REGOLA DELLA SOMMA:

Per il principio di conservazione dell'energia, poiché tutta la radiazione emessa dalla superficie  $i$  di una cavità deve essere intercettata dalle superfici della cavità stessa, si ha che:

La somma dei fattori di vista della superficie  $i$  di una cavità verso tutte le superfici della cavità è uguale a 1

$$\sum_{j=1}^n F_{i \rightarrow j} = 1$$



# Scambio termico tra superfici (irraggiamento)

$$q_{1 \rightarrow 2}$$

Potenza termica per unità di superficie emessa dalla superficie 1 che incide sulla superficie 2

$$q_{1-2}$$

Potenza termica per unità di superficie emessa dalla superficie 1 che viene assorbita dalla superficie 2

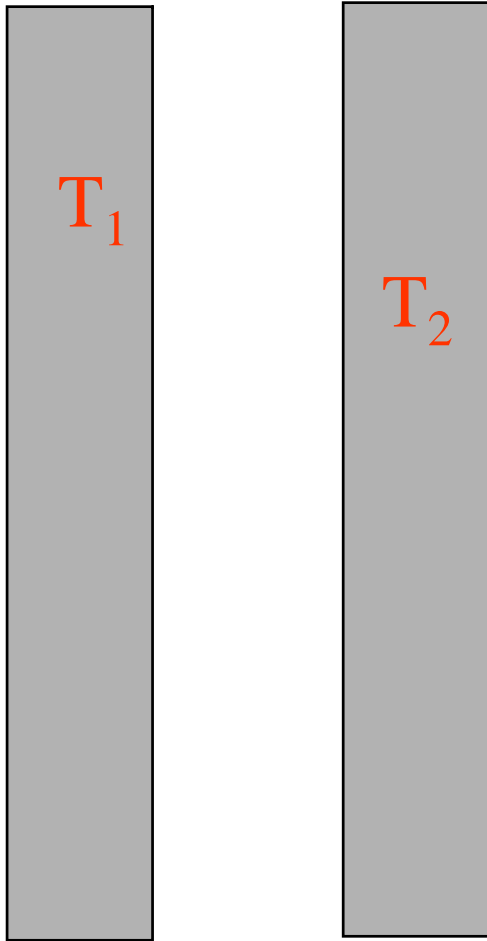
$$q_{1,2}$$

Potenza termica netta per unità di superficie scambiata tra la superficie 1 e la superficie 2

$$q_{1-2} = \alpha q_{1 \rightarrow 2}$$

$$q_{1,2} = q_{1-2} - q_{2-1} = -q_{2,1}$$

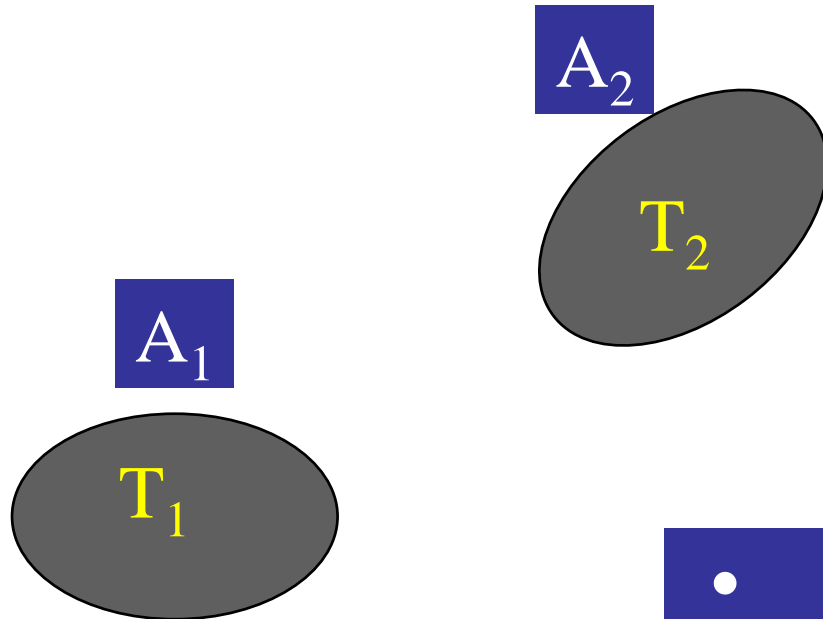
# Superfici piane parallele indefinite e nere



$$q_{1,2} = \sigma_o \left( T_1^4 - T_2^4 \right)$$

Potenza termica netta per unità di  
superficie scambiata tra la superficie 1 e  
la superficie 2

# Superfici nere



$$\dot{Q}_{1,2} = A_1 F_{12} \sigma_o T_1^4 - A_2 F_{21} \sigma_o T_2^4$$

$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$  regola di reciprocità

$$\dot{Q}_{1,2} = A_1 F_{12} \sigma_o (T_1^4 - T_2^4)$$

Potenza termica netta scambiata tra la  
superficie 1 e la superficie 2

# Superfici piane parallele indefinite

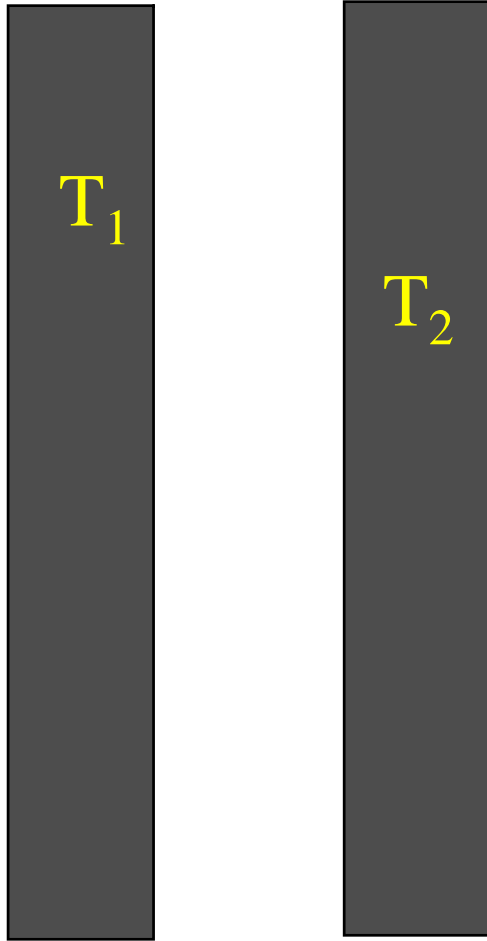
1) nera    2) grigia ( $\varepsilon_2$ )



$$q_{1,2} = \varepsilon_2 \sigma_o (T_1^4 - T_2^4)$$

# Superfici piane parallele indefinite

1) grigia ( $\varepsilon_1$ )    2) grigia ( $\varepsilon_2$ )



$$q_{1,2} = \frac{\sigma_o (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

# Bilancio termico di una superficie grigia e opaca

radiosità      radiazione emessa      radiazione riflessa

$$J_i = E_i + \rho G_i$$
$$J_i = \varepsilon_i E_{in} + (1 - \varepsilon_i) G_i$$

$\varepsilon = \alpha$   
 $\alpha + \rho = 1$

potenza termica netta uscente dalla superficie  $i$

$$\dot{Q}_i = A_i (J_i - G_i)$$

radiazione che abbandona  $i$

radiazione incidente su  $i$

# Bilancio termico di una superficie grigia

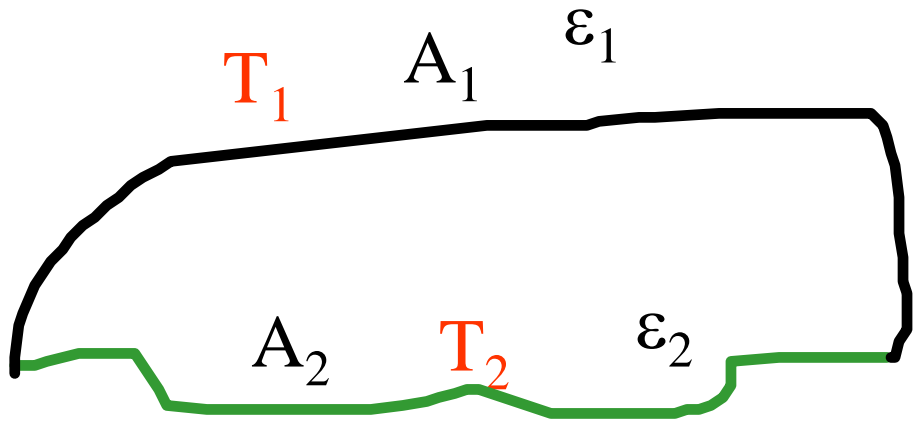
$$\dot{Q}_i = A_i \left( J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{in}}{1 - \varepsilon_i} \right) = \frac{E_{in} - J_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}}$$



resistenza *superficiale*  
all'irraggiamento

$$\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$$

# Superfici grigie formanti una cavità



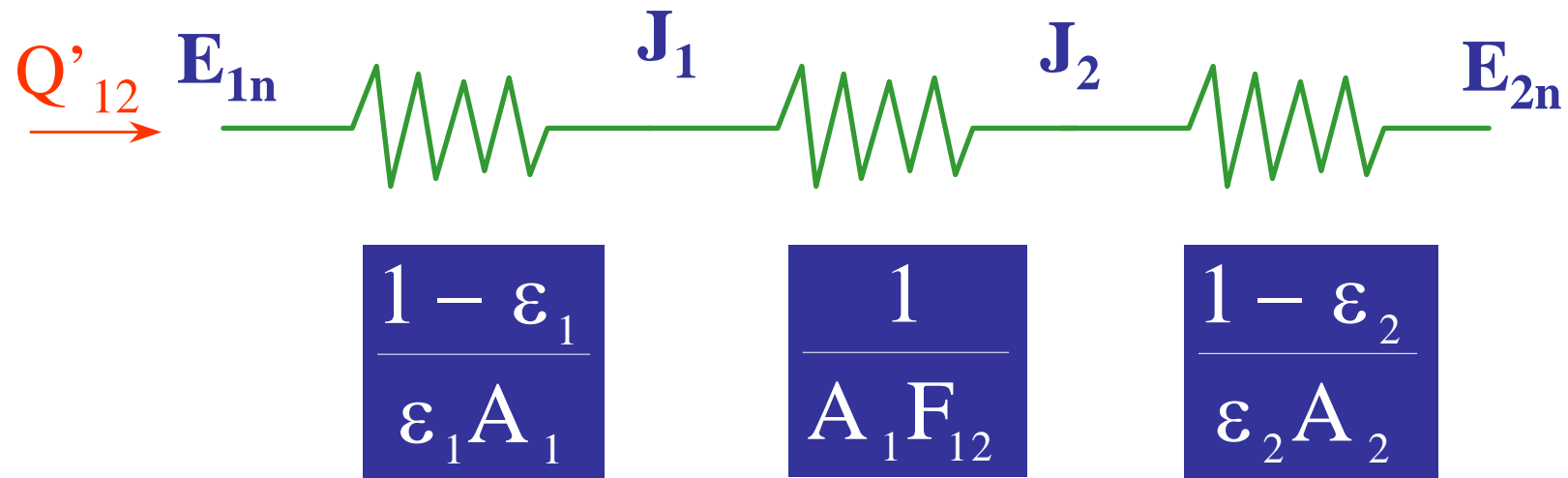
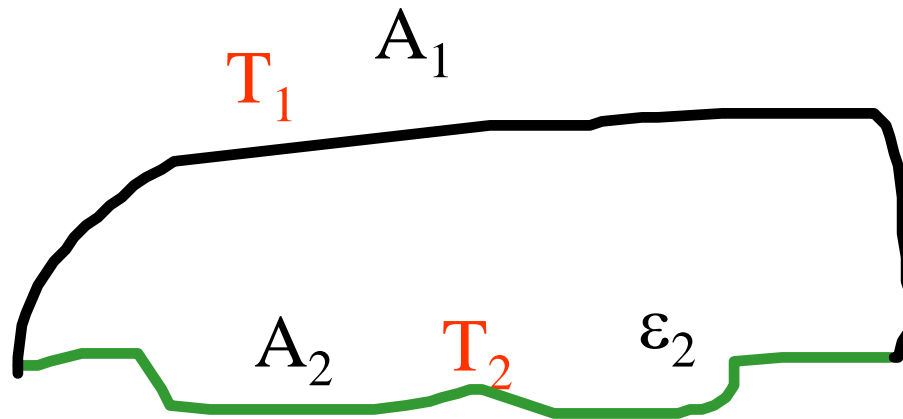
$$\frac{1}{A_1 F_{12}}$$

resistenza *spaziale*  
alla radiazione

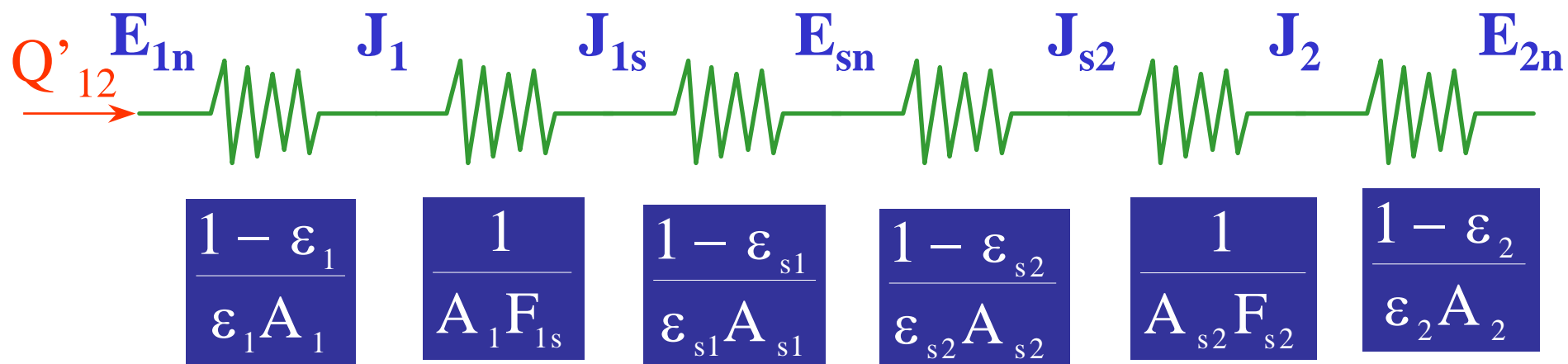
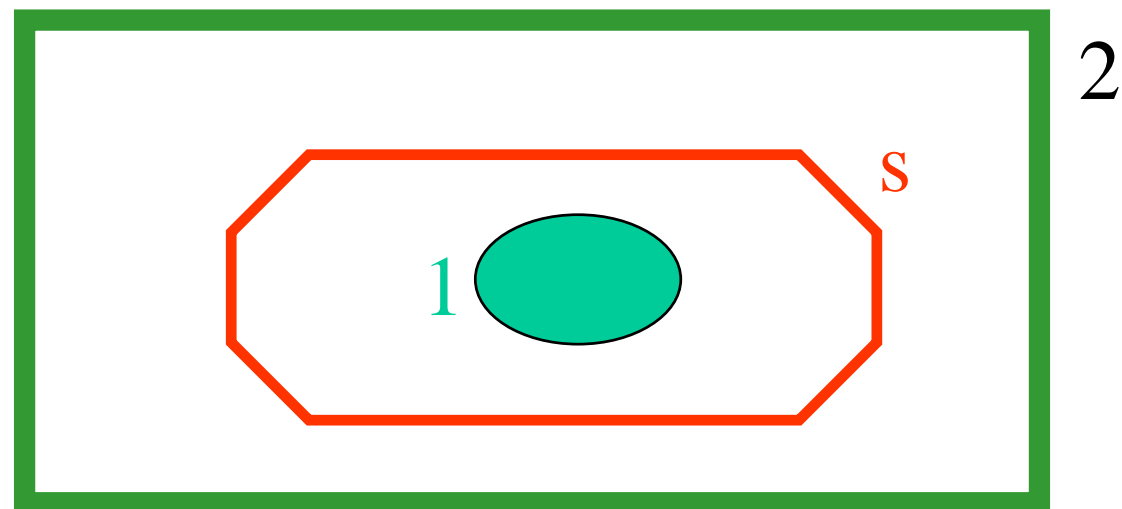
$$\dot{Q}_{1,2} = \frac{\sigma_o (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$



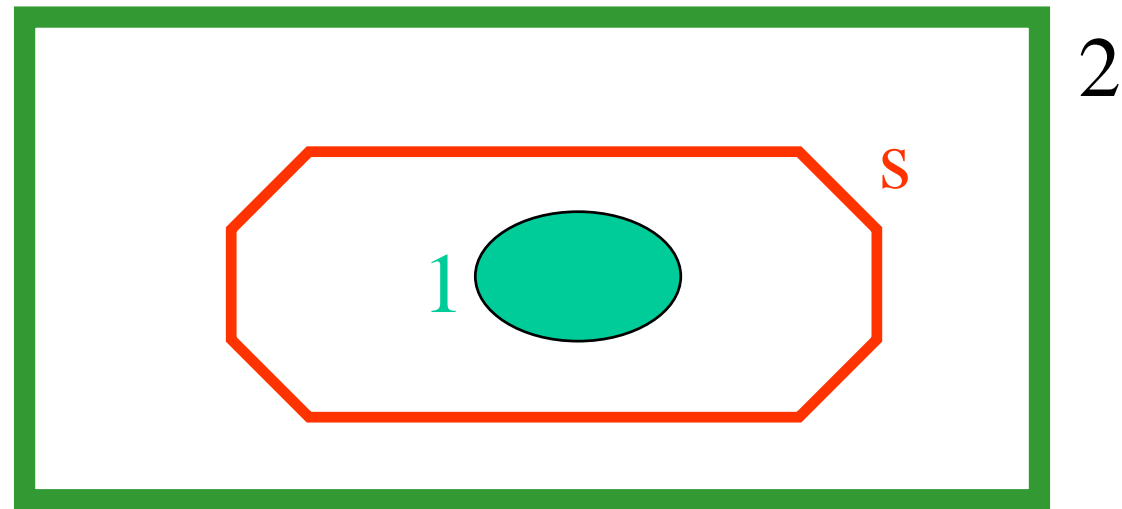
# Analoga elettrica



# Esempio 1



# Esempio 1



$$\dot{Q}_{1,2} = \frac{\sigma_o (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1s}} + \frac{1 - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s1} A_{s1}} + \frac{1 - \varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{A_{s2} F_{s2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$