

ESERCIZIO n.1 del 26/03/2009

Una locomotiva a vapore di massa $m = 100 \text{ t}$ si muove lungo una salita a una velocità costante di 80 km/h . Conoscendo il potere calorifico del carbone, il consumo della locomotiva e il suo rendimento di secondo principio, trovare la pendenza (angolare) della salita.

DEFINIZIONI

$PCI = \text{Potere calorifico inferiore} = [J/kg]$

$\dot{m} = \text{Portata massica} = \frac{m}{t} [kg/s]$ (Massa per unità di tempo)

$\dot{L} = \frac{L}{t} [W]$ $\dot{Q} = \frac{Q}{t} [W]$ (Potenza = Energia / tempo)

$\eta_{reale} = \frac{L}{Q} = \frac{m \cdot l}{m \cdot q} = \frac{\dot{m} \cdot l}{\dot{m} \cdot q} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}}$ $\eta_{ideale} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$

$\eta_{IIp} = \text{Rendimento di secondo principio} = \frac{\eta_{reale}}{\eta_{ideale}}$

Conversioni

$1 \text{ BTU} = 1055 \text{ J}$

$1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$

$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

$0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$

Unità di misura

$\text{Energia} = J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

$\text{Potenza} = W = \frac{J}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$

DATI

$m = 100 \text{ t} = 10^5 \text{ kg}$

$v = 80 \text{ km/h}$

$\text{consumo di carbone} = 1 \frac{t}{h} = \frac{10^3 \text{ kg}}{3600 \text{ s}}$

$T_C = 100^\circ \text{C} = 373 \text{ K}$

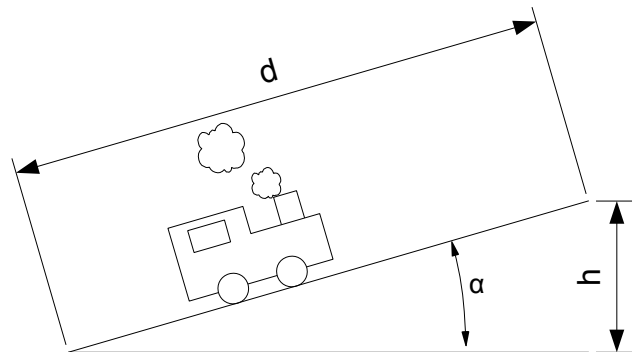
$PCI_{\text{carbone}} = 14000 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} = 14000 \cdot \frac{1055 \text{ J}}{0,4536 \text{ kg}}$

$\eta_{IIp} = 0,25$

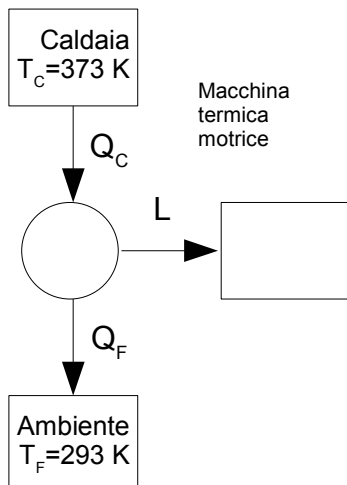
$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ (Periodo di osservazione)

$d = 80 \text{ km}$ (Distanza percorsa)

$\alpha = ?$



SOLUZIONE



$$\dot{Q}_C = \text{consumo} \cdot PCI_{\text{carbone}} = \frac{10^3 \text{ kg}}{3600 \text{ s}} \cdot 14000 \cdot \frac{1055 \text{ J}}{0,4536 \text{ kg}} \simeq 9044,925 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\eta_{ideale} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{293 \text{ K}}{373 \text{ K}} \simeq 0,214$$

$$\eta_{reale} = \eta_{IIp} \cdot \eta_{ideale} = 0,25 \cdot 0,214 \simeq 0,0535 \simeq 5\%$$

$$\dot{L} = \eta_{reale} \cdot \dot{Q}_C = 0,535 \cdot 9044,925 \cdot 10^3 \text{ W} \simeq 483,903 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$L = \dot{L} \cdot t = 483,903 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 1,742 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$L = mgh$ Energia necessaria per far salire la locomotiva a quota h

$$h = \frac{L}{mg} = \frac{1,742 \cdot 10^9 \text{ J}}{10^5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \simeq 1775 \text{ m} = 1,775 \text{ km}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{1,775 \text{ km}}{80 \text{ km}}\right) \simeq 1,28^\circ$$