

Capitolo 8. Legge dell'induzione

Esercizio 8.1

Data la spira di figura di dimensioni $h = 20\text{ cm}$, $d = 5\text{ cm}$ che ruota intorno al proprio asse aa con velocità angolare $N = 3000\text{ giri/min}$, in un campo di induzione magnetica costante pari a $B = 1.5\text{ T}$ ortogonale al piano del foglio, determinare l'indicazione del voltmetro V .

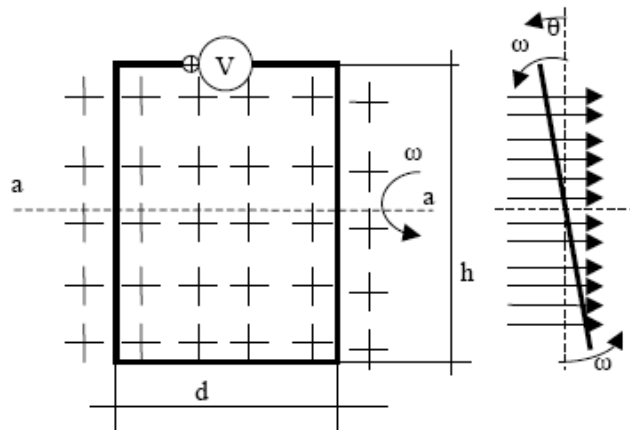


Figura 8.1

Soluzione

Per calcolare la f.e.m. è necessario trovare il flusso concatenato in funzione del tempo e derivarlo. Il flusso concatenato si trova come $\psi = \int \vec{B}(t) \times \vec{n} dS$ dove \vec{n} è il versore perpendicolare alla superficie della spira S . Di conseguenza si trova $\Psi = B(t) \cdot S \cdot \cos(\theta(t))$, e derivando rispetto al tempo si trova la f.e.m. $e = -d\Psi/dt = d \cdot h \cdot \omega \cdot B \cdot \sin(\omega t)$, dove $\omega = N \cdot (2\pi/60) = 314.159\text{ rad/s}$, di conseguenza $e = 4.71 \cdot \sin(314.16 \cdot t)$. La tensione misurata dal voltmetro è pari a $v(t) = e(t)$. Alternativamente si può considerare il contributo di forza elettromotrice dato dai due tratti di lunghezze d della spira rotante calcolandoli con la regola della mano destra. La velocità è data da

$u = \omega \cdot h/2$, la componente dell'induzione B diretta perpendicolarmente alla direzione della velocità è pari a $B \cdot \sin(\theta(t))$. Di conseguenza si ha $e = 2 \cdot (\omega \cdot h/2 \cdot B \cdot \sin(\theta(t)) \cdot d)$, dove il

"2" tiene conto dei due contributi sui due tratti di spira lunghi d . Il verso si ottiene applicando la regola delle tre dita della mano destra e si ha quindi $v(t) = e$.

Esercizio 8.2

Data la spira di figura di dimensioni $h = 12$ cm, $d = 10$ cm che ruota intorno al proprio asse aa con velocità angolare $\omega = 314$ rad/s, in un campo di induzione magnetica variabile con la seguente legge:

$$B = 1.5 \cdot \sin(200 \cdot t)$$

ortogonale al piano del foglio.

Determinare l'indicazione del voltmetro V e il valore assunto per $t=0$.

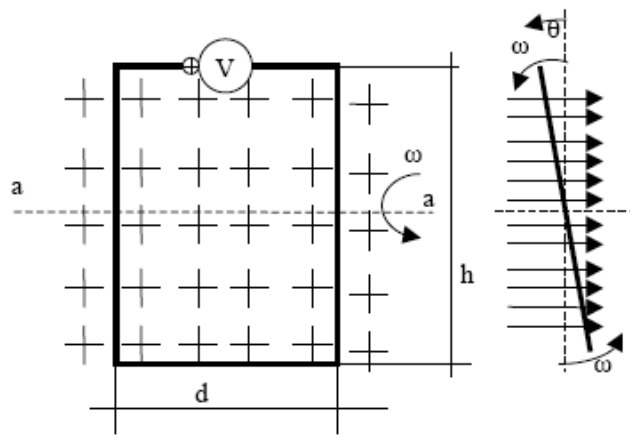


Figura 8.2

Soluzione

Per calcolare la f.e.m. è necessario trovare il flusso concatenato in funzione del tempo e derivarlo. Il flusso concatenato si trova come $\psi = \int \vec{B}(t) \times \vec{n} dS$ dove \vec{n} è il versore perpendicolare alla superficie della spira S . Di conseguenza si trova $\Psi = B(t) \cdot S \cdot \cos(\theta(t)) \cdot \sin(\omega l \cdot t)$, e derivando rispetto al tempo si trova la f.e.m. Posto $\omega = d\theta/dt = 314$ rad/s e $\omega l = 200$ rad/s si ottiene:

$$e = -d\Psi/dt = -h \cdot d \cdot (\omega l \cdot \cos(\omega l \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) - \omega \cdot \sin(\omega l \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)).$$

La tensione misurata dal voltmetro è pari a $v(t) = e(t)$ e all'istante $t=0$ vale $V(0) = -3.6$ V.

Esercizio 8.3

Sia dato il sistema in Figura 8.3 costituito da due binari su cui scorre una barra metallica, posta in movimento a velocità costante v con direzione indicata in figura, da un sistema meccanico opportuno. Si determini il valore e la direzione della forza che deve esercitare il sistema meccanico

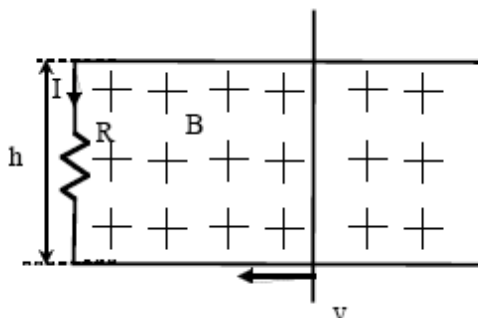


Figura 8.3

esterno per mantenere in moto a velocità costante la barra nell'ipotesi che il campo magnetico B in cui si muove sia uniforme nello spazio e non venga influenzato dalla corrente circolante nella spira. Si determini inoltre il valore della potenza erogata o assorbita dal sistema meccanico (si indichi se erogata o assorbita) e il valore della corrente nella spira. Dati:

$$B = 2 \text{ T}$$

$$h = 20 \text{ cm}$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$R = 0.5 \text{ } \Omega$$

Soluzione

La corrente I risulta pari a $I = -B \cdot h \cdot v / R = -16 \text{ A}$. La forza che il sistema esterno deve esercitare è concorde al verso della velocità ed è pari a $f = B \cdot H \cdot I = 6.4 \text{ N}$ (regola della mano sinistra). La potenza erogata dal sistema meccanico è pari a $F \cdot v = 128 \text{ W}$

Esercizio 8.4

Sia dato il sistema in Figura costituito da due binari su cui scorre una barra metallica, posta in movimento a velocità costante v con direzione indicata in figura, da un sistema meccanico opportuno.

Si determini il valore e la direzione della forza che deve esercitare il sistema meccanico esterno per mantenere in moto a velocità costante la barra nell'ipotesi che il campo magnetico B in cui si muove sia uniforme nello spazio e non venga influenzato dalla corrente circolante nella spira.

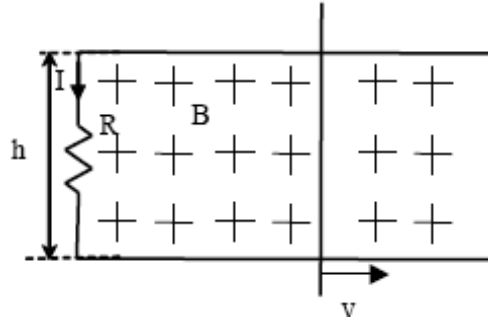


Figura 8.4

Si determini inoltre il valore della potenza erogata o assorbita dal sistema meccanico (si indichi se erogata o assorbita) e il valore della corrente nella spira. Dati:

$$\begin{aligned} B &= 2 \text{ T} \\ h &= 20 \text{ cm} \\ v &= 20 \text{ m/s} \\ R &= 0.5 \Omega \end{aligned}$$

Soluzione

La corrente I risulta pari a $I = -B \cdot h \cdot v / R = 16 \text{ A}$. La forza che il sistema esterno deve esercitare è concorde al verso della velocità ed è pari a $f = B \cdot h \cdot I = 6.4 \text{ N}$ (regola della mano sinistra). La potenza erogata dal sistema meccanico è pari a $F \cdot v = 128 \text{ W}$

Esercizio 8.5

Dato il circuito in figura costituito da una spira (di vertici MNOP) di dimensioni di $r = 2.5 \text{ cm}$ $d = 10 \text{ cm}$ immersa in un campo magnetico di induzione B costante diretto in senso ortogonale alla spira pari a 2 T .

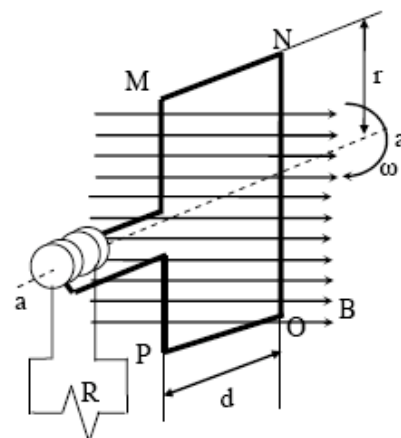


Figura 8.5

Si determini il valore della corrente circolante in $R = 10 \, \Omega$ nel caso in cui la spira ruoti a velocità angolare ω costante e pari a $10 \, \text{rad/s}$.

Soluzione

Si può procedere in due modi: applicando la legge dell'induzione o la regola della mano destra.

Nel primo caso è necessario trovare il flusso concatenato che risulta essere pari a $\psi = B \cdot r \cdot d \cdot \cos(\omega t)$, e quindi derivarlo rispetto al tempo trovando una $e = d\psi/dt = -B \cdot r \cdot d \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$. Tale f.e.m. ha la seguente direzione: MNOP. Alternativamente si può utilizzare la regola della mano destra, si nota che solo i lati OP e MN tagliano le linee di campo durante la rotazione, di conseguenza solo questi saranno sede di fem. Il modulo della fem indotta in ciascuno dei due lati è pari a $e_1 = e_2 = B \cdot \sin(\omega t) \cdot d \cdot (r/2) \cdot \omega$. Il verso di e_1 è da N a M e da P a O. Di conseguenza $e = e_1 + e_2 = B \cdot r \cdot d \cdot \omega \sin(\omega t)$, diretto secondo PONM. La corrente nella resistenza R è pari a $I = e/R$

