

# Linguaggi Formali e Compilatori - Prof. Crespi Reghizzi - Soluzioni della Prova scritta 08/09/2004

1

## 1 Espressioni regolari e automi finiti 20%

1. Progetto di espr. regolare. Alfabeto terminale  $\{a, b\}$ . Una frase del linguaggio  $R$  è una stringa non vuota, contenente un numero pari di comparse della sottostringa  $ab$ .
  - (a) Scrivere 3 frasi di lunghezza 6.
  - (b) Scrivere l'e.r. di  $R$  con i soli operatori unione, concatenamento, stella, croce.
  - (c) Verificare se vale la relazione  $R = R^*$ .

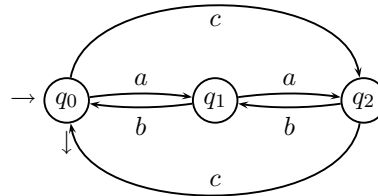
## Soluzione

- (a)  $ba^5, abb^2ab, ababba$
- (b)  $R = b^+a^* \mid a^+ \mid b^*a^*(abb^*a^*abb^*a^*)^+$
- (c)  $R \neq R^*$ : ad es. la stringa  $ba.ba \in R^2$  contiene un numero dispari di  $ab$ . Più semplicemente,  $R$  non deve contenere la stringa  $\varepsilon$ , ma  $R^*$  la contiene.

---

<sup>1</sup>Tempo 2 ore 30'. Libri e appunti personali possono essere consultati. Per superare la prova, l'allievo deve dimostrare la conoscenza di tutte e 5 le parti.

2. E' dato l'automa  $A_1$

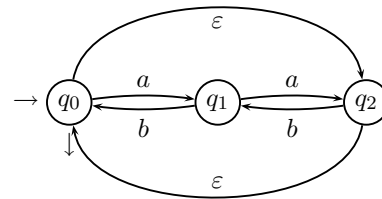


che riconosce il ling.  $L_1 \subseteq \{a, b, c\}^*$ . Il ling.  $L_2$  è la proiezione di  $L_1$  definita da  $L_2 = \pi(L_1)$  dove  $\pi(a) = a, \pi(b) = b, \pi(c) = \varepsilon$ . Mostrando i passaggi

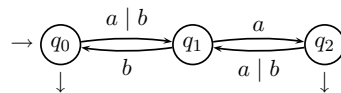
- (a) costruire il riconoscitore deterministico minimo di  $L_2$
- (b) calcolare l'espr. reg. di  $L_2$

## Soluzione

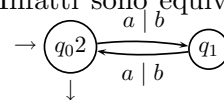
- (a) Automa non deterministico di  $L_2$ :



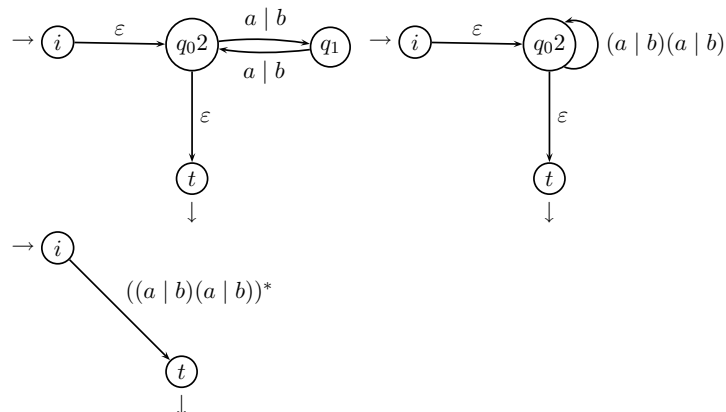
Eliminando le mosse spontanee:



L'automa è deterministico ma non minimo. Infatti sono equivalenti gli stati  $q_0$  e  $q_2$ . L'automa minimo è:



- (b) Si può applicare il metodo di riduzione di B&McC:



## 2 Grammatiche 20%

1. Una frase del ling. è una espressione aritmetica contenente somme e moltiplicazioni, scritta con le seguenti convenzioni
  - la somma è denotata dall'operatore infisso '+'.  
La moltiplicazione è invece denotata dall'operatore prefisso *mult* e ha precedenza sulla somma.
  - L'operatore di somma è associativo a sinistra.
  - Gli operandi sono numeri di una sola cifra  $1 \dots 9$
  - Possono esserci le parentesi '(' e ')'.

Esempi:  $2 + 5 + \text{mult } 4 \text{ mult } 6 \ 7$ ,       $\text{mult}(3 + 2 + \text{mult } 4 \ 5)8$

- (a) Progettare la grammatica in forma BNF (non EBNF).
- (b) Disegnare l'albero sintattico di uno degli esempi.

### Soluzione

$E \rightarrow E + T \mid T$       nota: rispetta l'associazione a sinistra;  
 $T \rightarrow \text{mult } TT \mid F$       nota: ogni termine  $T$  può iniziare con *mult* ;  
 $F \rightarrow ' ( E ' ) ' \mid 1 \mid \dots \mid 9$

2. E' data la grammatica  $G$ :
- |   |                     |   |                    |                      |
|---|---------------------|---|--------------------|----------------------|
| 1 | $S \rightarrow XY$  |   |                    |                      |
| 2 | $X \rightarrow aXb$ | 3 | $X \rightarrow aX$ | 4 $X \rightarrow ab$ |
| 5 | $Y \rightarrow bYa$ | 6 | $Y \rightarrow bY$ | 7 $Y \rightarrow ba$ |

- (a) Mostrare che  $G$  è ambigua.  
 (b) Costruire una grammatica equivalente non ambigua.  
 (c) Disegnare l'automa che riconosce  $L(G)$ .

## Soluzione

- (a) Sono tre le cause di ambiguità:
- Ordine indifferente di uso delle regole 2 e 3
  - Ordine indifferente di uso delle regole 5 e 6
  - Ambiguità di concatenamento:

$$\begin{array}{cc} \overset{X}{\underbrace{aab}} \overset{Y}{\underbrace{bba}} & \overset{X}{\underbrace{aabb}} \overset{Y}{\underbrace{ba}} \end{array}$$

- (b) Il ling.  $L(G) = \{a^m b^n b^q a^r \mid m \geq n \geq 1 \wedge q \geq r \geq 1\}$  è anche definito dal predicato caratteristico  
 $L(G) = \{a^m b^s a^r \mid m \geq 1 \wedge s > r \geq 1\} = \{a^+ b^+ b^r a^r \mid r \geq 1\}$   
 e dunque dalla gramm. non ambigua:

$$S \rightarrow a^+ b^+ Z \qquad Z \rightarrow bZa \mid ba$$

- (c) Automa a pila. Intuitivamente, esso cambia stato alla prima  $a$  letta, poi legge qualsiasi numero di  $a$ . Leggendo la prima  $b$  cambia stato e impila le  $b$  lette. Leggendo poi  $a$  cambia stato e per ogni  $a$  letta, cancella dalla pila un simbolo. Accetta se la pila non si è vuotata prima del termine della stringa.  
 Diagramma stato-transizione: omissso.

### 3 Domanda relativa alle esercitazioni

Vedi fogli separati.

### 4 Grammatiche e analisi sintattica 20%

1. E' data la grammatica:  $S \rightarrow aSbS \quad S \rightarrow aS \quad S \rightarrow \varepsilon$ 
  - (a) Calcolare gli insiemi guida e verificare se la grammatica è LL(1).
  - (b) Costruire il riconoscitore dei prefissi ascendenti e verificare se la grammatica è LR(1).

### Soluzione

- (a) La grammatica non è LL(1):

	Guida
$S \rightarrow aSbS$	$a$
$S \rightarrow aS$	$a$
$S \rightarrow ab$	$b, \perp$

- (b) Poiché la gramm. presenta ambiguità nell'ordine di applicazione delle regole

$$S \Rightarrow aSbS \Rightarrow aaSbs \text{ oppure } S \Rightarrow aS \Rightarrow aaSbS$$

a priori sappiamo che non può essere LR(k). Costruendo il riconoscitore dei prefissi si trova lo stato

$S \rightarrow aS^\bullet bS$	$b, \perp$
$S \rightarrow aS^\bullet$	$b, \perp$

inadeguato perché da esso esce la mossa etichettata  $b$ , carattere appartenente alla prospezione della riduzione  $S \rightarrow aS^\bullet$

## 5 Traduzione e semantica 20%

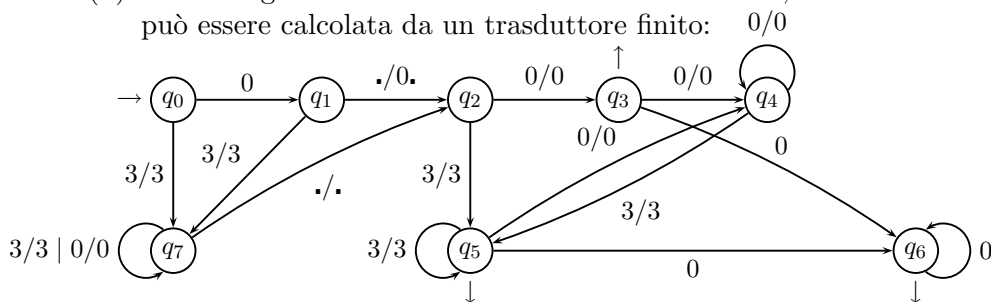
1. E' richiesto di eliminare gli zeri non significativi da un numero decimale quale 00203.0300 ottenendo così il numero 203.03. Si precisa che il punto decimale non può mancare. Altro es.: 000.00 diventa 0.0
  - (a) Definire la trasformazione mediante uno schema di traduzione (senza attributi semantici) e disegnare per il primo esempio gli alberi sorgente e pozzo.
  - (b) Progettare un trasduttore per calcolare la traduzione e verificare se esso è deterministico.

### Soluzione

- (a) Schema di traduzione:

Sorgente	Pozzo	Gramm. traduzione
$S \rightarrow ZP.F$	$S \rightarrow ZP.F$	$S \rightarrow ZP\{.\}F$
$Z \rightarrow 0Z$	$Z \rightarrow Z$	$Z \rightarrow 0Z$
$Z \rightarrow \varepsilon$	$Z \rightarrow \varepsilon$	$Z \rightarrow \varepsilon$
$P \rightarrow (1 \dots 9)Q$	$P \rightarrow (1 \dots 9)Q$	$P \rightarrow (1 \dots 9)\{(1 \dots 9)\}Q$
$P \rightarrow 0$	$P \rightarrow 0$	$P \rightarrow 0\{0\}$
$Q \rightarrow (0 \dots 9)Q$	$Q \rightarrow (0 \dots 9)Q$	$Q \rightarrow (0 \dots 9)\{(0 \dots 9)\}Q$
$Q \rightarrow \varepsilon$	$Q \rightarrow \varepsilon$	$Q \rightarrow \varepsilon$
$F \rightarrow 0Z$	$F \rightarrow 0Z$	$F \rightarrow 0\{0\}Z$
$F \rightarrow Q(1 \dots 9)Z$	$F \rightarrow Q(1 \dots 9)Z$	$F \rightarrow Q(1 \dots 9)\{(1 \dots 9)\}Z$

- (b) Poiché la gramm. di traduzione non è autoinclusiva, la traduzione può essere calcolata da un trasduttore finito:



Nota: 3 sta per una cifra non nulla.

L'automa non è deterministico nel calcolo che segue il punto dec-

imale.

Per ottenere un automa det. si deve passare a un modello a pila. Esso emetterà il primo 0 della parte frazionaria. Trovando poi degli zeri li impilerà fino a trovare il terminatore, o una cifra positiva. Nel primo caso svuoterà la pila; nel secondo caso emetterà gli zeri via via tolti dalla pila. Poi emetterà la cifra positiva, ecc.

2. Gramm. a attributi. Un insieme di insiemi, come  $\{e_1, e_5\}\{e_5, e_2\}\{e_6, e_1, e_5\}$ , è una frase del ling. definito dalla sintassi

- 1  $S \rightarrow \{I\}S$
- 2  $S \rightarrow \{I\}$
- 3  $I \rightarrow e, I$
- 4  $I \rightarrow e$

Gli elementi  $e_i$  sono simboli terminali aventi un attributo lessicale che li identifica.

- (a) Progettare una grammatica a attributi per calcolare:
  - l'intersezione (nell'es.  $\{e_5\}$ ) degli insiemi;
  - la differenza insiemistica di ogni insieme rispetto alla intersezione calcolata (nell'es.  $\{e_1\}, \{e_2\}\{e_6, e_1\}$ ).
- (b) Disegnare i grafi delle dipendenze funzionali e stabilire quali tecniche di valutazione degli attributi possono essere applicate.
- (c) Scrivere, almeno in parte, il programma di un valutatore semantico.

## Soluzione

- (a) Definiamo gli attributi:
  - $s$ , sint.;  $s$  of  $I$  rappresenta un insieme;  $s$  of  $S$  è l'intersezione.
  - $i$ , ered.;  $i$  è la copia del valore finale di  $s$ .
  - $d$  of  $I$ , ered., è la differenza insiemistica.

$$\begin{array}{l|l|l}
 0 & S' \rightarrow S & i_1 \leftarrow s_1 \\
 1 & S_0 \rightarrow \{I_1\}S_2 & s_0 \leftarrow s_1 \cap s_2 \quad i_1 \leftarrow i_0; \quad i_2 \leftarrow i_0 \\
 2 & S_0 \rightarrow \{I_1\} & s_0 \leftarrow s_1 \\
 3 & I_0 \rightarrow e, I_2 & s_0 \leftarrow id_1 \cup s_2 \\
 3 & I \rightarrow e & s_0 \leftarrow id_1
 \end{array} \quad d_1 \leftarrow s_1 \setminus i_0$$

- (b) L'attrib.  $s$  è calcolato con la prima passata (asc. o disc.). Poi una passata disc. calcola  $i$  e  $d$ .
- (c) .....