Paolo Cremonesi

Impianti Informatici

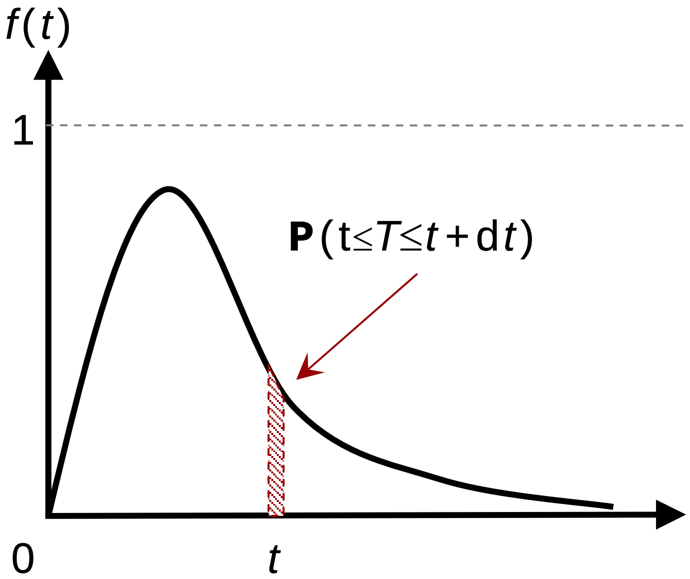
POLITECNICO DI MILANO

Affidabilità:
Concetti Base

Probabilità di guasto

Probabilità che un componente si guasti in un certo istante

- $f(t)$ = densità di probabilità di guasto
- T = istante in cui avviene il primo guasto
- $f(t)\mathrm{d}t \equiv \mathbf{P}(t \leq T \leq t+\mathrm{d}t)$



Inaffidabilità (Unreliability)

Inaffidabilità *F(t)* : probabilità che il componente si guasti nell'intervallo 0...*t*, sapendo che per *t*=0 il componente stava funzionando correttamente

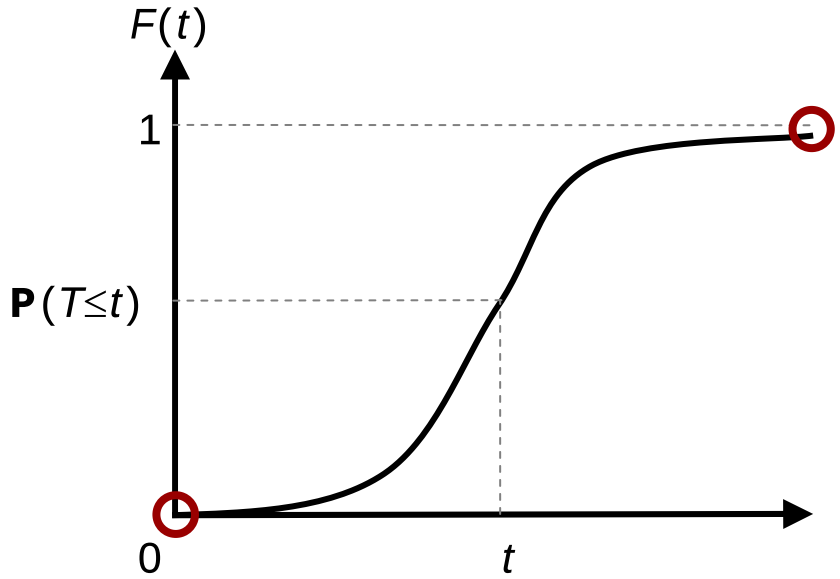
- $F(t) \equiv \mathbf{P}(T \le t)$
- T = istante in cui avviene il primo guasto

Proprietà della $F(t)$

- funzione di distribuzione cumulativa

$$F(t) = \int_0^t f(x)\mathrm{d}x$$

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$$



Affidabilità (Reliability)

Affidabilità *R*(*t*) : probabilità che il componente **non** si guasti nell'intervallo 0...*t*, sapendo che all'istante *t*=0 il componente stava funzionando correttamente

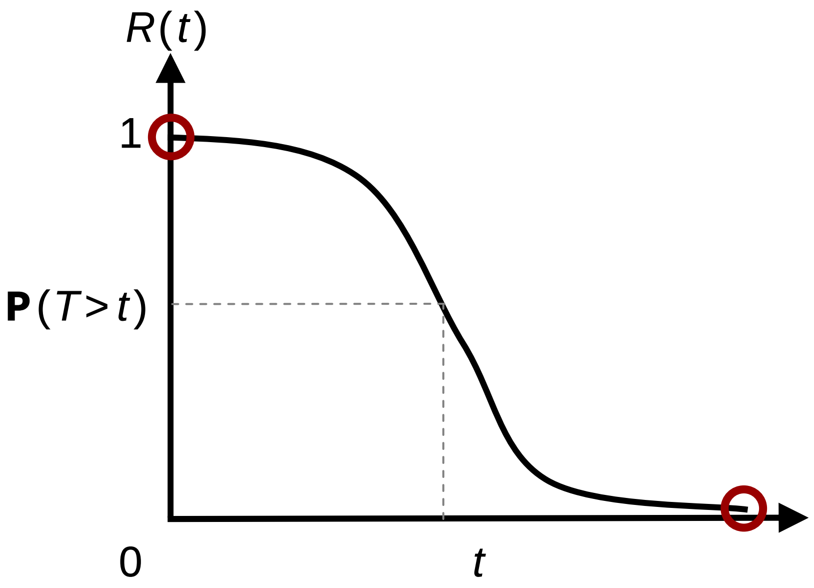
- $R(t) \equiv 1 - F(t) = \mathbf{P}(T > t)$
- $T =$ istante in cui avviene il primo guasto

Proprietà della $R(t)$

$$R(0) = 1$$

$$\lim_{t \to +\infty} R(t) = 0$$

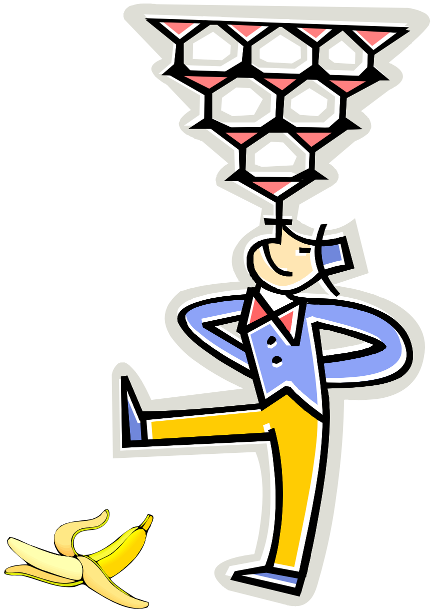
$$f(x) = -\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$$



Failure Rate

Failure rate $\lambda(t)$: frequenza dei guasti

- $\lambda(t)\mathrm{d}t \equiv$ probabilità che il componente si guasti nell'intervallo (t, t+dt) sapendo che all'istante t il componente funziona correttamente
- $\lambda(t)\mathrm{d}t \equiv \mathbf{P}(t<T\leq t+\mathrm{d}t \mid T>t)$
- T = istante in cui avviene il primo guasto



Failure Rate e Affidabilità

$$\boxed{\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)}\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}}$$

$$\lambda(t)\mathrm{d}t \equiv \mathrm{P}(t < T \le t + \mathrm{d}t \mid T > t) = \frac{\mathrm{P}(t < T \le t + \mathrm{d}t \cap T > t)}{\mathrm{P}(T > t)} = \frac{\mathrm{P}(t < T \le t + \mathrm{d}t)}{\mathrm{P}(T > t)}$$

$$= \frac{f(t)\mathrm{d}t}{R(t)} = \frac{\mathrm{d}F(t)}{R(t)} = -\frac{\mathrm{d}R(t)}{R(t)}$$

Failure Rate e Affidabilità (2)

Il failure rate può essere calcolato come la derivata rispetto al tempo del logaritmo dell’affidabilità

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)}\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\ln\left[R(t)\right]}{\mathrm{d}t}$$

Imponendo la condizione *R*(0)=1 e integrando si ottiene l’espressione fondamentale

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(x)\mathrm{d}x}$$

Se $\lambda \equiv$ costante l’affidabilità ha distribuzione esponenziale

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

Failure Rate e Probabilità di guasto

$f(t)dt$ è la probabilità incondizionata che il componente si guasti nell'intervallo (t, t+dt)

$\lambda(t)dt$ è la probabilità condizionata che il componente si guasti nell'intervallo (t, t+dt), sapendo che all'istante t il componente funziona correttamente

Si noti che il failure rate

- è sempre maggiore o uguale a $p(t)$
- **non** è una densità di probabilità
- può essere maggiore di uno

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\underbrace{R(t)}_{\text{minore o uguale a uno}}}$$

MTTF

Mean Time To Failure (MTTF) : tempo medio che trascorre prima che un componente si guasti

Dimostriamo che

$$\mathrm{MTTF} = \int_0^{+\infty} R(t)\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{MTTF} \equiv E[t] \equiv \int_0^{+\infty} t f \mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t \mathrm{d}F =$$

$$= -\int_0^{+\infty} t \mathrm{d}R = -\left\{ [tR]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} R \mathrm{d}t \right\} = \int_0^{+\infty} R \mathrm{d}t$$

Nel caso di λ(t) = λ (costante) si ottiene:

$$\mathrm{MTTF} = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}$$

Tempo di missione

Tempo di missione t_m : tempo massimo di funzionamento di un componente

- il componente originale viene sostituito con un componente nuovo

L'affidabilità del componente deve essere sempre maggiore di una soglia R_m

$$R(t_m) = R_m$$