



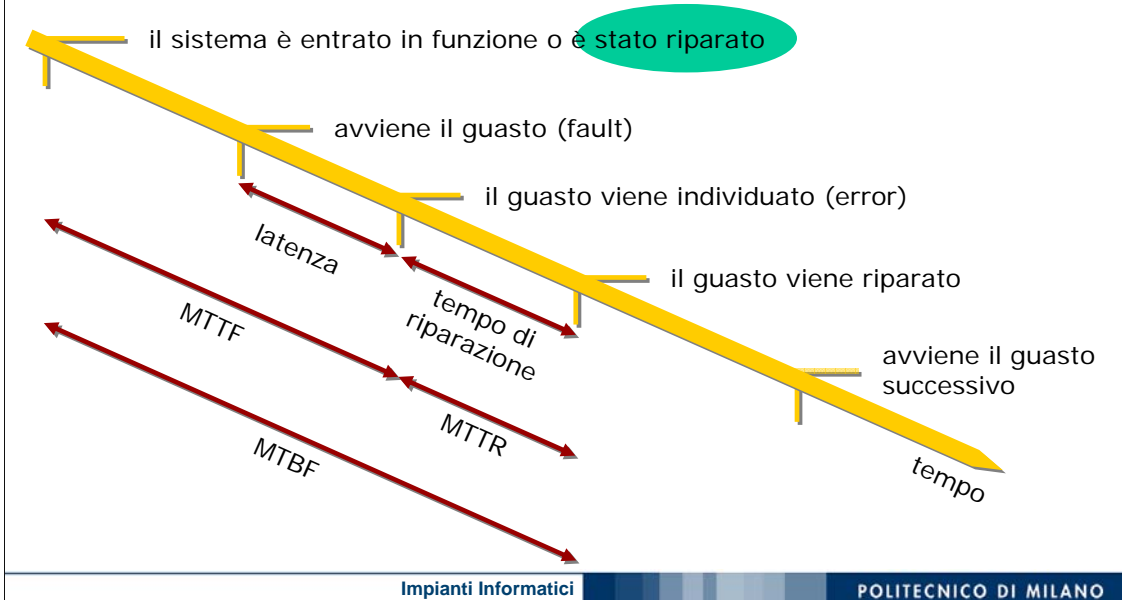
•Paolo Cremonesi

Impianti Informatici



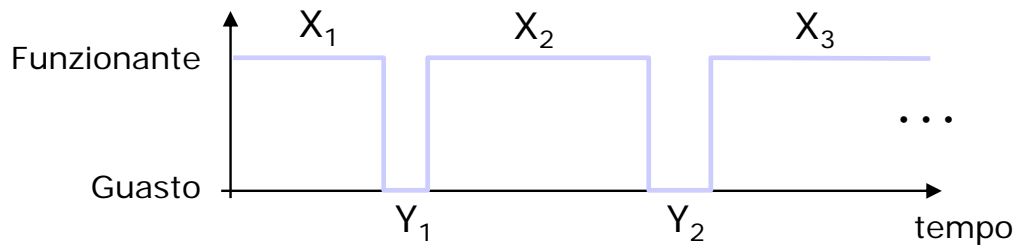
 Affidabilità dei Componenti:
Sistemi Riparabili

- affidabilità
- availability
- inaffidabilità
- unavailability
- failure rate
- MTTF



Nella maggior parte degli impianti informatici i sistemi ed i loro componenti, anche se si guastano, possono essere riparati. In questo modulo studiamo appunto le caratteristiche dei sistemi riparabili.

- Vediamo ora le definizioni di alcuni concetti chiave per i sistemi riparabili. In particolare, vediamo cosa succede durante la vita di un componente
- Facciamo per adesso l'ipotesi che il componente sia nuovo
- Dopo un certo tempo di operatività il componente si rompe. In inglese si dice che è avvenuto un **fault**.
- Il guasto non viene necessariamente individuato subito. Può accadere che il guasto venga individuato in ritardo. Nel momento in cui il guasto viene individuato si dice che è avvenuto un **error**. Il tempo che intercorre tra il fault e l'error viene chiamato **latenza**
- Una volta che il guasto è stato individuato, le persone responsabili dell'operatività del sistema si operano per riparare il guasto. Dopo un certo tempo il guasto viene quindi riparato.
- Il tempo che intercorre mediamente tra la messa in esercizio del componente e l'individuazione del guasto viene chiamato Mean Time To Failure (MTTF)
- Il tempo che intercorre mediamente tra l'individuazione del guasto e la sua riparazione viene chiamato Mean Time To Repair (MTTR)
- Il tempo totale che intercorre tra la messa in esercizio del componente ed il guasto successivo viene chiamato Mean Time Between Failures (MTBF).
- Si noti che, dopo la riparazione del guasto, può accadere che il componente si guasti ancora, e così via.
- In altre parole, stiamo facendo l'ipotesi che un sistema, una volta riparato, si comporti esattamente come se fosse nuovo



- $X_1, X_2 \dots X_n$: tempi di funzionamento
 - Variabili casuali con distribuzione $F(t) = \text{unreliability}$
- $Y_1, Y_2 \dots Y_n$: tempi di guasto
 - Variabili casuali con distribuzione $M(t) = \text{maintainability}$

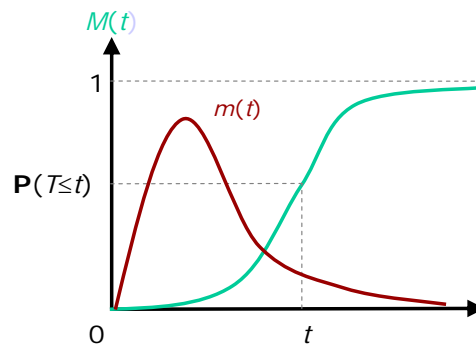
Supponiamo quindi che un componente, nel corso del tempo, attraversi una serie di fasi di funzionamento alternate a fasi di guasto. Si suppone che questi cicli avvengano in modo casuale e mediamente stazionario e dopo una riparazione il prodotto sia “come nuovo”

- Ciascuna fase di funzionamento è caratterizzata da una durata X_1, X_2, X_3 e così via
- Ciascuna fase di guasto è caratterizzata da una durata Y_1, Y_2, Y_3 e così via
- Per i sistemi riparabili si ipotizza che i tempi di funzionamento sono delle variabili casuali con distribuzione $F(t)$, dove $F(t)$ è la *unreliability* definita nella lezione precedente
- Si ipotizza inoltre che i tempi di guasto sono delle variabili casuali con distribuzione $M(t)$. La funzione $M(t)$ è chiamata la *maintainability* del componente



- **Mantenibilità $M(t)$** : probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo $0 \dots t$, sapendo che per $t=0$ il componente era guasto
- $M(t)$ è una funzione di distribuzione cumulativa
 - ha una densità di probabilità

$$m(x) = \frac{dM(t)}{dt}$$



La *maintainability* (in italiano, mantenibilità) rappresenta la probabilità che un componente sia riparato in un qualsiasi momento nell'intervallo di tempo compreso tra 0 e t , sapendo che all'istante iniziale il componente era guasto

•Più formalmente, se indichiamo con T l'istante in cui avviene la riparazione, abbiamo che $M(t) = \mathbf{P}(T \leq t)$

•Dato che la *maintainability* è una funzione di distribuzione cumulativa, è possibile definire una densità di probabilità, come la derivata rispetto al tempo *maintainability*



- **Repair rate $\mu(t)$** : velocità delle riparazioni
 - $\mu(t)dt \equiv$ probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo $(t, t+dt)$ sapendo che all'istante t il componente era ancora guasto
 - $\mu(t)dt \equiv P(t < T \leq t+dt \mid T > t)$
 - T = istante in cui avviene la riparazione



In modo analogo a quello che è stato visto nella lezione precedente per il *failure rate*, anche per la *maintainability* è possibile definire un *repair rate*. Il *repair rate* misura la “velocità” con cui un componente può essere riparato.

•Più formalmente, se indichiamo con T l'istante in cui avviene la riparazione, il prodotto μ per dt rappresenta la probabilità che il componente venga riparato nell'intervallo $(t, t+dt)$, sapendo che all'istante t il componente era ancora guasto.



- Repair rate e mantenibilità sono legati tra loro dalla relazione

$$\mu(t) = \frac{m(t)}{1 - M(t)} = - \frac{d \ln[1 - M(t)]}{dt}$$

- Integrando rispetto al tempo si ottiene l'espressione fondamentale

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = - \frac{d \ln[1 - F(t)]}{dt}$$

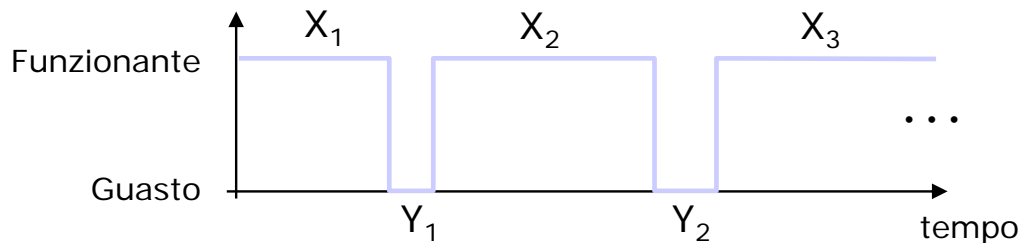
- Se $\mu \equiv$ costante la mantenibilità ha distribuzione esponenziale

$$M(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$$

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Sempre in analogia con quanto è stato visto nella lezione precedente, è possibile ricavare una serie di relazioni tra *maintainability* e *repair rate*.

- La prima relazione può essere ricavata ricordando l'analogia tra *maintainability* e *unavailability*
- Se integriamo rispetto al tempo e osserviamo che $M(0)$ è pari a zero (in base alla definizione di mantenibilità all'istante iniziale il sistema è sicuramente guasto), otteniamo la *maintainability* in funzione del *failure rate*
- Si noti che, nel caso di *repair rate* costante, la mantenibilità ha distribuzione esponenziale



$$MTTF = E[X] = \int_0^{+\infty} t f dt = \int_0^{+\infty} t [1 - F] dt$$

$$MTTR = E[Y] = \int_0^{+\infty} t m dt = \int_0^{+\infty} [1 - M] dt$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

$$MTTR = \frac{1}{\mu}$$

λ e μ costanti

Alla luce dei sistemi riparabili è quindi possibile vedere in modo diverso la definizione di Mean Time To Failure vista nella lezione precedente.

- Supponendo che un componente attraversi una serie di fasi di funzionamento alternate a fasi di guasto, possiamo definire il MTTF come la media (o valore atteso) delle variabili casuali X che rappresentano, appunto, la durata delle fasi di funzionamento. L'unità tipica di misura del MTTF si esprime in FIT (failure in time) e si misura come numero di guasti ogni miliardo di ore

- In modo analogo possiamo definire il MTTR come la media (o valore atteso) delle variabili casuali Y che rappresentano la durata delle fasi guasto. L'MTTR rappresenta quindi il tempo medio durante il quale il componente non funziona. Esso comprende il tempo necessario per

- scoprire che c'è un guasto
- individuare il guasto
- rimuovere il componente difettoso
- effettuare la riparazione
- ripristinare il componente
- effettuare le operazioni necessarie per ripristinare il sistema

- Nel caso in cui *failure rate* e *repair rate* siano costanti (ossia nel caso in cui *unavailability* e *maintainability* siano esponenziali), MTTF e MTTR possono essere calcolati come il reciproco di *failure rate* e *repair rate*. E' interessante notare come *MTTF* e *MTTR* possano essere in contrasto tra loro. Succede spesso che nei sistemi reali si preferisca ridurre il MTTF di un componente a fronte di un aumento del MTTR. Ad esempio, i cavi di rete sarebbero molto più affidabili (e quindi con un MTTF alto) se fossero **saldati** ai computer. In questo caso però l'MTTR (ossia il tempo necessario per sostituire un cavo difettoso) crescerebbe notevolmente.



- **Availability $A(t)$** : probabilità che il componente stia funzionando al tempo t
 - $A(0)=1$

Reliability



Availability



- **Unavailability $U(t)$** : probabilità che il componente sia guasto al tempo t
- $A(t) + U(t) = 1$

Dato che un sistema riparabile alterna momenti di funzionamento a momenti di guasto, è necessario caratterizzare questi sistemi con una nuova grandezza: la disponibilità

- La disponibilità (in inglese, *availability*) è una funzione del tempo $A(t)$ definita come la probabilità che il sistema non mostri malfunzionamenti nell'istante t in cui gli è richiesto di operare. Si suppone che all'istante iniziale il sistema stia funzionando, quindi $A(0)=1$

- E' importante sottolineare la differenza tra *reliability* e *availability*.

- La *reliability* prevede che un componente non si guasti mai nell'intervallo compreso tra 0 e t . L'*availability* prevede che un componente possa essersi guastato e riparato più volte nello stesso periodo di tempo. Per sistemi non riparabili *availability* e *reliability* coincidono

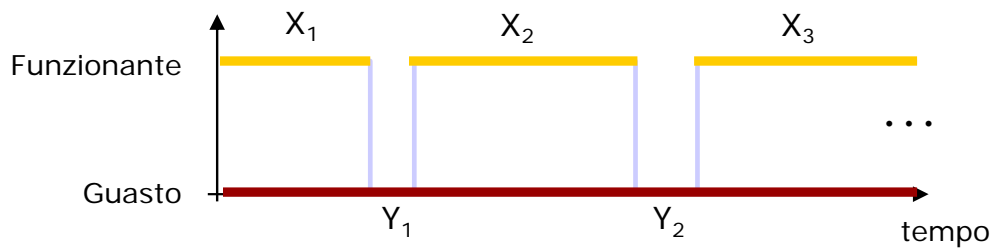
Un sistema può essere altamente disponibile nonostante esso mostri frequenti, ma molto brevi, periodi di malfunzionamento

- In modo complementare alla disponibilità è possibile definire l'indisponibilità $U(t)$ (in inglese *unavailability*) come la probabilità che il sistema non stia funzionando nell'istante t

- E' evidente che la somma di *availability* e *unavailability* deve essere pari ad uno



- La disponibilità stazionaria A è la percentuale di tempo in cui il sistema funziona correttamente



$$A = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

La disponibilità stazionaria A è la percentuale di tempo in cui il sistema funziona correttamente

- In altre parole, l'affidabilità stazionaria è data dal rapporto tra il tempo medio di funzionamento
- e il tempo totale di funzionamento, il MTBF, che è dato dalla somma di MTTF e MYTR



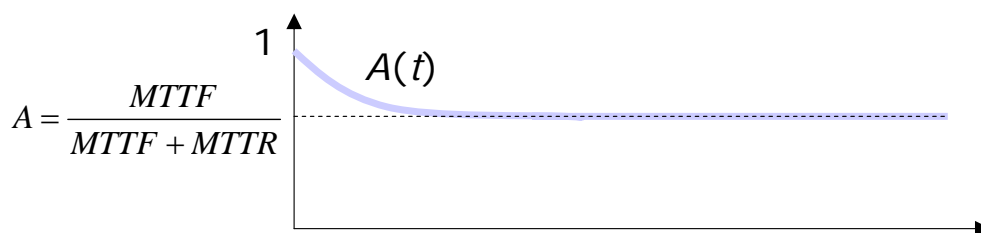
- La disponibilità stazionaria si calcola come

- $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$

- Se μ e λ sono costanti

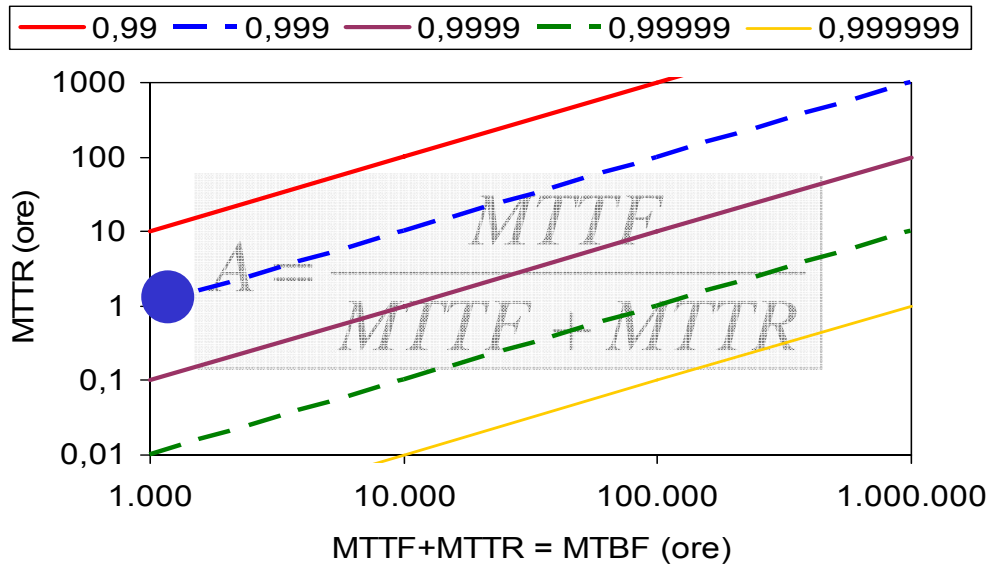
$$A = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu} = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

Questa relazione vale solo per reliability e maintainability relativi esponenziali



Nelle lezioni successive vedremo che la disponibilità stazionaria A si può definire in modo più preciso come il limite che tende a più infinito di $A(t)$

- In altre parole, dopo un periodo sufficientemente lungo di tempo, la disponibilità di un sistema tende ad un valore limite stazionario
- Nel caso in cui *failure rate* e *repair rate* siano costanti (ossia nel caso in cui *unavailability* e *maintainability* siano esponenziali), possiamo sostituire MTTF e MTTR con il reciproco di *failure rate* e *repair rate*
- la disponibilità stazionaria diviene quindi $\mu/(\lambda+\mu)$



E' interessante osservare graficamente il legame tra disponibilità, MTTF e MTTR

- Tracciano un grafico che ha sull'asse verticale il MTTR (in scala logaritmica) e sull'asse orizzontale il MTBF. Tracciamo su questo grafico le curve (che sono in realtà delle rette) a disponibilità costante
- Si vede che per ottenere un certo livello di disponibilità (ad esempio, del 99,9%) è possibile avere un MTBF basso (ossia è possibile avere dei guasti frequenti) a patto di avere un MTTR basso (ossia a patto di riparare velocemente i guasti)
- Nel caso in cui il MTBF sia alto (ossia, nel caso in cui i guasti siano poco frequenti), la stessa disponibilità si può ottenere con MTTR alti (ossia con tempi lunghi di riparazione del guasto)



- Una notazione tipica per l'affidabilità e quella “dei nove”
 - un'affidabilità a 3-nove corrisponde al 99.9%
 - un'affidabilità a 5-nove corrisponde al 99.999%
- Downtime = $(1-A) \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60)$
 - [min/anno]

Availability	Downtime
99.99% (4-nines)	52 minutes/year
99.999% (5-nines)	5 minutes/year

Una notazione tipica per la disponibilità e quella “dei nove”. Ad esempio

- una disponibilità a 3-nove corrisponde al 99.9%
- una disponibilità a 5-nove corrisponde al 99.999%
- Spesso in alternativa alla una disponibilità può essere comodo utilizzare il downtime
- Il downtime indica il numero medio di minuti in un anno per cui il sistema non è funzionante
- il downtime si calcola moltiplicando l'indisponibilità
- per il numero di minuti presenti in un anno
- A titolo di esempio, una disponibilità a 4 nove (ossia del 99.99%) corrisponde ad un down time di 52 minuti all'anno. Una disponibilità a 5 nove (ossia, del 99.999%) corrisponde ad un downtime di 5 minuti all'anno