ESERCIZIO del 16/04/2009

Un sistema aperto cede potenza termica a una macchina motrice che scambia potenza termica anche con l'ambiente a **T_f = 0 °C** (Sorgente Fredda).
Valutare le differenti quantità di potenza meccanica prodotta dalla macchina a parità di potenza termica ceduta dal sistema aperto nei casi in cui:

I) all'ingresso del sistema vi sia una portata di acqua a **T_1' = 200 °C** e **P_1' = 20** bar
II) all'ingresso del sistema vi sia una portata di vapore saturo a **T_1'' = 200 °C**

All'uscita del sistema aperto c'è in ambedue i casi acqua a **T_2 = 20 °C** e **P_2 = 1 bar.**
Si ipotizzi il sistema aperto stazionario e la macchina reversibile

DEFINIZIONI

$$\dot{Q}=\dot{m}\,\Delta h$$

$$h_{bifase}=(1-x)\,h_l+x\,h_v=h_l+x\,(h_v-h_l)=x_l+x\,h_{lv}$$

$$h_{@T<T_{SAT}}=h_{@T_{SAT}}+\overbrace{v\,\Delta P}^{=0\text{ trasc.}}\simeq h_{@T_{SAT}}$$

Conversioni

$1\text{ bar}=10^5\,Pa$
$0\,°C=273{,}15\,K$

Unità di misura

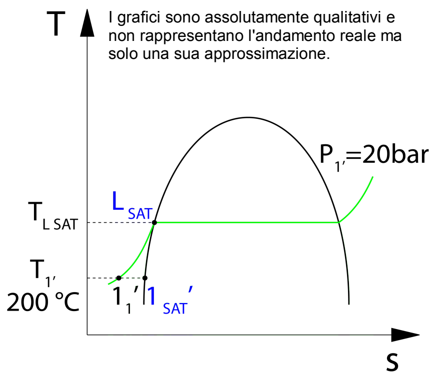
$$P[Pa]=\frac{F}{l^2}[\frac{N}{m^2}]=[\frac{kg}{m\cdot s^2}]$$

DATI

CONDIZIONE INIZIALE *I*)

Acqua
$T_{1'}=200\,°C$
$P_{1'}=20\text{ bar}=2\,MPa$
$T_{1'}<T_{L\,SAT@P_{1'}=2MPa}=212{,}42\,°C$
=> Acqua sottoraffreddata

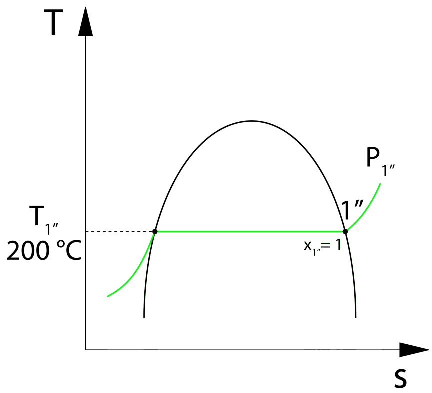
$$\left\{\begin{array}{l} h_{1'}\simeq h_{1_{SAT}'}=h_{l@T_1'=200°C}=852{,}45\,\frac{kJ}{kg} \\ s_{1'}\simeq s_{1_{SAT}'}=s_{l@T_1'=200°C}=2{,}3309\,\frac{kJ}{kg\cdot K}\end{array}\right. \quad @\left\{\begin{array}{l} T_{1'} \\ P_{1'}\end{array}\right.$$



CONDIZIONE INIZIALE *II*)

Vapore saturo
$T_{1''}=200\,°C$
$x_{1''}=1$

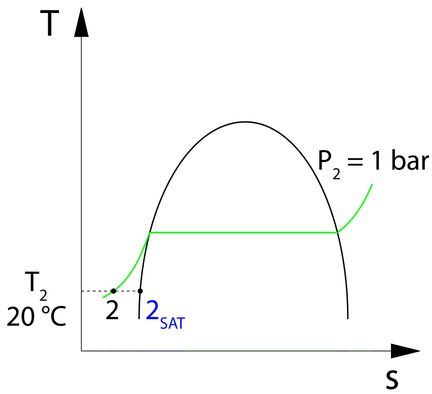
$$\left\{\begin{array}{l} h_{1''}=h_{v@T_1''=200°C}=2793{,}2\,\frac{kJ}{kg} \\ s_{1''}=s_{v@T_1''=200°C}=6{,}4323\,\frac{kJ}{kg\cdot K}\end{array}\right. \quad @\left\{\begin{array}{l} T_{1''} \\ P_{1''}\end{array}\right.$$

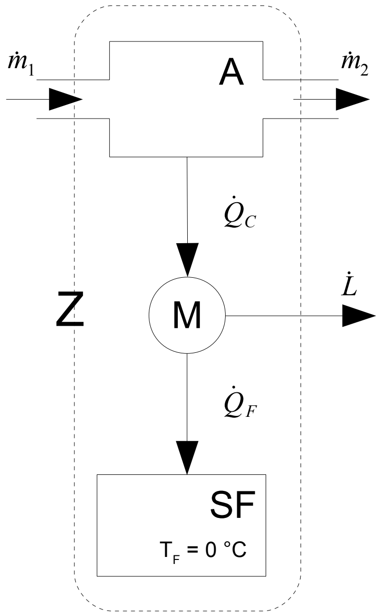


CONDIZIONE FINALE

Acqua sottoraffreddata
$T_2=20\,°C$
$P_2=1\text{ bar}$

$$\left\{\begin{array}{l} h_2\simeq h_{2_{SAT}}=h_{l@T_2=20°C}=83{,}96\,\frac{kJ}{kg} \\ s_2\simeq s_{2_{SAT}}=s_{l@T_2=20°C}=0{,}2966\,\frac{kJ}{kg\cdot K}\end{array}\right. \quad @\left\{\begin{array}{l} T_2 \\ P_2\end{array}\right.$$





Bilanci di massa, energia ed entropia del sistema composto $Z = A \cup M \cup SF$

$$\overset{\text{A staz.}}{\overset{=0}{\frac{d\,\dot m}{dt}}} = \dot m_1 - \dot m_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \dot m_1 = \dot m_2 = \dot m$$

$$\frac{dE}{dt} = \overset{\text{A staz.}}{\overset{=0}{\frac{dE_A}{dt}}} + \overset{\text{M staz.}}{\overset{=0}{\frac{dE_M}{dt}}} + \frac{dE_{SF}}{dt} = \dot m(h_1 - h_2) + \overset{\text{Z adiab.}}{\overset{=0}{\dot Q}} - \dot L^{\rightarrow} \qquad (E_{pot} \text{ e } E_{cin} \text{ trasc.})$$

$$\frac{dS}{dt} = \overset{\text{A staz.}}{\overset{=0}{\frac{dS_A}{dt}}} + \overset{\text{M staz.}}{\overset{=0}{\frac{dS_M}{dt}}} + \frac{dS_{SF}}{dt} = \dot m(s_1 - s_2) + \overset{\text{Z adiab.}}{\overset{=0}{\dot S_Q}} - \overset{\text{Z rev.}}{\overset{=0}{\dot S_{IRR}}}$$

$$\dot Q_C{}' = \dot Q_C{}''$$
$$T_F = 0\,°C = 273\,K$$

$$\boldsymbol{\dot L' = ?[W] \qquad \dot L'' = ?[W]}$$

SOLUZIONE

Riscrivo le equazioni di bilancio

$$\frac{dE_{SF}}{dt} = \dot m(h_1 - h_2) - \dot L^{\rightarrow} = \dot Q_F \quad \rightarrow$$
$$\frac{dS_{SF}}{dt} = \dot m(s_1 - s_2) = \frac{\dot Q_F}{T_F} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dot m(h_1 - h_2) - \dot L^{\rightarrow} - \dot Q_F = 0 \\ \dot m(s_1 - s_2) - \dfrac{\dot Q_F}{T_F} = 0 \end{cases}$$

Ricavo $\dot Q_F$ dalla seconda equazione e lo sostituisco nella prima
Combino i due bilanci e ricavo $\dot L$

$$\underbrace{\dot m(h_1 - h_2)}_{\dot Q_C} - \dot m T_F (s_1 - s_2) = \dot L$$

Le uniche incognite rimaste sono $\dot m'$ e $\dot m''$, che ricavo nel modo seguente

$$\dot Q_C{}' = \dot Q_C{}'' \quad => \quad \dot m'(h_{1'} - h_2) = \dot m''(h_{1''} - h_2) \quad => \quad \frac{\dot m'}{\dot m''} = \frac{h_{1''} - h_2}{h_{1'} - h_2} = \frac{2793{,}2 - 83{,}96}{852{,}45 - 83{,}96} \simeq 3{,}53$$

Arbitrariamente pongo $\dot m'' = 1\dfrac{kg}{s} \quad => \quad \dot m' = 3{,}53\dfrac{kg}{s}$

Ora ho tutto il necessario per calcolare $\dot L'$ e $\dot L''$

$$\boldsymbol{\dot L'} = \dot m'[(h_{1'} - h_2) - T_F(s_{1'} - s_2)] = 3{,}53\frac{kg}{s}[(852{,}45 - 83{,}96)\frac{kJ}{kg} - 273\,K(2{,}3309 - 0{,}2966)\frac{kJ}{kg \cdot K}] \simeq \mathbf{752{,}33\ kW}$$

$$\boldsymbol{\dot L''} = \dot m''[(h_{1''} - h_2) - T_F(s_{1''} - s_2)] = 1\frac{kg}{s}[(2793{,}2 - 83{,}96)\frac{kJ}{kg} - 273\,K(6{,}4323 - 0{,}2966)\frac{kJ}{kg \cdot K}] \simeq \mathbf{1034{,}19\ kW}$$

CONCLUSIONI

$$\frac{\dot L'' - \dot L'}{\dot L''} \simeq 0{,}27$$

Quasi il 30% di potenza meccanica in più nel caso II) rispetto al caso I), a parità di potenza termica ceduta dal sistema aperto A

- Meglio un contatore di lavoro che uno di calore
- L'entropia totale va calcolata confrontando portate massiche **e** entropie specifiche