Corso di **Modellistica delle macchine elettriche I esercitazione**
a.a. 2005/2006

**ESERCITAZIONE 1**

Esercizi svolti durante l'esercitazione.

**E1.1**
Dato il circuito in figura 6.1 funzionante in regime sinusoidale, sono noti:
R1 = 3 Ω,  R2 = 4 Ω,  R3 = 5 Ω
R4 = 4 Ω, Xc1 = 2 Ω,  Xc2 = 3 Ω
Xl = 2 Ω, Iz = 20 A, Pz = 400 W
Qz = 300 Var (ind)

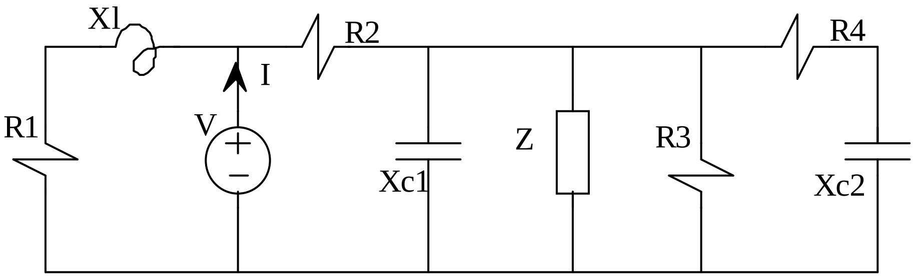



Fig. 6.1

Determinare i valori della tensione del generatore V, della corrente da esso erogata e del loro sfasamento reciproco.

[V = 125.78 V, I = 57.38 A, $\phi$ = 18.97 $^o$ (ind.)]

*{Si procede seguendo il metodo di Boucherot. Per trovare la tensione V è necessario trovare la potenza attiva, reattiva e apparente totale ai morsetti del generatore. Per fare questo conviene dividere la rete in tre sezioni:*

- *sez a comprende Xc1, Z, R3, R4 e Xc2*
- *sez. b comprende R2;*
- *sez. c comprende R1 e Xl*

*Alla sez. a la potenza attiva totale è la somma di diversi contributi:*
*Pa = Pz+PR3+PR4*
*dove Pz = 400 W,* $P_{R3} = V_{R3}^2/R3$, $P_{R4} = R4*I_{R4}^2$ *. La tensione ai capi di R3 è la stessa che c'e' ai capi di Z e vale* $V_{R3} = \sqrt{Pz^2+Qz^2}/Iz = 25$ *V. La corrente su R4 è pari a*
$I_{R4} = Vz/\sqrt{R4^2+Xc2^2} = 5A$ *quindi Pa = 625 W.*
*Mentre la potenza reattiva è la seguente:*
$Qa = -Q_{Xc2}+Qz-Q_{Xc1}$*, dove* $Q_{Xc2} = Xc2*IR4^2 = 75$ *Var,* $Q_{Xc1} = Vz^2/Xc1 = 312.5$ *Var, da cui Qa = -87.5 Var.*
*Alla sez. b si ha Qb = Qa,* $Pb = Pa+R2*I2^2$*. La corrente I2 è data da*
$I2 = \sqrt{Pa^2+Qa^2}/Vz = 25.24$ *A. Quindi Pb = 3174 W.*
*Alla sez. c Pc = Pb+P1, Q1 = Qb+Q1. Dove* $P1 = R1*I1^2$ *e* $Q1 = Xl*I1^2$*. Per il calcolo della corrente I1 conviene calcolare la tensione ai capi dell'impedenza R1-Xl (che e' la stessa che c'e' ai capi del generatore V). Questa tensione è pari a* $V1 = \sqrt{Pb^2+Qb^2}/I2 = 125.78$ *V. Nota V1 la corrente I1 risulta pari a* $I1 = V1/\sqrt{R1^2+Xl^2} = 34.89$ *A. Risulta allora Pc = 6825 W e Qc = 2346.5 Var. La potenza apparente totale è pari a* $Ac = \sqrt{Pc^2+Qc^2} = 7217.1$ *VA, la tensione del generatore vale V = V1 = 125.78 V, la corrente ai capi del generatore è pari a I = Ac/V =57.38 A, lo sfasamento è pari a* $\phi$ *= acos(Pc/Ac) = 0.311 rad = 18.97* $^o$*}*

**Ex1.2**
Dato il circuito in figura 6.2, sono noti:
R1 = 50 Ω, R2 = 2 Ω, R3 = 4 Ω, R4 = 4 Ω,
Xc1 = 3 Ω, Xl = 6 Ω,
Pz = 1600 W, $\cos\phi_z$ = 0.8 (ind.) Vz = 100V
f = 50 Hz.

Determinare il valore della capacità C affinché il fattore di potenza (cosϕ) del generatore A risulti pari a 0.9 (ind.)

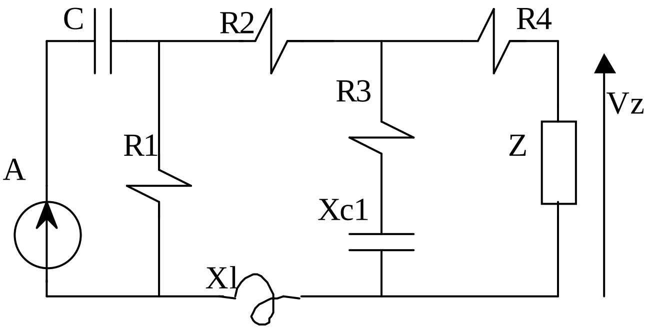


Fig. 6.2

[C = 2.131 mF]

*{Si procede utilizzando il metodo di Boucherot per calcolare il fattore di potenza che risulta ai capi del generatore A quando non sia presente il condensatore C, e successivamente si calcola il valore della capacità C tale da avere un* cosϕ *= 0.9 ind.*
*Si divide la rete nelle seguenti sezioni:*
- *sez a -> impedenza Z e R4*
- *sez b -> impedenza R3-Xc1*
- *sez. c -> impedenza R2-Xl*
- *sez. d-> R1*
- *sez. e -> C*

*Alla sez. a si ha* $Pa = Pz + R4 * Iz^2 = 3.2$ *kW,* $Qz = Pz * \tan(\phi) = 1.2$ *kVar,* $Ia = Iz = P/(V * \cos\phi) = 20$ *A,* $Va = \sqrt{Pa^2 + Qa^2}/Iz = 170.88$ *V . Alla sez. b si ha* $Pb = Pa + PR3$, $Qb = Qa - Q_{Xc1}$*. Ma* $PR3 = R3 * I_{32}$*, dove* $I_{R3} = Va/\sqrt{R3^2 + Xc1^2} = 34.176$ *A, quindi* $Pb = 7.872$ *kW e* $Qb = -2.304$ *kVar e* $Ib = \sqrt{Pb^2 + Qb^2}/Va = 48$ *A.*
*Alla sez. c si ha* $Pc = Pb + P_{R2}$ *e* $Qc = Qb + Q_{Xl}$*. Dove* $P_{R2} = R2 * I2^2$ *e* $Q_{Xl} = Xl * I2^2$*. La corrente I2 è pari a Ib quindi* $Pc = 12.48$ *kW e* $Qc = 11.52$ *kVar. Alla sezione c si ha inoltre* $Ic = Ib$*, e* $Vc = \sqrt{Pc^2 + Qc^2}/Ic = 353.84$ *V. Nella sez. d si ha* $Pd = Pc + Vc^2/R1 = 14.98$ *kW e* $Qd = Qc$*. Si ha inoltre* $Vd = Vc$ *e* $Id = \sqrt{Pd^2 + Qd^2}/Vc = 53.42$ *A*
*In assenza del condensatore il* $\cos\phi$ *è pari a* $\cos\phi = Pd/\sqrt{Pd^2 + Qd^2} = 0.793$*. Se si aggiunge il condensatore, nella sez. e si ha* $Qe = Pd * \tan\phi^* = Qd - Q^* = 7.257$ *kVar quindi* $Q^* = 4.263$ *kVar (cap) da cui si ricava* $C = Id^2/(\omega * Q^*) = 2.131$ *mF}*

<u>Esercizi proposti</u>
**Ex 1.3**
Dato il circuito in figura 6.5, sono noti:
Vu = 280 V Pu = 1 kW
ϕu = π/4 (ind) f = 50 Hz R1 = 17 Ω
Xc = 200 Ω, R2 = 10 Ω

Determinare il valore della capacità Cx in modo che la corrente I sia in fase con la tensione V1

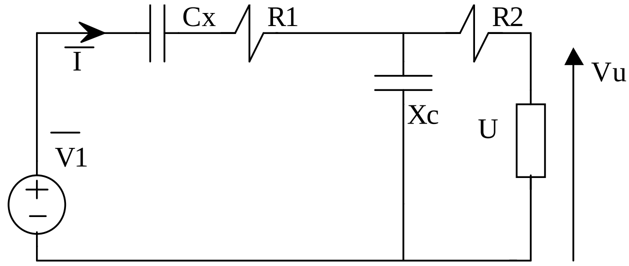


Fig. 6.5

[C = 115.91 μF]

*{Si procede utilizzando il metodo di Boucherot. Si individuano le seguenti sezioni:*

- *sez a -> R-U*
- *sez b -> Xc*
- *sez c -> R1*
- *sez d -> Cx*

*Alla sez a si ha Pa = Pu+PR2 = Pu+R2*Iu*$^2$*,ma Iu = Pu/(Vu*cos*$\phi$*) = 5.051 A, quindi Pa =1.255 kW Qa=Qu = Pu*tan*$\phi$ *= 1 kVar, Va =* $\sqrt{Pa^2 + Qa^2}$ */Iu = 317.72 V. Nella sez. b si ha Pb = Pa, Qb = Qa-Va*$^2$*/Xc = 495.2 Var e Ib =* $\sqrt{Pb^2 + Qb^2}$ */Va = 4.247 A. Il condensatore Cx deve fornire una potenza reattiva pari a Qb e quindi Cx = Ib*$^2$*/(*$\omega$**Qb) = 115.91* $\mu$*F.*
*L'esercizio poteva essere risolto anche in altro modo calcolando il modulo dell'impedenza Zu come Zu = Vu/Iu e poi calcolando la parte reale e immaginaria di tale impedenza (Ru = Zu*cos*$\phi$ *e Xu = Zu*sin*$\phi$*). Affinché la corrente e la tensione siano in fase la parte immaginaria dell'impedenza vista ai morsetti di V1 deve essere nulla. Imponendo questa condizione si trova la soluzione}*

**Ex 1.4**

Dato il circuito in figura 6.6, sono noti:
V = 200 V, I = 5 A ind. P = 800 W
R1 = 10 Ω, Xc = 100 Ω Xl = 5 Ω
R2 = 50 Ω, R3 = 4 Ω

Determinare l'impedenza Z

[Z = 11.574 + j21.546 Ω]

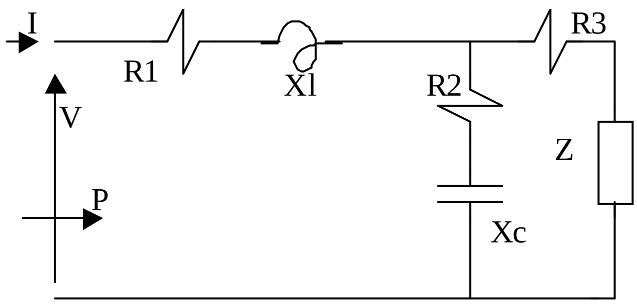



Fig. 6.6

*{Si utilizza il metodo di Boucherot partendo da sinistra. La potenza reattiva assorbita e' data da Q =* $\sqrt{(VI)^2 - P^2}$ *=600 Va. Si divide il circuito nelle seguenti sezioni:*

- *sez1che comprende R1-X1*
- *sez2 che comprende R2-Xc*
- *sez3 che comprende R3.*

*Per la sezione 1 si ha P1=P-R1*I*$^2$ *= 550 W e Q1 = Q-X1* I*$^2$*=475 Var. La tensione nella sezione 1 è pari a V1=*$\sqrt{P1^2 + Q1^2}$ */I=145.344 V. La corrente che interessa R2-Xc è pari a Ir2=V1/*$\sqrt{R2^2 + Xc^2}$ *=1.3 A. La potenza attiva e reattiva nella sezione 2 è data da P2=P1-R2* Ir2*$^2$*=465.5 W e Q2=Q1+Xc* Ir2*$^2$*=644 Var. La tensione nella sezione 2 e' V2=V1 e la corrente è I2=*$\sqrt{P2^2 + Q2^2}$ */V2=5.467 A. Nella sezione 3 si ha Q3=Q2 e P3=P2-R3* I2*$^2$ *=345.94 W. L'impedenza Z si ricava dalle seguenti relazioni: Rx*I2*$^2$*=P3 e Xx*I2*$^2$*=Q3 da cui si ricava Rx=P3/I2*$^2$*=11.574* $\Omega$ *e Xx=Q3/I2*$^2$*=21.546* $\Omega$
*}*

**Ex1.5**

Dato il circuito in figura 4.1, sono noti:
R = 8 Ω, L = 10 mH, C = 100μF.
v(t) = 50*cos(300*t+π/6) V

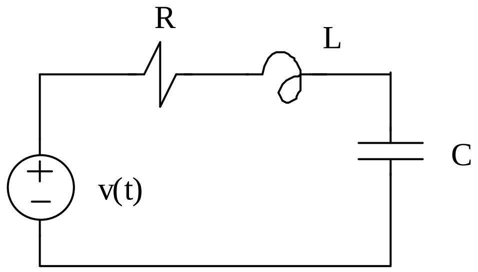



Fig. 4.1

Determinare la corrente , le tensioni sul resistore, sul condensatore e sull'induttore nel dominio del tempo ed in quello fasoriale.

[i(t) = 1.594*cos(300*t+1.8387) A,
vr(t) = 12.751*cos(300*t+1.837) V,
vl(t) = 4.782*cos(300*t+3.407) V,
vc(t) = 53.13*cos(300*t+0.266) V]

*{E' necessario esprimere la sorgente di tensione nel dominio fasoriale. In tale dominio* $\overline{V} = \frac{50}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}} = \frac{50}{\sqrt{2}} \cdot (\cos\frac{\pi}{6} + j \cdot sin\frac{\pi}{6}) = 30.62 + j*17.68$ *V. La pulsazione è pari a ω=300 rad/s. Si può ricavare la reattanza induttiva Xl = ω*L = 3 Ω, la reattanza capacitiva è pari a Xc = 1/(ω*C) = 33.33 Ω. Scrivendo la legge alla maglia si ottiene la corrente*
$\overline{I}$ *=* $\overline{V}$ */(R+j*(Xl-Xc)) = -0.296+j*1.087 A. La tensione ai capi del resistore è pari a* $\overline{Vr}$ *= R** $\overline{I}$ *= -2.368+j*8.7 V, la tensione sull'induttore vale* $\overline{Vl}$ *= jXl** $\overline{I}$ *= -3.262-j*0.888 V, la tensione sul condensatore vale* $\overline{Vc}$ *= -jXc** $\overline{I}$ *= 36.249+j*9.866 V. Per trasformare le grandezze trovate nel dominio del tempo si procede nel medesimo modo per tutte le grandezze. Ad esempio per la corrente si ha:*
*i(t) = IM*cos(wt+f), dove* $I_M = \sqrt{2} \cdot \left\{\sqrt{\mathrm{Re}(\overline{I})^2 + \mathrm{Im}(\overline{I})^2}\right\}$ *e* $\varphi = a\tan(\frac{\mathrm{Im}(\overline{I})}{\mathrm{Re}(\overline{I})})$*, se la parte reale è positiva, e* $\varphi = a\tan(\frac{\mathrm{Im}(\overline{I})}{\mathrm{Re}(\overline{I})}) + \pi$ *se è negativa. Si ottiene allora:*
*i(t) = 1.594*cos(300*t+1.8387) A,*
*vr(t) = 12.751*cos(300*t+1.837) V,*
*vl(t) = 4.782*cos(300*t+3.407) V,*
*vc(t) = 53.13*cos(300*t+0.266) V}*

**Ex1.6**
Dato il circuito in figura 5.2, sono noti:
$\overline{V1}$ = 10 V, $\overline{V2}$ = j*12 V, R1= 2 Ω, R2 = 4 Ω
R3 = 5 Ω, R4 = 10 Ω, Xc = 2 Ω, Xl = 3 Ω,
f = 50 Hz.

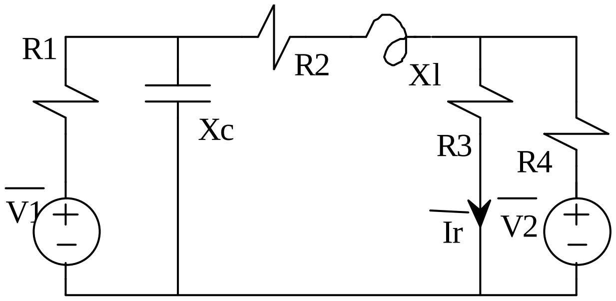


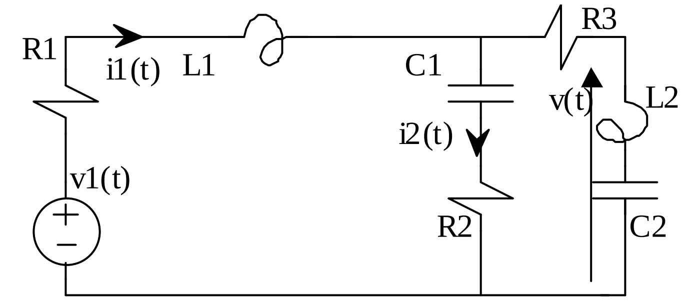
Fig. 5.2

Determinare ir(t)

[ir(t) = 0.306*cos(314.15*t+0.132) A]

*{Conviene semplificare la parte di rete di sinistra (costituita dal bipolo i tipo serie cstituito dal generatore di tensione $\overline{V1}$ e dall'impedenza $\overline{Z1} = R1$, in parallelo a $\overline{Zc}$ = -j Xc , in serie a $\overline{Z2} = R2 + jXl$ ). La tensione a vuoto si trova con la regola del partitore di tensione e vale $\overline{Vv} = \overline{V1} \cdot \overline{Zc} / (\overline{Zc} + \overline{Z1})$ = 5-j5 V, l'impedenza equivalente è data dalla serie di $\overline{Z2}$ e del parallelo di $\overline{Z1}$ e $\overline{Zc}$, $\overline{Zeq} = 5 + j2$ Ω. La corrente $\overline{Ir}$ può essere calcolata trasformando i due bipoli $\overline{Vv} - \overline{Zeq}$ e $\overline{V2} - \overline{Z4}$ ( $\overline{Z4} = R4$ ) nel loro equivalente parallelo e applicando la regola del partitore di corrente, (dove $\overline{Yeq} = 1/\overline{Zeq}$ , $\overline{Y3} = 1/\overline{Z3}$, ( $\overline{Z3} = R3$ ) $\overline{Y4} = 1/\overline{Z4}$ ) si ottiene quindi:*
$\overline{Ir} = ((\overline{Vv}/\overline{Zeq}) + (\overline{V2}/\overline{Z4})) * \overline{Y3} / (\overline{Y3} + \overline{Y4} + \overline{Yeq})$ *= 0.215+j0.028 A.*
*La corrente ir(t) risulta allora pari a ir(t)= 0.306*cos(314.15*t+0.132) A}*

**Ex1.7**
Dato il circuito in figura 5.6, sono noti:
v1(t)= 14.139*sin(10*t) V, R1= 2 Ω, R2 = 1 Ω
R3 = 4 Ω, C1 = C2 = 0.1 F
L1 = 0.1 H, L2 =0.5 H.




Calcolare i1(t), i2(t), v(t).

Fig. 5.6

[i1(t) = 4.432*cos(10*t-1.663) A,
i2(t) = 4.3*cos(10*t-1.418) A,
v(t) = 4.3*cos(10*t+1.418) V]

*{Il generatore di tensione v1(t) in regime fasoriale è pari a V1 = -j9.99 V. La rete è costituita dal parallelo di 3 bipoli: V1-Z1, Z2, Z3, dove Z1 = R1+j*ω*L, Z2 = R2-j/(ω*C1), Z3 = R3 +j*(ω*L2-1/(ω*C2)). Per calcolare la tensione V conviene trasformare V1-Z1 nel suo equivalente parallelo e notare che in tal modo si ottiene dalla relazione I = Y*V che la tensione Vu ai capi di Z2 è pari a Vu =(V1/Z1)/(1/Z1+1/Z2+1/Z3) = -2.543-j3.467 V. La tensione V si trova applicando la regola del partitore di tensione ed è pari a V = Vu*(j(ω*L2-1/(ω*C2)))/(Z3) = 0.462-j3.005 V, la corrente I2 è pari a I2 = Vu/Z2 = 0.462-j3.005 A, la corrente I1 = (V1-Vu)/Z1 =-0.289-j3.121 A. Ritornando nel dominio del tempo si ottiene: i1(t) = 4.432*cos(10*t-1.663) A, i2(t) = 4.3*cos(10*t-1.418) A, v(t) = 4.3*cos(10*t+1.418) V}*