

Equazioni Differenziali Ordinarie		30 giugno 2005
Cognome	Nome	Firma
Proff. Arioli, Rossi, Vegni	Matricola	Sezione INF

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto

Esercizio 3. Considerare il sistema ad un grado di libertà

$$\ddot{x} = 3x^2 - 6x. \quad \Delta$$

a. Disegnare il grafico del potenziale associato al sistema Δ , dopo averne determinato l'espressione analitica.

b. Dedurre con cura le traiettorie del sistema Δ nel piano (x, \dot{x}) , determinandone i versi di percorrenza e i livelli di energia per i quali il sistema ammette traiettorie periodiche.

Considerare quindi il sistema ad un grado di libertà seguente

$$\ddot{x} = 1 + 2 \sin x. \quad \square$$

c. Determinare i punti di equilibrio del sistema \square nel piano (x, \dot{x}) .

d. Disegnare il grafico del potenziale associato al sistema \square , dopo averne determinato l'espressione analitica.

e. Dedurre qualitativamente le traiettorie del sistema \square nel piano (x, \dot{x}) .

$$E = \frac{\dot{x}^2}{2} - \int_{x_0}^x (3x^2 - 6x) dx = E_c + U \quad U = -x^3 + 3x^2$$

(vedi foglio allegato: grafico di U e diagramma
forse)
sistema \square

$$E = \frac{\dot{x}^2}{2} - \int_{x_0}^x (1 + 2 \sin x) dx = E_c + U(x) \quad U(x) = -x + 2 \cos x - 2$$

$$U(x) = -(x+2) + 2 \cos x$$

Il grafico di $U(x)$ è compreso
tra le due rette parallele.

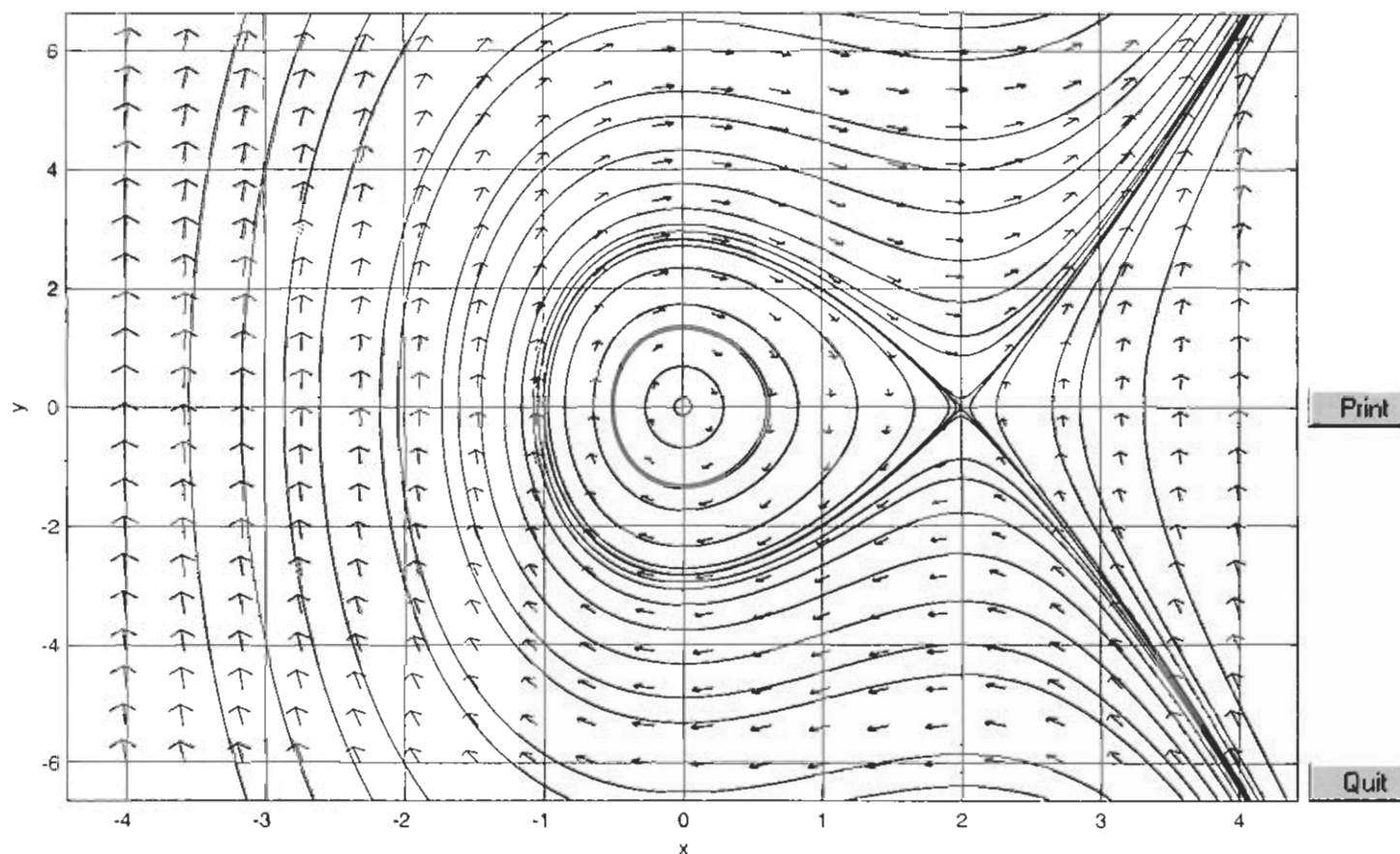
$$U'(x) = -(1 + 2 \sin x) = 0$$

$$1 + 2 \sin x = 0 \quad \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \begin{cases} 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (\text{p.i. di equilibrio})$$



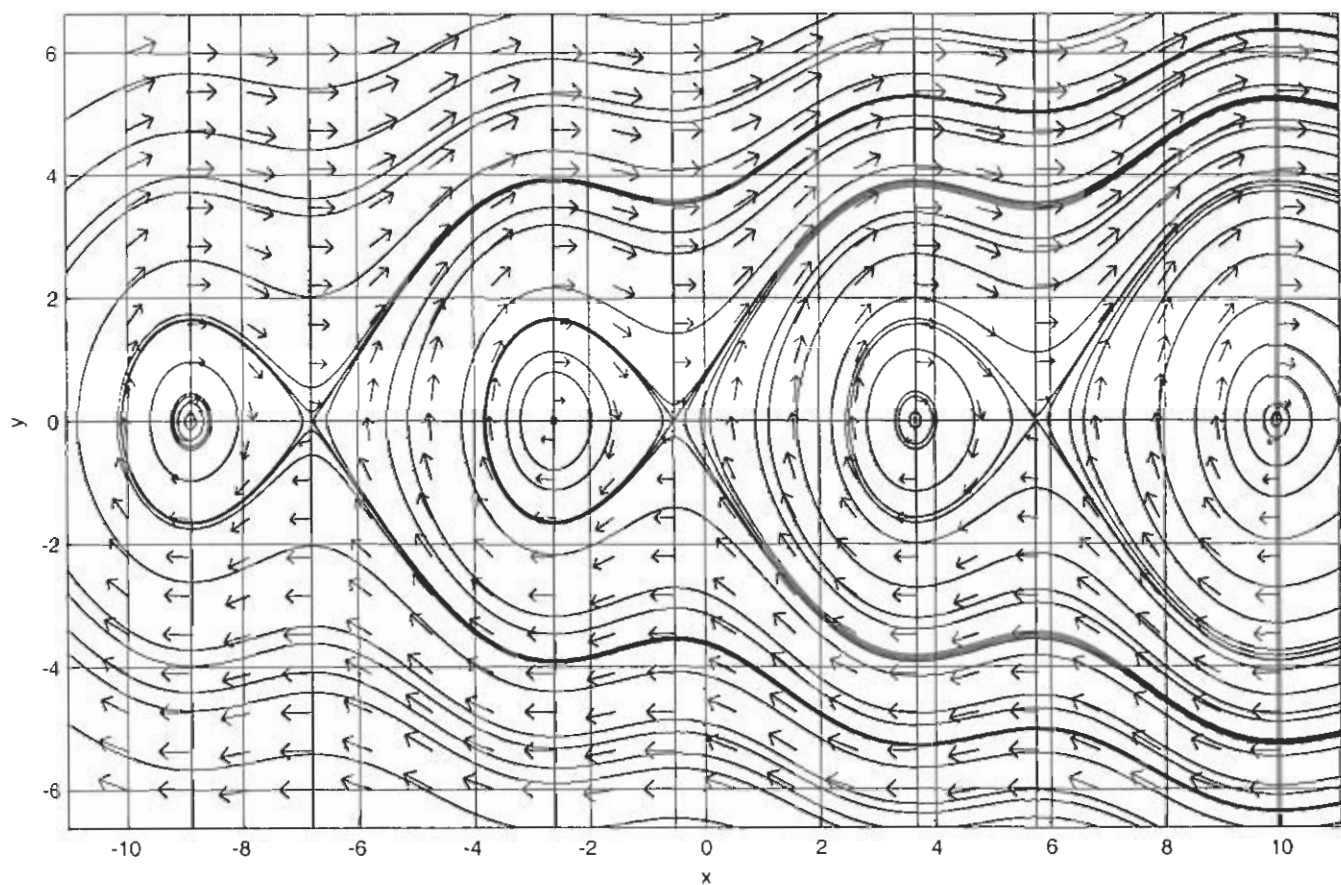
$$\begin{aligned}x' &= y \\ y' &= 3x^2 - 6x\end{aligned}$$



The backward orbit from $(-3.5, -1.7)$ left the computation window.
Ready.
The forward orbit from $(2.9, -0.26)$ left the computation window.
The backward orbit from $(2.9, -0.26)$ left the computation window.
Ready.

Soluzioni periodiche per ogni livello di $U(x)$ tale
che $U(0) < U(x) < U(2) = 4$
 $U = 4$ omoclina (4 distinte traiettorie di cui una costante)
 $U > 4$ linee illimitate che contengono i cicli periodici,
per cui ci sono orami

$$\begin{aligned}x' &= y \\ y' &= 1 + 2 \sin(x)\end{aligned}$$



Print

Quit

The backward orbit from (3.7, 0.12) \rightarrow a nearly closed orbit.
 Ready.
 The forward orbit from (8.5, 0.12) left the computation window.
 The backward orbit from (8.5, 0.12) left the computation window.
 Ready.