ESERCIZIO n.1

Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico **l = 2000 kJ/kg** espandendo una portata di elio (gas perfetto monoatomico) da uno stato di ingresso noto (**P_1= 8 bar, T_1= 800 °C**) ad una condizione di uscita con **P_2= 2 bar. [0.84]**

DEFINIZIONI

$$\eta_{IET}=\frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}}=\frac{\dot{m}\,l_{reale}}{\dot{m}\,l_{ideale}}$$ Rendimento isoentropico di espansione turbina

$$\dot{L}=\dot{m}\,l$$

$$\dot{L}_{turbina}=\dot{m}(h_1-h_2)$$

$$l_{ideale}=h_1-h_{2ideale}=c_P(T_1-T_{2ideale}) \qquad l_{reale}=h_1-h_{2reale}$$

Conversioni

$1\,\text{bar}=10^5\,Pa$

$0\,°C=273{,}15\,K$

DATI

$$l_{reale}=2000\frac{kJ}{kg}=2\cdot10^6\frac{J}{kg}$$

$$P_1=8\,\text{bar}=8\cdot10^5\,Pa \qquad T_1=800\,°C=1073\,K$$

$$P_2=2\,\text{bar}=2\cdot10^5\,Pa$$

$$m_{m\,elio}\simeq4{,}0026\frac{g}{mol} \qquad R^*=\frac{R}{m_m}=8{,}314\frac{J}{mol\cdot K}\cdot\frac{1}{4{,}0026}\frac{mol}{g}=2078{,}5\frac{J}{kg\cdot K}$$

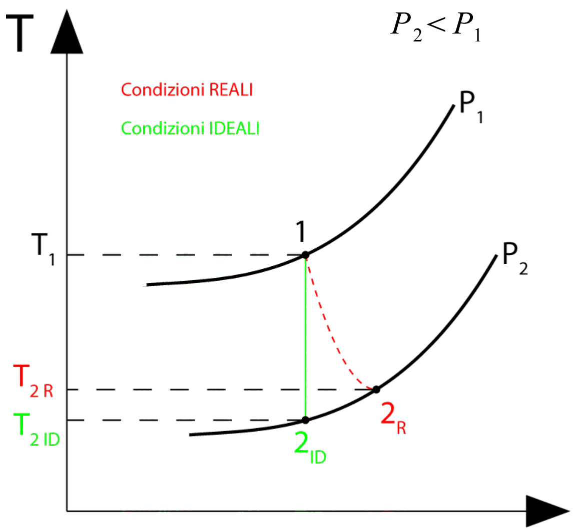
$$c_{P\,elio}=\frac{5}{2}R^*\simeq5193\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$\boldsymbol{\eta_{IET}=?}$$

Unità di misura

$$P[Pa]=\frac{F}{l^2}\left[\frac{N}{m^2}\right]=\left[\frac{kg}{m\cdot s^2}\right]$$

SOLUZIONE



I grafici sono assolutamente qualitativi e non rappresentano l'andamento reale ma solo una sua approssimazione.

$T_{2\,ID}$ è l'unica incognita necessaria per il calcolo di l_{ideale} e la ricavo come segue:

Bilancio entropico

$$\Delta s_{1\to2ID}=c_p\ln\left(\frac{T_{2ID}}{T_1}\right)-R^*\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=0 \quad \text{(Turbina adiabatica)}$$

Ricavo T_{2ID}

$$T_2=T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{c_P}}=1073\,K\left(\frac{2\cdot10^5\,Pa}{8\cdot10^5\,Pa}\right)^{\frac{2}{5}}\simeq616\,K$$

Sostituisco il valore nella formula del lavoro specifico ideale

$$l_{ideale}=c_P(T_1-T_{2ID})=5193\frac{J}{kg\cdot K}(1073-616)K=2373201\frac{J}{kg}$$

$$\eta_{IET}=\frac{l_{reale}}{l_{ideale}}=\frac{2\cdot10^6}{2373201}\simeq\mathbf{0{,}84}$$

ESERCIZIO n.5

Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria **m = 50 Kg/h**.
La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono **P_1 = 1 bar** e **T_1 = 20 °C**. All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di **P_2 = 5 bar**. Nell'ipotesi che il compressore operi **stazionariamente**, che abbia un rendimento isoentropico **η_c = 0,9** e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore T_2 e la potenza assorbita dalla macchina. **[479.4 K; -2.6 kW]**

DEFINIZIONI

$$\eta_C=\frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}}$$ Rendimento isoentropico di compressione

Bilanci potenze:

$$\frac{dE}{dt}=\dot{m}(h_1-h_2)+\dot{Q}-\dot{L}^{\rightarrow}$$

$$\frac{dS}{dt}=\dot{m}(s_1-s_2)+\dot{S}_{IRR}+\dot{S}_{Q\leftarrow}$$

Conversioni

$1\,\text{bar}=10^5\,Pa$

$0\,°C=273{,}15\,K$

Unità di misura

$$P[Pa]=\frac{F}{l^2}[\frac{N}{m^2}]=[\frac{kg}{m\cdot s^2}]$$

DATI

$$\dot{m}=50\frac{kg}{h}=\frac{50}{3600}\frac{kg}{s}$$

$P_1=1\,\text{bar}=10^5\,Pa$ $\quad T_1=20\,°C=293\,K$

$P_2=5\,\text{bar}=5\cdot10^5\,Pa$

$\eta_C=0{,}9$

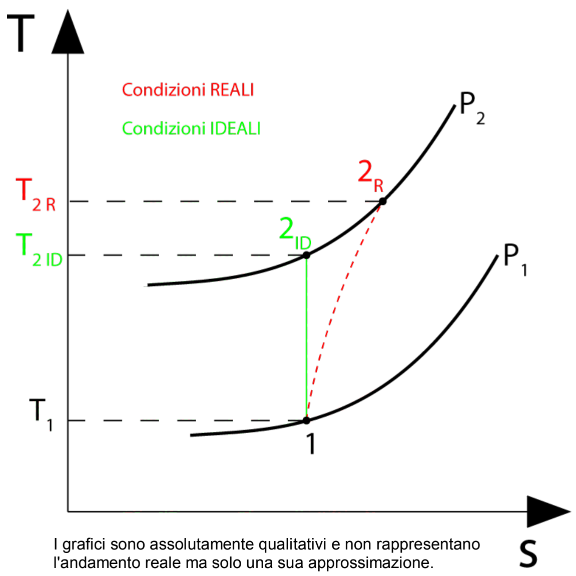
$m_m\simeq29\frac{g}{mol}$ $\quad R^*=\frac{8314}{29}\frac{J}{kg\cdot K}$ $\quad c_P=\frac{7}{2}R^*$ $\quad$ Ipotesi: Aria $\simeq$ Gas Perfetto biatomico

$$\boldsymbol{T_{2R}=?[K]} \qquad \boldsymbol{\dot{L}_R^{\rightarrow}=?[W]}$$

SOLUZIONE

$$\overset{=0\text{ staz.}}{\frac{dE}{dt}}=\dot{m}(h_1-h_2)+\overset{=0\text{ adiab.}}{\dot{Q}}-\dot{L}^{\rightarrow}=0$$

$$\overset{=0\text{ staz.}}{\frac{dS}{dt}}=\dot{m}(s_1-s_2)+\overset{=0}{\dot{S}_{IRR}}+\overset{=0\text{ adiab.}}{\dot{S}_{Q\leftarrow}}=\dot{m}(c_P\ln(\frac{T_{2ID}}{T_1})-R^*\ln(\frac{P_2}{P_1}))=0$$



I grafici sono assolutamente qualitativi e non rappresentano l'andamento reale ma solo una sua approssimazione.

Ricavo T_{2ID} ipotizzando un Gas Perfetto biatomico con $c_P=\frac{7}{2}R^*$

$$T_{2ID}=T_1(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{R^*}{c_P}}=T_1(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{2}{7}}=293\,K\cdot5^{\frac{2}{7}}\simeq464\,K$$

$$\eta_C=\frac{\dot{L}_{ID}}{\dot{L}_R}=\frac{\dot{m}c_P(T_1-T_{2ID})}{\dot{m}c_P(T_1-T_{2R})}=0{,}9$$

Ricavo T_{2R} dal rendimento

$$\boldsymbol{T_{2R}\simeq483\,K}$$

Con T_{2R} posso così calcolare la potenza assorbita

$$\dot{L}_R^{\rightarrow}=\dot{m}c_P(T_1-T_{2R})=\frac{50}{3600}\frac{kg}{s}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{8314}{29}\frac{J}{kg\cdot K}\cdot(293-483)\,K$$

$$\boldsymbol{\dot{L}_R^{\rightarrow}\simeq-2{,}65\cdot10^3\,W=-2{,}65\,kW}$$

ESERCIZIO n.8

Facendo uso delle tabelle allegate determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina adiabatica che opera in regime stazionario di cui sono note le condizioni di ingresso (**P_1 = 200 bar**, **T_1 = 500 °C**, **h_1 = 3241 kJ/kg**, **s_1 = 6,146 kJ/kgK**), la pressione in uscita **P_2 = 7 bar** ed il lavoro specifico reale prodotto **l_{reale} = 650 kJ/kg**. **[0,9]**

DEFINIZIONI

$\eta_{IET}=\frac{\dot{l}_{reale}}{\dot{l}_{ideale}}$ Rendimento isoentropico di espansione

$\dot{l}=h_1-h_2 \quad \dot{l}_{ideale}=h_1-h_{2ideale} \quad \dot{l}_{reale}=h_1-h_{2reale}$

$s_{bifase}=(1-x)s_l+x\,s_v=s_l+x(s_v-s_l)=s_l+x\,s_{lv}$

Conversioni

$1\,\text{bar}=10^5\,Pa$

$0\,°C=273{,}15\,K$

DATI

I valori di entropia ed entalpia sono ripresi da tabelle differenti, per cui sono leggermente diversi da quelli del testo

$P_1=200\,\text{bar}=20\,MPa$

$T_1=500\,°C$

$h_1=3238{,}2\frac{kJ}{kg}$

$s_1=6{,}14\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$P_2=7\,\text{bar}=0{,}7\,MPa$

$\dot{l}_{reale}=650\frac{kJ}{kg}$

$\eta_{IET}=?$

Unità di misura

$P[Pa]=\frac{F}{l^2}[\frac{N}{m^2}]=[\frac{kg}{m\cdot s^2}]$

SOLUZIONE

Dal grafico si evince facilmente che $s_{2ideale}=s_1$ trovandosi sulla stessa isoentropica. Per cui:

$s_{2ideale}=s_{l@P_2}+x\,s_{lv@P_2}=s_1$

Ricavo il titolo:

$$x=\frac{s_1-s_l}{s_{lv}}=\frac{6{,}1401-1{,}9922}{4{,}7158}\simeq 0{,}88$$

Ora posso calcolare $h_{2ideale}$ e quindi $\dot{l}_{ideale}$

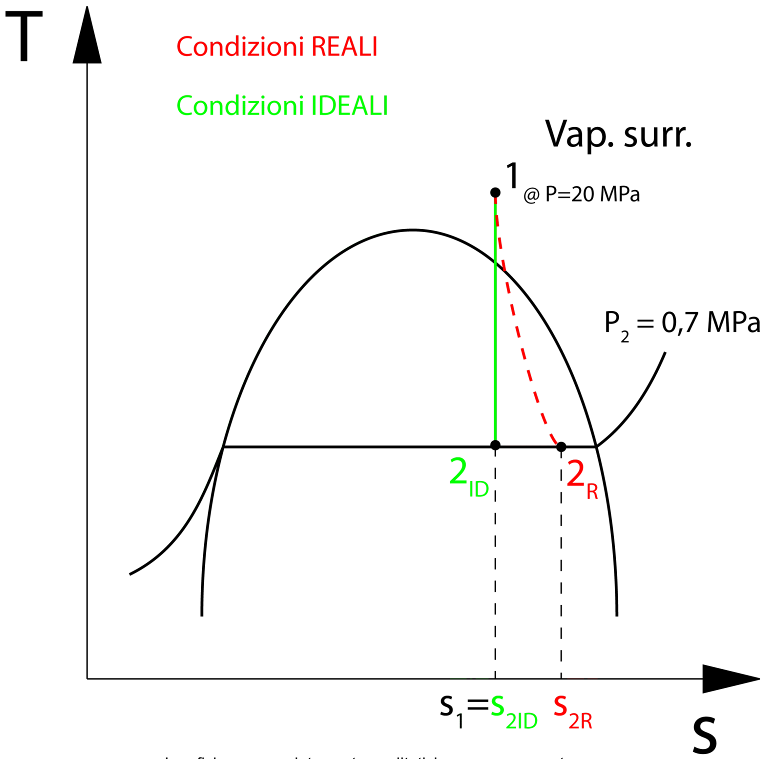
$h_{2ideale}=h_l+x\,h_{lv}$

$$h_{2ideale}=697{,}22\frac{kJ}{kg}+0{,}88\cdot 2066{,}3\frac{kJ}{kg}=2515{,}564\frac{kJ}{kg}$$

$$l_{ideale}=h_1-h_{2ideale}=3238{,}2-2515{,}564\simeq 723$$

Il rendimento isoentropico di espansione è dunque:

$$\eta_{IET}=\frac{l_{reale}}{l_{ideale}}=\frac{650}{723}\simeq\mathbf{0{,}9}$$



I grafici sono assolutamente qualitativi e non rappresentano l'andamento reale ma solo una sua approssimazione.