Esercizi 2 – Funzioni e calcolo differenziale con più variabili

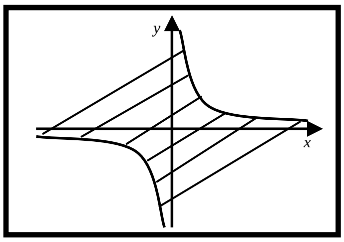
1) Dati i vettori $\underline{x}=\begin{bmatrix}-3\\-2\\0\end{bmatrix}$, $\underline{y}=\begin{bmatrix}1\\-2\\-4\end{bmatrix}$, $\underline{z}=\begin{bmatrix}-1\\2\\-1\end{bmatrix}$, il vettore $2\underline{x}-\underline{y}+2\underline{z}$ è:

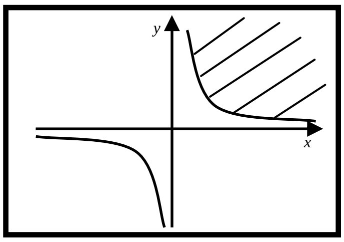
$[a]\ \begin{bmatrix}-9\\2\\-2\end{bmatrix}$ $[b]\ \begin{bmatrix}-9\\-2\\-2\end{bmatrix}$ $[\cancel{c}]\ \begin{bmatrix}-9\\2\\2\end{bmatrix}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

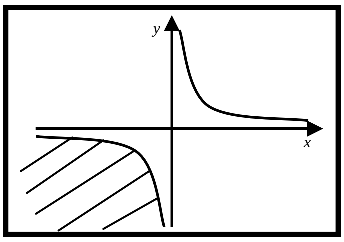
2) Siano dati i vettori $\underline{x}=\begin{bmatrix}\alpha-1\\3\end{bmatrix}$, $\underline{y}=\begin{bmatrix}2\\2-\alpha\end{bmatrix}$, con $\alpha\in\mathbf{R}$. Per quali valori di α si ha $\underline{x}>\underline{y}$?

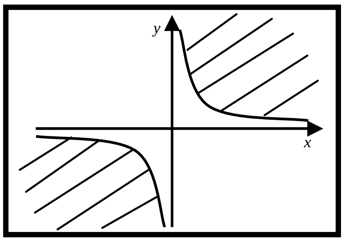
$[a]\ \alpha>-1$ $[b]\ \alpha\geq 3$ $[\cancel{c}]\ \alpha>3$ $[d]$ nessuna delle precedenti

3) Il dominio naturale della funzione $f(x,y)=\sqrt{xy-1}+\ln y$ è indicato nel grafico:

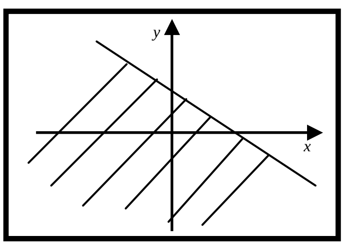
$[a]$ 

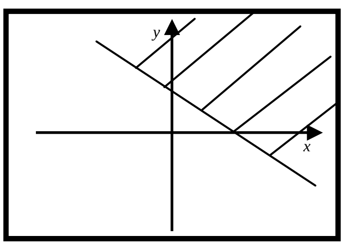
$[\cancel{b}]$ 

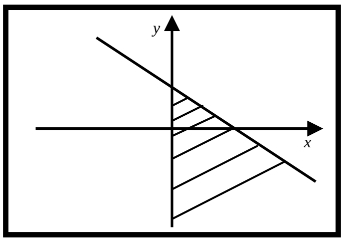
$[c]$ 

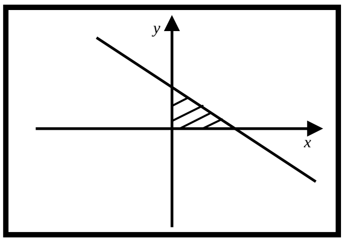
$[d]$ 

4) Il dominio naturale della funzione $f(x,y)=\sqrt{x}+\sqrt{1-x-y}$ è indicato nel grafico:

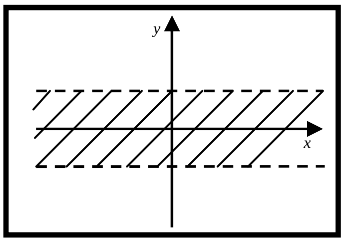
$[a]$ 

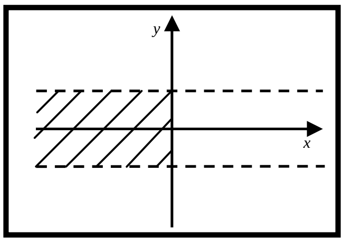
$[b]$ 

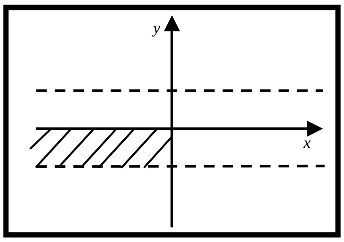
[~~c~~] 

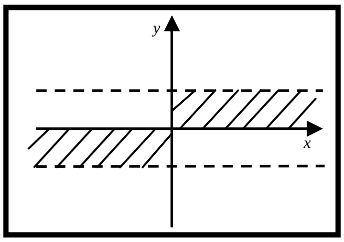
[d] 

5) Il dominio naturale della funzione $f(x, y) = \sqrt{xy} + \ln(4 - y^2)$ è indicato nel grafico:

[a] 

[b] 

[c] 

[~~d~~] 

6) L'equazione della curva di livello 3 per la funzione $f(x, y) = \sqrt[3]{xy} - 1$ è:

[a] $y = \frac{4}{x}$ [b] $y = -\frac{64}{x}$ [c] $y = -\frac{4}{x}$ [~~d~~] nessuna delle precedenti

7) L'equazione della curva di livello 2 per la funzione $f(x, y) = \frac{x - y}{2x - y}$ è:

[~~a~~] $y = 3x$ (O esclusa) [b] $y = \frac{5}{3}x$ (O esclusa)

[c] $y = -\frac{3}{5}x$ (O esclusa) [d] nessuna delle precedenti

8) La funzione $f(x, y) = e^{x^2 - y} - 1$ è nulla per:

[a] $y = -x^2$ [b] $y = x$ [c] $y = \sqrt{x}$ [~~d~~] nessuna delle precedenti

9) La derivata parziale prima di $f(x,y) = xy + \dfrac{1}{x(y-1)}$ rispetto a x è:

$[a]$ $y + \dfrac{1}{x^2(y-1)}$ $[b]$ $y - \dfrac{1}{x^2(1-y)}$ $[\cancel{c}]$ $y - \dfrac{1}{x^2(y-1)}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

10) La derivata parziale prima di $f(x,y) = \sqrt[3]{1-e^{xy}}$ rispetto a y è:

$[a]$ $\dfrac{e^{xy}}{3\sqrt[3]{\left(1-e^{xy}\right)^2}}$ $[b]$ $\dfrac{xe^{xy}}{3\sqrt[3]{\left(1-e^{xy}\right)^2}}$ $[\cancel{c}]$ $\dfrac{-xe^{xy}}{3\sqrt[3]{\left(1-e^{xy}\right)^2}}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

11) La derivata parziale prima di $f(x,y,z) = \ln\left(y + e^{z/x}\right)$ rispetto a z è:

$[\cancel{a}]$ $\dfrac{e^{z/x}}{x\left(y+e^{z/x}\right)}$ $[b]$ $\dfrac{-e^{z/x}}{x\left(y+e^{z/x}\right)}$ $[c]$ $\dfrac{xe^{z/x}}{\left(y+e^{z/x}\right)}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

12) Le derivate parziali prime $f'_x,\ f'_y$ della funzione $f(x,y) = \dfrac{1}{x+\ln(xy)}$ nel punto $(1,e)$ valgono rispettivamente:

$[\cancel{a}]$ $-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{4e}$ $[b]$ $\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{4e}$ $[c]$ $\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{2e}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

13) Il gradiente della funzione $f(x,y) = xe^{x-y^2}$ nel punto $(2,1)$ risulta:

$[\cancel{a}]$ $\nabla f(2,1) = [3e, \quad -4e]$ $[b]$ $\nabla f(2,1) = [2e, \quad 4e]$

$[c]$ $\nabla f(2,1) = [2e, \quad -4e]$ $[d]$ nessuna delle precedenti

14) Il gradiente della funzione $f(x,y,z) = xz + \dfrac{1}{zy} + \dfrac{z}{x}$ nel punto $(1,2,-1)$ risulta:

$[a]$ $\nabla f(1,2,-1) = \left[0, \quad -\dfrac{1}{4}, \quad \dfrac{3}{2}\right]$ $[b]$ $\nabla f(1,2,-1) = \left[0, \quad -\dfrac{1}{4}, \quad -\dfrac{3}{2}\right]$

$[\cancel{c}]$ $\nabla f(1,2,-1) = \left[0, \quad \dfrac{1}{4}, \quad \dfrac{3}{2}\right]$ $[d]$ nessuna delle precedenti

15) Il punto stazionario della funzione $f(x,y) = e^{x-y} - xy + y^2$ è:

$[a]$ $(1,-1)$ $[b]$ $(-1,-1)$ $[c]$ $(-1,1)$ $[\cancel{d}]$ $(1,1)$

16) I punti stazionari della funzione $f(x, y) = xy - \ln(x + 2y)$ sono:

$[a]$ $\left(1,\ \frac{1}{2}\right), \left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$ $[\cancel{b}]$ $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$ $[c]$ $(1,\ 0)$ $[d]$ nessuna delle precedenti

17) Oltre all'origine, i punti stazionari della funzione $f(x, y) = x^2 y - y^2 + xy$ sono:

$[a]$ $(1,0), \left(\frac{1}{2},\frac{1}{8}\right)$ $[\cancel{b}]$ $(-1,0), \left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{8}\right)$

$[c]$ $(-1,0), \left(\frac{1}{2},\frac{1}{8}\right)$ $[d]$ $(1,0), \left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{8}\right)$

18) I punti stazionari della funzione $f(x, y, z) = \frac{1}{(x-1)y} - zx - y$ sono:

$[a]$ $(0,-1,1),\ (0,1,1)$ $[\cancel{b}]$ $(0,1,-1), (0,-1,1)$

$[c]$ $(0,-1,-1), (0,-1,1)$ $[d]$ nessuna delle precedenti

19) Il valore della funzione $f(x, y) = \ln(y^2 + 1) - x^2 y$ nel suo punto stazionario è:

$[a]$ 1 $[b]$ -1 $[\cancel{c}]$ 0 $[d]$ nessuna delle precedenti

20) Il valore della funzione $f(x, y, z) = xy - x + z - \ln(yz)$ nel suo punto stazionario è:

$[\cancel{a}]$ 1 $[b]$ -1 $[c]$ 0 $[d]$ nessuna delle precedenti