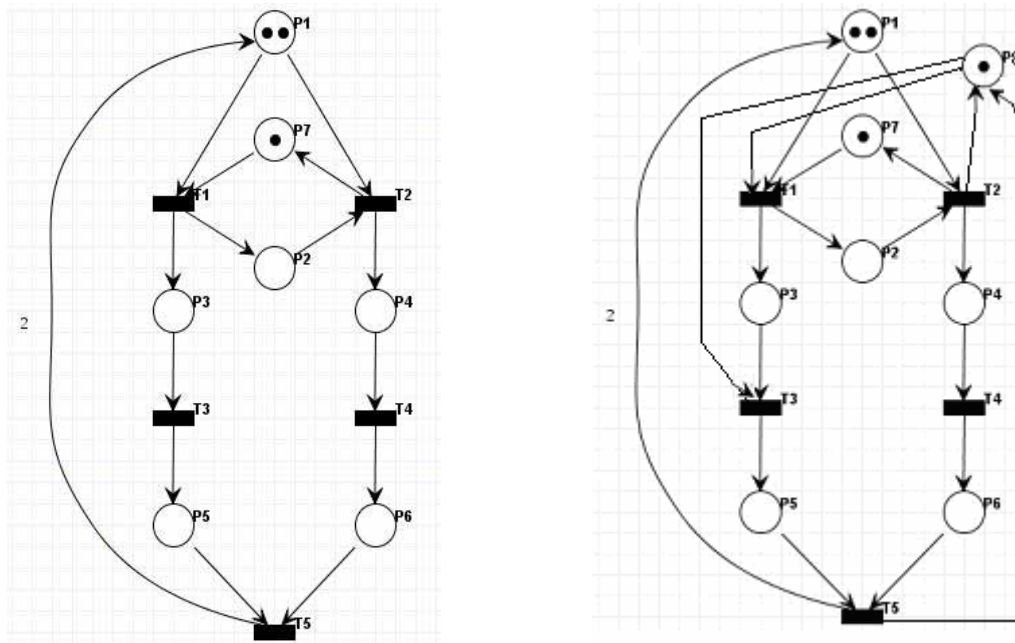


**ESERCIZIO 1** - Si consideri la rete di Petri di figura.



**Rete controllata**

1.1) Calcolare la matrice di incidenza.

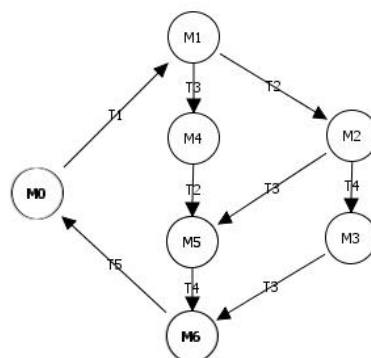
**Soluzione**

$$C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1.2) Calcolare il grafo di raggiungibilità o di copertura.

**Soluzione**

M \ P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
M0	2	0	0	0	0	0	1
M1	1	1	1	0	0	0	0
M2	0	0	1	1	0	0	1
M3	0	0	1	0	0	1	1
M4	1	1	0	0	1	0	0
M5	0	0	0	1	1	0	1
M6	0	0	0	0	1	1	1



1.3) Sulla base anche del grafo di cui al punto 1.2,

a) dire, motivando la risposta, se la rete è viva

**Soluzione**

La rete è viva perchè ...(*vedi definizione*).

b) dire, motivando la risposta, se la rete è reversibile

**Soluzione**

La rete è reversibile perchè ... (*vedi definizione*).

c) dire, motivando la risposta, se la rete è k-limitata (se sì indicare k)

**Soluzione**

La rete è limitata con  $k = 2$  ... (*vedi definizione*).

1.4) Per la rete data:

a) calcolare i P-invarianti minimi

**Soluzione**

$$PI1 = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]'$$

$$PI2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]'$$

- b) utilizzando il risultato del punto 1.4a, dimostrare algebricamente quanto affermato nel punto 1.3c.

### Soluzione

La rete è coperta da  $PI3 = PI1 + PI2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]'$  e risulta quindi strettamente conservativa. La somma dei gettoni nella rete è quindi costante e pari a 3. In particolare, il supporto di  $PI1$  conterrà sempre 2 gettoni mentre il supporto di  $PI2$  conterrà 1 gettone.

- 1.5) Nella seguente tabella vengono riportati tutti i sifoni P-minimi della rete. Indicare, giustificando la risposta, quali tra essi sono sifoni minimi per la rete data.

Sifone P-minimo	Minimo (si / no, perchè...)
S1 = {P1P3P5P7 }	No, contiene S2
S2 = {P1P3P5}	Sì
S3 = {P2P3P5P7}	No, contiene S12
S4 = {P1P2P4P6}	No, contiene S6
S5 = {P2P3P7 }	No, contiene S12
S6 = {P1P4P6}	Sì
S7 = {P1P3P4P6}	No, contiene S6
S8 = {P1P3P4P6P7}	No, contiene S6
S9 = {P2P4P7}	No, contiene S12
S10 = {P1P3P4P5}	No, contiene S2
S11 = {P1P2P3P4P5}	No, contiene S2
S12 = {P2P7}	Sì
S13 = {P2P4P6P7}	No, contiene S12
S14 = {P1P4P6P7}	No, contiene S6

### Soluzione in tabella

- 1.6) In base ai risultati dei punti precedenti, si consideri ora il problema di voler imporre i vincoli riportati di seguito. Dopo attenta analisi, è facile riconoscere che, per la rete in esame, non ha senso voler imporre tutti i vincoli. In particolare, si sappia che ha senso cercare di imporre uno solo di tali vincoli. Si chiede di identificare quel vincolo, e per ciascuno dei rimanenti tre vincoli si indichi, con chiarezza e in modo sintetico, il motivo preciso per cui non si può o non serve imporlo con un opportuno controllore.

a)  $m_1 + 2m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + 2m_7 \leq 3$

**Soluzione:** dall'analisi dei PI si evince che la somma sarà uguale a 4, quindi il vincolo non può essere soddisfatto

b)  $2m_2 + m_7 \leq 1$

**Soluzione:** dal grafo di raggiungibilità si osserva che le marcature M1 e M4 violano tale vincolo. E' quindi sensato imporre tale vincolo.

c)  $m_5 + s_3 \leq 1$

**Soluzione:** Il vincolo è sempre soddisfatto in quanto in tutte le marcature in cui P5 è marcato t3 non è abilitata (vedi grafo raggiungibilità).

- 1.7) Si consideri ora il vincolo  $m_2 + m_5 \leq 1$ .

- a) Calcolare il controllore massimamente permissivo che soddisfa tale vincolo.

**Soluzione**

$$L = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]; \quad b = 1$$

$C_c$ :

P\T	T1	T2	T3	T4	T5
P8	-1	1	-1	0	1

$$M_{c0} = 1$$

- b) Rappresentare graficamente la rete controllata. (modificare la figura di pag. 1)

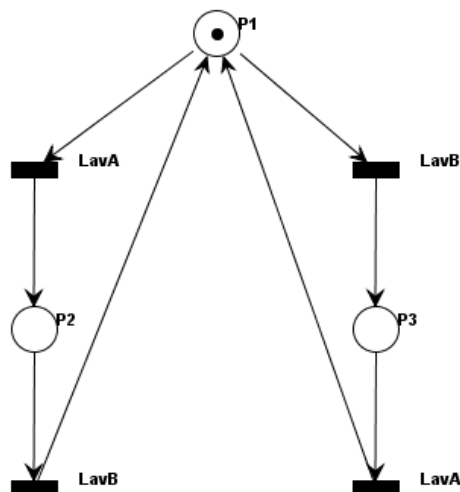
**ESERCIZIO 2.**

Sia dato un sistema manifatturiero per la produzione di due tipologie di pezzi: P1 e P2, entrambi ottenibili mediante la lavorazione di un pezzo grezzo A e di un pezzo grezzo B.

In particolare:

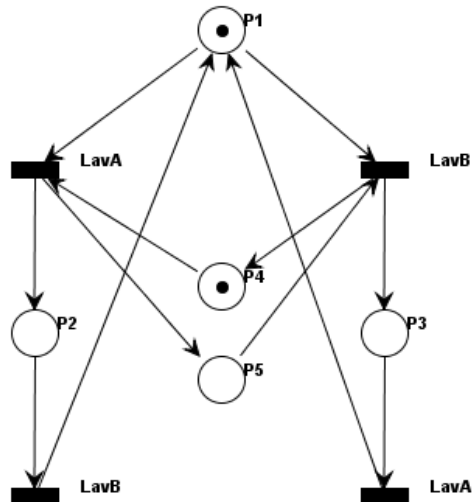
- P1 è realizzato introducendo nella cella di lavorazione un pezzo grezzo A, seguito da un pezzo grezzo B;
- P2 è realizzato introducendo invece un pezzo grezzo B, seguito da un pezzo grezzo A.

2.1) Sapendo che è possibile produrre un solo pezzo P1 o P2 alla volta realizzare un modello del sistema in oggetto mediante reti di Petri col formalismo 1 evento - 2 stati.

**Soluzione**

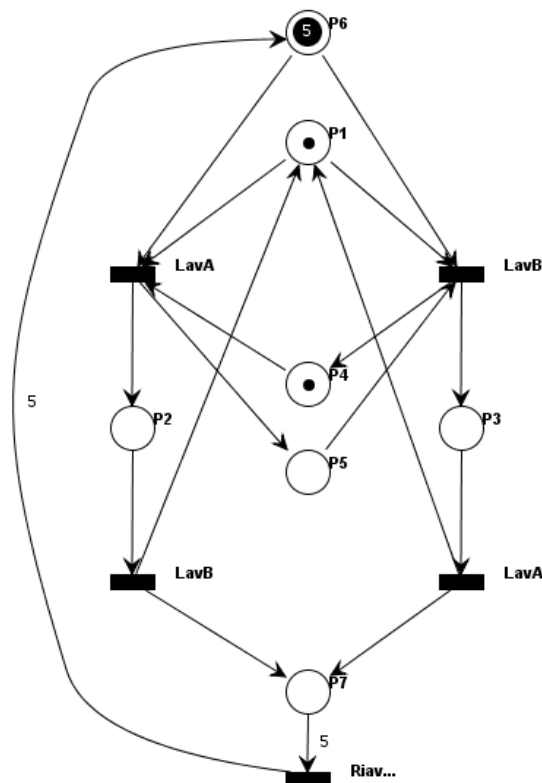
- 2.2) Realizzare un analogo modello che introduca l'ulteriore vincolo di alternanza in cella della produzione di pezzi P1 e P2 (cioè si imponga che la sequenza di produzione sia: P1, P2, P1, P2, P1, ...).

### Soluzione



- 2.3) A partire dal modello realizzato al punto precedente introdurre l'ulteriore vincolo che, ogniqualevolta si sono prodotti cinque pezzi, la produzione si deve interrompere per permettere di effettuare manualmente la pulizia della cella, terminata la quale un operatore preme il pulsante RIAVVIA.

### Soluzione



**ESERCIZIO 3.**

Si scriva un programma Ladder che implementi la seguente specifica:

$$\begin{cases} y(k) = \text{not}(y(k-1)) \text{ and } (a(k) \text{ or } \text{not}(b(k))) & \text{per } k = 3, 6, 9, 12, \dots \\ y(k) = y(k-1) & \text{per } k \neq 3, 6, 9, 12, \dots \end{cases}$$

dove  $y$  è una variabile booleana di uscita,  $a$  e  $b$  sono variabile booleane d'ingresso, e dove  $k$  indica il numero di ciclo PLC. Si consideri come condizione iniziale  $y(0) = \text{false}$ .

E' possibile introdurre solo variabili booleane che devono essere considerate false all'inizio.

**Soluzione**