

ESERCIZIO 1

Un trasformatore monofase ha i seguenti dati di targa:

$$A_n = 30 \text{ kVA} \quad V_{1n} = 10000 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

Della macchina sono noti:

$$\begin{array}{ll} \text{numero di spire dell'avvolgimento primario :} & N_1 = 2500 \\ \text{numero di spire dell'avvolgimento secondario :} & N_2 = 250 \\ \text{sezione del nucleo magnetico :} & S = 200 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Determinare :

- 1) il valore massimo dell'induzione nel nucleo magnetico
- 2) la corrente secondaria nominale
- 3) la tensione con la quale si deve alimentare il primario del trasformatore perché lavori con il valore di induzione precedente, ma con frequenza della tensione di alimentazione di 60 Hz.

Soluzione

1) Trascurando le cadute di tensione dovute alla resistenza ed alla reattanza di dispersione dell'avvolgimento primario ed ammettendo la tensione V_{1n} sinusoidale, si ha:

$$V_{1n} = E_1 = 4.44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_{Max}$$

Da cui essendo $\phi_{Max} = B_{Max} S$ possiamo ricavare il valore massimo dell'induzione:

$$B_{Max} = \frac{V_{1n}}{4.44 \cdot f \cdot N_1 \cdot S} = 0.9 \frac{Wb}{m^2}$$

2) La corrente nominale secondaria vale:

$$I_{2n} = \frac{A_n}{V_{20}}$$

Dove $V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = \frac{10000}{10} = 1000 \text{ V}$ e con K_0 si intende il rapporto di trasformazione a vuoto che è praticamente coincidente con il rapporto spire). Da cui si ricava

$$I_{2n} = 30 \text{ A}$$

3) La nuova tensione di alimentazione è naturalmente data da

$$V_1' = 4.44 \cdot f \cdot N_1 \cdot B_{Max} \cdot S = 12000 \text{ V}$$

ESERCIZIO 2

Di un trasformatore monofase, alimentato alla tensione nominale primaria di 6000 V, $f = 50 \text{ Hz}$, si conoscono i seguenti dati:

rapporto di trasformazione a vuoto $K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 30$

resistenza dell'avvolgimento primario $R_1 = 8 \Omega$

resistenza dell'avvolgimento secondario $R_2 = 0.01 \Omega$

induttanza di dispersione dell'avvolgimento primario $L_{d1} = 0.06 \text{ H}$

induttanza di dispersione dell'avvolgimento secondario $L_{d2} = 0.13 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

La corrente assorbita nel funzionamento a vuoto, alimentando la macchina con la tensione e frequenza nominali è $I_0 = 0.25 \text{ A}$ ed il fattore di potenza corrispondente $\cos \varphi_0 = 0.2$.

Il trasformatore, alimentato alla tensione e frequenza nominali, alimenta al secondario un carico ohmico induttivo: in queste condizioni assorbe dalla rete una potenza $P_1 = 24 \text{ kW}$ con $\cos \varphi_1 = 0.8$ (lato primario).

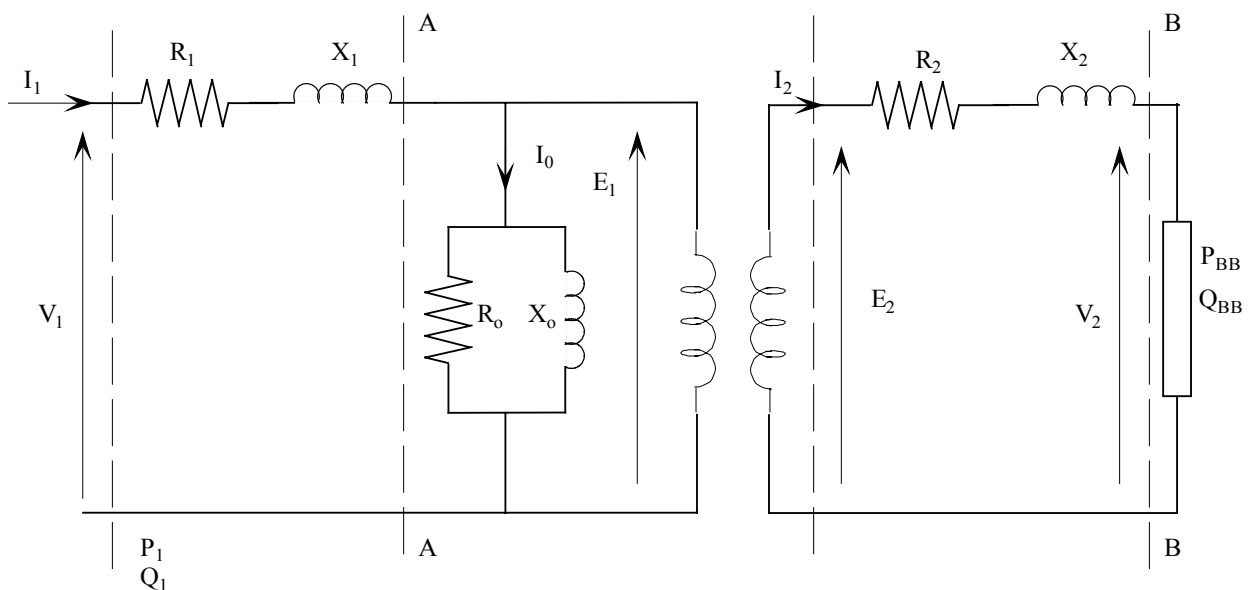
Determinare:

- 1) tensione, corrente e fattore di potenza del carico
- 2) i valori della resistenza e della reattanza equivalenti primarie del trasformatore

Soluzione

1) Possiamo risolvere il problema applicando il teorema di Boucherot.

La rete equivalente completa si presenta come in figura:



Il trasformatore assorbe la potenza attiva P_1 e reattiva Q_1 :

$$P_1 = 24000 \text{ W (dal testo)}$$

$$Q_1 = P_1 \cdot \tan \varphi_1 = 18000 \text{ VAR}$$

$$A_1 = 30000 \text{ VA}$$

La corrente I_1 assorbita dalla rete è pari a:

$$I_1 = \frac{A_1}{V_1} = 5 \text{ A}$$

La potenza attiva e reattiva dell'avvolgimento primario sono pari a:

$$P_{cu1} = R_1 I_1^2 = 200 \text{ W}$$
$$Q_{x1} = X_1 I_1^2 = 18.84 \cdot 5^2 = 471.24 \text{ VAR}$$

La potenza attiva e reattiva transitanti attraverso AA sono:

$$P_{AA} = P_1 - P_{cu1} = 23800 \text{ W}$$
$$Q_{AA} = Q_1 - Q_{x1} = 17528 \text{ VAR}$$
$$A_{AA} = 29559 \text{ VA}$$

La f.e.m. primaria E_1 è quindi pari a: $E_1 = \frac{A_{AA}}{I_1} = 5912 \text{ V}$

La forza elettromotrice secondaria è quindi pari a:

$$E_2 = \frac{E_1}{K_0} = 197 \text{ V}$$

Le potenze attive e reattive assorbite a vuoto sono pari a:

$$P_0 = V_{1n} I_0 \cos \varphi_0 = 300 \text{ W}$$
$$Q_0 = P_0 \tan \varphi_0 = 1470 \text{ VAR}$$

La resistenza R_0 e la reattanza X_0 sono pari a $R_0 = V_{1n}^2 / P_0 = 120 \text{ kohm}$, $X_0 = V_{1n}^2 / Q_0 = 24.5 \text{ kohm}$
Da cui $P_{01} = E_1^2 / R_0$, $Q_{01} = E_1^2 / X_0$ le potenze secondarie valgono:

$$P_2 = P_{AA} - P_{01} = 23509 \text{ W}$$
$$Q_2 = Q_{AA} - Q_{01} = 16102 \text{ VAR}$$
$$A_2 = 28494.5 \text{ VA}$$

Da cui

$$I_2 = \frac{A_2}{E_2} = 144.5 \text{ A}$$

Le potenze attiva e reattiva impegnate dall'avvolgimento secondario valgono:

$$P_{cu2} = R_2 I_2^2 = 209.9 \text{ W}$$
$$Q_{x2} = X_2 I_2^2 = 854 \text{ VAR}$$

Quindi la potenza attiva e reattiva del carico valgono:

$$P_{BB} = P_2 - P_{cu2} = 23299 \text{ W}$$
$$Q_{BB} = Q_2 - Q_{x2} = 15248 \text{ VAR}$$

L'angolo di sfasamento tra la tensione e la corrente del carico vale:

$$\cos \varphi_{BB} = \cos \left(\arctg \frac{Q_{BB}}{P_{BB}} \right) = 0.84$$

La tensione ai capi del carico è quindi pari a:

$$V_2 = \frac{P_{BB}}{I_2 \cos \varphi_{BB}} = 193 \text{ V}$$

2) Le reattanze e resistenze equivalenti primarie valgono:

$$R'_{eq} = R_1 + R_2 K_o^2 = 17 \Omega$$

$$X'_{eq} = X_1 + X_2 K_o^2 = 55.56 \Omega$$

ESERCIZIO 3

I dati di targa di un trasformatore monofase sono:

$$A_n = 40 \text{ kVA} \quad V_{1n} = 12000 \text{ V} \quad V_{20} = 260 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

Sulla macchina si sono eseguite le seguenti prove:

a) Prova a vuoto alimentando la macchina a tensione e frequenza nominali:

$$P_o = 0.4 \% \quad \cos \varphi_0 = 0.2$$

b) Prova di corto circuito eseguita a corrente e frequenza nominali:

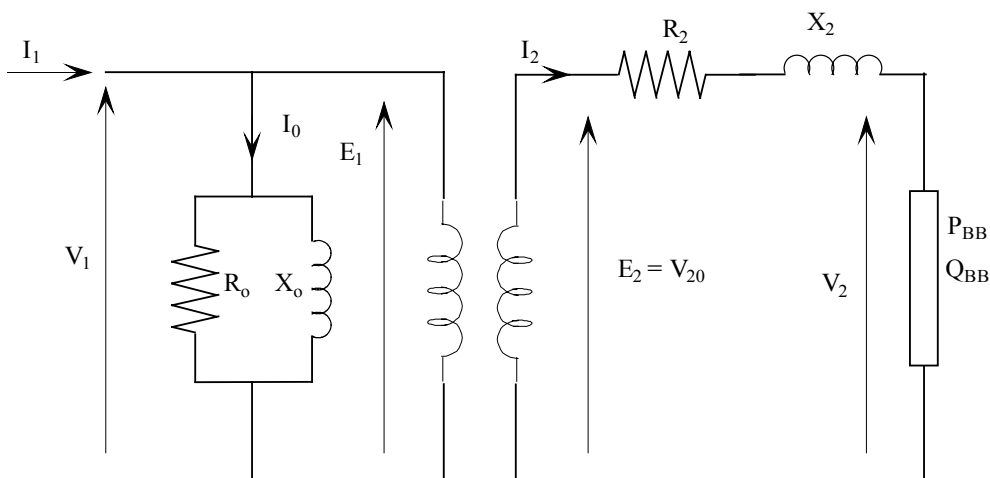
$$P_c \% = 1.8 \% \quad V_{cc} = 4 \%$$

Determinare

Impedenze, resistenze, reattanze dei circuiti equivalenti semplificati riferiti agli avvolgimenti primario e secondario.

Soluzione

Consideriamo il circuito equivalente semplificato riportato in figura:



Dalla prova in corto circuito possiamo ricavare i parametri equivalenti R_2 e X_2 , abbiamo:

$$P_c = \frac{P_c \% \cdot A_n}{100} = 720 \text{ W}$$

$$I_{2n} = \frac{A_n}{V_{20}} = 154 \text{ A}$$

$$V_c = \frac{V_c \% \cdot V_{2n}}{100} = 10,4$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_c}{V_c I_{2n}} = 0.45$$

da cui:

$$R_2 = \frac{P_c}{I_{2n}^2} = 3.04 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_2 = R_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_c = 6 \cdot 10^{-2} \Omega$$

La resistenza R_0 e X_0 si ricavano dalla prova a vuoto:

$$P_0 = \frac{P_0 \% \cdot A_n}{100} = 160 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \operatorname{tg} \varphi_0 = 784 \text{ VAR}$$

da cui:

$$R_{o1} = \frac{V_{1n}^2}{P_0} = 9 \cdot 10^5 \Omega$$

$$X_{o1} = \frac{V_{1n}^2}{Q_0} = 1.84 \cdot 10^5 \Omega$$

Il rapporto di trasformazione a vuoto è:

$$K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 46.2$$

da cui:

$$R_{o2} = \frac{R_{o1}}{K_0^2} = 423 \Omega$$

$$X_{o2} = \frac{X_{o1}}{K_0^2} = 86.4 \Omega$$

$$R_1 = R_2 \cdot K_0^2 = 64.8 \Omega$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_0^2 = 128 \Omega$$

ESERCIZIO 4

Ad un trasformatore monofase, alimentato alla tensione e frequenza nominali, è allacciato un carico ohmico induttivo che, sotto la tensione $V_2 = 380$ V, assorbe $I_2 = 40$ A con fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.707$.

Il rapporto di trasformazione a vuoto è $K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 4$

Con una prova a vuoto, effettuata alla tensione e frequenza nominali ($f_n = 50$ Hz) si è trovato che la corrente assorbita è $I_0 = 0.3$ A ed il fattore di potenza $\cos \varphi_0 = 0.15$

La prova di corto circuito, eseguita alla frequenza e corrente nominali alimentando la macchina dal lato bassa tensione, ha fornito i seguenti risultati:

$$V_{c2} = 19 \text{ V} \quad I_{c2} = 50 \text{ A} \quad \cos \varphi_c = 0.45$$

Determinare:

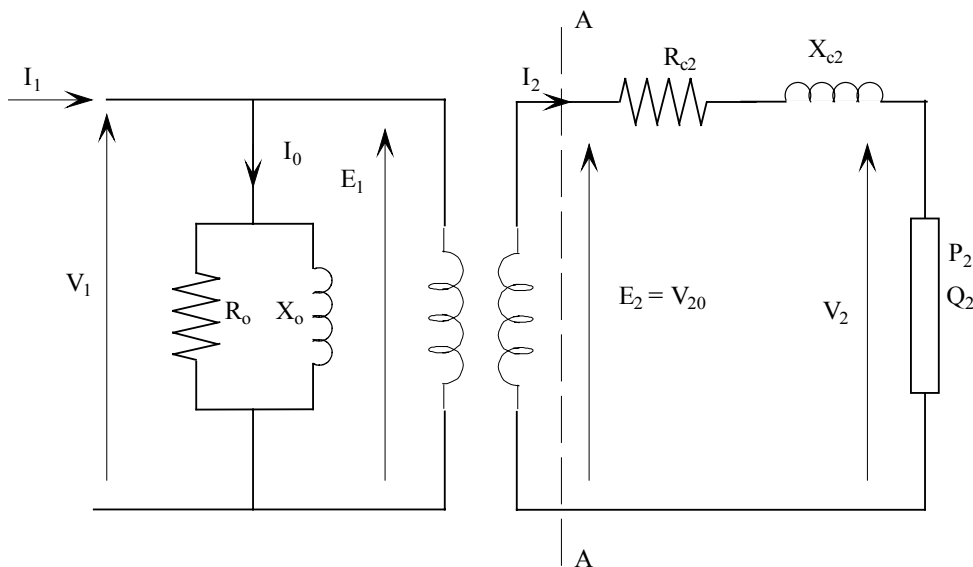
- 1) tensione, corrente e fattore di potenza primari nelle condizioni di carico specificate
- 2) la potenza e la tensione di corto circuito percentuali

Soluzione

1) Con il teorema di Boucherot. La potenza attiva P_2 e reattiva Q_2 del carico sono:

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = 10746 \text{ W}$$

$$Q_2 = P_2 \tan \varphi_2 = 10750 \text{ VAR}$$



Le potenze attiva e reattiva impegnate dalla resistenza e reattanza equivalenti sono pari a:

$$P_{cu} = R_{c2} I_2^2 = 274 \text{ W}$$

$$Q_x = X_{c2} I_2^2 = 543 \text{ VAR}$$

La potenza trasmessa al secondario (sez. AA) è quindi pari a:

$$P_{AA} = P_2 + P_{cu} = 11020 \text{ W}$$

$$Q_{AA} = Q_2 + Q_{cu} = 11292 \text{ VAR}$$

Da cui : $\cos \varphi_{AA} = 0.695$

La f.e.m. secondaria è pari a:

$$E_2 = \frac{P_{AA}}{I_2 \cos \varphi_{AA}} = 394.5 \text{ V}$$

Dal rapporto di trasformazione ricaviamo la tensione di alimentazione:

$$V_{1n} = E_2 K_0 = 1578 \text{ V}$$

Le potenze attiva P_0 e reattiva Q_0 sono pari a:

$$P_0 = V_{1n} I_0 \cos \varphi_0 = 71 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \tan \varphi_0 = 468 \text{ VAR}$$

Il trasformatore assorbe quindi:

$$P_1 = P_{AA} + P_0 = 11091 \text{ W}$$

$$Q_1 = Q_{AA} + Q_0 = 11760 \text{ VAR}$$

Da cui (essendo $\tan \varphi_1 = \frac{Q_1}{P_1}$)

$$\cos \varphi_1 = 0.815$$

la corrente assorbita vale:

$$I_1 = \frac{P_1}{V_{1n} \cos \varphi_1} = 10.25 \text{ A}$$

2) La potenza nominale del trasformatore vale:

$$A_n = V_{20} I_{2n} = 19725 \text{ VA}$$

Da cui:

$$P_c \% = \frac{P_c}{A_n} 100 = 2.16\% \quad \text{dove } P_c = R_{c2} \cdot I_{c2}^2 = 427 \text{ W}$$

$$v_c \% = \frac{V_{c2}}{V_{20}} 100 = 4.8\% \quad \text{oppure } v_c \% = \frac{P_c \%}{\cos \varphi_c}$$

ESERCIZIO 5 (non svolto nell'a.a. 2005/2006)

Due trasformatori monofasi A e B sono collegati in parallelo ed alimentano un carico che assorbe una corrente di $I_2 = 150 \text{ A}$ con fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.8$ in ritardo. Dei due trasformatori alimentati alla tensione nominale di 1000 V e alla frequenza nominale $f = 50 \text{ Hz}$ si conoscono i seguenti dati:

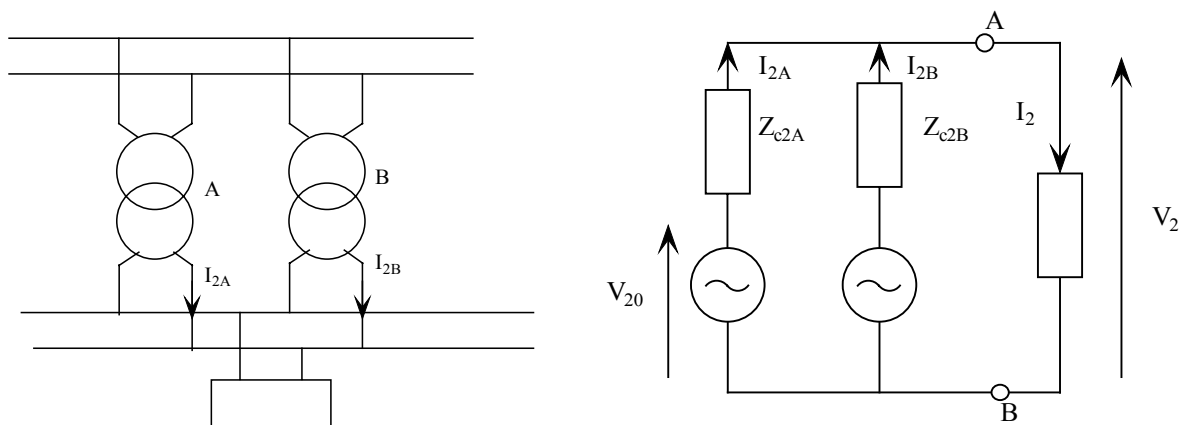
Trasformatore A: $A_n = 30 \text{ kVA}$ $K_0 = 4$ $P_{fe} = \frac{1}{2} P_c$
 $V_c \% = 5 \%$ $\cos \varphi_c = 0.5$

Trasformatore B: $A_n = 15 \text{ kVA}$ $K_0 = 4$ $P_{fe} = \frac{2}{3} P_c$
 $V_c \% = 5 \%$ $\cos \varphi_c = 0.5$

Determinare per le condizioni di carico considerate:

- 1) la tensione V_2 ai capi del carico
- 2) il carico percentuale di ciascun trasformatore
- 3) il rendimento di ciascun trasformatore e quello complessivo
- 4) la massima corrente che possono erogare i due trasformatori senza sovraccaricarsi

Soluzione



1) I due trasformatori, avendo lo stesso rapporto di trasformazione a vuoto K_0 , hanno identica tensione a vuoto V_{20} , che vale:

$$V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = 250 \text{ V}$$

La corrente nominale di ciascun trasformatore vale:

$$I_{2nA} = \frac{A_{nA}}{V_{20A}} = 120 \text{ A} \quad I_{2nB} = \frac{A_{nB}}{V_{20B}} = 60 \text{ A}$$

Possiamo quindi determinare le resistenze e reattanze equivalenti secondarie:

$$V_{c2A} = \frac{V_c \% \cdot V_{20}}{100} = 12.5 \text{ V} \quad V_{c2B} = \frac{V_c \% \cdot V_{20}}{100} = 12.5 \text{ V}$$

da cui:

$$Z_{c2A} = \frac{V_{c2A}}{I_{2nA}} = 0.104 \Omega \quad Z_{c2B} = \frac{V_{c2B}}{I_{2nB}} = 0.208 \Omega$$

$$R_{c2A} = Z_{c2A} \cdot \cos \varphi_{cA} = 5.2 \cdot 10^{-2} \Omega \quad R_{c2B} = Z_{c2B} \cdot \cos \varphi_{cB} = 10.4 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{c2A} = Z_{c2A} \cdot \sin \varphi_{cA} = 9 \cdot 10^{-2} \Omega \quad X_{c2B} = Z_{c2B} \cdot \sin \varphi_{cB} = 18 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Considerando il circuito equivalente secondario e applicando Thevenin ai nodi AB:

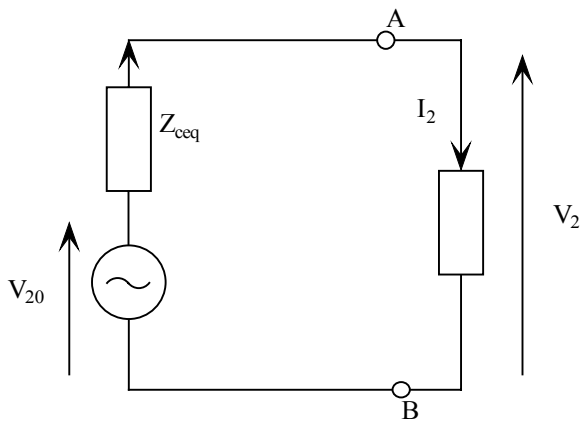
$$Z_{eq} = Z_{2cA} // Z_{2cB}$$

$$Z_{eq} = \frac{(R_{c2A} + jX_{c2A})(R_{c2B} + jX_{c2B})}{(R_{c2A} + jX_{c2A}) + (R_{c2B} + jX_{c2B})} = 3.46 \cdot 10^{-2} + j6 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$R_{eq2} = 3.46 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{eq2} = 6.0 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$E_{eq} = V_{20}$$



Utilizzando la formula della caduta di tensione approssimata possiamo ricavare la tensione V_2

$$\Delta V = R_{c2eq} \cdot I_2 \cos \varphi_2 + X_{c2eq} \cdot I_2 \sin \varphi_2 = 9.55 \text{ V}$$

da cui

$$\boxed{V_2 = V_{20} - \Delta V = 240.45 \text{ V}}$$

2) Applicando le leggi di Kirchhoff delle tensioni al circuito equivalente secondario abbiamo:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{c2A} \cdot \bar{I}_{2A}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{c2B} \cdot \bar{I}_{2B}$$

E considerando l'equivalente di Thevenin

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{ceq2} \cdot \bar{I}_2$$

Da cui:

$$\bar{Z}_{ceq2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{Z}_{c2A} \cdot \bar{I}_{2A} = \bar{Z}_{c2B} \cdot \bar{I}_{2B}$$

ed è possibile ricavarne il modulo:

$$I_{2A} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2A}} = 100 \text{ A} \quad I_{2B} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2B}} = 50 \text{ A}$$

il carico percentuale per ogni trasformatore è:

$$carico\% = \frac{I_2}{I_{2n}} 100 \quad \text{da cui} \quad \boxed{carico\%_A = 83.4\%} \quad \boxed{carico\%_B = 83.4\%}$$

3) Le potenze erogate da ciascun trasformatore valgono

$$P_{2A} = V_2 I_{2A} \cos \varphi_{2A} = 19250 \text{ W}$$

$$P_{2B} = V_2 I_{2B} \cos \varphi_{2B} = 9625 \text{ W}$$

Le perdite nel rame:

$$P_{cuA} = R_{c2A} I_{2A}^2 = 520 \text{ W} \quad P_{cuB} = 260 \text{ W}$$

Le perdite nel ferro (dal legame espresso nei dati):

$$P_{feA} = 375 \text{ W}$$

$$P_{feB} = 250 \text{ W}$$

Da cui il rendimento

$$\eta_A = \frac{P_{2A}}{P_{2A} + P_{cuA} + P_{feA}} = 0.965$$

$$\eta_B = \frac{P_{2B}}{P_{2B} + P_{cuB} + P_{feB}} = 0.96$$

4) Avendo le due macchine il medesimo carico percentuale possono lavorare contemporaneamente a pieno carico e perciò la corrente massima erogabile è pari alla somma delle correnti nominali:

$$\boxed{I_{2MAX} = I_{2nA} + I_{2nB} = 180 \text{ A}}$$

ESERCIZIO 6

I dati di targa di un trasformatore trifase sono:

$$A_n = 50 \text{ kVA} \quad K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = \frac{30000}{500} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

La prova di corto circuito, eseguita a corrente e frequenza nominali, ha fornito i seguenti valori:

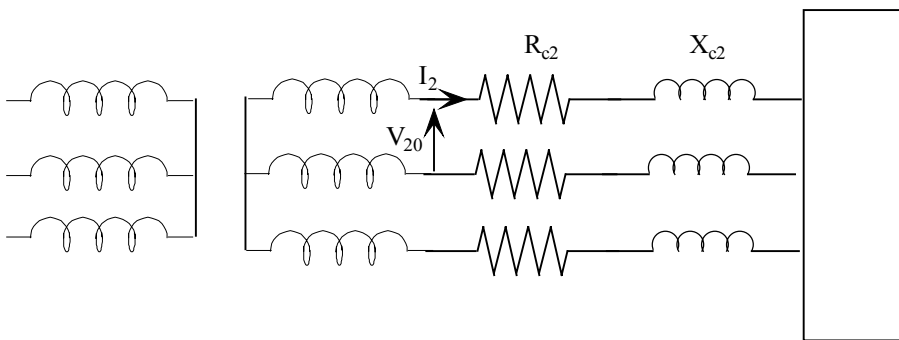
$$V_c \% = 5 \% \quad \cos \varphi_c = 0.5$$

Determinare

La resistenza, reattanza e impedenza di corto circuito equivalenti secondarie.

Soluzione

Supponiamo gli avvolgimenti primari e secondari collegati a stella.



La corrente nominale del trasformatore vale:

$$I_{2n} = \frac{A_n}{\sqrt{3}V_{20}} = 57.8 \text{ A}$$

La tensione di corto circuito secondaria tra due morsetti vale:

$$V_{c2} = \frac{V_c \% \cdot V_{20}}{100} = 25 \text{ V}$$

I parametri di corto circuito sono pari a :

$Z_{c2} = \frac{V_{c2}}{\sqrt{3}I_{2n}} = 0.25 \Omega$
$R_{c2} = Z_{c2} \cdot \cos \varphi_c = 0.125 \Omega$
$X_{c2} = Z_{c2} \cdot \sin \varphi_c = 0.216 \Omega$

ESERCIZIO 7

I dati di targa di un trasformatore trifase sono:

$$A_n = 5 \text{ kVA} \quad V_{1n} = 260 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$K_s = \frac{N_1}{N_2} = 17.3 \quad \text{collegamento } \Delta/Y$$

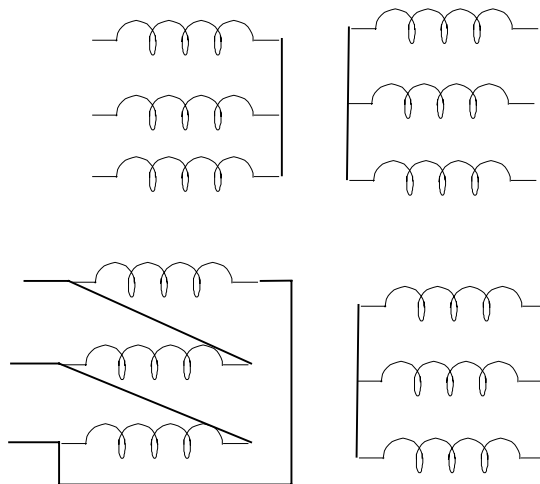
La prova di corto circuito, eseguita alla corrente e frequenza nominali, ha fornito i seguenti risultati:

$$V_{c1} = 20 \text{ V} \quad \cos \varphi_c = 0.5$$

Determinare:

- 1) La resistenza (R_{c2}), la reattanza (X_{c2}) e l'impedenza di corto circuito secondarie.
- 2) Sapendo che $R_2 = \frac{1}{2} R_{c2}$ e che $X_2 = \frac{3}{5} X_{c2}$ determinare la resistenza e reattanza dell'avvolgimento primario

Soluzione



Sostituiamo al trasformatore con collegamento Δ/Y un trasformatore equivalente con collegamento Y/Y . I due trasformatori devono avere lo stesso rapporto di trasformazione K_0 . Per il trasformatore Δ/Y abbiamo:

$$K_0 = \frac{K_s}{\sqrt{3}} = 10 \quad \text{che coinciderà con il rapporto spire del trasformatore } Y/Y.$$

La tensione di corto circuito secondaria vale:

$$V_{c2} = \frac{V_{c1}}{K_0} = 2 \text{ V}$$

La corrente nominale

$$I_{2n} = \frac{A_n}{\sqrt{3}V_{20}} = 111 \text{ A} \quad \text{dove } V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = 26 \text{ V}$$

I parametri di corto circuito risultano:

$$\begin{aligned} Z_{c2} &= \frac{V_{c2}}{\sqrt{3}I_{2n}} = 1.04 \cdot 10^{-2} \Omega \\ R_{c2} &= Z_{c2} \cos \varphi_c = 0.52 \cdot 10^{-2} \Omega \\ X_{c2} &= Z_{c2} \sin \varphi_c = 0.89 \cdot 10^{-2} \Omega \end{aligned}$$

2) dai dati ricaviamo

$$\begin{aligned} R_2 &= 0.26 \cdot 10^{-2} \Omega \\ X_2 &= 0.535 \cdot 10^{-2} \Omega \end{aligned}$$

Dato che:

$$R_{c2} = R_2 + \frac{R_{1Y}}{K_o^2} \quad X_{c2} = X_2 + \frac{X_{1Y}}{K_o^2}$$

si ricava

$$\begin{aligned} R_{1Y} &= 0.26 \Omega \\ X_{1Y} &= 0.355 \Omega \end{aligned}$$

Per trovare la resistenza e la reattanza di ogni avvolgimento primario collegato a triangolo basta moltiplicare per 3 i precedenti risultati.

$$\begin{aligned} R_1 &= 3 R_{1Y} = 0.78 \Omega \\ X_1 &= 3 X_{1Y} = 1.065 \Omega \end{aligned}$$

ESERCIZIO 8

Ad un trasformatore trifase, alimentato alla tensione nominale e alla frequenza di 50 Hz, è allacciato un carico trifase equilibrato ohmico induttivo che sotto la tensione $V_2 = 960 \text{ V}$ assorbe la corrente $I_2 = 100 \text{ A}$ con un fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.8$.

Il rapporto di trasformazione a vuoto è $K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 15$

Con una prova a vuoto effettuata alla tensione nominale e alla frequenza di 50 Hz, si è trovato che la corrente assorbita è $I_0 = 0.4 \text{ A}$ ed il fattore di potenza a vuoto è $\cos \varphi_0 = 0.15$. La prova di corto circuito eseguita a corrente nominale alimentando la macchina dal lato basso tensione, ha fornito i seguenti dati:

$$V_{c2} = 46 \text{ V} \quad \cos \varphi_c = 0.45 \quad I_{c2} = 115.8 \text{ A}$$

Determinare :

- 1) tensione, corrente, fattore di potenza primari nelle condizioni di carico riportate
- 2) la potenza e la tensione di corto circuito percentuali

Soluzione

Le potenze attiva e reattiva del carico sono:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 132840 \text{ W}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \tan \varphi_2 = 99650 \text{ VAR}$$

Le potenze attiva e reattiva impegnate dagli avvolgimenti sono:

$$P_{cu} = 3R_{c2}I_2^2 = 3090 \text{ W}$$

$$Q_x = 3X_{c2}I_2^2 = 6150 \text{ VAR}$$

Le potenze attiva e reattiva trasmesse al secondario del circuito equivalente sono:

$$P' = P_2 + P_{cu} = 135930 \text{ W}$$

$$Q' = Q_2 + Q_x = 105800 \text{ VAR}$$

Da cui :

$$\cos \varphi' = 0.789$$

la tensione secondaria a vuoto vale :

$$V_{20} = \frac{P'}{\sqrt{3}I_2 \cos \varphi'} = 1000 \text{ V}$$

Dal rapporto di trasformazione è possibile ricavare la tensione di alimentazione V_{1n} :

$$\boxed{V_{1n} = V_{20} \cdot K_0 = 15000 \text{ V}}$$

La potenza attiva P_0 e reattiva Q_0 a vuoto sono:

$$P_0 = \sqrt{3}V_{1n}I_0 \cos \varphi_0 = 1560 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \cdot \tan \varphi_0 = 10230 \text{ VAR}$$

La potenza assorbita dal trasformatore vale:

$$P_1 = P' + P_0 = 137490 \text{ W}$$

$$Q_1 = Q' + Q_0 = 116030 \text{ VAR}$$

$$\boxed{\cos \varphi_1 = 0.765}$$

La corrente assorbita dal trasformatore vale :

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}V_{1n} \cos \varphi_1} = 6.91 \text{ A}$$

2) La potenza nominale del trasformatore vale

$$A_n = \sqrt{3}V_{20}I_{2n} = 200000 \text{ VA}$$

$$P_c \% = \frac{P_c}{A_n} 100 = 2.07\%$$

$$\text{dove } P_c = \sqrt{3}V_{c2}I_{c2} \cos \varphi_c = 4140 \text{ W}$$

$$v_c \% = \frac{V_{c2}}{V_{20}} 100 = 4.6\%$$

ESERCIZIO 9 (non svolto nell'a.a. 2005/2006)

Due trasformatori A e B sono collegati in parallelo ed alimentano un carico che assorbe una corrente $I_2 = 300 \text{ A}$ con fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.8$ in ritardo. Dei due trasformatori alimentati alla tensione nominale di 10000 V e alla frequenza nominale si conoscono i seguenti dati:

Trasformatore A:	$A_n = 200 \text{ kVA}$ $K_0 = 20$	$I_0 \% = 2 \%$ $V_c \% = 4 \%$	$P_{fe} = 1/5 P_c$ $P_c \% = 1.25 \%$
Trasformatore B:	$A_n = 60 \text{ kVA}$ $K_0 = 20$	$I_0 \% = 2.4 \%$ $V_c \% = 4 \%$	$P_{fe} = 1/4 P_c$ $P_c = 1.25 \%$

Determinare:

- 1) la tensione V_2 ai capi del carico
- 2) il carico percentuale di ciascun trasformatore
- 3) il rendimento di ciascun trasformatore e quello complessivo

Soluzione

I due trasformatori avendo lo stesso rapporto di trasformazione a vuoto hanno identica tensione a vuoto V_{20} che vale:

$$V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = 500 \text{ V}$$

la corrente nominale di ciascun trasformatore è:

$$I_{2n} = \frac{A_n}{\sqrt{3}V_{20}} \quad \text{da cui :} \quad I_{2nA} = 231 \text{ A} \quad I_{2nB} = 69,4 \text{ A}$$

Supponendo i trasformatori collegati a stella si possono determinare la resistenza e la reattanza di corto circuito.

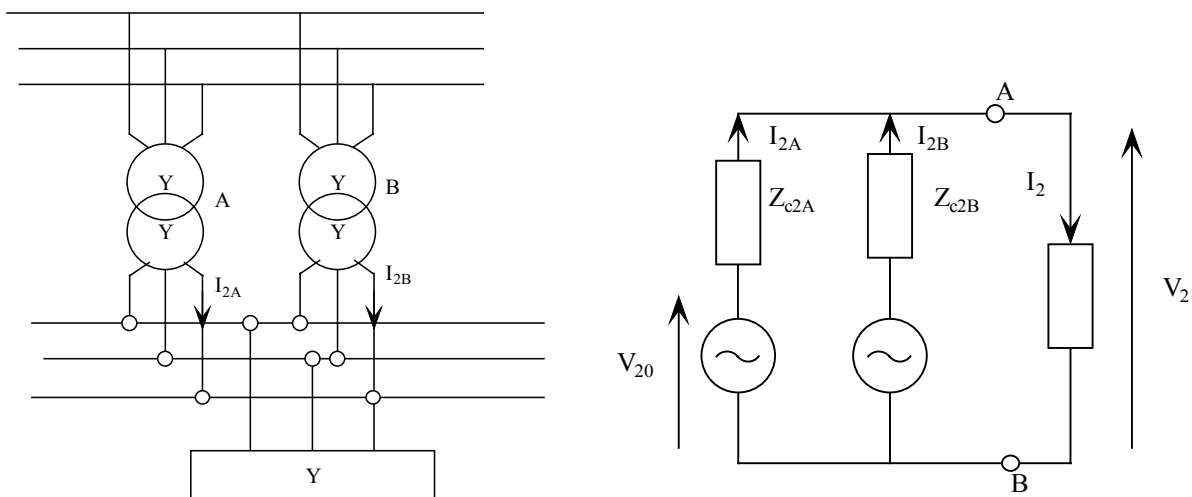
$$\cos \varphi_{cc} = \cos \varphi_{ccA} = \cos \varphi_{ccB} = \frac{P_c \%}{v_c \%} = 0.313$$

$$P_c = \frac{P_c \% \cdot A_n}{100} \quad P_{cA} = 2.5 \text{ kW} \quad P_{cB} = 0.75 \text{ kW}$$

$$R_{c2} = \frac{P_c}{3I_{2n}^2} \quad R_{c2A} = 1.56 \cdot 10^{-2} \Omega \quad R_{c2B} = 5.2 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{c2} = R_{c2} \cdot \tan \varphi_c \quad X_{c2A} = 4.73 \cdot 10^{-2} \Omega \quad X_{c2B} = 15.8 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Poiché il sistema è simmetrico equilibrato posso passare al circuito monofase equivalente:



E' possibile ora risolvere con Thevenin

$$Z_{c2eq} = Z_{c2A} // Z_{c2B} = 1.2 \cdot 10^{-2} + j 3.65 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Utilizzando la caduta di tensione approssimata otteniamo:

$$\Delta V = R_{c2eq} \cdot I_2 \cos \varphi_2 + X_{c2eq} \cdot I_2 \sin \varphi_2 = 16.35 \text{ V}$$

e quindi

$$\boxed{V_2 = V_{20} - \Delta V = 483.65 \text{ V}}$$

2) Applicando le leggi di Kirchhoff delle tensioni al circuito equivalente secondario abbiamo:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{c2A} \cdot \bar{I}_{2A}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{c2B} \cdot \bar{I}_{2B}$$

E considerando l'equivalente di Thevenin

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{c2eq} \cdot \bar{I}_2$$

Da cui:

$$\bar{Z}_{c2eq} \cdot \bar{I}_2 = \bar{Z}_{c2A} \cdot \bar{I}_{2A} = \bar{Z}_{c2B} \cdot \bar{I}_{2B}$$

ed è possibile ricavarne il modulo:

$$I_{2A} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2A}} = 231 \text{ A} \quad I_{2B} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2B}} = 69 \text{ A}$$

il carico percentuale per ogni trasformatore è:

$$\text{carico}\% = \frac{I_2}{I_{2n}} 100 \quad \text{da cui} \quad \boxed{\text{carico}\%_A = 100\%} \quad \boxed{\text{carico}\%_B = 100\%}$$

3) Le potenze erogate da ciascun trasformatore valgono

$$P_{2A} = V_2 I_{2A} \cos \varphi_{2A} = 154500 \text{ W}$$

$$P_{2B} = V_2 I_{2B} \cos \varphi_{2B} = 46200 \text{ W}$$

Le perdite nel rame:

$$P_{cuA} = P_{cA} = 2.5 \text{ kW} \quad P_{cuB} = 0.75 \text{ kW}$$

Le perdite nel ferro (dal legame espresso nei dati):

$$P_{feA} = 0.5 \text{ kW}$$

$$P_{feB} = 0.1875 \text{ kW}$$

Da cui il rendimento

$$\eta_A = \frac{P_{2A}}{P_{2A} + P_{cuA} + P_{feA}} = 0.982$$

$$\eta_B = \frac{P_{2B}}{P_{2B} + P_{cuB} + P_{feB}} = 0.98$$

la potenza assorbita dal carico vale $P_2 = P_{2A} + P_{2B} = 200,7 \text{ kW}$

il rendimento complessivo è quindi pari a :

$$\eta_B = \frac{P_2}{P_2 + P_{cuA} + P_{feA} + P_{cuB} + P_{feB}} = 0.98$$