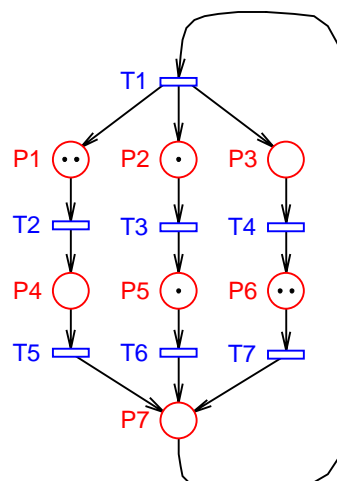


ESERCIZIO 1

Si consideri la rete di Petri riportata in figura.

- 1.1) Dare la definizione di rete viva.
- 1.2) Dire, giustificando con precisione la risposta, se la rete è limitata, viva e reversibile.
- 1.3) Dire se le risposte date al punto precedente dipendono dalla marcatura iniziale.
- 1.4) Scrivere la matrice di incidenza C .
- 1.5) Calcolare i P-invarianti della rete.
- 1.6) Mostrare che l'unico sifone della rete è l'intero insieme di posti.
- 1.7) Calcolare le trappole contenenti posto P7.
- 1.8) Sulla base dei risultati di cui ai due punti precedenti (1.6 e 1.7), è possibile dedurre il comportamento della rete riguardo alla proprietà di vivezza?
- 1.9) Determinare, mediante la tecnica del controllo superviso basato su P-invarianti, un supervisore che realizzi il vincolo $m_7 \leq 2$.

**SOLUZIONE ESERCIZIO 1**

- 1.1) Vedi testo
- 1.2) La rete non è limitata. Infatti, mediante una sequenza ammissibile di scatti, è possibile raggiungere una marcatura strettamente maggiore di quella iniziale. Ad esempio, con $\sigma = (T2, T5, T1)$ si raggiunge la marcatura $m = [2 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0]^T > m_0 = [2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0]^T$. Per costruzione, il numero di gettoni della rete data può aumentare (quando scatta T1) o rimanere costante (quando scattano le altre transizioni).

La rete è viva. Infatti, dallo stato iniziale sono abilitabili tutte le transizioni ed è sempre possibile raggiungere una marcatura strettamente maggiore di quella iniziale. Conseguentemente, tutte le transizioni sono abilitabili a partire da qualunque stato raggiungibile.

La rete non è reversibile. Infatti, per marcare nuovamente i posti contenenti gettoni inizialmente occorre far scattare T1, ma ciò aumenta in modo permanente il numero totale di gettoni presenti nella rete.
- 1.3) In generale, le proprietà di limitatezza, vivezza e reversibilità di una rete dipendono dalla marcatura iniziale. Ad esempio, se $m_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ la rete è limitata, non viva e reversibile (l'unica sequenza ammissibile di scatti è la sequenza vuota).

$$1.4) \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1.5) Il sistema di equazioni $x'C = 0$ ammette solamente la soluzione nulla, quindi la rete non ammette P-invarianti.

1.6)

	•S	S•
P1	T1	T2
P2	T1	T3
P3	T1	T4
P4	T2	T5
P5	T3	T6
P6	T4	T7
P7	T5,T6,T7	T1

Si cerchino prima sifoni contenenti P1. P1 non ha T1 nel post-set, quindi bisogna aggiungere P7 al candidato sifone. L'insieme {P1, P7} non ha T5, T6 e T7 nel post-set, quindi bisogna aggiungere P4, P5 e P6. L'insieme {P1, P4, P5, P6, P7} non ha T3 e T4 nel post-set, quindi bisogna aggiungere anche P2 e P3, ottenendo l'intero insieme di posti.

Senza P1, il candidato sifone non potrà contenere P4 (P1 è l'unico posto con T2 nel post-set). Di conseguenza esso non potrà contenere neanche P7, e via via neanche P2, P3, P5 e P6.

1.7) ce n'è 3: {P1,P4,P7}, {P2,P5,P7}, {P3,P6,P7}

1.8) La rete è a scelta libera. Tutti i sifoni contengono almeno una trappola marcata. Quindi la rete è viva.

1.9)

