

Esercizi su Equazioni Differenziali Ordinarie

11 giugno 2005

Esercizio 1

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x^3y + x^3y^2 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1. Si trovi la soluzione generica, discutendone l'unicità locale.
2. Si trovino i valori del dato iniziale y_0 per cui la soluzione corrispondente sia prolungabile a tutto \mathbb{R}
3. Si trovino i valori del dato iniziale y_0 per cui la soluzione corrispondente sia prolungabile almeno in $(-1, 1)$.
4. Si trovino i valori del dato iniziale y_0 per cui la soluzione corrispondente sia sempre positiva nel suo dominio massimale di esistenza.
5. Si tracci un grafico qualitativo delle soluzioni.

Esercizio 2

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

1.

$$\begin{cases} xy' + y = \log(x+1) \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y' - 2xy = x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 3

Trovare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali:

1.

$$2y'' - 7y' - 4y = xe^x + \sin(x)$$

2.

$$y'' - 2y' + 3y = e^{2x} \sin(\sqrt{2}x) + 4x^2$$

3.

$$y'' + 6y' + 13y = (x + 1)e^{-3x} \cos(2x)$$

4.

$$y'' - 6y' + 9y = xe^{3x} + 3$$