

# Linguaggi Formali e Compilatori

## (Formal Languages and Compilers)

prof. S. Crespi Reghizzi, prof.ssa L. Sbattella  
(prof. Luca Breveglieri)

**Prova scritta - 28 settembre 2006 - Parte I: Teoria**

**CON SOLUZIONI**

NOME:

---

COGNOME:

---

MATRICOLA:

FIRMA:

---

**ISTRUZIONI - LEGGERE CON ATTENZIONE:**

- L'esame si compone di due parti:
  - I (80%) Teoria:
    1. espressioni regolari e automi finiti
    2. grammatiche e automi a pila
    3. analisi sintattica e parsificatori
    4. traduzione e analisi semantica
  - II (20%) Esercitazioni Flex e Bison
- Per superare l'esame l'allievo deve avere sostenuto con successo entrambe le parti (I e II), in un solo appello oppure in appelli diversi, ma entro un anno.
- Per superare la parte I (teoria) occorre dimostrare di possedere sufficiente conoscenza di tutte le quattro sezioni (1-4).
- È permesso consultare libri e appunti personali.
- Per scrivere si utilizzi lo spazio libero e se occorre anche il tergo del foglio; è vietato allegare nuovi fogli o sostituirne di esistenti.
- Tempo: Parte I (teoria): 2h.30m - Parte II (esercitazioni): 45m

## 1 Espressioni regolari e automi finiti 20%

1. È data l'espressione regolare seguente:

$$R = (a \mid \varepsilon) (b \mid c)^* (b c \mid a b)^*$$

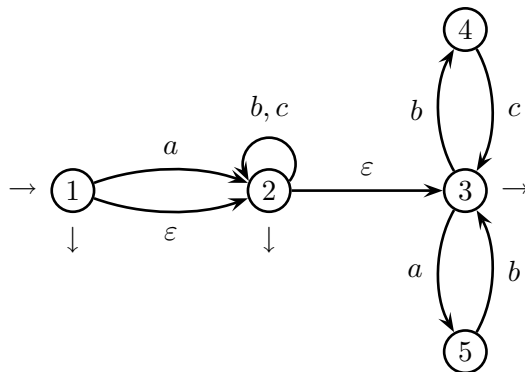
Si svolgano i punti seguenti:

- (a) Si elenchino tutte le stringhe generate da  $R$  di lunghezza  $\leq 2$ , indicando per ognuna l'eventuale grado di ambiguità (in quanti modi diversi viene generata)
- (b) Si tracci l'automa non-deterministico dell'espressione, con un metodo qualunque
- (c) Si determinizzi l'automa non-deterministico mediante la costruzione dei sottinsiemi (non è necessario sia in forma minima)

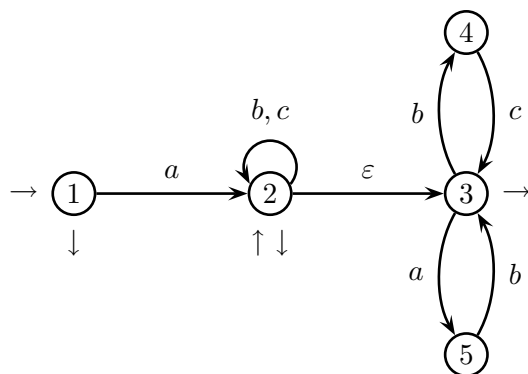
---

### Soluzione

- (a) Le stringhe di  $R$  di lunghezza  $\leq 2$  sono:  $\varepsilon, a, b, c, ab, ac, bc, bb, cb, cc$ . Di queste hanno ambiguità 2 le stringhe  $ab$  e  $bc$ .
- (b) Metodo di Thompson, con qualche scorciatoia presa subito:



- (c) Taglio archi  $\varepsilon$  (con propagazione archi entranti):



Taglio archi  $\varepsilon$  (con retrazione archi uscenti):

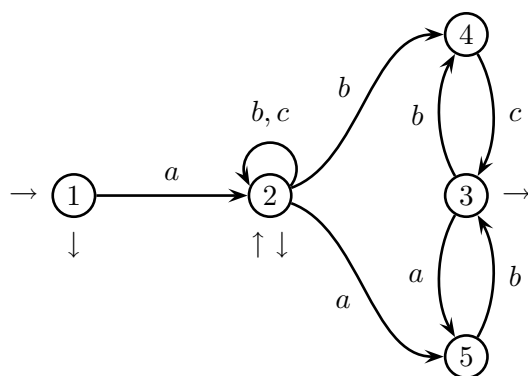


Tabella dei successori:

	$a$	$b$	$c$	finale ?
12	25	24	2	si
25	5	234	2	si
24	5	24	23	si
2	5	24	2	si
5	-	3	-	no
234	5	24	23	si
23	5	24	2	si
3	5	4	-	si
4	-	-	3	no

ed è evidente che l'automa deterministico non è in forma minima, perché nella tabella ci sono righe identiche. Al lettore il compito di minimizzarlo.

2. Si considerino le stringhe di alfabeto  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , e i due vincoli seguenti:
- (a) se nella stringa ci sono lettere  $a$ , non sono adiacenti
  - (b) se nella stringa ci sono una o più lettere  $b$ , almeno una di esse è seguita da almeno una lettera  $c$ , a distanza qualunque

Si svolgano i punti seguenti:

- (a) Si scrivano le due espressioni regolari (non importa se ambigue) che generano le stringhe corrispondenti a ciascun vincolo, usando solo concatenamento, unione e stella (o croce)
- (b) Applicando un metodo algoritmico, si trovi l'automa deterministico che riconosce il linguaggio le cui stringhe soddisfano entrambi i vincoli
- (c) (facoltativo) Si minimizzi il numero di stati dell'automa deterministico ricavato al punto precedente.

## Soluzione

- (a) Non ambigua:

$$R_a = (b \mid c)^* (a (b \mid c)^+)^* (a \mid \varepsilon)$$

Se c'è  $a$  mette senz'altro  $b$  o  $c$ , a meno che la stringa non sia finita.

Fortemente ambigua:

$$R_b = (a \mid c)^* (\Sigma^* b \Sigma^* c \Sigma^*)^*$$

Se c'è  $b$  impone prima o poi  $c$ , e ripete 0 o più volte per lasciare  $b$  facoltativa. Molto semplice, ovviamente molto ambigua: non dice quale  $b$  sarà quella seguita da  $c$  (vedi anche sotto).

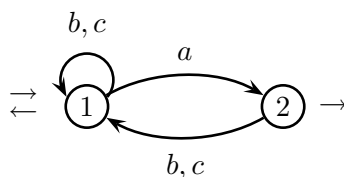
Comunque, se la si vuole non ambigua, eccone una equivalente:

$$R'_b = (a \mid c)^* (b (a \mid b)^* c (a \mid b \mid c)^* \mid \varepsilon)$$

la quale dice che se c'è una  $b$  seguita da  $c$ , si può sempre pensare che sia la prima.

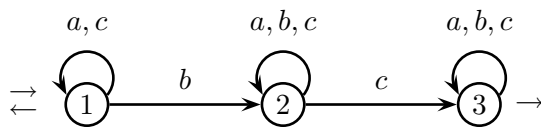
- (b) Conviene trovare i due automi det. di  $L_a$  e  $L_b$  e farne l'intersezione (prodotto cartesiano).

Automa  $A_a$ :

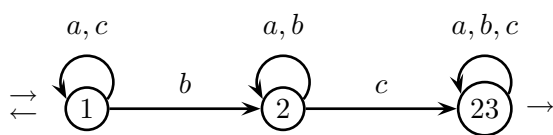


Automa  $A_b$ :

Conviene prima farlo non modo non-deterministico, è più naturale



perché non dice quale  $b$  sarà seguita da  $c$ . Ma se ci si pensa, può sempre essere la prima, dunque determinizzando in modo intuitivo o con i sottinsiemi:



Per inciso, questo automa corrisponde esattamente a  $R'_b$ .

Ora basta usare la costruzione del prodotto cartesiano. Vengono 6 stati, è fattibile a mano, ma non è detto sia in forma minima.

- (c) Si usi il solito metodo basato sulla tabella delle equivalenze.

## 2 Grammatiche libere e automi a pila 20%

1. È data la grammatica  $G$  seguente:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aX \mid X \\ X &\rightarrow aXb \mid b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Si svolgano i punti seguenti:

- (a) Si descrivano con precisione, a parole o con una formula logica, le frasi del linguaggio  $L(G)$ .
  - (b) Si individuino le frasi ambigue, mostrandone gli alberi sintattici.
  - (c) Si progetti una grammatica equivalente a  $G$ , non ambigua.
  - (d) Si progetti un automa a pila deterministico per riconoscere il linguaggio  $L(G)$ ; se serve si immagini la stringa sia terminata da uno end-marker.
- 

### Soluzione

- (a) Ecco l'intero linguaggio:

$$L = \left\{ a^h b^k \mid h, k \geq 0 \wedge 0 \leq |h - k| \leq 1 \right\}$$

Sono nidi di tipo  $ab$ , dove il numero di  $a$  non differisce dal numero di  $b$  di più di un'unità.

- (b)  $L$  è ambiguo in quanto le frasi bilanciate (tipo  $a^n b^n$ , con  $n \geq 1$ ) si possono originare in due modi. Esempio con  $aabb$ :

$$S \Rightarrow aX \Rightarrow aaXb \Rightarrow aabb$$

oppure

$$S \Rightarrow X \Rightarrow aXb \Rightarrow aaXbb \Rightarrow aabb$$

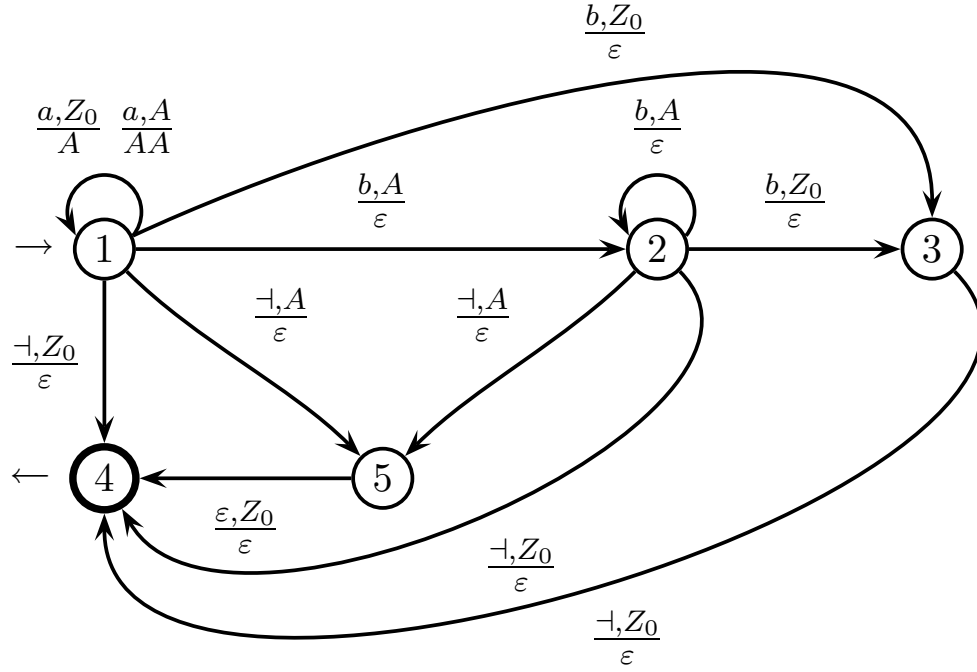
Alberi sintattici, ovvi.

- (c) Basta separare i tre casi:  $h = k$ ,  $h = k + 1$  e  $h + 1 = k$  (con  $h, k \geq 0$ ). Eccoli:

$$S \rightarrow aSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

Ora le stringhe bilanciate si formano in un solo modo. Ci saranno pure altre soluzioni.

- (d) Riconoscimento a stato finale, end-marker  $\neg$ .



Verifica di correttezza:

- riconosce  $\epsilon \vdash$  con il percorso  $\xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 4$
- riconosce  $a \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 5 \xrightarrow[\epsilon]{\epsilon} 4$
- riconosce  $b \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{b} 3 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 4$
- riconosce  $ab \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{b} 2 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 5 \xrightarrow[\epsilon]{\epsilon} 4$
- riconosce  $aab \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{b} 2 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 5 \xrightarrow[\epsilon]{\epsilon} 4$
- riconosce  $abb \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{b} 2 \xrightarrow[\epsilon]{b} 3 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 4$
- riconosce  $aabb \vdash$  con il percorso  $1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{a} 1 \xrightarrow[\epsilon]{b} 2 \xrightarrow[\epsilon]{b} 2 \xrightarrow[\epsilon]{\vdash} 5 \xrightarrow[\epsilon]{\epsilon} 4$

e ormai ben si vede come generalizzare: si passa per 3 se il numero di  $b$  eccede quello di  $a$ ; si passa per 5 se il numero di  $b$  uguaglia o è inferiore a quello di  $a$ ; il caso iniziale fa eccezione.

Può darsi si possa fare con riconoscimento a pila vuota, bisogna pensarci.



2. Si progetti la grammatica EBNF non ambigua che modella il costrutto **if-then-else** del linguaggio C, un po' semplificato. Sono presenti i concetti seguenti:

- ci sono variabili e numeri interi, denotati come si fa in C
- ci sono espressioni, contenenti variabili, numeri interi positivi o negativi, gli operatori “+” e “\*” in forma infissa, ed eventuali sottoespressioni racchiuse tra parentesi tonde “(” e “)”; la moltiplicazione precede l’addizione
- c’è l’assegnamento:  
    `var. = espr.;`  
sempre terminato da “;”
- c’è il blocco (lista) di assegnamenti, non vuoto e racchiuso tra parentesi graffe “{” e “}”; le graffe sono facoltative se il blocco contiene un solo assegnamento
- ci sono gli operatori relazionali “==”, “!=”, “<” e “>”
- la condizione di **if** è un’espressione relazionale:  
    `(espr. op.rel. espr.)`  
tra parentesi tonde
- il ramo **then** dello **if** è obbligatorio e introduce un blocco di assegnamenti, come descritto sopra
- il ramo **else** dello **if** è facoltativo, e se è presente introduce o un blocco di assegnamenti, come descritto sopra, o un costrutto **if-then-else**

Esempio:

```
if (a + 2 < 10 * b) {  
    a = c + 1;  
} else if (b == 5)  
    a = b;  
else {  
    c = 0;  
}
```

Si scriva la grammatica  $G$  in questione (in forma EBNF non ambigua).

---

## Soluzione

È abbastanza standard. Ecco una soluzione accettabile:

$$V \rightarrow [\text{'A'} - \text{'Z'}] ([\text{'A'} - \text{'Z'}] \mid [\text{'0'} - \text{'9'}])^*$$

$$N \rightarrow [\text{'1'} - \text{'9'}] [\text{'0'} - \text{'9'}]^*$$

$$E \rightarrow T (\text{'+' } T)^*$$

$$T \rightarrow F (\text{'*' } F)^*$$

$$F \rightarrow V \mid N \mid (\text{'(' } E \text{'})'$$

$$A \rightarrow V \text{'=' } E \text{' ;'}$$

$$B \rightarrow A \mid \text{'{' } } A^+ \text{'}'$$

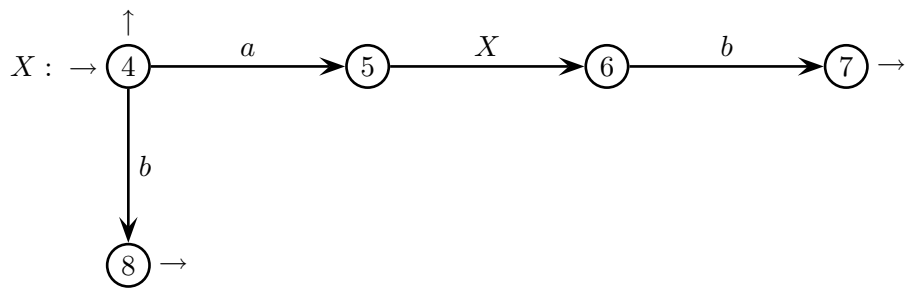
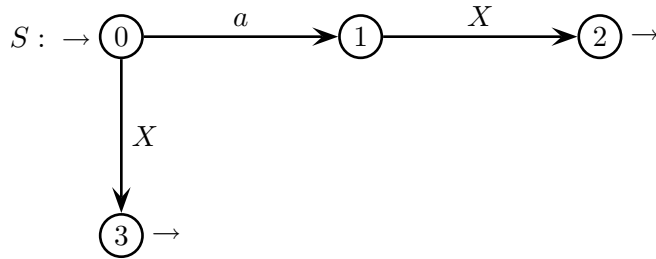
$$O \rightarrow \text{'==' } \mid \text{'!='} \mid \text{'<'} \mid \text{'>'}$$

$$R \rightarrow (\text{'(' } E O E \text{'})'$$

$$\langle IF \rangle \rightarrow \text{'if' } R B (\varepsilon \mid \text{'else' } (B \mid \langle IF \rangle))$$

### 3 Analisi sintattica e parsificatori 20%

1. È data una grammatica mediante la rete di macchine seguente:



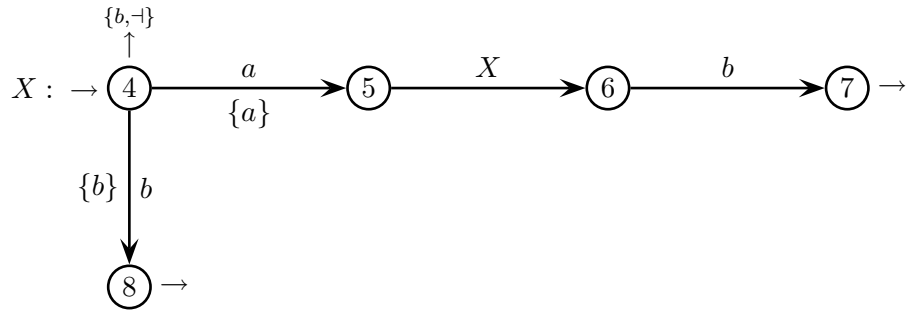
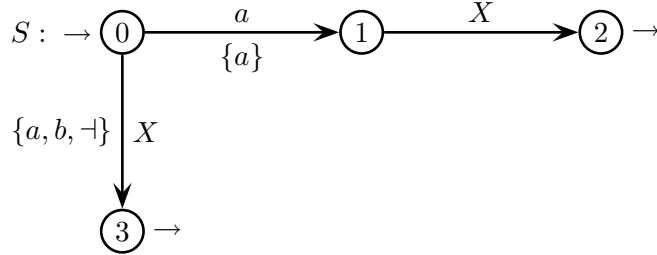
Si svolgano i punti seguenti:

- (a) Si calcolino gli insiemi guida nei punti rilevanti della rete e si verifichi se la rete delle macchine sia  $LL(1)$ .
- (b) Se necessario, si verifichi se la grammatica  $G$  sia  $LL(k)$  per un valore  $k > 1$ .

---

### Soluzione

- (a) Gli insiemi guida rilevanti (dove ci sono biforcazioni) sono sul grafo.



- (b) Gli stati 0 e 4 violano la condizione  $LL(1)$ , il primo a causa della presenza del carattere  $a$  negli insiemi guida di entrambi gli archi uscenti da 0, il secondo a causa della presenza di  $b$  sull'arco  $4 \rightarrow 8$  e sulla freccia finale dello stato 4.
- (c) È piuttosto evidente che la violazione in 0 persiste con  $k > 1$ , perché sia il ramo  $aX$  sia il ramo  $X$  possono iniziare con una stringa contenente tante  $a$ . Lo stesso problema sussiste nello stato 4.

Un altro modo per comprendere l'origine del conflitto, è l'esame dell'ambiguità. La frase  $ab$  è ambigua, perché può essere riconosciuta da due calcoli:

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow (\rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow) \rightarrow 2$$

$$0 \rightarrow (\rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow (\rightarrow 4 \rightarrow) \rightarrow 8 \rightarrow) \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow \rightarrow 3$$

Di conseguenza la grammatica non è  $LL(k)$  per nessun valore di  $k$ .

2. È data la grammatica  $G$  seguente:

$$S \rightarrow X b \mid X$$

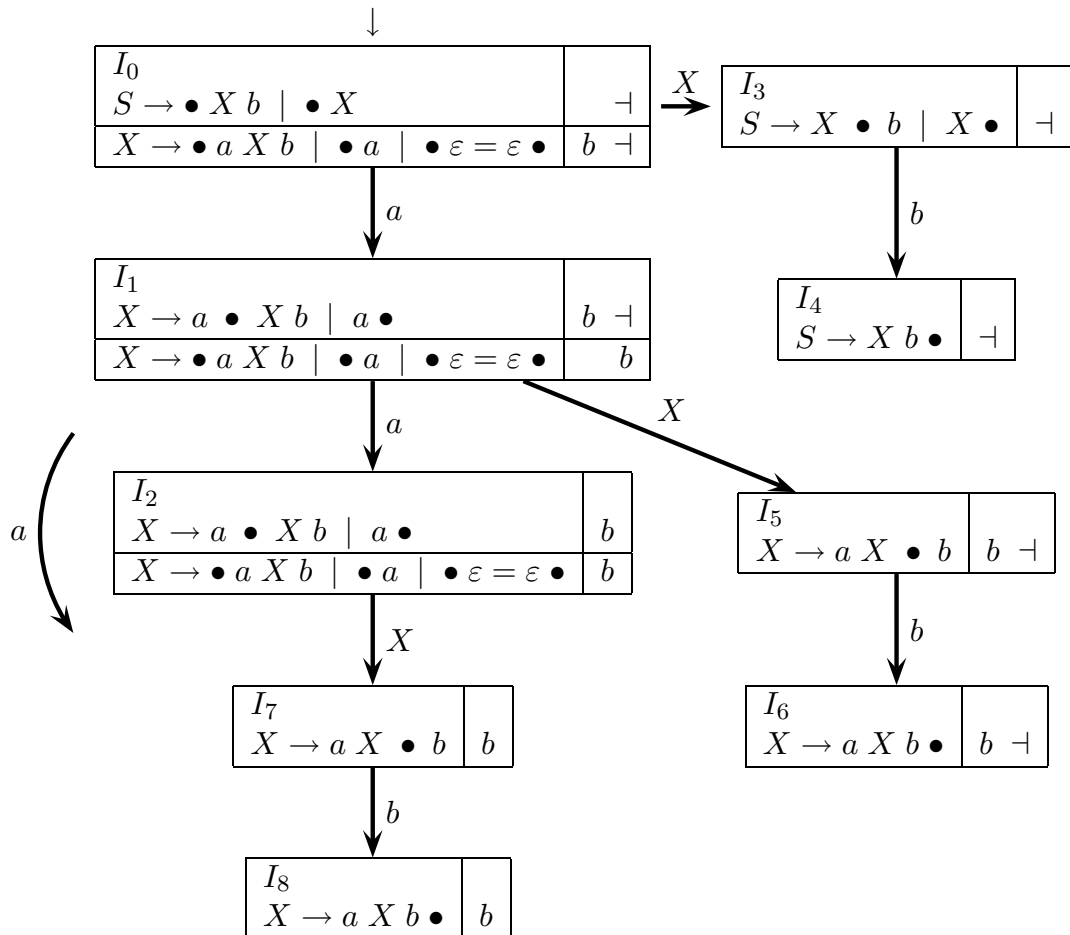
$$X \rightarrow a X b \mid a \mid \varepsilon$$

Si svolgano i punti seguenti:

- (a) Per  $G$  si costruisca l'automa pilota  $LR(1)$  (cioè il riconoscitore dei prefissi).
- (b) Per ogni macrostato del pilota si indichi se per  $k = 1$  vi siano conflitti, spostamento-riduzione o riduzione-riduzione.

## Soluzione

(a) Ecco la macchina pilota  $LR(1)$ :



- (b) Analisi dei macrostati. Si esaminano quelli contenenti dueuno spostamento e una riduzione oppure due riduzioni.

Macrostatato	Potenziale conflitto
$I_0$	Tra la riduzione $X \rightarrow \varepsilon \bullet \{b \neg\}$ e lo spostamento di $a$ la scelta è deterministica.
$I_1$	Tra le riduzioni $X \rightarrow a \bullet \{b \neg\}$ e $X \rightarrow \varepsilon \bullet \{b\}$ la scelta non è deterministica, mentre con lo spostamento di $a$ la scelta è deterministica.
$I_2$	Tra le riduzioni $X \rightarrow a \bullet \{b\}$ e $X \rightarrow \varepsilon \bullet \{b\}$ la scelta non è deterministica.
$I_3$	Tra la riduzione $S \rightarrow X \bullet \{\neg\}$ e lo spostamento di $b$ la scelta è deterministica.

Commento: la grammatica  $G$  è palesemente ambigua (le stringhe tipo  $a^n b^n$  sono generate in due modi; si veda anche l'esercizio n. 2.1), dunque non può essere  $LR(k)$  per nessun  $k \geq 0$ . La forma non ambigua equivalente data nell'esercizio 2.1 è palesemente  $LR(1)$  (ma non è  $LR(0)$  perché contiene una  $\varepsilon$ -produzione).

## 4 Traduzione e analisi semantica 20%

1. Si consideri il linguaggio sorgente seguente:

$$L = a^+ b a^+ \cup a^+ c a^+$$

e la funzione di traduzione seguente:

$$\begin{aligned}\tau(a^m b a^n) &= d^m \\ \tau(a^m c a^n) &= d^n\end{aligned}$$

con  $m, n \geq 1$ .

Esempi:  $\tau(a a a b a) = d d d$   $\tau(a a a c a) = d$

Si svolgano i punti seguenti:

- Si scriva l'espressione regolare della traduzione  $\tau$  sopra definita.
- Si disegni un automa traduttore finito che calcola la traduzione  $\tau$ .
- Si stabilisca se il traduttore finito dato al punto precedente sia deterministico oppure no.
- (Facoltativo) Si argomenti brevemente se sia possibile effettuare la traduzione  $\tau$  in modo deterministico.

## Soluzione

- (a) Espressione regolare di traduzione:

$$\left(\frac{a}{d}\right)^+ \frac{b}{\varepsilon} \left(\frac{a}{\varepsilon}\right)^+ \cup \left(\frac{a}{\varepsilon}\right)^+ \frac{c}{\varepsilon} \left(\frac{a}{d}\right)^+$$

Chi non avesse ricordato (o non avesse studiato) che cosa sia un'espressione regolare di traduzione, avrebbe potuto derivare la grammatica lineare a destra equivalente all'espressione regolare sorgente, e trasformare la grammatica in uno schema sintattico di traduzione (sempre lineare a destra) per poi ricostruire l'espressione regolare di traduzione. Esempio:

$$\begin{aligned}S &\rightarrow B \mid C \\ B &\rightarrow a B \mid a b A' \\ C &\rightarrow a C \mid a c A'' \\ A' &\rightarrow a A' \mid a \\ A'' &\rightarrow a A'' \mid a\end{aligned}$$

distinguendo tra  $A'$  e  $A''$  per preparare il terreno a due traduzioni diverse di  $a$ , da cui:

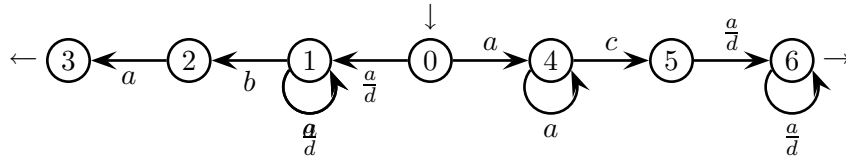
$$\begin{aligned}S &\rightarrow B \mid C \\ B &\rightarrow a \{d\} B \mid a \{d\} b A' \\ C &\rightarrow a C \mid a c A'' \\ A' &\rightarrow a A' \mid a \\ A'' &\rightarrow a \{d\} A'' \mid \{d\} a\end{aligned}$$

e tornando indietro:

$$(a \{ d \})^+ b a^+ \mid a^+ c (a \{ d \})^+$$

ovvero l'espressione di traduzione già data prima, seppure scritta in modo notazionalmente diverso.

(b) Trasduttore finito:



- (c) L'automa soggiacente al traduttore non è deterministico nello stato 0, dunque neanche il trasduttore.
- (d) Sì, si può fare in modo det. con un automa trasduttore a pila. Il traduttore a pila deterministico opera con la strategia seguente.

Data la stringa sorgente  $a^m e a^m$  con  $e \in \{b, c\}$ , esso legge e impila le  $m$  lettere  $a$ . Poi, leggendo il carattere  $e$  entra nello stato  $B$  o  $C$  a seconda che sia  $e = b$  o  $e = c$ . Nello stato  $B$  la macchina legge le  $n$  lettere  $a$  e al termine emette una lettera  $d$  per ogni simbolo  $a$  che toglie dalla pila (in totale ne toglie  $m$ ).

D'altra parte, nello stato  $C$  l'automa legge le  $n$  lettere  $a$  emettendo una  $d$  per ciascuna.

Per maggiore precisione, la macchina deve controllare che vi sia almeno una lettera  $a$  sia prima di  $e$  sia dopo  $e$ .

Osservazione: è dubbio che si possa fare con uno schema di traduzione deterministico  $LL(k)$ ; probabilmente no.

Invece, esprimendo la traduzione nella forma normale postfissa, si può ottenere uno schema di traduzione la cui grammatica sorgente è  $LR(1)$ . Eccolo, la parte pozzo come al solito è espressa racchiudendola tra parentesi graffe:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow X \mid Y \\ X &\rightarrow a X A \mid a b W A \\ W &\rightarrow a W \mid a \\ A &\rightarrow \varepsilon \{d\} \\ Y &\rightarrow a Y \mid a c Z \\ Z &\rightarrow a Z \varepsilon \{d\} \mid a \{d\} \end{aligned}$$

Occorre costruire l'automa pilota della grammatica sorgente, per verificare che sia  $LR(1)$ . Sembra ragionevole supporre che il pilota  $LR(1)$  si possa comportare come l'automa a pila det. descritto sopra (comunque bisogna verificare).



2. Si consideri una tabella contenente una lista di numeri interi positivi tutti distinti e, accanto a ogni numero, un insieme di numeri che danno come somma il numero. In altre parole, si tratta di una base dati relazionale il cui primo attributo è la chiave *NUM* e il secondo attributo *ADD* è un insieme (non vuoto) di numeri.

Si deve progettare una grammatica con attributi che, per ogni coppia della relazione, verifichi se i numeri della lista *ADD* danno *NUM* come somma, e per le tuple che superano il controllo, costruisca la relazione in prima forma normale; vedi sotto:

Tabella sorgente		Tabella pozzo	
<i>NUM</i>	<i>ADD</i>	<i>NUM</i>	<i>FATT</i>
12	{2, 10}	12	2
6	{2, 4}	12	10
9	{2}	6	2
30	{2, 3, 25}	6	4
		30	2
		30	3
		30	25

È dato un supporto sintattico  $G$  che genera la tabella di partenza. Gli elementi *NUM* sono numeri interi, qui trattati come terminali.

$$G \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow T S \\ S \rightarrow \varepsilon \\ T \rightarrow NUM \text{ “{” } ADD \text{ “} \text{”} \\ ADD \rightarrow NUM ADD \\ ADD \rightarrow NUM \end{array} \right.$$

Ci devono essere almeno gli attributi seguenti:

- il valore  $v$  di *NUM*, attributo disponibile inizialmente
- un predicato di correttezza “ $\varphi$ ”, vero se, e solo se, la somma è corretta
- una stringa di traduzione “ $\tau$ ”, associata alla radice dell’albero, che contiene la tabella normalizzata nella forma illustrata sotto:

12, 2/12, 10/6, 2/6, 4/30, 2/30, 3/30, 25/

Si possono aggiungere altri attributi, come sembra necessario od opportuno. Ecco i punti da svolgere:

- Elencare gli attributi, con il rispettivo tipo e significato.
- Scrivere le funzioni semantiche che calcolano gli attributi (alle pagine successive sono già pronti gli schemi da compilare).
- Disegnare i grafi delle dipendenze funzionali tra attributi, per ciascuna produzione separatamente.
- Stabilire se la grammatica sia di tipo a una sola scansione.
- Stabilire se la grammatica sia di tipo  $L$ .

tipo	nome	nonterminali	dominio	significato
già dati				
sx	$v$	$NUM$	numero int.	valore di $NUM$
	$\varphi$		V / F	tupla corretta
sx	$\tau$	$S$	stringa	tabella in forma norm.
da aggiungere o estendere				
dx	$\varphi$	$ADD$	V / F	tupla corretta
sx	$\tau$	$S, T, ADD$	stringa	tabella in forma norm.
sx	$\sigma$	$ADD$	numero int.	somma addendi
dx	$\chi$	$ADD$	numero int.	valore chiave NUM

Funzioni semantiche:

<i>sintassi</i>	<i>funzioni semantiche</i>
$S_0 \rightarrow T_1 S_2$	$\tau_0 = CAT(\tau_1, \tau_2)$
$S_0 \rightarrow \varepsilon$	$\tau_0 = \varepsilon$
$T_0 \rightarrow NUM_1 \text{“}\{” ADD_2 \text{“}\}”$	$\varphi_2 = (\mathbf{if} (\sigma_2 == v_1) \mathbf{then true else false})$ $\chi_2 = v_1$ $\tau_0 = \tau_2$

<i>sintassi</i>	<i>funzioni semantiche</i>
$ADD_0 \rightarrow NUM_1 ADD_2$	$\sigma_0 = v_1 + \sigma_2$ $\varphi_2 = \varphi_0$ $\chi_2 = \chi_0$ <b>if</b> $(\varphi_0 == \text{true})$ <b>then</b> $\tau_0 = CAT(\chi_0, ', v_1, \tau_2, '/')$ <b>else</b> $\tau_0 = \varepsilon$
$ADD_0 \rightarrow NUM_1$	$\sigma_0 = v_1$ <b>if</b> $(\varphi_0 == \text{true})$ <b>then</b> $\tau_0 = CAT(\chi_0, ', v_1, '/')$ <b>else</b> $\tau_0 = \varepsilon$

## Soluzione

- (a) Concettualmente il processo di traduzione può essere organizzato in due fasi.

**Fase di controllo:** Verifica tupla per tupla che l'insieme degli addendi sia corretto, marcando le tuple corrette con l'attributo  $\varphi$ .

**Fase di scrittura:** Visita l'albero, inserendo nell'attributo stringa  $\tau$  i valori delle sole tuple corrette, nel formato prescritto.

Introduciamo l'attributo sinistro  $\sigma$  per calcolare la somma degli addendi.

Scegliamo di usare  $\varphi$  come attributo destro, al fine di propagarlo a tutti gli addendi da stampare.

Introduciamo l'attributo  $\chi$ , destro, per propagare il valore del numero, allo scopo di stamparlo accanto a ogni addendo.

- (b) Da fare ... (facile).
- (c) Non è a una sola scansione, perché per calcolare  $\varphi$ , ereditato, e propagarlo verso il basso, bisogna prima avere calcolato  $\sigma$ , sintetizzato; chiaramente occorre più di una passata (il lettore trovi quante ne servono).
- (d) A maggior ragione (punto precedente), non è di tipo L.