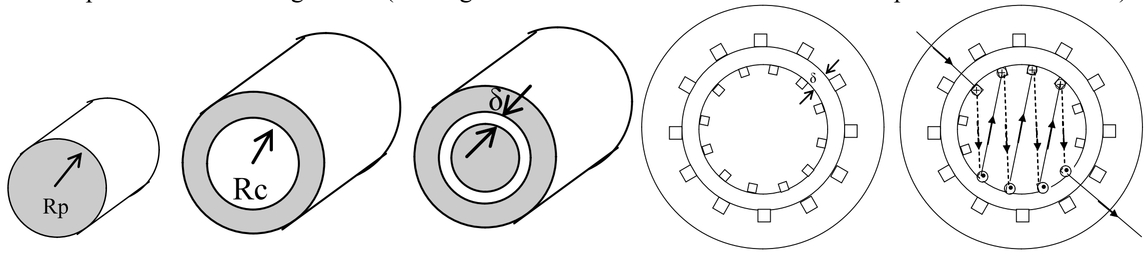
CAMPO ROTANTE

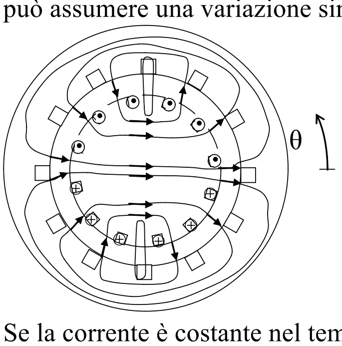
STRUTTURA MECCANICA. Consideriamo due cilindri ferromagnetici, uno pieno (raggio Rp) e l'altro cavo (raggio interno Rc), il cilindro pieno avente raggio poco inferiore al cilindro cavo (Rp ≈ Rc, Rp < Rc), in modo che se vengono messi uno interno all'altro e coassiali, sono separati solo da un piccolo spessore d'aria, che prende il nome di traferro δ. Le superfici prospicienti al traferro sono dotate di cave, per alloggiare dei conduttori elettrici che poi vengono collegati fra loro per creare un avvolgimento (i collegamenti sono fatti sulle facce anteriori e posteriori dei cilindri).



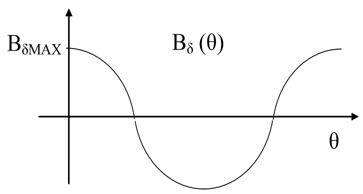
ANDAMENTO DEL CAMPO. Consideriamo un esempio di avvolgimento, posto su una delle due strutture (ad esempio quella interna). Consideriamo il campo generato da tale avvolgimento, e analizziamo l'andamento di tale campo in funzione della coordinata angolare θ lungo la periferia del traferro. Si parte dalla Legge della Circuitazione di Ampere $N \cdot i = \oint \overline{H} \cdot \overline{dl}$. In base all'ipotesi di campo uniforme, il campo è costante, quindi si passa da integrale a sommatoria $N \cdot i = H_{fe} \cdot l_{fe} + H_\delta \cdot l_\delta$. Il campo H è esprimibile come B/μ, quindi $N \cdot i = \frac{B_{fe}}{\mu_{fe}} \cdot l_{fe} + \frac{B_\delta}{\mu_\delta} \cdot l_\delta$. Si assume permeabilità del ferro infinita, per cui il campo nel ferro è nullo. Rimane quindi solo il campo nel traferro $N \cdot i = \frac{B_\delta}{\mu_\delta} \cdot l_\delta$ La permeabilità dell'aria è quella del vuoto μ_o, e la lunghezza del tratto in aria è 2δ; inoltre Ni è la forza magneto motrice concatenata con la linea di campo; si ha quindi $B_\delta = \mu_o \frac{N \cdot i}{2\delta} = \frac{\mu_o}{2\delta} f\,mm.$

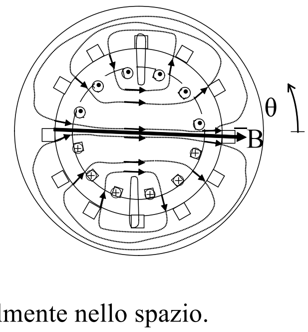
Dal disegno del campo si vede che, per ogni linea di campo, la fmm concatenata con la linea dipende dalla coordinata θ (perché il numero di concatenamenti N dipende da θ), per cui B_δ risulta funzione di θ. Allora, per trovare $B_\delta(\theta)$ occorre, per ogni posizione θ, calcolare la fmm N(θ)*i concatenata con la linea di campo che passa per la posizione θ; poi si moltiplica per μ_o / 2δ.

Dall'andamento delle linee si vede poi che, nel traferro, il verso delle linee si inverte in corrispondenza di θ = 90° e θ = 270°; per tener conto del verso delle linee, si attribuisce segno positivo al campo se la linea ESCE da struttura interna (e segno negativo se la linea entra nella struttura interna). Si ottiene quindi che la fmm (e quindi il campo) varia a scalini; all'aumentare dei conduttori, gli scalini si rimpiccioliscono, per cui per un avvolgimento reale con molti conduttori, si può assumere una variazione sinusoidale: $B_\delta(\theta) = B_{\delta MAX} \cdot \cos(\theta)$, con $B_{\delta MAX} = Ni\ \mu_o / 2\delta$.



θ [°]	fmm	segno
0	6i	+
30	4i	+
60	2i	+
90	0	
120	2i	-
150	4i	-
180	6i	-
210	4i	-

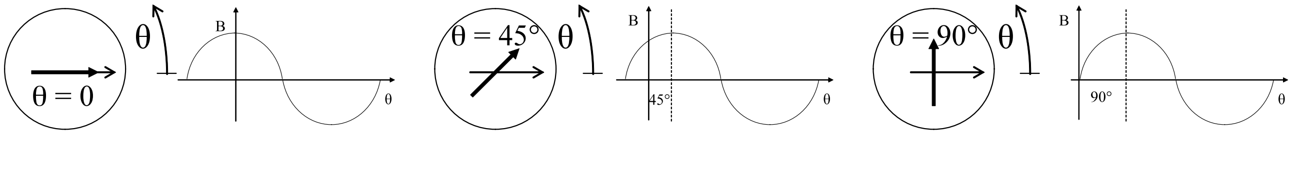




Se la corrente è costante nel tempo, il campo ha ampiezza costante nel tempo, e varia sinusoidalmente nello spazio. Si può rappresentare tale campo con un vettore $\overline{B}$ di modulo $B_{\delta MAX}$, agente sull'asse dell'avvolgimento, e con direzione legata al verso delle correnti dalla regola della mano derstra.

CAMPO ROTANTE ottenuto per ROTAZIONE DELLA STRUTTURA CHE GENERA UN CAMPO COSTANTE. Se la corrente è costante nel tempo e la struttura ruota, un osservatore fisso vede il campo ruotare e l'onda $B_\delta(\theta)$ traslare. In particolare, se la struttura ruota a velocità +Ω (cioè ruota nel verso dei θ positivi), l'onda trasla verso destra. Si è quindi ottenuto un campo rotante, facendo ruotare meccanicamente un campo fisso.

$t = t_0 \Rightarrow \theta = \Omega\, t_0 = 0$ $\quad$ $t = t_1 \Rightarrow \theta = \Omega\, t_1 = 45°$ $\quad$ $t = t_2 \Rightarrow \theta = \Omega\, t_2 = 90°$



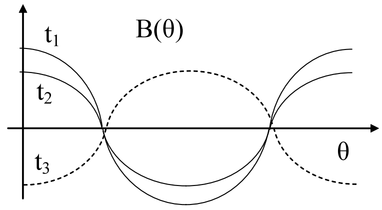
Vediamo ora un altro modo per ottenere un campo rotante.

CAMPO PULSANTE. Consideriamo le strutture di prima, supponiamo che tutto sia fermo, ma la corrente sia variabile sinusoidalmente nel tempo: $i(t) = \sqrt{2}\, I \cos(\omega t)$. Il campo è $B_\delta(\theta,t) = \dfrac{\mu_o}{2\delta} N\sqrt{2} I \cos(\omega t)\cos(\theta) = B_{\delta MAX}\cos(\omega t)\cos(\theta)$.

$t = t_1 \Rightarrow B_\delta(\theta, t_1) = B_{\delta MAX1}\cos(\omega t_1)\cos(\theta)$

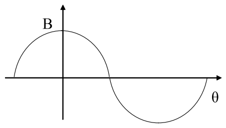
$t = t_2 \Rightarrow B_\delta(\theta, t_2) = B_{\delta MAX2}\cos(\omega t_2)\cos(\theta)$

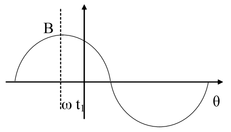
Ho due campi sinusoidali nello spazio, con gli stessi punti di zero, ma con ampiezza diversa. Quindi $B_{\delta MAX}*\cos(\theta)*\cos(\omega t)$ è un campo fisso nello spazio (non trasla), con andamento spaziale sinusoidale, e ampiezza variabile sinusoidalmente nel tempo: si parla di CAMPO PULSANTE.

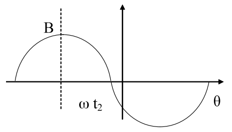


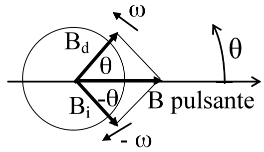
CAMPI CONTROROTANTI. Applichiamo ora le formule di Prostaferesi all'espressione del campo pulsante: $\cos(\theta)*\cos(\omega t) = ½*[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta)]$. Cosa rappresentano i due termini $\cos(\omega t \pm \theta)$? Consideriamo per es. $\cos(\omega t + \theta)$ e valutiamolo in $t = 0$, $t = t_1$, $t = t_2$: si vede che l'onda sta traslando.

$t = t_0 \Rightarrow \cos\theta$ $\qquad$ $t = t_1 \Rightarrow \cos(\theta + \omega t_1)$ $\qquad$ $t = t_2 \Rightarrow \cos(\theta + \omega t_2)$



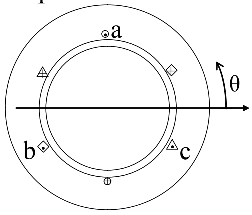






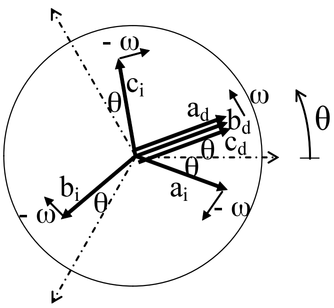
Ma se l'onda trasla, il campo ruota => $\cos(\omega t + \theta)$ è un campo rotante. La velocità di rotazione è ω, cioè coincide con la pulsazione della corrente (in realtà la velocità è -ω, perché l'onda sta traslando verso sinistra, cioè nel verso dei $\theta < 0$) Analogamente, $\cos(\omega t - \theta)$ è un campo rotante a velocità è ω (onda trasla verso destra, cioè nel verso dei $\theta > 0$).
Quindi un campo pulsante è dato dall'insieme di 2 campi controrotanti. Si vede bene con interpretazione vettoriale dei campi rotanti: il campo $\cos(\omega t + \theta)$ è un vettore (che chiamo campo inverso Bi) di fase - θ, rotante a velocità - ω, il campo $\cos(\omega t - \theta)$ è un vettore (che chiamo campo diretto Bd) di fase θ, rotante a velocità ω, i due campi sono sempre simmetrici, e componendosi danno un unico campo di fase 0 e ampiezza variabile (che è il campo pulsante precedente).

CAMPO ROTANTE. Si intuisce allora che un campo rotante si può ottenere senza rotazione meccanica, ma semplicemente con una corrente sinusoidale. Si osserva però che nella struttura precedente si hanno 2 campi controrotanti, che componendosi danno un campo pulsante => per avere un solo campo rotante, occorre eliminarne uno.
Per far ciò, consideriamo 3 avvolgimenti, sfasati di 2π/3 nello spazio, percorsi ciascuno da una corrente tale che le 3 correnti risultino sfasate di (2π/3)/ω nel tempo. Consideriamo i 3 campi pulsanti prodotti, e sovrapponiamoli nello spazio, considerando per la fmm la stessa coordinata spaziale θ:



$$i_a(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$
$$i_b(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$$
$$i_c(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi)$$

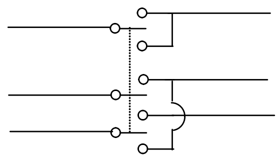
$$B_a(\theta,t) = B_{\delta MAX}\cos(\theta)\cos(\omega t) = B_{\delta MAX}\frac{1}{2}\left[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta)\right]$$
$$B_b(\theta,t) = B_{\delta MAX}\cos(\theta - \frac{2}{3}\pi)\cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) = B_{\delta MAX}\frac{1}{2}\left[\cos(\omega t + \theta - \frac{4}{3}\pi) + \cos(\omega t - \theta)\right]$$
$$B_c(\theta,t) = B_{\delta MAX}\cos(\theta - \frac{4}{3}\pi)\cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi) = B_{\delta MAX}\frac{1}{2}\left[\cos(\omega t + \theta - \frac{2}{3}\pi) + \cos(\omega t - \theta)\right]$$
$$B_{tot}(\theta,t) = B_a(\theta,t) + B_b(\theta,t) + B_c(\theta,t) = B_{\delta MAX}\frac{1}{2}\left[0 + 3\cos(\omega t - \theta)\right] = \frac{3}{2}B_{\delta MAX}\cos(\omega t - \theta)$$



Se, applicando le formule di Prostaferesi, si effettua la scomposizione di ciascun campo pulsante nei due campi controrotanti componenti, si vede che i 3 campi inversi (rotanti con velocità -ω) sono costantemente a somma nulla, mentre i 3 campi diretti (rotanti a velocità ω) sono in fase fra loro => il risultato è un unico campo rotante a velocità ω.
Allo stesso risultato si perviene con la rappresentazione vettoriale: il campo $\cos(\omega t - \theta)$ è un vettore di fase θ, rotante a velocità ω; esistono 3 campi di questo tipo, che sono i 3 campi diretti a_d, b_d, c_d delle 3 fasi; questi campi sono costantemente in fase e si compongono dando un campo risultante di ampiezza tripla; il campo $\cos(\omega t + \theta)$ è il campo inverso a_i della fase a: un vettore di fase - θ, rotante a velocità - ω; il campo $\cos(\omega t + \theta - 4\pi/3)$ è il campo inverso b_i della fase b: un vettore di fase $4\pi/3 - \theta$, rotante a velocità - ω; il campo $\cos(\omega t + \theta - 2\pi/3)$ è il campo inverso c_i della fase c: un vettore di fase $2\pi/3 - \theta$, rotante a velocità - ω; i 3 campi inversi sono costantemente sfasati di 120°, per cui la loro somma è costantemente nulla.

Si è quindi ottenuto un modo per generare un campo rotante a partire da una struttura fissa.

NOTA1: tre correnti sfasate di $(2\pi/3)/\omega$ nel tempo sono le correnti caratteristiche di un sistema trifase simmetrico equilibrato => per avere un campo rotante occorre avere tale sistema. In pratica, è sufficiente avere una macchina costruttivamente simmetrica, perché se gli avvolgimenti sono uguali, le impedenze sono uguali, e quindi il sistema di correnti è equilibrato.



NOTA2: Se, a parità di avvolgimenti, si scambiano le correnti di 2 fasi, nella somma precedente hanno risultante nulla i 3 campi rotanti a velocità $+\omega$ => il campo risultante ruota a $-\omega$. Questo è il metodo per invertire la rotazione di un motore trifase.

NOTA3: la velocità del campo Ω_o è legata ala pulsazione ω della tensione e al numero di poli p della macchina dalla relazione $\Omega_o = \omega\, 2/p$; esprimendo Ω_o in giri/min, e indicando con No tale velocità, si ha

$$N_o = \Omega_o \frac{60}{2\pi} = \frac{2}{p}\omega\frac{60}{2\pi} = \frac{2}{p}2\pi f\frac{60}{2\pi} = \frac{120f}{p}:$$

legame fra f, p, No.

Il numero di poli è il numero di polarità magnetiche presenti al traferro, e dipende dall'andamento delle linee di campo (conseguenza di come è fatto l'avvolgimento che crea il campo stesso).