Esercizio 2

Si consideri la rete di Petri indicata in Figura 2.

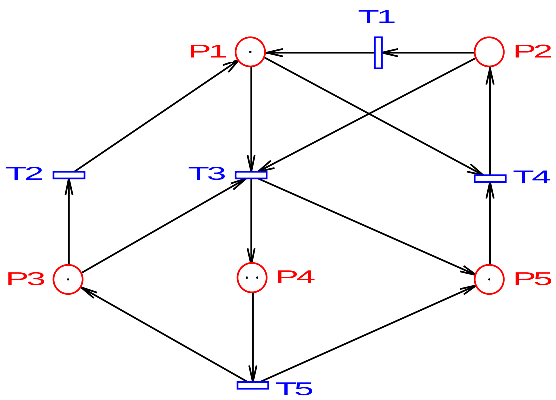


Figura 2

2.1) Calcolare il controllore supervisivo che impone i vincoli

$$m_1 + m_2 + m_3 \leq 3 \ \text{ e } \ m_3 + m_4 + m_5 \leq 4$$

2.2) Calcolare il controllore supervisivo che impone il vincolo

$$m_1 + m_4 \leq 5$$

supponendo che la transizione T2 sia non controllabile e T5 sia non osservabile.

Soluzione Esercizio 2

2.1) I vincoli sono ammissibili in quanto sono soddisfatti dalla marcatura iniziale.

La matrice di incidenza e la marcatura iniziale dell'impianto sono le seguenti

$$C_P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{0P} = [1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 2 \ \ 1]'$$

Il vincolo in forma matriciale risulta $L \cdot M_P \leq b$, ove

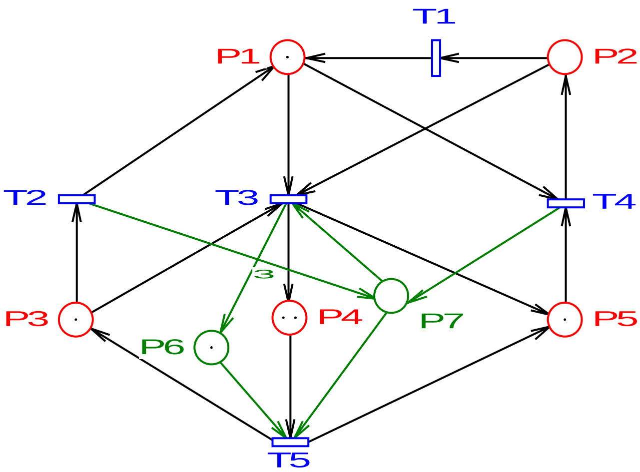
$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = [3 \ \ 4]'$$

La matrice di incidenza e la marcatura iniziale dei posti di controllo risultano

$$C_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$M_{0C} = [1 \ \ 0]'$$



2.2) Le matrici di incidenza della parte non controllabile e non osservabile sono

$$C_{NC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_{NO} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Il vincolo in forma matriciale risulta $L \cdot M_P \leq b$, ove

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = 5$$

Il vincolo così com'è formulato non risulta ammissibile, in quanto

$$L \cdot C_{NC} = 1 \not\leq 0$$

$$L \cdot C_{NO} = -1 \neq 0$$

Il vincolo originale deve quindi essere sostituito con un nuovo vincolo $L^* \cdot M_P \leq b^*$, che risulta più restrittivo ma realizzabile. Ad esempio si può scegliere

$$L^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

in modo da avere

$$L^* \cdot C_{NC} = 0$$

$$L^* \cdot C_{NO} = 0$$

A questo punto occorre scegliere b^* in modo che il soddisfacimento del nuovo vincolo implica il soddisfacimento del vincolo originale. Poiché la marcatura iniziale del posto di controllo deve essere positiva risulta

$$M_{0C} = b^* - L^* \cdot M_{0P} = R_2 \cdot (b+1) - 1 - 4 = 6 \cdot R_2 - 5 \geq 0$$

soddisfatto, ad esempio, per $R_2 = 1$ e di conseguenza con $R_1 = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0]$.

In definitiva

$$C_C = -L^{*} \cdot C_P = [-1 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 0]$$

$$M_{0C} = b^{*} - L^{*} \cdot M_{0P} = 1$$