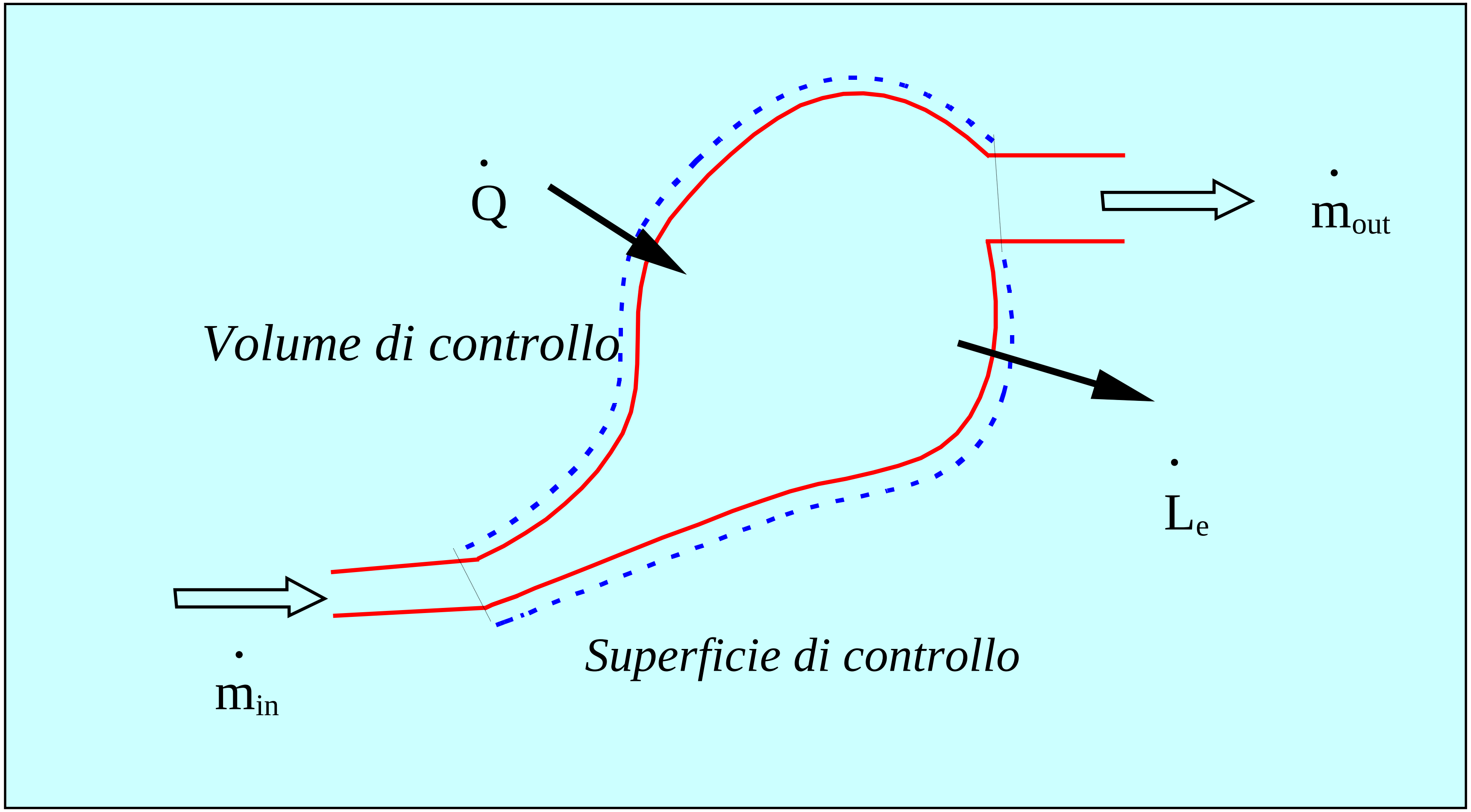
Sistema aperto



sistema di riferimento euleriano

Bilancio di massa

$$\frac{dM}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow}$$

$$\dot{\mathrm{m}} = \rho \mathrm{w} \Omega$$

Equazione di continuità

Bilancio di energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}^{\leftarrow}$$

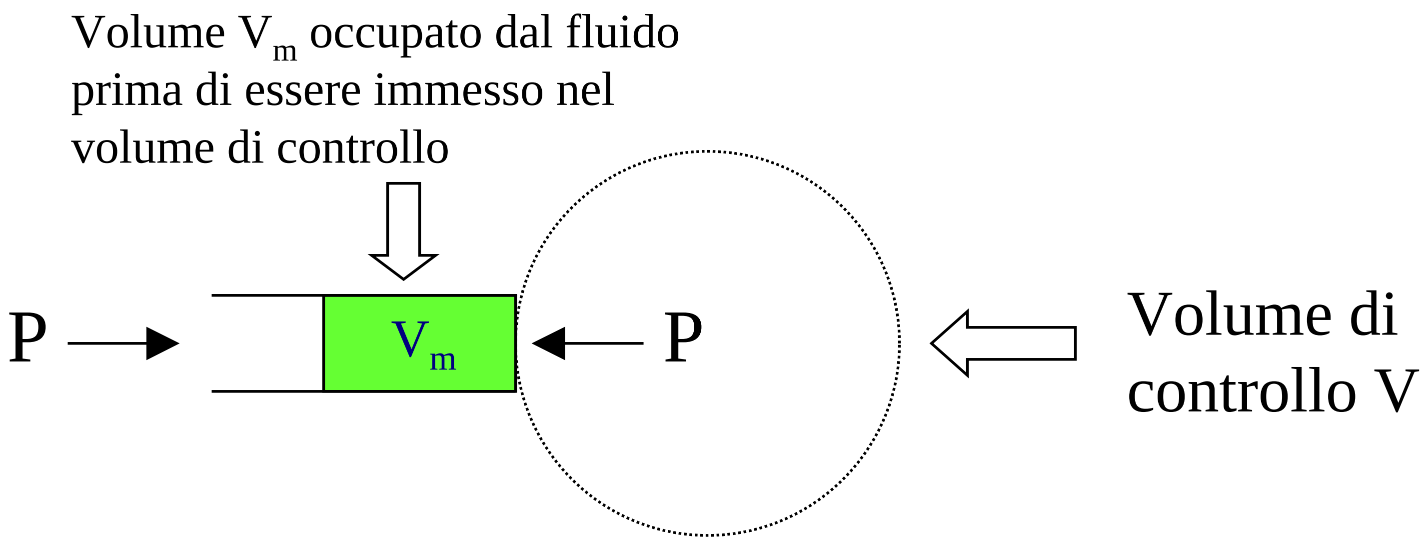
$E^{\leftarrow}$

energia associata al trasporto di massa

calore scambiato

lavoro scambiato

energia dovuta ad una sorgente



Si consideri un sistema $V+V_m$ occupato dalla massa m_i. Se si immette m_i in V il volume varia mantenendo costante la massa. Il sistema è un sistema chiuso che scambia un lavoro L_p con l'esterno:

$$L_p^{\leftarrow} = -\int_{V+V_m}^{V} P dv = P \cdot V_m = m_i P v_i$$

Questo termine di lavoro compare per ogni sezione di ingresso e di uscita della massa

energia associata al trasporto di massa

$$E_m = \sum \dot{m}_i^{\leftarrow} \left(u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i$$

calore scambiato $\dot{Q}^{\leftarrow}$

lavoro scambiato

lavoro d'elica $\dot{L}_e^{\rightarrow}$

lavoro di pulsione $\dot{L}_P^{\leftarrow} = \sum_k \dot{m}_k P_k v_k$

energia associata ad un termine di sorgente

(effetto Joule, reazioni chimiche, reazioni nucleari, etc.)

Bilancio di energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}^{\leftarrow}$$

ovvero:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_i \left(u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{m}_u \left(u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_u - \dot{L}_e^{\rightarrow} + \dot{m}_i (Pv)_i - \dot{m}_u (Pv)_u$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_i \left(h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{m}_u \left(h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_u - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} \left(h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

Bilancio di entropia

$$\frac{dS}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

Regime stazionario

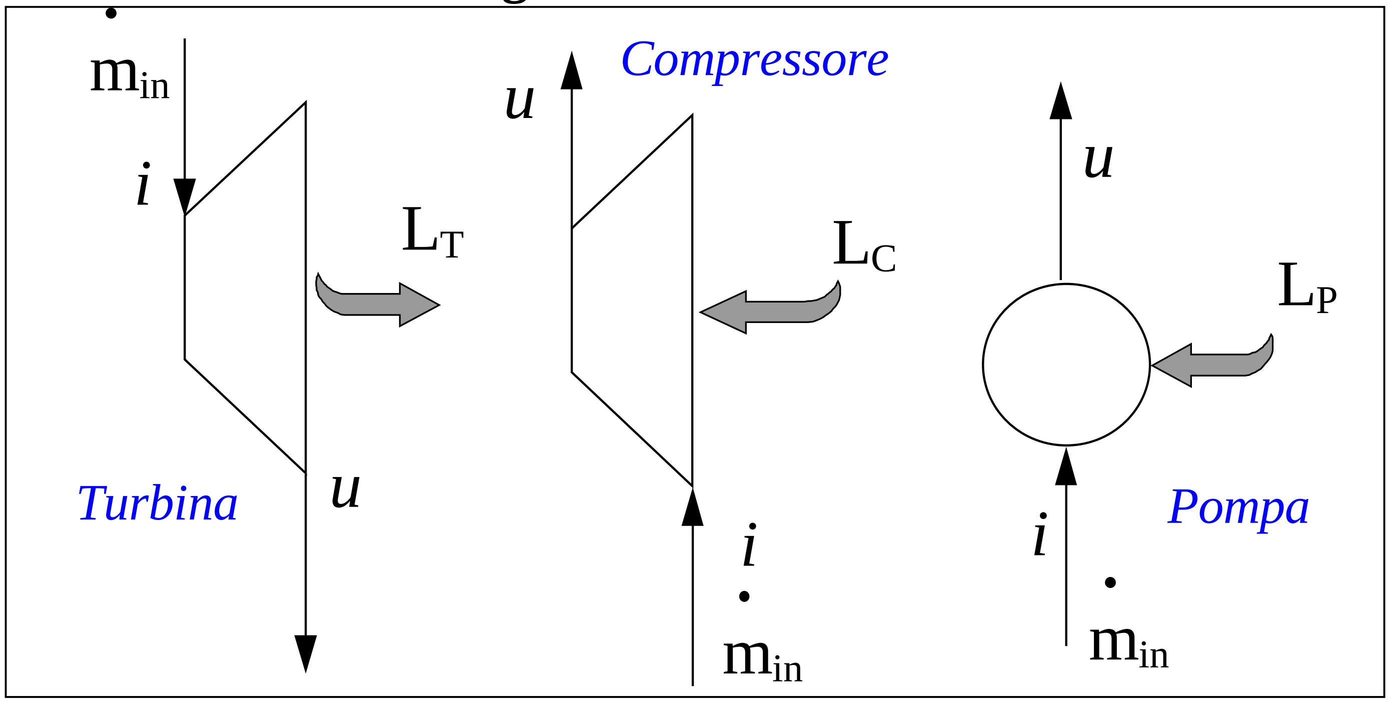
$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_i^{\leftarrow} = -\dot{m}_u^{\leftarrow}$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_i^{\leftarrow}\left[\left(h_i - h_u\right) + g\left(z_i - z_u\right) + \frac{\left(w_i^{\,2} - w_u^{\,2}\right)}{2}\right] + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0$$

$$\frac{dS}{dt} = \dot{S}^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_i^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0$$

Macchina aperta

Dispositivo adiabatico atto a scambiare lavoro per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita



$$\dot{m}_{in}^{\leftarrow}\left(h_i - h_u\right) - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0$$

$$\dot{m}_{in}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

Scambiatore di calore

$$\dot{m}_{in}^{\leftarrow}\left(h_i - h_u\right) + \dot{Q}^{\leftarrow} = 0$$

$$\dot{m}_{in}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0$$

Diffusore

$$\left[\left(h_i - h_u\right) + \frac{w_i^2 - w_u^2}{2}\right] = 0$$

$$\dot{m}_{in}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

Valvola di laminazione

$$\left(h_i - h_u\right) = 0$$

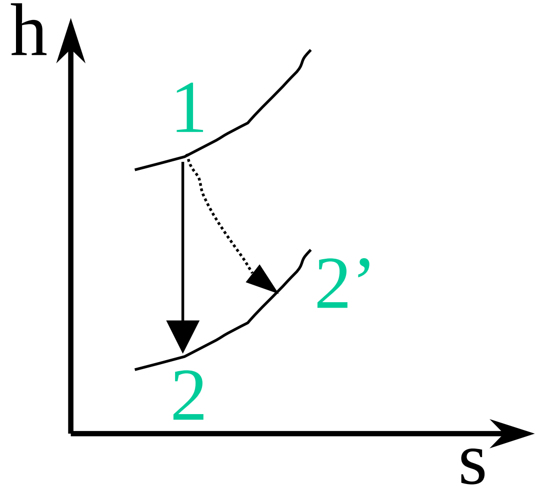
$$\dot{m}^{\leftarrow}_{in}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

Rendimento isentropico di una macchina aperta

TURBINA

Si chiama rendimento isentropico di una macchina motrice aperta (turbina) il rapporto fra la potenza realmente ottenuta e la potenza massima ottenibile in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile)a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine espansione.

$$\eta_{isT} = \frac{\dot{L}^{\rightarrow}{}_{reale}}{\dot{L}^{\rightarrow}{}_{ideale}} = \frac{(h_1 - h_{2'})}{(h_1 - h_2)}$$

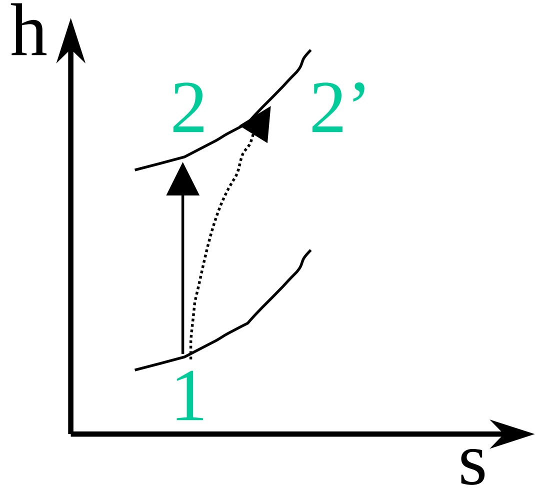


Rendimento isentropico di una macchina aperta

COMPRESSORE

Si chiama rendimento isentropico di una macchina operatrice aperta (compressore e pompa) il rapporto fra la potenza minima spesa in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile) e la potenza realmente spesa a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine compressione.

$$\eta_{isC} = \frac{\dot{L}^{\rightarrow}{}_{ideale}}{\dot{L}^{\rightarrow}{}_{reale}} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2'})}$$



LAVORO SPECIFICO PER UNITA’ DI MASSA FLUENTE

Con opportuni passaggi, per un tratto infinitesimo di lunghezza dx le equazioni di bilancio energetico ed entropico espresse per unità di massa e sotto l’ipotesi di regime stazionario sono:

$$-\left(dh + gdz + \frac{1}{2}d\left(w^2\right)\right) + dq^{\leftarrow} - dl_e^{\rightarrow} = 0$$

$$-ds + ds_Q + ds_{irr} = 0$$

Si ipotizzi che le irreversibilità siano associate al solo moto del fluido e non agli scambi di calore con il serbatoio esterno.

$$-\left(dh + gdz + \frac{1}{2}d\left(w^2\right)\right) + dq_{rev}^{\leftarrow} - dl_e^{\rightarrow} = 0$$

$$-ds + \frac{dq_{rev}^{\leftarrow}}{T} + ds_{irr} = 0$$

Ricordando che:

$$dh = Tds + vdP$$

$$Tds = dq_{rev} + Tds_{irr}$$

Si ottiene:

$$dh = dq_{rev}^{\leftarrow} + Tds_{irr} + vdP$$

$$dh = dq_{rev}^{\leftarrow} - dl_e^{\rightarrow} - gdz - \frac{1}{2}d\left(w^2\right)$$

E quindi:

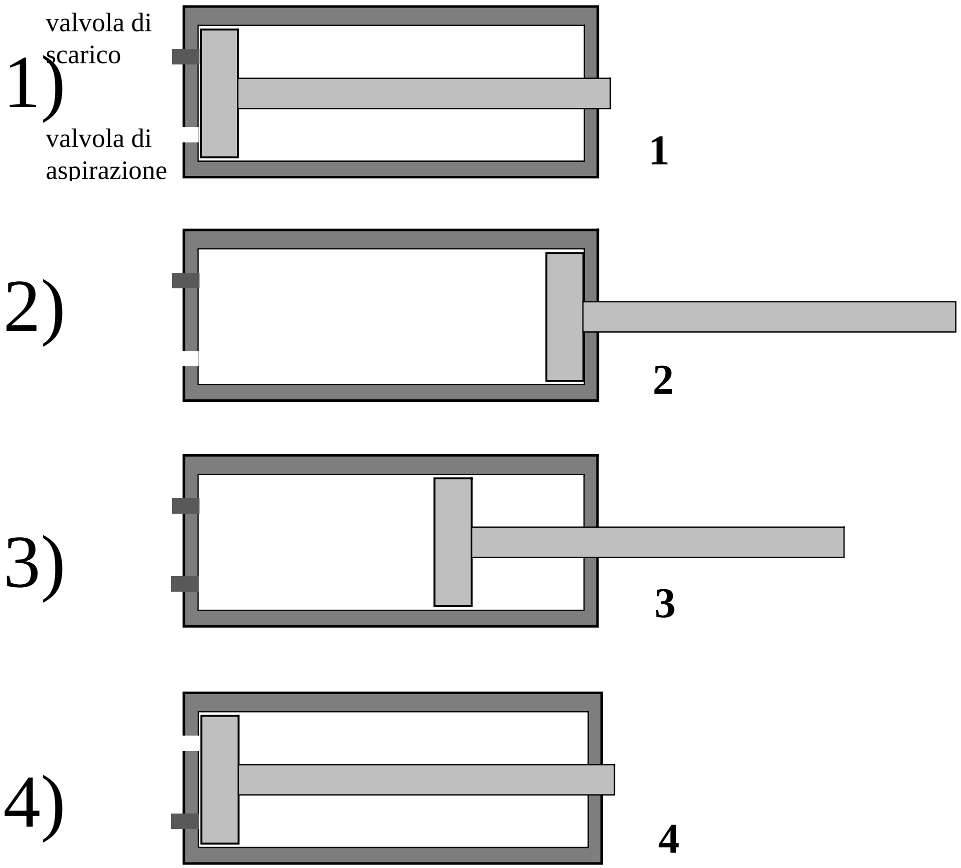
$$-dl_e^{\rightarrow} - vdP - gdz - \frac{1}{2}d\left(w^2\right) = Tds_{irr} \Rightarrow$$

Energia dissipata per irreversibilità interna

Integrando fra la sezione di ingresso e quella di uscita e trascurando la variazione di energia cinetica e potenziale:

$$l_e = \underbrace{-\int_i^u vdP}_{l_{rev}} - \int_i^u Tds_{irr}$$

Compressore alternativo ideale



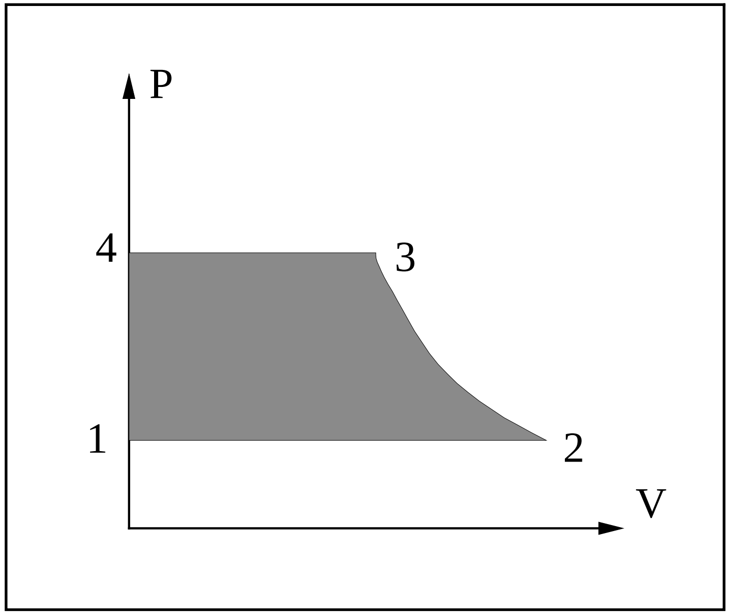
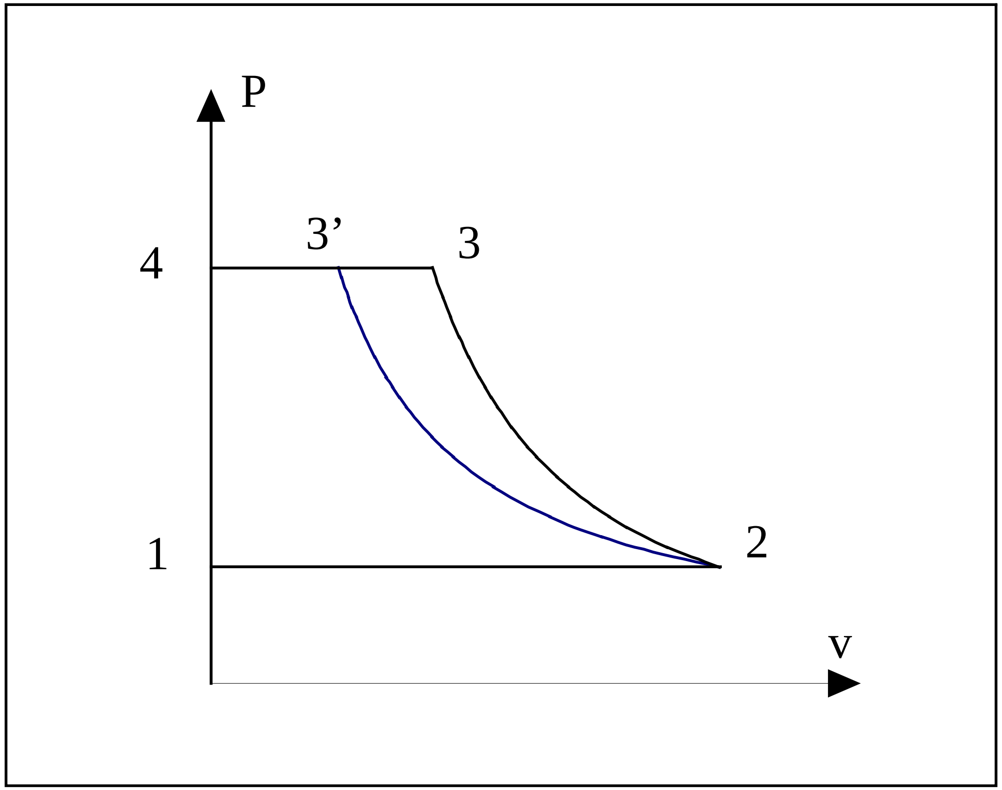


diagramma della macchina

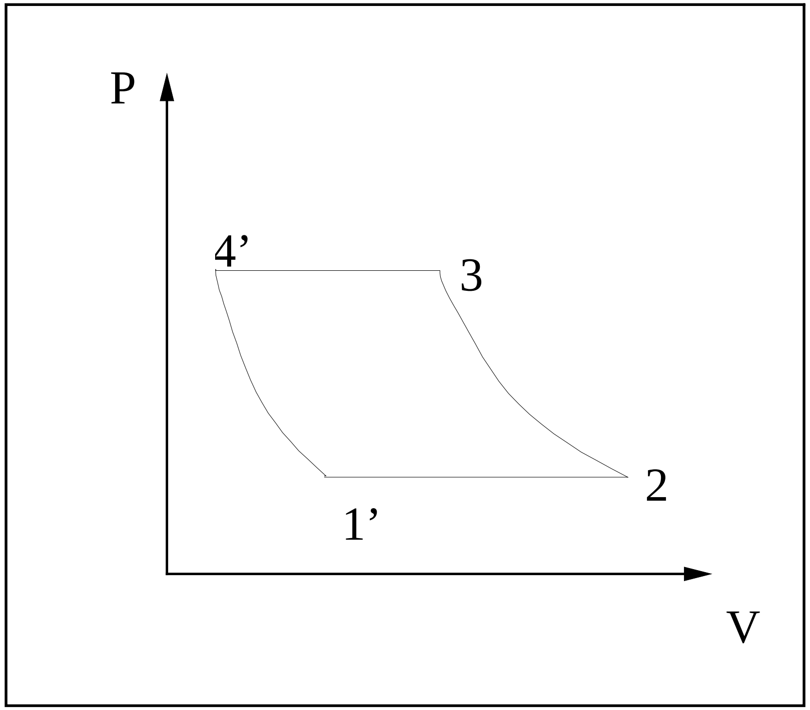
$$l^{\rightarrow} = -\int_{2}^{3} v\,dP$$

Compressore alternativo ideale



compressione adiabatica (2-3) o isoterma (2-3’)

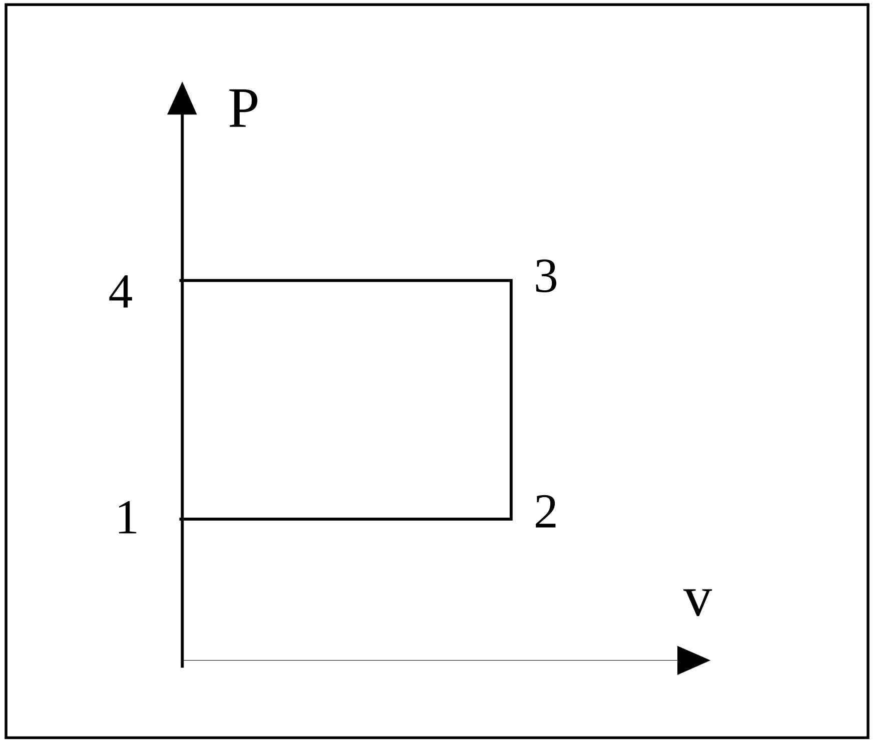
Compressore alternativo reale



rendimento volumetrico $$\eta = \frac{V_2 - V_{1'}}{V_2 - V_{4'}}$$

rapporto di compressione $$\rho = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{P_3}{P_2}$$

Pompa ideale



$$l^{\leftarrow} = v\left(P_4 - P_1\right)$$