

Capitolo 10. Regime deformato

Esercizio 10.1

Sia dato il circuito di Figura alimentato con un generatore di tensione ad onda quadra alla frequenza $f = 50$ Hz. Dati $R = 1 \Omega$, $L = 8.4$ mH, $C = 10 \mu\text{F}$ e $V_M = 100$ V (valore massimo della tensione $v(t)$). Determinare il valore delle componenti di 1, 5, 11, 15° armonica di tensione e corrente.

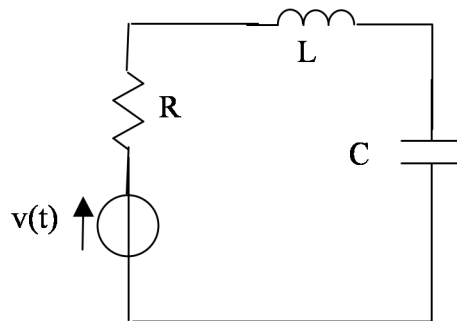


Figura 10.1

Soluzione

Lo sviluppo in serie di Fourier per l'onda quadra (nell'ipotesi di aver scelto l'origine dei tempi in modo tale che la funzione sia dispari rispetto l'origine) è:

$$v(t) = \frac{4}{\pi} V_M \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$$

sotto questa ipotesi si possono calcolare i valori richiesti delle armoniche di tensione e corrente

1° armonica

$$V_1 = 4 \cdot V_M / \pi = 127.32 \text{ V}$$

$$Z_1 = R + j(\omega L - 1/(\omega C)) = 1 - j 315.84 \Omega \quad |Z_1| = 315.84 \Omega$$

$$I_1 = V_1/Z_1 = 0.403 \text{ A}$$

5° armonica

$$V_5 = 4 \cdot V_M / (5\pi) = 25.46 \text{ V}$$

$$Z_5 = R + j(5\omega L - 1/(5\omega C)) = 1 - j 50.53 \ \Omega \quad |Z_5| = 50.54 \ \Omega$$

$$I_5 = V_5/Z_5 = 0.504 \text{ A}$$

11° armonica

$$V_{11} = 4 \cdot V_M / (11\pi) = 11.57 \text{ V}$$

$$Z_{11} = R + j(11\omega L - 1/(11\omega C)) = 1 \ \Omega \quad |Z_{11}| = 1 \ \Omega$$

$$I_{11} = V_{11}/Z_{11} = 11.57 \text{ A}$$

15° armonica

$$V_{15} = 4 \cdot V_M / (15\pi) = 8.49 \text{ V}$$

$$Z_{15} = R + j(15\omega L - 1/(15\omega C)) = 1 + j 18.25 \ \Omega \quad |Z_{15}| = 18.28 \ \Omega$$

$$I_{15} = V_{15}/Z_{15} = 0.4645 \text{ A}$$

Si noti innanzitutto che per tutte le armoniche, nonostante la tensione si riduca, la corrente non è mai trascurabile rispetto a quella di prima armonica anzi per l'11° armonica ha un valore molto grande rispetto quella di prima armonica.

Il funzionamento per l'11° armonica è di risonanza e si compensano perfettamente la componente induttiva e la componente capacitiva dell'impedenza. Si nota inoltre che per armoniche inferiori all'11° il comportamento era ohmico-capacitivo mentre per componenti superiore il comportamento passa ad essere ohmico-induttivo.

Esercizio 10.2

Sia dato il circuito funzionante in regime deformato di Figura. Si determini il valore di tensione e corrente di 1° e 11° armonica nell'ipotesi che l'andamento della

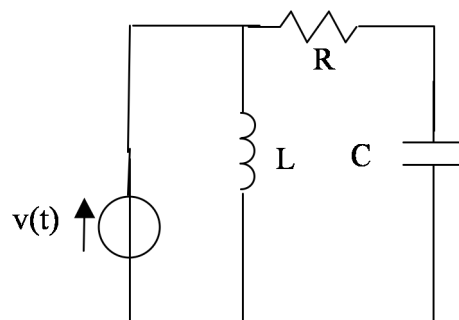


Figura 10.2

tensione in ingresso sia rettangolare con periodo pari a $\tau = 20 \text{ ms}$ e ampiezza massima pari a $V_M = 100 \text{ V}$.

Dati $R = 1 \text{ } \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$, $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$

Soluzione

Lo sviluppo in serie di Fourier per l'onda quadra (nell'ipotesi di aver scelto l'origine dei tempi in modo tale che la funzione sia dispari rispetto l'origine) è:

$$v(t) = \frac{4}{\pi} V_M \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$$

dove $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ con $f = 1/\tau = 50 \text{ Hz}$.

Sotto questa ipotesi si possono calcolare i valori richiesti delle armoniche di tensione e corrente

1° armonica

$$V_1 = 4 \cdot V_M / \pi = 127.32 \text{ V}$$

$$Z_{L1} = \omega L = 3.14 \text{ } \Omega$$

$$I_1 = V_1 / Z_{L1} = 40 \text{ A}$$

$$Z_{C1} = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2} = 31.84 \text{ } \Omega$$

$$I_{C1} = V_1 / Z_{C1} = 3.99 \text{ A}$$

11° armonica

$$V_{11} = 4 \cdot V_M / 11\pi = 11.57 \text{ V}$$

$$Z_{L11} = 11\omega L = 34.56 \text{ } \Omega$$

$$I_{11} = V_{11} / Z_{L11} = 0.335 \text{ A}$$

$$Z_{C11} = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2} = 3.06 \text{ } \Omega$$

$$I_{C11} = V_{11} / Z_{C11} = 3.78 \text{ A}$$

Si noti come per le componenti a bassa frequenza la corrente sia maggiore nel ramo induttivo mentre per le componenti ad alta frequenza il comportamento sia l'opposto.

Si evidenziano in questo modo i comportamenti asintotici di induttanza e capacità per frequenze di alimentazione che tendono a zero e per le alte frequenze. In particolare:

- *alle basse frequenze l'induttanza si comporta al limite come un corto circuito e la capacità come un circuito aperto*
- *alle alte frequenza l'induttanza si comporta al limite come un circuito aperto e la capacità come un corto circuito.*