LFC - esercizi

Prof.ssa Licia Sbattella

2005-2006

ESERCIZIO 1 – Palindromi pari e dispari

$$L_{1\cup 2} = L_1 \bigcup L_2$$

$$L_1 = \left\{ uu^R \mid u \in (a \mid b)^* \right\}$$

$$L_2 = \left\{ uau^R, ubu^R \mid u \in (a \mid b)^* \right\}$$

$$L_1 \quad D \to a \mid b \mid aDa \mid bDb$$

$$L_2 \quad P \to \varepsilon \mid aPa \mid bPb$$

$$L: \quad S \to D \mid P$$

semplificando:

$$S \to \varepsilon \mid a \mid b \mid aSa \mid bSb$$

ESERCIZIO 2 – Grammatica del linguaggio di Dyck con numero pari di coppie di parentesi

$$L_{DP} = \{x \mid x \in \text{Dyck} \;\; \wedge \;\; \text{numero coppie di parentesi è pari}\}$$

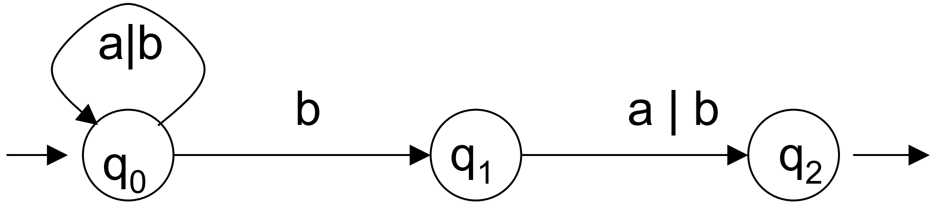
ε, (( )), ( ) ( ), ...

Soluzione: assioma P

$$P \to \varepsilon \mid (P)D \mid (D)P$$

$$D \to (P)P \mid (D)D$$

ESEMPIO VISTO A LEZIONE – (Penultimo carattere = b)



$$\boxed{L_2 = (a \mid b)^* b (a \mid b)}$$

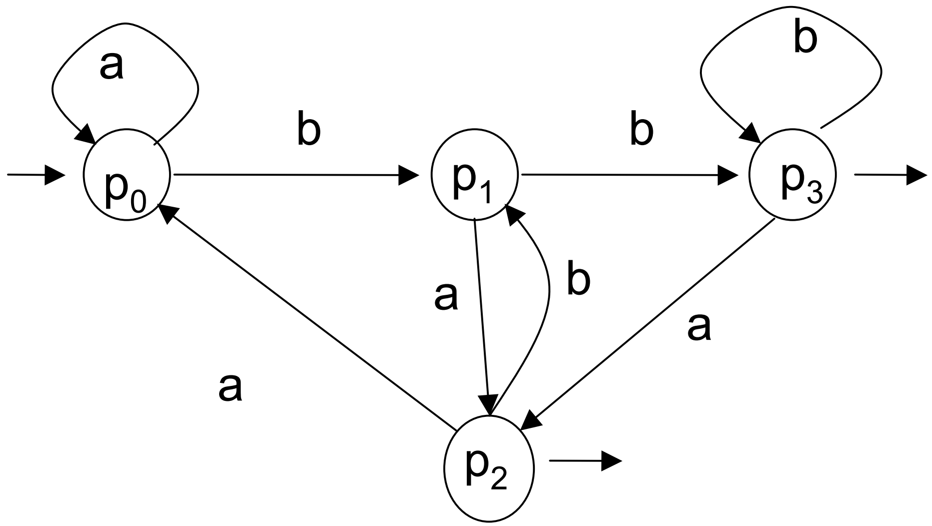
Riconoscimento di *baba*. *Riconosciuta da:*

$$q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{a} q_0 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{a} q_2$$

Non riconosciuta da altri calcoli possibili (per mancato raggiungimento di uno stato finale):

$$q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{a} q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{a} q_0$$

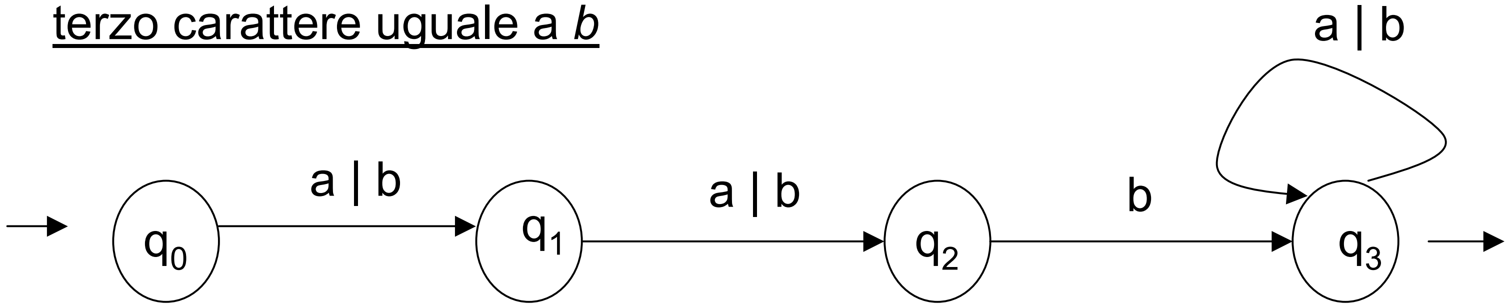
Lo stesso linguaggio è accettato dall'automa deterministico M2 che però non rende altrettanto evidente la condizione che il penultimo carattere sia *b*.



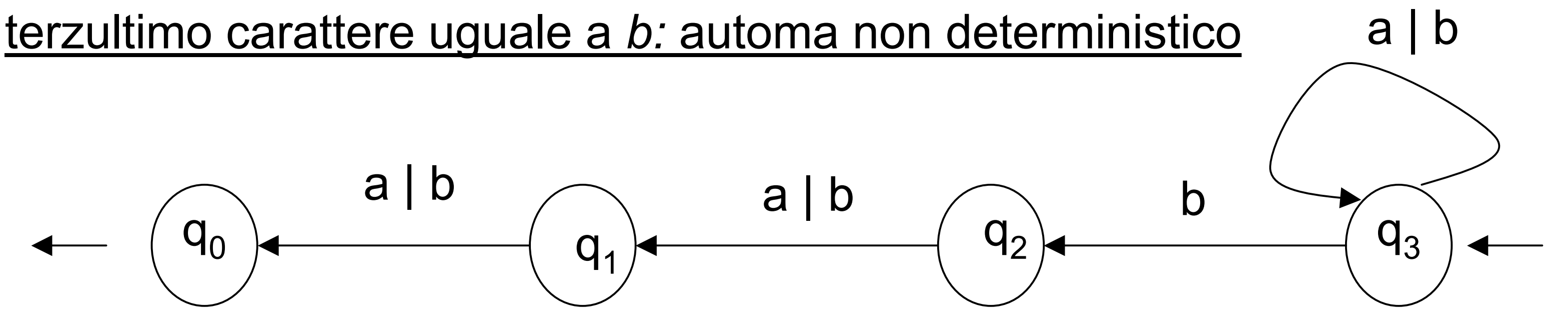
Generalizzando l'esempio, dal linguaggio L_2 al linguaggio L_k tale che il k-ultimo elemento, $\boxed{k \geq 2}$, carattere sia *b,* si vede che l'automa non deterministico ha k + 1 stati, mentre si può dimostrare che il numero di stati dell'automa deterministico minimo è dato da una funzione che cresce esponenzialmente con *k*.

ESERCIZIO 3 – Terzultimo carattere uguale a *b*

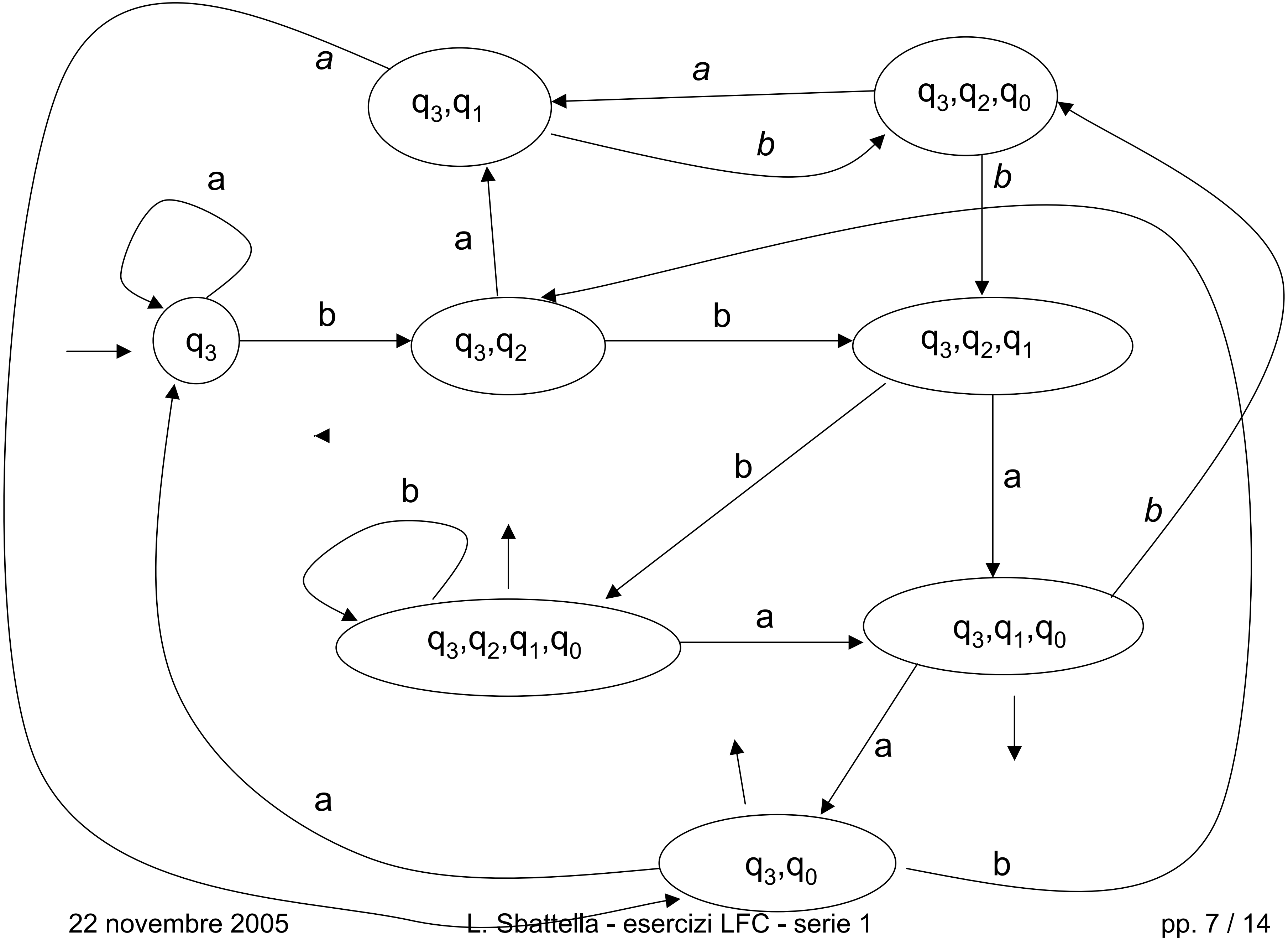
<u>terzo carattere uguale a *b*</u>



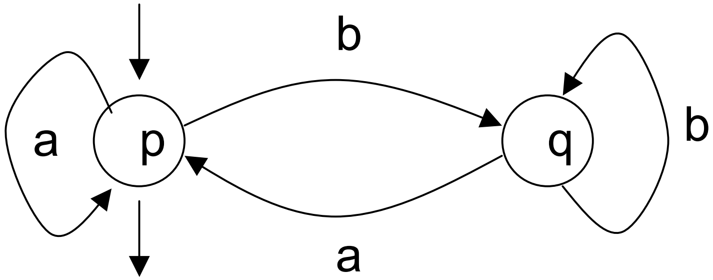
<u>terzultimo carattere uguale a *b:* automa non deterministico</u>

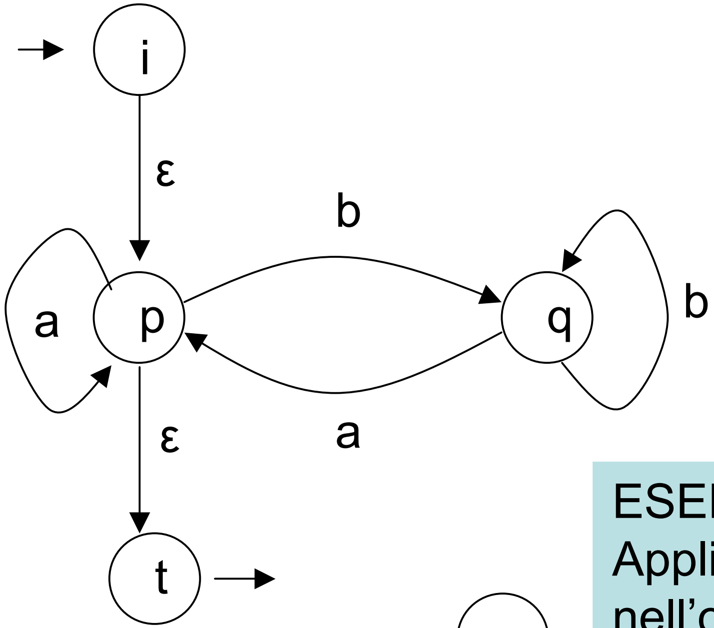


$\delta(q_3, a) \to q_3$	$\delta(q_3, b) \to \{q_3, q_2\}$
$\{q_3, q_2\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_1\}$	$\{q_3, q_2\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_1\}$
$\{q_3, q_2, q_1\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_1, q_0\}$	$\{q_3, q_2, q_1\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_1, q_0\}$
$\{q_3, q_1, q_0\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_0\}$	$\{q_3, q_1, q_0\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_0\}$
$\{q_3, q_0\} \xrightarrow{a} \{q_3\}$	$\{q_3, q_0\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2\}$
$\{q_3, q_2, q_0\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_1\}$	$\{q_3, q_2, q_0\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_1\}$
$\{q_3, q_1\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_0\}$	$\{q_3, q_1\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_0\}$
$\{q_3, q_2, q_1, q_0\} \xrightarrow{a} \{q_3, q_1, q_0\}$	$\{q_3, q_2, q_1, q_0\} \xrightarrow{b} \{q_3, q_2, q_1, q_0\}$

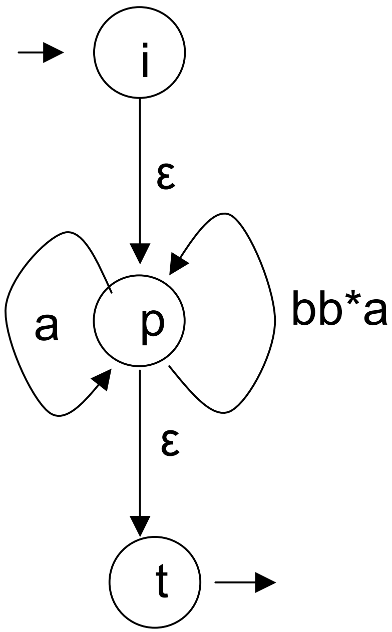

a
a
q3,q1
q3,q2,q0
b
b
a
a
q3
b
q3,q2
b
q3,q2,q1
b
a
b
b
q3,q2,q1,q0
a
q3,q1,q0
a
a
q3,q0
b

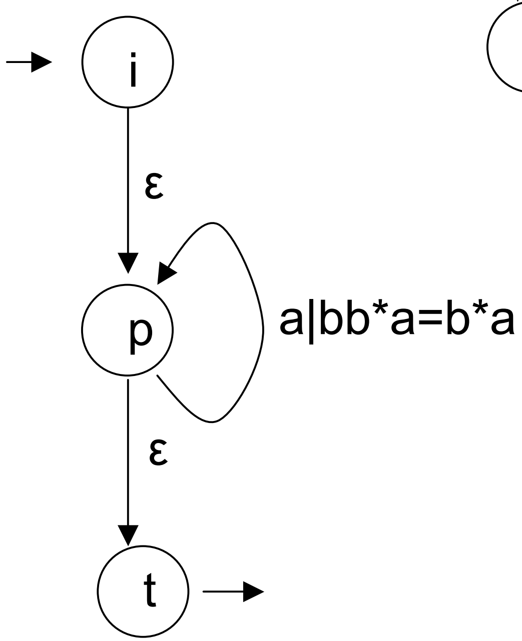
ESEMPIO - normalizzazione e applicazione di BMC nell'ordine q, p

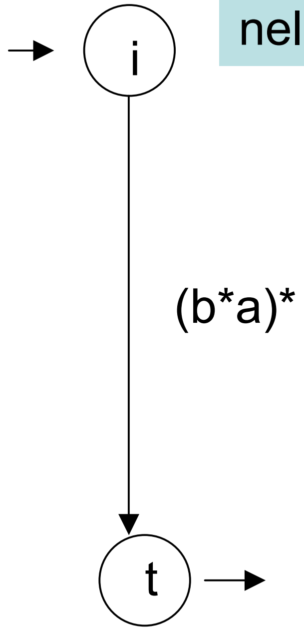




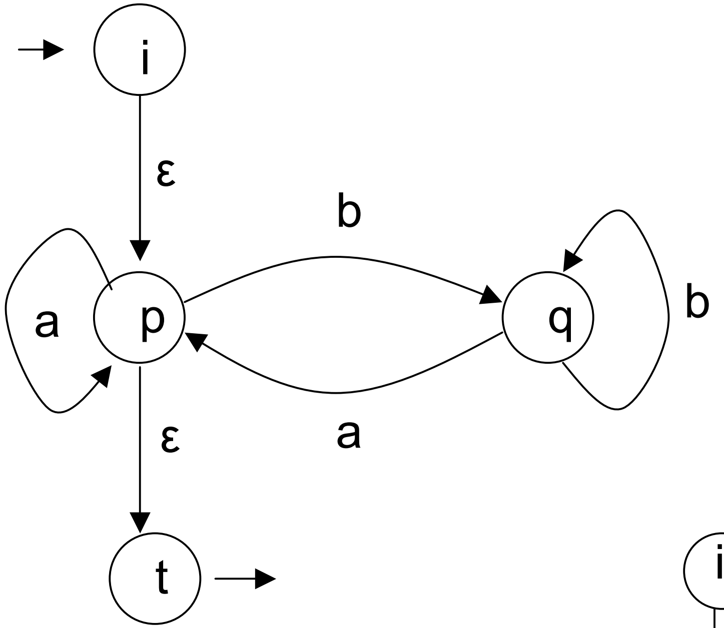
ESERCIZIO 4
Applicare BMC nell'ordine p, q

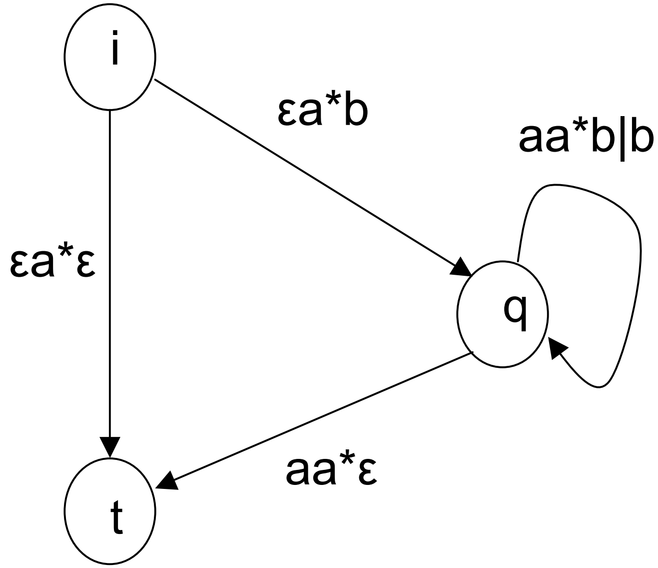


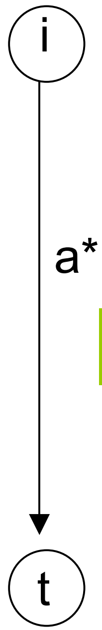




nell'ordine p, q







$a^*|a^*b^+a^+|a^*ba^+ba^+$

$= a^* \mid (a^* b)^+ a^+$

ESERCIZIO 5: È locale il linguaggio (a | b)* b (a | b)* ?

$$L_1 = (a \mid b)^* b (a \mid b)^*$$

$$Null(e) = \varnothing \quad Ini(e) = \{a, b\} \quad Fin(e) = \{a, b\}$$

$$Dig(e) = \{aa, ab, ba, bb\}$$

$$L_1 \subset \{x \mid Ini(x) \in Ini(L_1) \wedge Fin(x) \in Fin(L_1) \wedge Dig(x) \subseteq Dig(L_1)\}$$

infatti: $aaaa \notin L_1$ mentre $aabaaa \in L_1$

Anche $(a \mid b)^* \neq L_1$ ha la stessa terna.

Quindi L_1 non è locale

ESERCIZIO 6 – È locale il linguaggio $L_2 = (acbc)^+$?

$$L_2 = (acbc)^+ \quad Ini(e) = \{a\} \quad Fin(e) = \{c\}$$

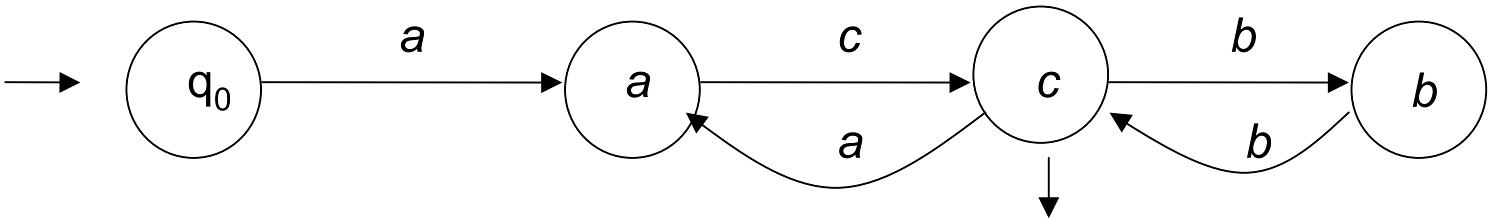
$$Dig(e) = \{ac, cb, bc, ca\}$$

L_2 è locale se e solo se $\forall x, y$ tali che:

$$Ini(x) = Ini(y) \wedge Fin(x) = Fin(y) \wedge Dig(x) = Dig(y)$$

o entrambi $x, y \in L_2$ o nessuno delle due $x, y \notin L_2$

Costruiamo l'automa locale A_{LOC} e verifichiamo se $L(A_{LOC}) = L_1$:

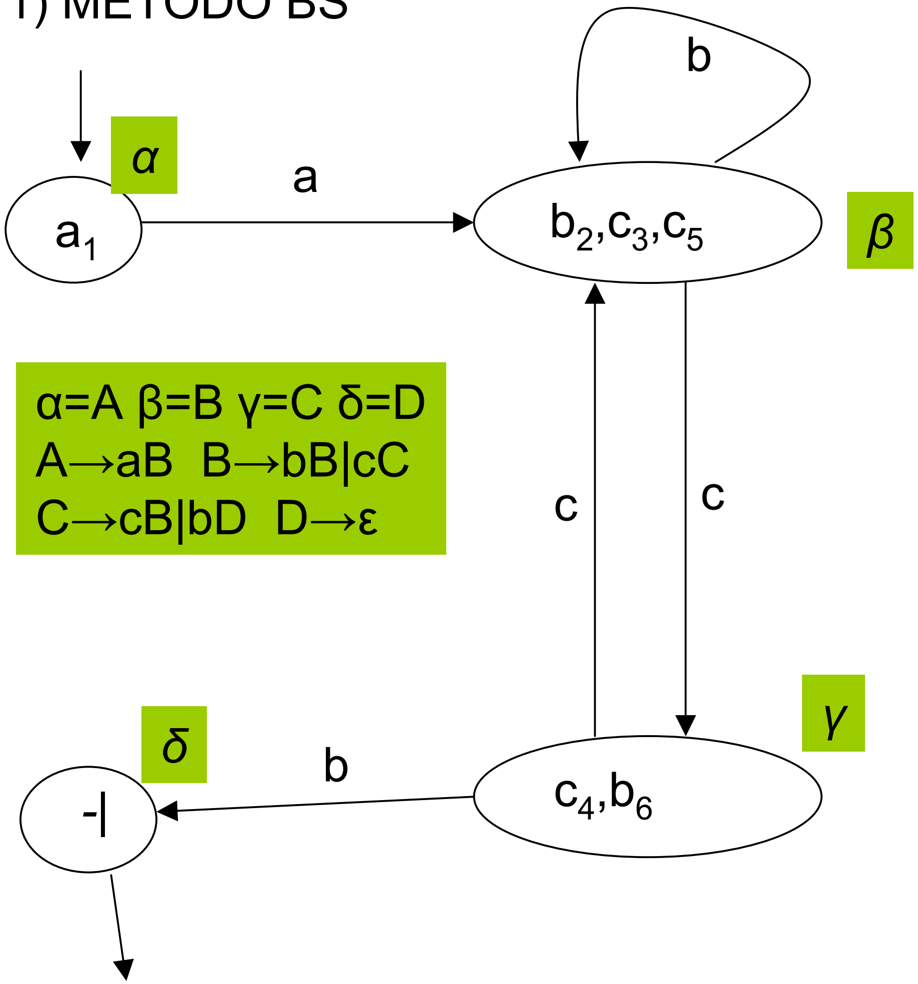


$L_2 \subset L(A_{LOC})$ ad es. $acac \in (L(A_{LOC}) \setminus L_2)$

quindi L_2 non è locale

ESERCIZIO 7 – Costruire il riconoscitore deterministico di *e = a (b | cc)* cb*
Utilizzare 1) BS, 2) GMY + determinizzazione, 3) Thompson (costr. modulare)

1) METODO BS



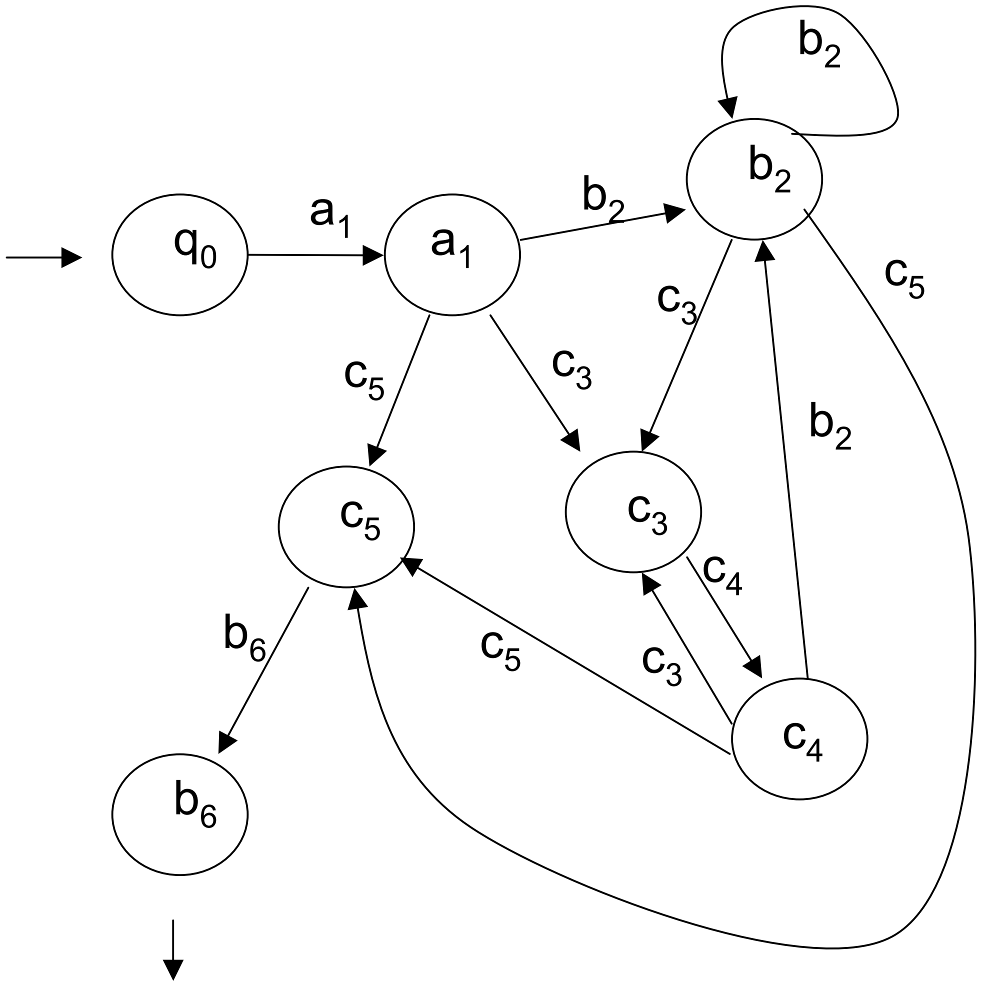
α=A β=B γ=C δ=D
A→aB B→bB|cC
C→cB|bD D→ε

$$e'-| \;= a_1(b_2 \mid c_3c_4)^* c_5b_6-|$$

$$Ini(e'-|) = \{a_1\}$$

	Séguiti
a_1	b_2, c_3, c_5
b_2	b_2, c_3, c_5
c_3	c_4
c_4	b_2, c_3, c_5
c_5	b_6
b_6	-|

2) METODO GMY

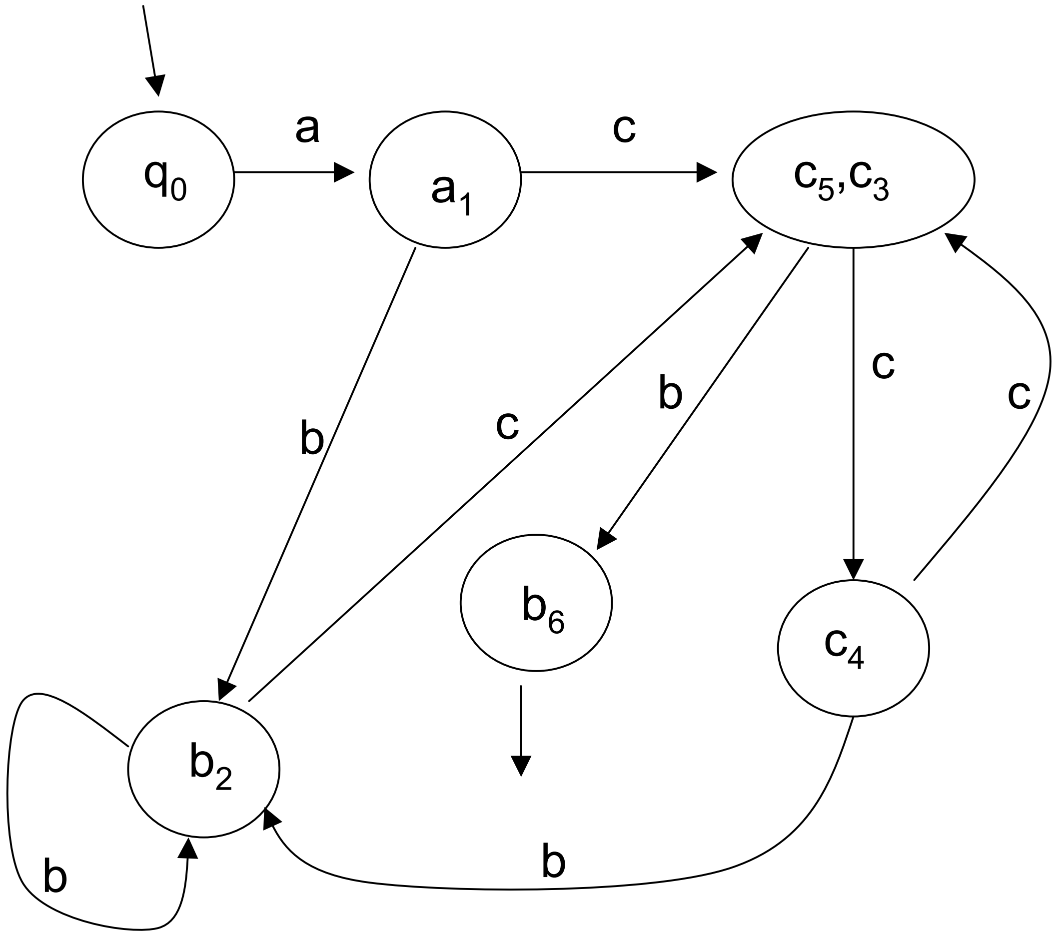


$$e' = a_1(b_2 \mid c_3c_4)^* c_5b_6$$

$$Null(e) = \varnothing \quad Ini(e) = \{a_1\}$$

$$Fin(e) = \{b_6\}$$

$$Dig(e) = \{a_1b_2, a_1c_3, a_1c_5, b_2b_2, b_2c_3, b_2c_5, c_3c_4, c_4c_3, c_4b_2, c_4c_5, c_5b_6\}$$



$$\delta(a_1,c)=\{c_5,c_3\}$$

$$\delta(a_1,b)=\{b_2\}$$

$$\{c_5,c_3\}\xrightarrow{b}\{b_6\}$$

$$\{c_5,c_3\}\xrightarrow{c}\{c_4\}$$

$$\{c_4\}\xrightarrow{b}\{b_2\}$$

$$\{c_4\}\xrightarrow{c}\{c_5\}$$

$$\{c_5\}\xrightarrow{b}\{b_6\}$$

$$\{b_2\}\xrightarrow{b}\{b_2\}$$

3) Da espressione regolare ad automa non deterministico (costruzione modulare). Vedi SITO del corso.