Esercizi 1 – Funzioni e calcolo differenziale con una variabile

1) Il dominio naturale della funzione $f(x) = \ln\left(x^2 - 4x\right) + \ln\left(x - 3\right)$ è:

$[a]$ $(0,3) \cup (4,+\infty)$ $[\cancel{b}]$ $(4,+\infty)$ $[c]$ $(3,4)$ $[d]$ nessuna delle precedenti

2) Sia $f(x) = 2\left(1 - x\right)$, definita sul dominio $\left(0,1\right)$. L'insieme immagine di $f\left(x\right)$ è:

$[a]$ $(-2,0)$ $[b]$ $(0,1)$ $[\cancel{c}]$ $(0,2)$ $[d]$ nessuna delle precedenti

3) Siano date le funzioni $f(x) = x^3 + \frac{10}{27}$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Allora $f(g(-2))$ vale:

$[a]$ 9 $[\cancel{b}]$ $\frac{1}{3}$ $[c]$ $-\frac{1}{3}$ $[d]$ $\frac{1}{9}$

4) Sia $f(g(x)) = e^{7x-6}$. Allora:

$[a]$ $f(x) = 7x - 6,\ g(x) = e^x$ $[\cancel{b}]$ $f(x) = e^x,\ g(x) = 7x - 6$

$[c]$ $f(x) = e^{7x},\ g(x) = e^{-6}$ $[d]$ $f(x) = e^{7x},\ g(x) = x - 6$

5) Sia $f(x) = -\frac{3}{4}\ln x$. Allora $f^{-1}(-9)$ vale:

$[a]$ $\ln(12)$ $[b]$ $e^{-\frac{27}{4}}$ $[\cancel{c}]$ e^{12} $[d]$ 1

6) Sia $f(x) = 2 - \sqrt[3]{1 - x}$. Allora $f^{-1}\left(x\right) =$

$[\cancel{a}]$ $1 - \left(2 - x\right)^3$ $[b]$ $2 - \left(1 - x\right)^3$ $[c]$ $2 + \left(1 - x\right)^3$ $[d]$ nessuna delle precedenti

7) Quale tra le seguenti implicazioni è vera?

$[a]$ f invertibile $\Rightarrow$ f strettamente monotona

$[\cancel{b}]$ f strettamente monotona $\Rightarrow$ f invertibile

$[c]$ f strettamente crescente $\Rightarrow$ f illimitata superiormente

$[d]$ f strettamente decrescente $\Rightarrow$ f ammette minimo

8) Sia $f(x) = 13\ln x$, definita sull'intervallo $\left(1,13\right]$. Quale tra le seguenti affermazioni è *falsa*?

$[a]$ $f(x)$ è crescente $[b]$ $f(x)$ è limitata

$[c]$ $f(x)$ ha massimo $[\cancel{d}]$ $f(x)$ ha minimo

9) Se $y = f(x)$ ha un punto di minimo in $x = 6$, quale tra le seguenti funzioni ha certamente un punto di massimo in $x = 0$?

$[a]$ $y = -6f(x)$ $[b]$ $y = -f(6x)$ $[c]$ $y = f(x+6)$ $[\cancel{d}]$ $y = -f(x+6)$

10) La funzione $f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 & \text{se } -10 \le x \le 0 \\ 4^{-x} & \text{se } 0 < x \le 10 \end{cases}$

$[a]$ ammette massimo e minimo
$[\cancel{b}]$ ammette minimo ma non massimo
$[c]$ ammette massimo ma non minimo
$[d]$ nessuna delle precedenti

11) La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } 0 \le x \le \pi \\ x^3 + 2 & \text{se } -\pi \le x < 0 \end{cases}$

$[a]$ ammette massimo e minimo
$[b]$ non ammette né minimo né massimo
$[c]$ ammette massimo ma non minimo
$[\cancel{d}]$ nessuna delle precedenti

12) La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & -2 \le x < 0 \\ -x^2 + 2x & 0 \le x \le 2 \end{cases}$

$[a]$ ha massimo e minimo
$[\cancel{b}]$ ha minimo, ma non ha massimo
$[c]$ non ha né massimo né minimo, ma è limitata
$[d]$ ha massimo, ma non ha minimo

13) Il massimo della funzione $f(x) = \left|e^x - 1\right|$ sull'intervallo $\left(-\infty, \ln\frac{3}{2}\right]$ è:

$[a]$ 1 $[b]$ $\ln 2$ $[c]$ e $[\cancel{d}]$ non esiste

14) Sull'intervallo $(-4\pi, 4\pi)$, la funzione $f(x) = |\sin x|$

$[\cancel{a}]$ ammette massimo e minimo
$[b]$ ammette minimo ma non massimo
$[c]$ non ammette né massimo né minimo
$[d]$ nessuna delle precedenti

15) Data $f(x) = 30\sqrt[3]{x^2} - 5x - 12$, la sua derivata è $f'(x) =$

$[a]$ $30\sqrt[3]{2x} - 5$ $[b]$ $20x - 5$ $[\cancel{c}]$ $\dfrac{20}{\sqrt[3]{x}} - 5$ $[d]$ nessuna delle precedenti

16) Data $f(x) = \sin(x^2) - \ln(x^2+1)$, la sua derivata è $f'(x) =$

$[a]$ $\cos(x^2) - \dfrac{1}{x^2+1}$ $[\cancel{b}]$ $2x\left[\cos(x^2) - \dfrac{1}{x^2+1}\right]$

$[c]$ $\cos(2x) - \dfrac{1}{2x}$ $[d]$ nessuna delle precedenti

17) Data $f(x) = x\ln^3(x^2+1)$, la sua derivata è $f'(x) =$

$[\cancel{a}]$ $\ln^2(x^2+1)\left[\ln(x^2+1) + \dfrac{6x^2}{x^2+1}\right]$ $[b]$ $6x\dfrac{\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}$

$[c]$ $6x\ln(x^2+1)$ $[d]$ nessuna delle precedenti

18) Sia data la funzione $f(x) = 3x^2 \ln x$. L'equazione della retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto di ascissa 1 è:

$[a]$ $y = 3x - \ln 3$ $[b]$ $y = x - \ln 3$ $[\cancel{c}]$ $y = 3x - 3$ $[d]$ $y = x - 3$

19) Sia data la funzione $f(x) = axe^{-bx}$, in cui *a*, *b* sono parametri positivi. Allora l'ascissa del punto stazionario di *f*:

$[\cancel{a}]$ dipende da *b*, ma non dipende da *a* $[b]$ dipende da *a*, ma non dipende da *b*

$[c]$ dipende sia da *a* che da *b* $[d]$ non dipende né da *a* né da *b*

20) La funzione $f(x) = 27x - x^3$ è strettamente crescente in:

$[a]$ $(-\infty, +\infty)$ $[\cancel{b}]$ $(-3, +3)$ $[c]$ $(-\infty, -3)$

$[d]$ nessuna delle precedenti

21) La funzione $f(x) = \ln\left[(1-x)^4\right]$ è decrescente in:

$[a]$ $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ $[\cancel{b}]$ $(-\infty, 1)$ $[c]$ $(1, +\infty)$

$[d]$ nessuna delle precedenti

22) La funzione $f(x) = \ln \frac{3-x}{x}$

$[a]$ è invertibile, perché è strettamente crescente

$[b]$ non è invertibile

$[\cancel{c}]$ è invertibile, perché è strettamente decrescente

$[d]$ è invertibile, ma non è monotona

23) Se $x_0 \in \mathbf{R}$ è un punto di massimo della funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, allora:

$[\cancel{a}]$ $f(x) \le f(x_0) \quad \forall x \in \mathbf{R}$

$[b]$ $f(x) < f(x_0) \quad \forall x \in \mathbf{R}$

$[c]$ $f'(x_0) = 0$

$[d]$ nessuna delle precedenti

24) La funzione $f(x) = xe^x$ ha:

$[a]$ un punto di massimo

$[\cancel{b}]$ un punto di minimo

$[c]$ né massimi né minimi

$[d]$ nessuna delle precedenti

25) La funzione $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ ha:

$[a]$ un punto di massimo

$[b]$ un punto di minimo

$[\cancel{c}]$ né massimi né minimi

$[d]$ nessuna delle precedenti