

波浪能转化装置输出功率的研究

摘要

波浪能是一种无污染、储量大的可再生能源，开发利用波浪能对于人类保护地球环境，缓解能源危机具有重要意义。本文从动力学方程出发对一种波浪能装置的运动规律和工作机理进行了研究，并在此基础上对装置输出功率建立模型并求解得到了使输出功率最大的优化设计方案。

针对问题一，为了建立浮子与振子做垂荡运动时的运动模型，我们对浮子和振子分别进行了受力分析，根据运动学定律列出了微分方程组。对于情况一和情况二，我们通过改变直线阻尼器的阻尼系数的表达式来分别分析两种情况下浮子与振子的运动情况。将附件 3、附件 4 的参数值代入方程组中，利用 MATLAB 求解微分方程组，我们可以分别得到两种情况下浮子与振子的运动模型。根据模型计算得到两种情况下浮子和振子前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2 s 的垂荡位移和速度，并将结果存放在支撑材料中的 result1-1.xlsx 和 result1-2.xlsx 文件中，在特定时间点处浮子与振子的垂荡位移和速度大小在本文的表 5-1 中给出。此外，我们根据模型求解结果建立了动画模型并存放于支撑材料中。

针对问题二，为了建立确定最优阻尼系数的模型，我们将系统前 100s 内输出的平均功率作为衡量系统平均输出功率的指标，结合模型一及功和功率的求解公式我们可以得到直线阻尼器的阻尼系数与输出功率的关系，将问题转化为单目标优化问题。针对题中所给的两种情况，我们调用 MATLAB 中的 fminbnd 函数和 fmincon 函数分别求解一元和二元函数的极值解，求得的结果为：阻尼系数为常量时，当取值为 $38706.7334 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时，平均输出功率最大，为 292.4086 W ；阻尼系数与浮子和振子的相对速度的绝对值的幂成正比时，当比例系数为 38706.7353，幂指数为 1.2103×10^{-8} 时，平均输出功率最大，为 292.4086 W 。

针对问题三，为了建立浮子与振子只做垂荡和纵摇运动的运动模型，我们首先根据静矩和质量的比值求出了浮子圆锥部分的重心位置，进一步求出了浮子重心位置，从而确定了转轴的位置。根据转动惯量的定义及平行轴定理我们分别求出了浮子与振子的转动惯量。然后对浮子在竖直方向和旋转面上分别进行受力分析，对振子在沿中轴方向和旋转面上分别进行受力分析，根据运动学公式列出了微分方程组，利用 MATLAB 求解得到了浮子与振子的运动模型。根据模型计算得到浮子和振子前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2 s 的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度，并将结果存放在支撑材料中的 result3.xlsx 文件中，在特定时间点处浮子与振子的垂荡位移和速度大小在本文的表 5-2 中给出。此外，我们也根据模型求解结果建立了动画模型并存放于支撑材料中。

针对问题四，为了确定直线阻尼器和旋转阻尼器的最优阻尼系数，我们首先通过设置步长为 1000，在 [0,10000] 的区间上分别搜索直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数并组合，结合问题三所建立的模型，分别计算每种组合下系统前 100s 内输出的平均功率，由此我们可以得到直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数与输出功率的三维关系图，利用模拟退火算法求解得到当直线阻尼器的阻尼系数为 $56160.7762 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ，旋转阻尼的阻尼系数为 $52881.4348 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}$ 时，系统具有最大平均输出功率，为 292.2319 W 。

最后我们对模型的优缺点进行了评价分析，并对模型改进和模型推广提出了一定的方案与设想。

关键词：波浪能 动力学方程 最大输出功率 单目标优化 模拟退火算法

一、问题背景和问题重述

1.1 问题背景

当今世界各国经济、社会发展对能源的需求越来越多,但同时全人类也面临着能源短缺、环境污染的问题,在此背景下,研究发展可再生新能源已成为全世界共同努力的方向。波浪能是一种分布广泛、蕴藏量巨大的海洋可再生能源,具有广泛的发展前景,开发利用波浪能可缓解化石能源需求压力及其环境污染问题^[1]。因此,国内外诸多学者和机构开发了形式多样的波浪能转换装置(WEC)^[2],对于波浪能转化装置的研究也是当前波浪能规模化利用的热点之一。

1.2 问题重述

本题考虑的一种波浪能装置如图 1-1 所示。

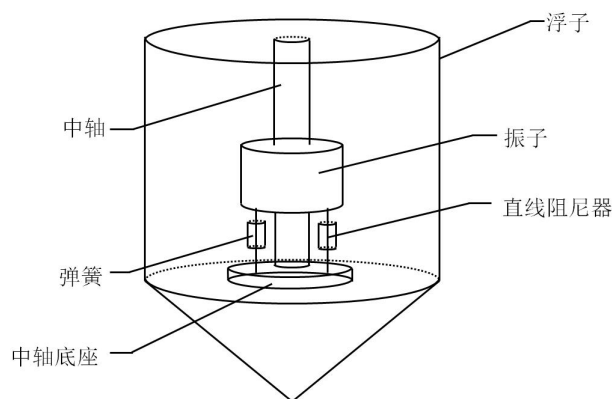


图 1-1: 波浪能装置示意图

它由主体部件振子、浮子、弹簧、阻尼器等构成,在工作时,由于波浪的起伏作用,浮子带动振子一起运动,两者的相对运动驱动阻尼器做功,从而将所做的功作为能量输出。我们需要建立数学模型解决以下问题:

问题一: 考虑浮子在波浪中只做垂荡运动,建立浮子与振子的运动模型,并利用附件 3 和附件 4 的参数值计算以下两种情况下浮子和振子在波浪激励力 $f \cos \omega t$ 作用下的垂荡位移和速度变化情况:(1) 直线阻尼器的阻尼系数恒定,其值为 $10000 N \cdot s/m$; (2) 直线阻尼器的阻尼系数与振子和浮子的相对速度的绝对值的幂成正比,比例系数为 10000,幂指数为 0.5。

问题二: 考虑浮子在波浪中只做垂荡运动,在以下两种情况下建立确定最优阻尼系数的数学模型,使得系统的平均输出功率最大:(1) 直线阻尼器的阻尼系数恒定,在区间 $[0, 100000]$ 内取值;(2) 直线阻尼器的阻尼系数与振子和浮子的相对速度的绝对值的幂成正比,比例系数在区间 $[0, 100000]$ 内取值,幂指数在区间 $[0, 1]$ 内取值,并利用附件 3 和附件 4 的参数值分别计算两种情况下的最优阻尼系数及对应的最大输出功率。

问题三: 在问题一的基础上,将中轴架通过转轴铰接于中轴底座中心,考虑中轴绕转轴转动的情况,并在转轴上安装旋转阻尼器和扭转弹簧。考虑浮子在波浪的作用下只做垂荡和纵摇运动,建立浮子与振子的运动模型,并利用附件 3 和附件 4 的参数值计算浮子和振子在波浪激励力和波浪激励力矩的作用下的垂荡位移和速度以及纵摇角位移

与角速度的变化情况。

问题四：考虑浮子在波浪中只做垂荡运动和纵摇运动，建立确定旋转阻尼器和直线阻尼器的最优阻尼系数的数学模型，其中两个阻尼器的阻尼系数均为常量，且都在区间 $[0, 100000]$ 内取值。并利用附件 3 和附件 4 的参数值分别计算两种情况下的最优阻尼系数及对应的最大输出功率。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

针对问题一，为了建立浮子与振子的运动模型，我们对浮子和振子分别进行受力分析。对于弹簧弹力，我们仅考虑其相对于初始位置变化而产生的的相对作用力。由初始状态系统在静水中静止我们可以知道，初始位置弹簧对振子的弹力与振子的重力大小相等，方向相反。初始位置弹簧对浮子的弹力、浮子在水中受到的浮力、浮子的重力三个力相互平衡，因此在接下来的分析中，我们可以始终将初始位置保持平衡的力忽略其影响，仅考虑弹簧相对于初始状态位置变化而产生的的相对作用力以及浮子相对于初始状态位置变化而受到的水的相对浮力（即静水恢复力）。利用牛顿第二定律我们可以分别列出浮子与振子的运动方程组，通过代入附件 3 和附件 4 的参数值并求解微分方程组我们便可以计算不同情况下浮子和振子在波浪激励力作用下的垂荡位移和速度变化情况。

2.2 问题二的分析

针对问题二，由问题一建立的模型我们可以得到在给定阻尼系数的条件下，浮子与振子的运动规律。由功和功率的计算公式 $W = F_{\text{阻尼}} \cdot x_{\text{相对}}$ ， $P = W/t$ 我们可以计算得到相应的输出功率，因此，我们可以得到阻尼系数与输出功率的关系，如此一来，问题二便转化为一元/二元函数求极值的单目标优化问题。对此我们可以利用 MATLAB 函数包中的 fminbnd 函数和 fmincon 函数分别求解得到输出功率关于阻尼系数的函数的极值及对应的最优解。

2.3 问题三的分析

针对问题三，我们需要考虑两个方向的运动。具体求解过程如图 2-2 所示。

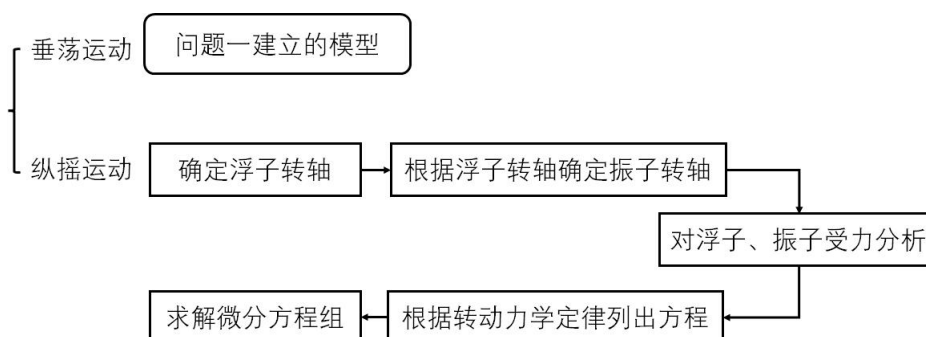


图 2-2: 问题三解决流程示意图

由图 2-2 我们可以知道，考虑竖直方向的垂荡运动时，我们只需要在问题一建立的模型基础上，调整直线弹簧弹力和直线阻尼器产生的阻尼力的方向，并在问题一建立的

模型中将直线弹簧弹力和直线阻尼器产生的阻尼力修正为竖直方向的分量即可。考虑水平方向的纵摇运动时，我们需要重新对浮子和振子进行受力分析，由参考文献 [3] 可知，浮子在水中做纵摇运动时，可以近似看作是绕一个固定转轴做中心旋转的物理模型（如图 2-3 所示），且转轴为一条过浮子重心，与水面平行的直线。

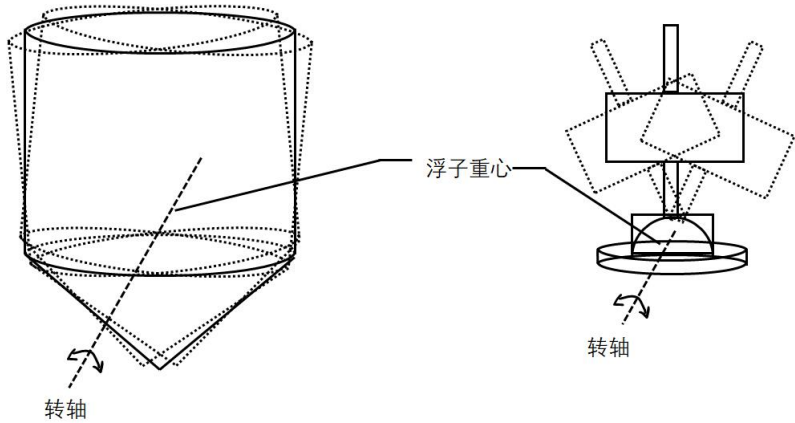


图 2-3: 浮子和振子纵摇示意图

由于振子是浮子通过扭转弹簧和旋转阻尼器带动而转动的，因此我们假设振子和浮子绕同一转轴转动。根据牛顿第二定律和转动力学公式我们可以建立在旋转面内浮子和振子的运动模型。综合竖直方向和旋转面内浮子和振子的运动方程，利用附件 3 和附件 4 的参数值我们可以计算得到浮子和振子在波浪激励力和波浪激励力矩的作用下的垂荡位移和速度以及纵摇角位移与角速度的变化情况。

2.4 问题四的分析

针对问题四，我们需要在问题三建立的模型的基础上，确定全局范围内直线阻尼器和旋转阻尼器的最优阻尼系数并计算对应的最大输出功率。具体求解过程如图 2-4 所示。

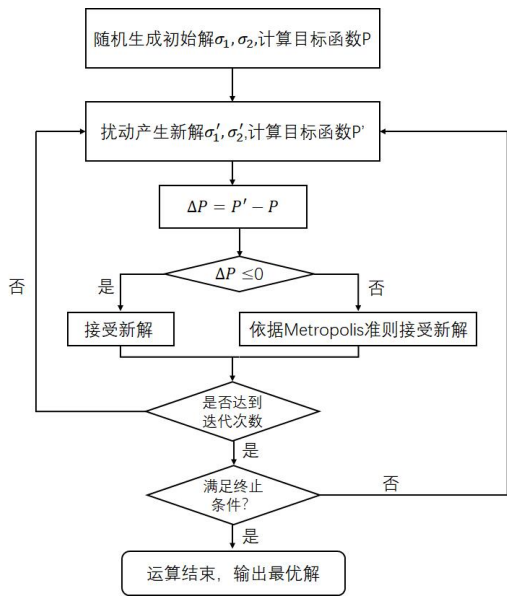


图 2-4: 模拟退火算法流程图^[5]

这是一个多元单目标优化模型，直线阻尼器的阻尼系数和旋转阻尼器的阻尼系数分别为自变量，输出功率为因变量，因此我们考虑利用优化算法进行求解。由于模拟退火算法具有理论完善，局部寻优能力强，计算时间快等优点^[4]，因此我们可以采用模拟退火算法计算全局范围内的最优阻尼系数。由图 2-4 我们可以看出，我们需要随机生成初始解即一个阻尼系数值，在多次扰动下，每次通过 Metropolis 准则判断是否接受新解，最终在满足终止条件并达到预设的迭代次数后我们得到了所需要的全局最优解，并计算得到在此条件下的最大功率。

三、模型假设

1. 为了简便计算，忽略中轴、底座、隔层及 PTO 的质量和各种摩擦；
2. 为了便于求解浮子的重心，我们假设圆柱壳体与圆锥壳体由同种材料制成，且质量均匀分布；
3. 为了减小计算误差，根据题中图 2 示意图，我们不妨假设弹簧底部到转轴的距离为 0.2m；
4. 为了简化运动模型避免不必要的干扰，假设浮子只做垂荡和纵摇运动；
5. 根据参考文献 [3]，我们假设浮子做纵摇运动时，转轴为一条过浮子重心，与水面平行的直线；
6. 由于浮子和振子绕轴转动的角度较小，因此我们忽略二者因翻转角度过大发生翻转的情况；
7. 由于海水粘性系数较小且浮子运动速度较小，因此我们假设海水对浮子的作用力只有浮力和兴波阻尼力；
8. 由于浮子运动速度较小，空气对于浮子露出水面部分的影响较小，因此我们忽略空气阻力对于浮子运动的影响。

四、符号说明

序号	符号	符号说明
1	M	浮子质量 (kg)
2	R	浮子底半径 (m)
3	H_1	浮子圆柱部分高度 (m)
4	H_2	浮子圆锥部分高度 (m)
5	m	振子质量 (kg)
6	r	振子半径 (m)
7	h	振子高度 (m)
8	ρ	海水密度 (kg/m^3)
9	g	重力加速度 (m/s^2)
10	k_1	弹簧刚度 (N/m)
11	k_2	扭转弹簧刚度 (N/m)
12	M^+	垂荡附加质量 (kg)
13	L^+	纵摇附加转动惯量 (kg)
14	ζ_1	垂荡兴波阻尼系数 ($\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$)

序号	符号	符号说明
15	ζ_2	纵摇兴波阻尼系数 ($N \cdot m \cdot s$)
16	f	垂荡激励力振幅 (N)
17	L	纵摇激励力矩振幅 ($N \cdot m$)
18	σ_1	直线阻尼器阻尼系数 ($N \cdot s/m$)
19	σ_2	旋转阻尼器阻尼系数 ($N \cdot s \cdot m$)
20	η	静水恢复力矩系数 ($N \cdot m$)

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立和求解

5.1.1 问题一模型的建立

1、静止状态

在静止状态下系统受力为：

$$M + m = f_{\text{浮}} \quad (1)$$

$$f_{\text{浮}} = \rho g V \quad (2)$$

$$V = \pi R^2 H_{\text{静}} + \frac{1}{3} \pi R^2 H_{\text{锥}} \quad (3)$$

其中 $H_{\text{静}}$ 表示系统平衡状态下圆柱体部分位于水面下的高度， $H_{\text{锥}}$ 为浮子圆锥部分高度。可以解出 $H_{\text{静}}$ 约为 2 米。

2、运动状态

首先介绍下文中用到的几个较为重要的力：

静水恢复力：浮体在海水中做垂荡运动时，会受到使附体回到平衡位置的作用力，称为静水恢复力，它是由附体所受浮力变化所引起的。我们不妨假设浮子在做垂荡运动时相对初始位置位移始终小于 1m 且大于 -2m，故其所受静水恢复力为：

$$f_{\text{恢复}} = \rho g S x_1 \quad (4)$$

兴波阻尼力：浮体在海水中做摇荡运动时会兴起波浪，从而产生对浮体摇荡运动的阻力，称为兴波阻尼力，大小为：

$$f_{\text{水阻}} = \zeta_1 v_1 \quad (5)$$

附加惯性力：由于垂荡运动带动了周围的海水运动，因此，要使浮体在海水中获得加速度，需要施加额外的力附加惯性力，而附加惯性力会产生附加质量 M^+ 。

下面对浮子进行受力分析，浮子在初始运动状态下受力如图 5-5 所示。

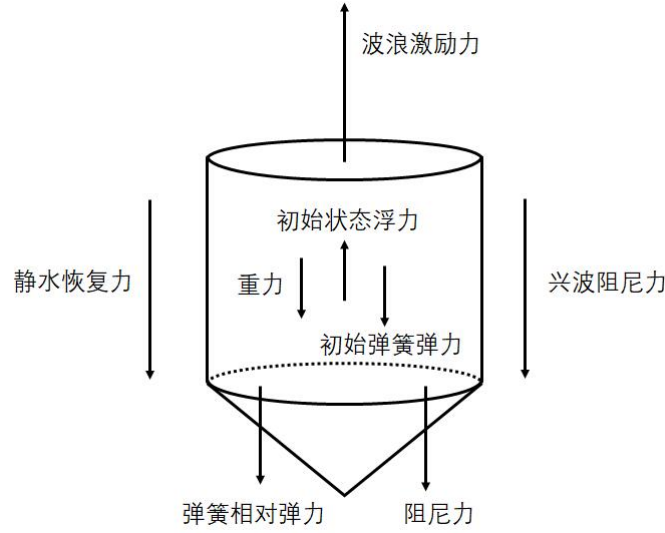


图 5-5: 浮子受力分析图

浮子在受到波浪激励力后开始做垂荡运动，其中波浪激励力的大小为 $f \cos \omega t$ ，随时间做周期性变化，在运动过程中，浮子受到弹簧的力 $f_{\text{弹}}$ 和直线阻尼器的力 $f_{\text{阻尼}}$ ，由于 $f_{\text{静}}$ 和重力 G 与初始浮力平衡，我们不妨设 $f_{\text{弹}}$ 为弹簧相对初始位置时的相对弹力，则：

$$f_{\text{弹}} = k_1(x_1 - x_2) \quad (6)$$

$$f_{\text{阻尼}} = \sigma_1(v_1 - v_2) \quad (7)$$

其中， k_1 为直线弹簧刚度， σ_1 为直线阻尼器阻尼系数， x_1 、 x_2 分别为浮子和振子相对初始位置的位移， v_1 、 v_2 分别为浮子和振子速度大小。另外，浮子还受到静水恢复力 $f_{\text{静}}$ ，兴波阻尼力 $f_{\text{水阻}}$ ，由此可得：

$$f \cos \omega t - f_{\text{弹}} - f_{\text{阻尼}} - f_{\text{恢复}} - f_{\text{水阻}} = a_1(M + M^+) \quad (8)$$

其中， M 表示浮子质量， M^+ 表示附加质量。

对振子进行受力分析得到受力分析图 5-6 如图所示。

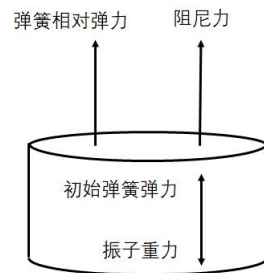


图 5-6: 振子受力分析图

可以看出，振子受到弹簧弹力和直线阻尼器的阻尼力，即：

$$f_{\text{弹}} + f_{\text{阻尼}} = ma_2 \quad (9)$$

下面列出浮子和振子的运动方程，浮子和振子的速度求解公式为：

$$v_1 = \int_0^t a_1 dt \quad (10)$$

$$v_2 = \int_0^t a_2 dt \quad (11)$$

浮子和振子的位移为：

$$x_1 = \int_0^t v_1 dt = \int_0^t \int_0^t a_1 dt dt \quad (12)$$

$$x_2 = \int_0^t v_2 dt = \int_0^t \int_0^t a_2 dt dt \quad (13)$$

由此我们便得到了求解浮子和振子运动速度和位移的公式。

5.1.2 模型的求解

由于联立公式 (1) ~ (13) 的计算求解较为复杂，我们考虑采用微元法来进行求解。首先设定 0.0001s 为步长，假设在一个步长内各个力的大小是恒定的，即浮子和振子所受合力恒定，那么在这一个步长内浮子和振子将分别作匀变速运动，即 a_1 、 a_2 大小恒定，因此可以根据初始速度和加速度分别求出浮子和振子在此步长内的末速度，由初速度、末速度和时间又可求得浮子和振子在此步长内的位移，便可根据位移求出下一个步长内所受合力大小，依次迭代，便可求出浮子和振子在前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2s 的垂荡位移和速度。根据直线阻尼器阻尼系数的不同分为两种情况，将数据分别存放在附件 result1-1.xlsx 和 result1-2.xlsx 中，其中在 10s、20s、40s、60s、100s 时浮子和振子的垂荡位移和速度如下表 5-1 所示：

表 5-1: 浮子和振子的垂荡位移和速度数据表

(a) 情况一					(b) 情况二				
时间 (s)	浮子		振子		时间 (s)	浮子		振子	
	位移/(m)	速度/(m/s)	位移 (m)	速度 (m/s)		位移/(m)	速度/(m/s)	位移 (m)	速度 (m/s)
10	-0.1913	-0.6410	-0.2124	-0.6939	10	-0.2065	-0.6528	-0.2353	-0.6999
20	-0.5914	-0.2407	-0.6350	-0.2726	20	-0.6119	-0.2546	-0.6619	-0.2768
40	0.2849	0.3127	0.2960	0.3326	40	0.2682	0.2949	0.2795	0.3121
60	-0.3150	-0.4795	-0.3319	-0.5157	60	-0.3277	-0.4916	-0.3502	-0.5257
100	-0.0838	-0.6043	-0.0843	-0.6431	100	-0.0887	-0.6100	-0.0938	-0.6502

根据上述求解方法，我们利用 MATLAB 分别绘制出浮子和振子的位移、速度、相对位移和相对速度随时间变化关系图（详见支撑材料/各题求解结果/问题一），同时我们根据求解结果制作出运动动画（详见支撑材料/问题一动画）。

5.1.3 模型的检验

由问题一所建模型做出浮子和振子在两种情况下的位移图 5-7~5-10 如图所示。

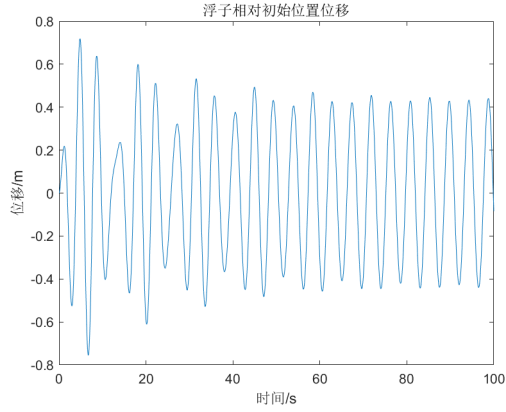


图 5-7: 情况一浮子相对初始位置位移

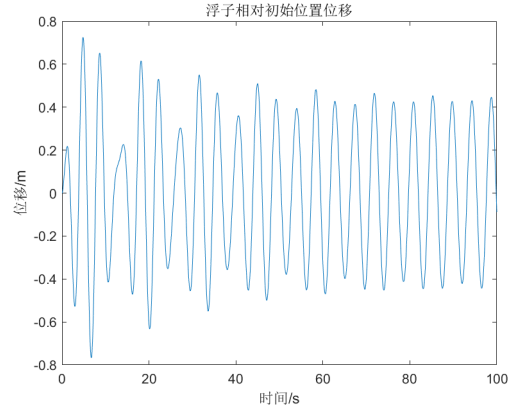


图 5-8: 情况二浮子相对初始位置位移

由图 5-7 和图 5-8 可以看出，浮子的位移始终小于 1m 且大于 -2m，非常好地符合了我们的假设，即我们得到的结果是相对合理可靠的。在两种情况下浮子和振子的相对位移求解结果如图 5-9，5-10 所示。

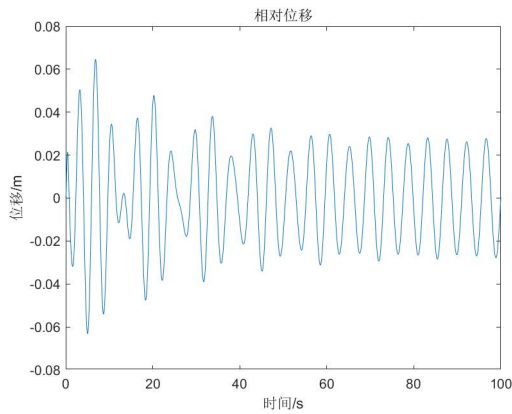


图 5-9: 情况一振子相对浮子位移

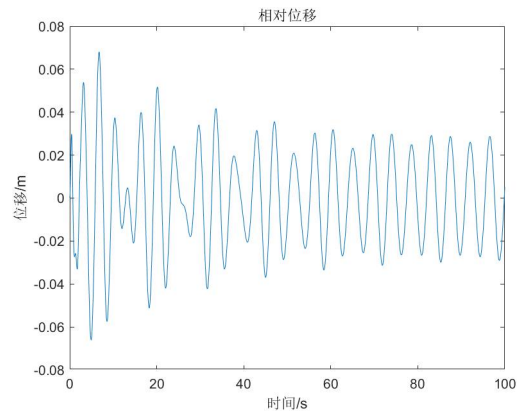


图 5-10: 情况二振子相对浮子位移

由图 5-9 和 5-10 可以看出情况一和情况二振子与浮子的相对位移位于 -0.2m 和 1m 之间，因此振子的运动范围始终位于浮子的内部空间，与实际情况也符合的很好。

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 模型的建立

1、情况一

当阻尼系数恒定不变时，由第一问模型的建立过程我们可以知道：

$$f_{\text{阻尼}} = \sigma_1(v_1 - v_2) \quad (14)$$

因此 $f_{\text{阻尼}}$ 在 100s 内做功大小为：

$$W_{\text{阻尼}} = \int_0^{100} P dt = \int_0^{100} \sigma_1(v_1 - v_2) \cdot v_{\text{相对}} dt \quad (15)$$

其中 $v_{\text{相对}}$ 为浮子和振子的相对速度。做功方向与阻尼力方向相同，与浮子和振子的相对位移方向相反。

阻尼力在前 100s 内的平均功率大小为：

$$P_{\text{阻尼}} = \frac{W_{\text{阻尼}}}{t} \quad (16)$$

其中 t 为 100s，由结合 (14) (15) (16) 式得，在其他参数给定且恒定不变条件下， v_1 、 v_2 、 $v_{\text{相对}}$ 均可以表示成 σ_1 的函数，至此我们便得到了输出功率 P 与直线阻尼器的阻尼系数 σ_1 的关系，利用 MATLAB 中的 `fminbnd` 函数可以求得该一元函数关系的极大值以及对应的最优阻尼系数。

2、情况二

当阻尼系数与振子和浮子的相对速度绝对值的幂成正比时，(15) 式可改写为

$$W_{\text{阻尼}} = \int_0^{100} P dt = \int_0^{100} \mu |v_1 - v_2|^\tau (v_1 - v_2) \cdot v_{\text{相对}} dt \quad (17)$$

阻尼力在 100s 内的平均功率大小为 (16) 式。

由于 σ_1 是 μ 和 τ 的函数，因此我们可以得到平均输出功率 $P_{\text{阻尼}}$ 与 μ 、 τ 的二元函数关系，利用 MATLAB 中的 `fmincon` 函数可以求得该二元函数关系的极大值以及对应的 μ 、 τ 值，进一步地，我们可以确定最优阻尼系数表达式。

5.2.2 模型的改进

同问题一类似，对于输出功率 P 阻尼与直线阻尼器的阻尼系数 σ_1 的关系我们无法准确求解出相应的微分方程组并得到一个确定的表达函数，因此我们仍考虑利用微元法，以 0.0001s 为步长分割前 100s 的时间区间，假设在每一个时间区间内所有作用力大小不变，因此浮子和振子在每一个微小区间内都做匀变速直线运动，利用动力学公式我们可以求出在每一个微小区间内的位移，利用公式 $W = f_{\text{阻尼}} \cdot \Delta s$ 可以进一步求得阻尼力在每一个微小区间内的做功，在前 100s 的时间区间内对每一个微小区间内的做功 W 求和得到 100s 内阻尼力做的总功 $W_{\text{阻尼}}$ ，将此结果代入 (16) 式即可求得阻尼力在前 100s 内的平均功率大小。

5.2.3 模型的求解

将附件 3、附件 4 的参数值代入上式中求得情况一和情况二的阻尼系数与平均功率的关系如下：在情况一下，阻尼系数与 100s 内输出的平均功率关系图如图 5-11 所示；在情况二下，比例系数、幂指数与 100s 内输出的平均功率关系图如图 5-12 所示。

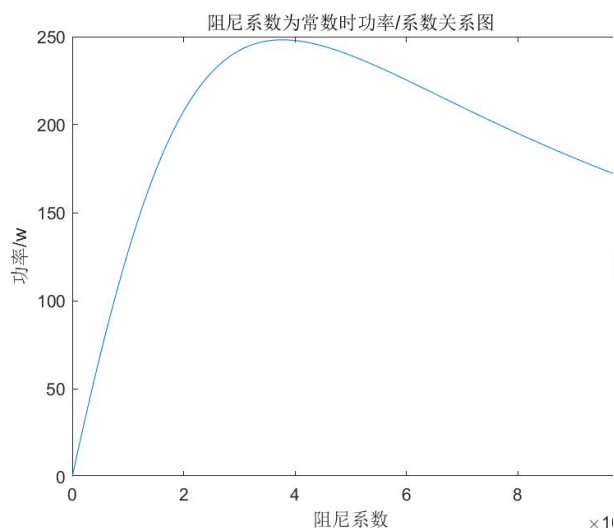


图 5-11: 情况一输出功率与阻尼系数关系

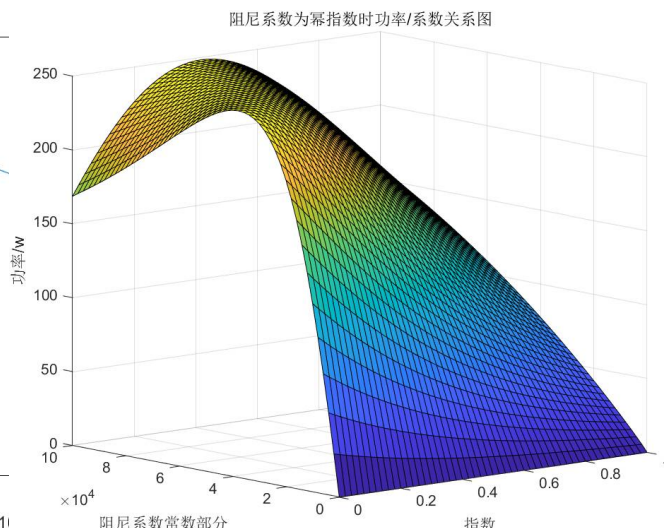


图 5-12: 情况二输出功率与阻尼系数关系

由图 5-11 我们可以看出，在情况一的条件下输出功率随着阻尼系数的增加先增大后减小，存在一个峰值。根据调用 `fminbnd` 函数指令，求得当阻尼系数为 $38706.7334 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时，系统在前 100s 内的平均输出功率最大，为 292.4086 W 。由图 5-12 我们可以看出，在情况二的条件下，当固定比例系数时，输出功率随幂指数的增大先趋于稳定后下降；当固定幂指数时，输出功率随着比例系数的增大先增大后趋于稳定。根据调用 `fmincon` 函数指令，求得当比例系数 $\mu=38706.7353$ ，幂指数 $\tau = 1.2103 \times 10^{-8}$ 时，系统在前 100s 内的平均输出功率最大，为 292.4086 W 。

5.3 问题三模型的建立和求解

5.3.1 浮子和振子的转动惯量

1、浮子的转动惯量

由问题分析可得，转轴是一条过浮子重心且与水面平行的直线。故要求出浮子重心。

首先求解圆锥壳体的重心，不妨设浮子的密度为 ε 。以圆锥顶点为原点建立三维直角坐标系，而重心的位置可由静矩与质量的比值确定，其中静矩为平面图形的面积与其形心到某一坐标轴的距离与图形面积的乘积。由于圆锥为中心对称图形，所以静矩为所有圆平面到原点的距离与圆面积的乘积的积分。其示意图如下图 5-13 所示。

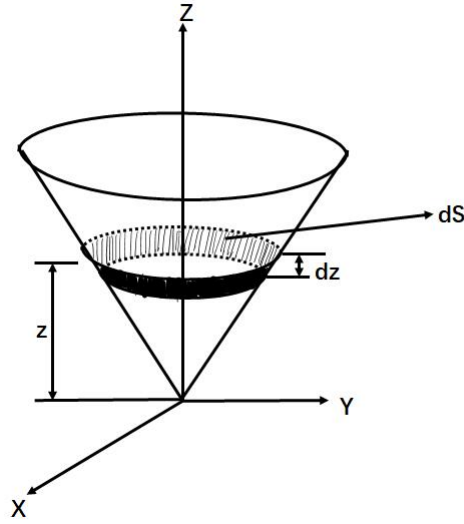


图 5-13: 重心求解示意图

则圆锥壳体的静矩为:

$$\begin{aligned}
 M_z &= \iint \varepsilon z ds \\
 &= \iint \varepsilon z \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right)^2} dz \\
 &= \iint 0.8\varepsilon \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{1 + 0.64 \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2}} dz \\
 &= 0.8\varepsilon \rho \sqrt{1.64} \rho d\rho d\theta \\
 &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 0.8\varepsilon (\rho)^2 \sqrt{1.64} d\rho \\
 &= \frac{8}{15} \sqrt{1.64} \pi \varepsilon
 \end{aligned} \tag{18}$$

又因为圆柱壳体的质量为:

$$m_z = \pi \varepsilon r l = \sqrt{1.64} \pi \varepsilon \tag{19}$$

其中 r 为浮子底半径, l 为圆锥壳体的母线长度。所以圆锥壳体的重心位置为:

$$z_{\text{锥}} = \frac{M_z}{m_z} = \frac{8}{15} \tag{20}$$

此外, 易得圆柱壳体的重心位置及质量分别为 $z_{\text{柱}} = 2.3$, $m_{\text{柱}} = \varepsilon s_{\text{柱}}$, 圆盘顶盖的

重心位置及质量分别为 $z_{\text{盘}} = 3.8$, $m_{\text{盘}} = \varepsilon s_{\text{盘}}$ 。所以浮子的重心位置为：

$$z_{\text{总}} = \frac{m_{\text{锥}} z_{\text{锥}} + m_{\text{柱}} z_{\text{柱}} + m_{\text{盘}} z_{\text{盘}}}{m_{\text{总}}} \quad (21)$$

接下来求解浮子的转动惯量。浮子的转动惯量由三部分组成，分别是圆锥壳体的转动惯量、圆柱壳体的转动惯量和圆盘顶盖的转动惯量。首先求解圆锥壳体的转动惯量。以圆锥顶点为原点建立三维直角坐标系，我们考虑利用微元法求解极小面积元上的转动惯量（如图 5-14 所示）。

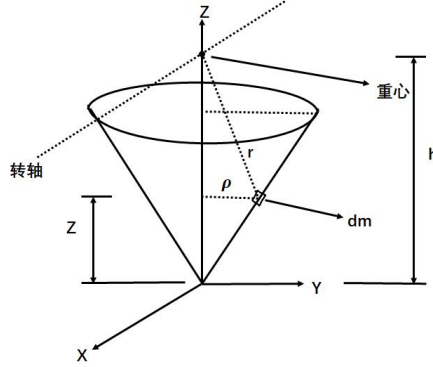


图 5-14: 圆锥壳体转动惯量求解示意图

由图我们可以得到：

$$\begin{aligned} L_{\text{锥}} &= \iint \varepsilon r^2 ds \\ &= \varepsilon \iint (z^2 - 2zh + h^2 + \rho^2) ds \\ &= \varepsilon \iint (z^2 - 2zh + h^2 + \frac{25}{16}z^2) \sqrt{1 + \frac{\Delta z^2}{\Delta x^2} + \frac{\Delta z^2}{\Delta y^2}} dx dy \\ &= \varepsilon \iint (0.64\rho^2 - 2 \times 0.8\rho h + h^2 + \rho^2 \sqrt{1.64}) d\varphi d\theta \\ &= 2\sqrt{1.64}\pi\varepsilon \int_0^1 (0.64\rho^2 + \rho^2 - 1.6\rho h + h^2) d\rho \end{aligned} \quad (22)$$

其中 h 为浮子重心的 z 轴坐标值， ρ 为圆锥壳体上任意一点到圆锥的高所在的直线的距离。

接着求解圆柱壳体的转动惯量。我们可以将圆柱壳体看做是无数个圆环的集合，我们考虑位置为 z 的圆环的转动惯量（如图 5-15 所示）。

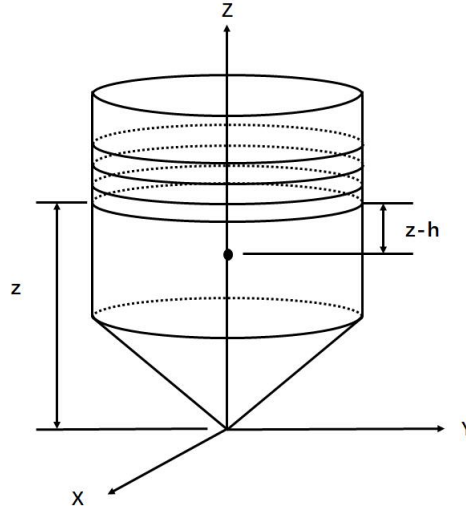


图 5-15: 圆柱壳体转动惯量求解示意图

由圆环的转动惯量公式及平行轴定理可以得到位置为 z 的圆环的转动惯量为:

$$L_{\text{环}} = \frac{1}{2} r^2 dm + (z - h)^2 dm \quad (23)$$

又由于

$$dm = \frac{m_{\text{柱}}}{3} dz \quad (24)$$

$$m_{\text{柱}} = \frac{4866}{\pi r l + 2\pi r h + \pi r^2} \cdot 2\pi r h \quad (25)$$

因此圆柱壳体的转动惯量为

$$L_{\text{柱}} = \int_{0.8}^{3.8} \frac{1}{2} dm + (z - h)^2 \cdot \frac{m_{\text{柱}}}{3} dz \quad (26)$$

最后我们求解圆盘顶盖的转动惯量。由圆盘的转动惯量公式及平行轴定理可以得到

$$L_{\text{盘}} = \frac{1}{4} m_{\text{盘}} r^2 + m_{\text{盘}} (z - h)^2 \quad (27)$$

其中

$$m_{\text{盘}} = \frac{\pi r^2}{\pi r l + 2\pi r h + \pi r^2} \times 4866 \quad (28)$$

因此，浮子的转动惯量为 $L_1 = L_{\text{锥}} + L_{\text{柱}} + L_{\text{盘}}$ 。

2、振子的转动惯量

然后我们求解振子的转动惯量：根据参考 [6], 质量为 m_2 的空心圆柱壳体绕侧面中

心旋转的转动惯量公式为：

$$L_{\text{柱壳}} = \frac{1}{2}m_2R^2 + \frac{1}{2}m_2b^2 \quad (29)$$

其中 R 为底面半径， b 为圆柱壳体的高。其示意图如图 5-16 (a) 所示。

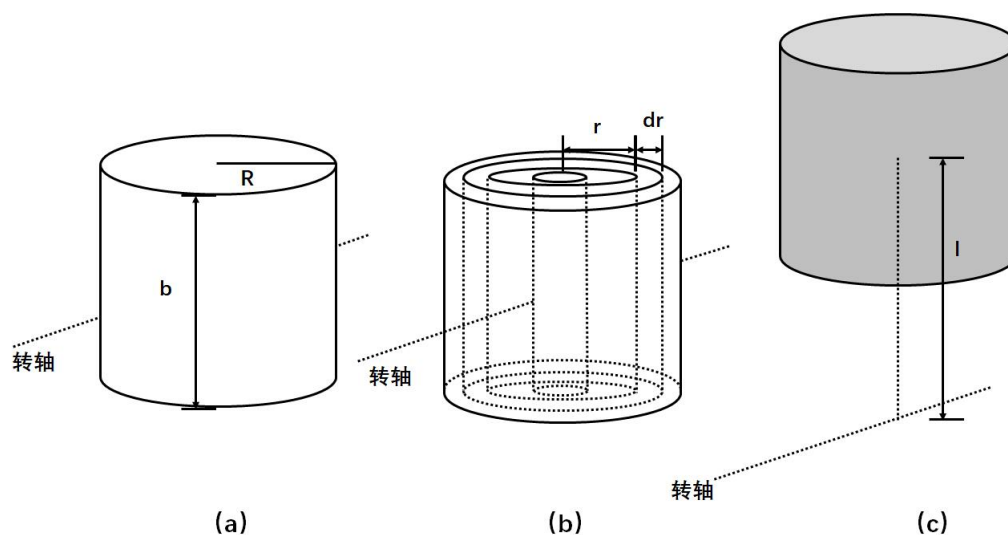


图 5-16: 转子转动惯量求解示意图

将实心圆柱体看作是无数个空心圆柱壳体的集合（如图 5-16 (b)），则根据积分公式可以计算实心圆柱体的转动惯量：

$$\begin{aligned} I_2' &= \int \left(\frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{12}b^2 \right) dm \\ &= \int_0^{0.5} \left(\frac{1}{2}r^2 + \frac{0.25}{12} \right) dr \frac{2\pi r \times 2433}{0.5^2\pi} \\ &= \frac{1}{12}m \end{aligned} \quad (30)$$

由平行轴定理及图 5-10 (c) 得，当实心圆柱体重心转轴距离为 l 时，实心圆柱体的转动惯量为：

$$I_2 = I_2' + ml^2 \quad (31)$$

由假设条件及题给数据得：

$$l = x_{\text{弹}} + d \quad (32)$$

其中， d 为弹簧底部到转轴的距离， $x_{\text{弹}}$ 为弹簧长度，其计算公式为：

$$x_{\text{弹}} = l_{\text{原长}} - \frac{mg \cos \theta_2}{k_1} + x_2 \quad (33)$$

其中 $l_{\text{原长}}$ 为弹簧原长。

5.3.2 浮子和振子运动模型的建立

1、浮子运动模型的建立

在竖直方向上，规定竖直向上为正方向，类似问题一，对浮子进行受力分析，得到运动学方程为：

$$(M + M^+)a_1 = f \cos \omega t - f_{\text{水阻}} - f_{\text{弹}} \cos \theta_2 - f_{\text{阻}} \cos \theta_2 - f_{\text{恢复}} \quad (34)$$

$$v_1 = \int_0^t a_1 dt \quad (35)$$

$$x_1 = \int_0^t v_1 dt = \int_0^t \int_0^t a_1 dt dt \quad (36)$$

其中， θ_2 为振子相对于初始位置的角位移。

在绕轴旋转的过程中，浮子和振子的运动状态如图 5-17 所示。

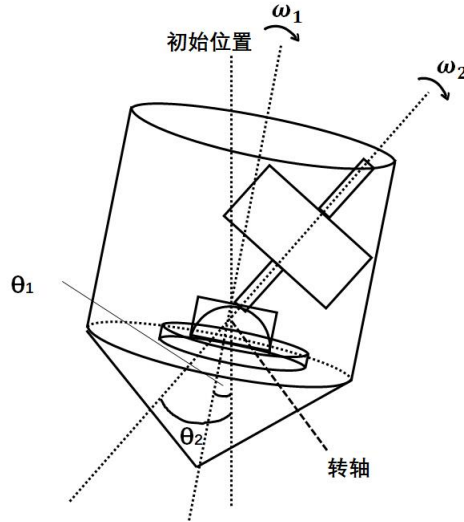


图 5-17: 浮子和振子的运动状态示意图

由转动力学公式得：

$$(L_1 + L_+)\beta_1 = L \cos \omega t - M_{\text{恢复}} - M_{\text{水阻}} - M_{\text{弹}} - M_{\text{阻}} \quad (37)$$

$$\omega_1 = \int_0^t \beta_1 dt \quad (38)$$

$$\theta_1 = \int_0^t \omega_1 dt = \int_0^t \int_0^t \beta_1 dt dt \quad (39)$$

其中， $M_{\text{恢复}}$ 为静水恢复力矩， $M_{\text{水阻}}$ 为兴波阻尼力矩， $M_{\text{弹}}$ 为扭转弹簧扭矩， $M_{\text{阻}}$ 为旋转阻尼力矩。静水恢复力矩大小与浮子相对于静水面的转角成正比，所以：

$$M_{\text{恢复}} = \eta \theta_1 \quad (40)$$

其中 η 为静水恢复力矩系数。

兴波阻尼力矩与浮子纵摇的角速度成正比，所以

$$M_{\text{水阻}} = \zeta_2 \omega_1 \quad (41)$$

其中， ζ_2 为兴波阻尼系数。

扭转弹簧扭矩大小与浮子相对于静水面的转角成正比，旋转阻尼器的扭矩大小与浮子和振子的相对角速度成正比，因此

$$M_{\text{弹}} = k_2(\theta_1 - \theta_2) \quad (42)$$

$$M_{\text{阻}} = \sigma_2(\omega_1 - \omega_2) \quad (43)$$

其中 k_2 为扭转弹簧刚度， σ_2 为旋转阻尼器阻尼系数。

2、振子运动模型的建立

沿中轴方向上，对振子进行受力分析，得到它的运动学方程为：

$$m_2 a_2' = f_{\text{弹}} + f_{\text{阻}} \quad (44)$$

$$v_2' = \int_0^t a_2' dt \quad (45)$$

$$x_2' = \int_0^t v_2' dt = \int_0^t \int_0^t a_2' dt dt \quad (46)$$

$$v_2 = v_2' \cos \theta_2 \quad (47)$$

$$x_2 = x_2' \cos \theta_2 \quad (48)$$

其中， v_2' 和 x_2' 分别为振子沿中轴方向的速度和位移， v_2 和 x_2 分别为振子垂荡速度和位移。

$f_{\text{弹}}$ 为弹簧的相对弹力，计算公式为：

$$f_{\text{弹}} = f_{\text{弹}0} - m_2 g \cos \theta_2 - kx_2' + kx_1 \cos \theta_2 \quad (49)$$

其中 $f_{\text{弹}0}$ 为初始状态弹簧弹力。

$f_{\text{阻}}$ 为直线阻尼器产生的阻尼力，计算公式为：

$$f_{\text{阻}} = \sigma_1(v_1 \cos \theta_2 - v_2') \quad (50)$$

在绕轴旋转过程中（如图 5-17 所示），振子的运动学方程为：

$$L_2 \beta_2 = M_{\text{弹}} + M_{\text{阻}} + m_2 g r \sin \theta_2 \quad (51)$$

$$\omega_2 = \int_0^t \beta_2 dt \quad (52)$$

$$\theta_2 = \int_0^t \omega_2 dt = \int_0^t \int_0^t \beta_2 dt dt \quad (53)$$

综上，我们建立得到了在浮子只做垂荡和纵摇的假设条件下，浮子和振子的运动模型。

5.3.3 模型的求解

类似问题二中模型的改进，我们将时间区间 $[0,100s]$ 等分为每段长度为 $0.0001s$ 的极小区间，由于在极小区间内，力的大小变化极小且由力的大小变化产生的影响极小可忽略不计，因此我们假设在 $0.0001s$ 内力的大小不变，结合 (34)~(53) 式，将附录 3 和附录 4 的参数代入方程，利用 MATLAB 求解得到浮子和振子在前 40 个波浪周期内时间间隔为 $0.2s$ 的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度，将结果存放在附件 result3.xlsx 中 (详见支撑材料)。

其中，在第 10 s、20 s、40 s、60 s、100 s 时，浮子与振子的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度计算结果如表 5-2 所示。

表 5-2: 浮子和振子的垂荡位移和速度以及纵摇位移和速度数据表

(a) 浮子					(b) 振子				
— \	垂荡		纵摇		— \	垂荡		纵摇	
时间 (s)	位移/(m)	速度/(m/s)	角位移 (rad)	角速度 (rad/s)	时间 (s)	位移/(m)	速度/(m/s)	角位移 (rad)	角速度 (rad/s)
10	-0.1913	-0.6410	-0.2124	-0.6939	10	-0.2065	-0.6528	-0.2353	-0.6999
20	-0.5914	-0.2407	-0.6350	-0.2726	20	-0.6119	-0.2546	-0.6619	-0.2768
40	0.2849	0.3127	0.2960	0.3326	40	0.2682	0.2949	0.2795	0.3121
60	-0.3150	-0.4795	-0.3319	-0.5157	60	-0.3277	-0.4916	-0.3502	-0.5257
100	-0.0838	-0.6043	-0.0843	-0.6431	100	-0.0887	-0.6100	-0.0938	-0.6502

根据求解结果我们绘制出浮子的运动状态随时间变化图如图 5-18~ 图 5-21 所示。

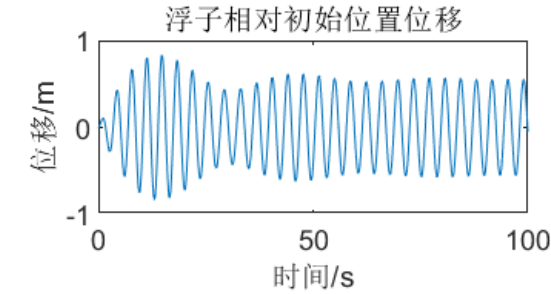


图 5-18: 浮子垂荡位移

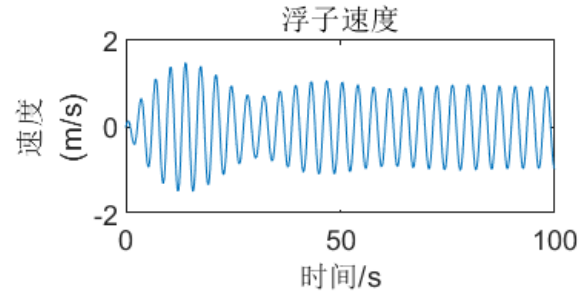


图 5-19: 浮子垂荡速度

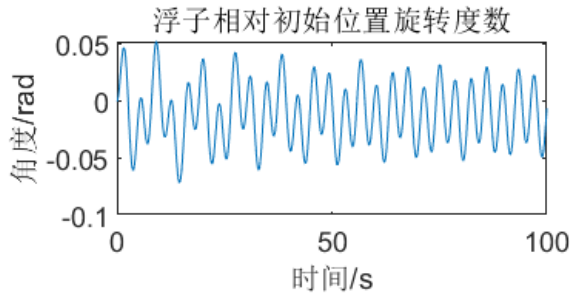


图 5-20: 浮子纵摇角位移

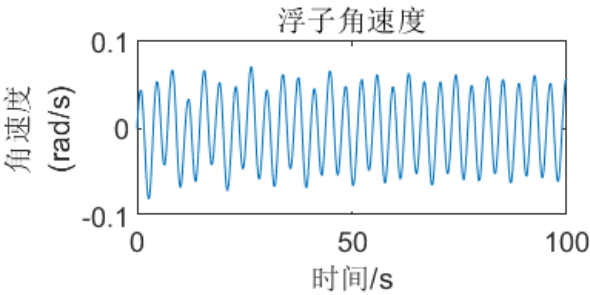


图 5-21: 浮子纵摇角速度

此外，我们还利用 MATLAB 绘制出了振子的垂荡位移、速度和纵摇角位移、角速度以及浮子和振子的相对运动状态随时间变化关系图 (详见支撑材料/各题求解结果/问题三)，同时我们根据求解结果制作出运动动画 (详见支撑材料/问题三动画)。

5.4 问题四的求解

5.4.1 旋转阻尼系数、直线阻尼系数与输出功率的关系

首先我们利用等距搜索绘出旋转阻尼系数、直线阻尼系数与输出功率的关系图。设置直线阻尼系数和旋转阻尼系数的区间均为 $[0,100000]$ ，搜索步长为 2000，即对于直线阻尼系数和旋转阻尼系数我们分别可以得到 50 个等距数据，通过组合即可得到 2500 个具有不完全相同的直线阻尼系数和旋转阻尼系数的样本点，将这些样本点的数据及附录 3、附录 4 的参数值代入问题三建立的模型中我们可以得到 2500 个样本点，每个样本点包含旋转阻尼系数、直线阻尼系数和对应的输出功率三个数据，利用 MATLAB 绘图工具我们可以画出旋转阻尼系数、直线阻尼系数与输出功率的关系图如图 5-22 所示。

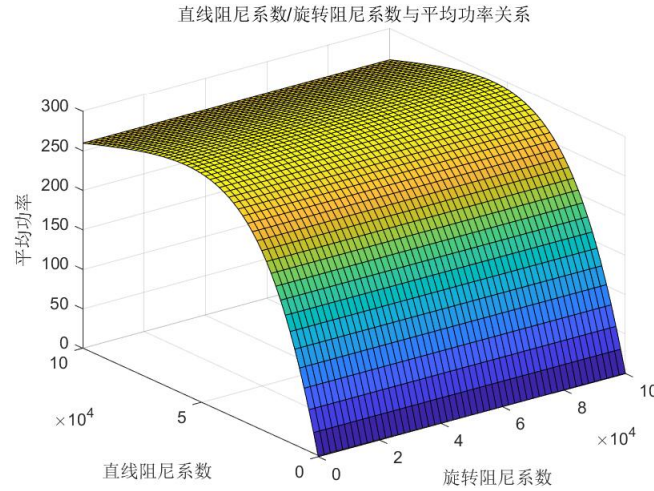


图 5-22: 直线阻尼系数/旋转阻尼系数与平均功率关系图

由图 5-22 我们可以得到，对于固定的直线阻尼系数，输出功率随着旋转阻尼系数的增大先增大后减小，存在一个峰值点；对于固定的旋转阻尼系数，输出功率随着直线阻尼系数的增大变化较小。峰值大小位于区间 $[250,300]$ 内，最优解的范围为：旋转阻尼系数位于区间 $[40000,60000]$ 内，直线阻尼系数位于区间 $[50000,70000]$ 内。

5.4.2 利用模拟退火算法求解最优解

我们仍考虑类似问题二的平均功率计算方法，将前 100s 内的平均功率大小作为衡量装置平均输出功率的指标。结合问题三的模型，直线阻尼器和旋转阻尼器的输出功为

$$W_{\text{直}} = \int_0^{100} P dt = \int_0^{100} \sigma_1(v_1 \cos \theta_2 - v_2) \cdot v_{\text{相对}} dt \quad (54)$$

$$W_{\text{转}} = \int_0^{100} P dt = \int_0^{100} \sigma_2(\omega_1 - \omega_2) \cdot \omega_{\text{相对}} dt \quad (55)$$

其中， $v_{\text{相对}}$ ， $\omega_{\text{相对}}$ 与上文意义相同。

装置的输出功率为：

$$P = \frac{W_{\text{直}} + W_{\text{转}}}{t} \quad (56)$$

其中 $t=100\text{s}$ 。由问题四的分析可知，利用模拟退火算法求解最优解时，解空间是直

线阻尼系数和旋转阻尼系数的一种组合 σ_1, σ_2 ，初始解为随机生成的一种组合 σ_{10}, σ_{20} ，通过多次尝试，我们选取马尔科夫链长度 $L=50$ ，初温 t_0 和末温 t_e 分别为 100 和 3，退火系数为 0.98，每当迭代次数达到马尔可夫链长度时更新温度即控制参数 t 为：

$$t_{k+1} = t_k \alpha \quad (57)$$

我们规定终止条件为当温度下降 30 次以后，若所求得的最大值与下降 30 次之前所求得的最大值的差小于 10^{-6} ，即可结束程序，输出当前解作为最优解。若温度下降到末温以下时仍为满足终止条件，则输出当前解作为最优解。

利用 Matlab 我们绘出模拟退火算法的寻优过程如图 5-23 所示。

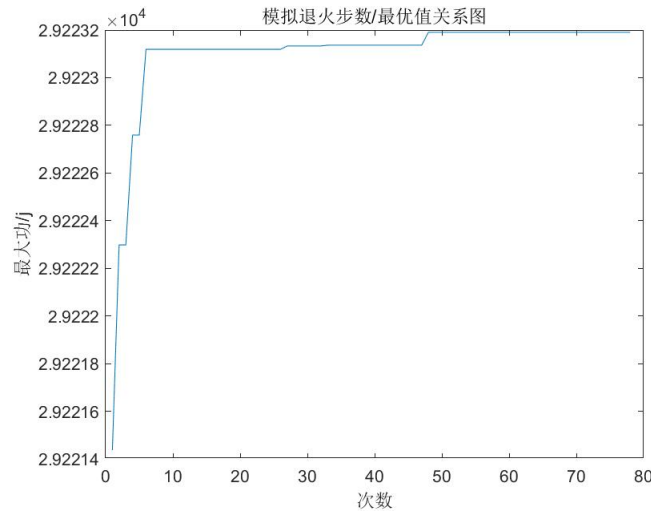


图 5-23: 模拟退火寻优过程

由图 5-23 我们可以看出在降温约 48 次以后出现了最优值，最终求解的最优解为 (56160.7762, 52881.4348)，即直线阻尼系数为 56160.7762 N·s/m，旋转阻尼系数为 52881.4348 N·s·m，在该条件下，装置输出的最大功为 29223.1906J，最大功率为 292.2319W。

六、模型的评价与推广

6.1 模型的评价

1. 优点

(1) 问题一和问题三中所建立的浮子与振子的运动模型皆由物理公式推导而来，具有较好的理论基础和科学的可计算性；

(2) 问题二中所建立的模型可以直接得到输出功率与自变量的关系，并通过 MATLAB 中极值求解函数解得了使平均输出功率最大的最优解，极大程度减小了运算量，较快地解决了问题；

(3) 对于复杂并难以求解的微分方程组，我们利用微分思想将区间划分为极小步长并通过假设极小区间内力的大小恒定不变从而求解得到理论模型，大大降低了求解难度，并由此得到较准确的浮子与振子的运动模型；

(4) 问题四中我们运用了模拟退火算法求解单目标优化问题,避免了搜索结果陷入局部最优解。

2. 缺点

(1) 没有考虑实际运动过程中浮子和振子受到的其它力的影响,如粘滞阻力、压差阻力等;

(2) 对于弹簧底部到转轴距离的估计不准确,导致理论计算结果可能与实际情况存在一定的误差。

3、模型的改进

对于模型的缺点,我们的改进方案首先是对于模型进行改进,考虑增加可能影响浮子、振子运动及系统输出功率的因素,例如海水的粘滞阻力、空气对浮子露出水面部分的作用力等。此外针对问题四的求解过程,我们可以选取更微小的步数对旋转阻尼系数、直线阻尼系数与输出功率的关系进行绘图描述,使用更高效、精确的优化算法,在提高运算效率的同时找到一个更准确的全局最优解。

6.2 模型的推广

本文对以浮子、振子、弹簧、阻尼器等为主体的一类波浪能转化装置建立了详细且较准确的运动模型,分析了该装置工作过程中浮子和振子的运动规律以及系统输出的功率的影响因素,对于研究此类波浪能装置的工作机理,提高装置的工作效率具有重要的意义。此外,通过查阅文献 [7] 可知,目前工业上运用广泛的振荡浮子式波浪能发电装置与本文所研究的模型具有相似之处,因此本文得到的模型可以为波浪能发电装置的功率优化问题的研究提供一些帮助。

参考文献

- [1] 张万超. 轴对称垂荡浮子式波能装置水动力及能量转换解析研究 [D]. 哈尔滨工程大学,2017.
- [2] VICINANZA D,MARGHERITINI L,KOFOED J P,et al. The SSG Wave Energy Converter: Performance, Status and Recent Developments [J]. Energies,2012, 5(2):193-226.
- [3] 周自斌, 杨崇英. 大吨位浇包转轴位置的确定方法 [J]. 铸造设备与工艺,2012(01):5-7+31.
- [4] 詹亚坤. 基于模拟退火算法的高校排课系统研究 [D]. 东北师范大学,2012.
- [5] 胡治锋, 陈冬方, 李庆奎, 恒庆海. 基于模拟退火蚁群算法的拣货路径规划 [J]. 电子设计工程,2021,29(24):80-83+88.DOI:10.14022/j.issn1674-6236.2021.24.016.
- [6] 乔宏洲, 杨运安, 童申家. 理论力学 (第一版). 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.375.
- [7] 任方言. 波浪能发电模拟试验台设计及发电实验系统研究 [D]. 山东大学,2020.DOI:10.27272/d.cnki.gshdu.2020.002087.

附 录

支撑材料列表

代码 /代码

问题一 /问题一

情况一模型的求解 /case_1_result.m

情况二模型的求解 /case_2_result.m

问题二 /问题二

情况一求解得到的阻尼系数与输出功的函数关系 /func_sec_1.m

情况二求解得到的阻尼系数与输出功的函数关系 /func_sec_2.m

绘制情况一阻尼系数与输出功率的关系图 /draw_case1.m

绘制情况二阻尼系数与输出功率的关系图 /draw_case2.m

问题三 /问题三

问题三模型的求解 /result.m

问题四 /问题四

绘制直线阻尼系数、旋转阻尼系数与输出功率的关系图 /four_draw.m

模拟退火算法程序及优化过程示意图 /fourth_main.m

问题四求解所用函数 /func_four.m

动画代码 /animation.m

各题求解结果 /各题求解结果

问题一 /问题一

问题一情况一求解结果 /情况一

问题一情况二求解结果 /情况二

问题二 /问题二

情况二输出功率与阻尼系数关系绘图 /case2_relationship_result.fig

问题二情况一输出功率与阻尼系数的关系

/情况一输出功率与阻尼系数的关系.png

问题二情况二输出功率与阻尼系数的关系

/情况二输出功率与阻尼系数的关系.png

问题三 /问题三

问题三浮子与振子运动状态随时间变化图

/浮子与振子的运动规律图

问题四 /问题四

阻尼系数与输出功率关系绘图 /relationship_result.fig

模拟退火寻优过程示意图 /模拟退火寻优过程示意图.png

阻尼系数与输出功率的关系

/阻尼系数与输出功率的关系.png

问题一动画 /问题一动画

问题一情况一动画 /情况一动画.mp4

问题一情况二动画 /情况二动画.mp4

问题三动画 /问题三动画.mp4

动画效果示意 /动画效果示意.mp4

result1-1.xlsx

result1-2.xlsx

result3.xlsx

注：支撑材料列表按照文件级别进行缩进的区分，缩进距离相同的文件为同级文件，缩进距离大的文件包含于缩进距离小的文件。各行“/”前为文件注释，“/”后为文件路径。

程序一：问题一情况一模型的求解

```
%此代码为1题1问的代码，若要求第二小问将sigma1改为10000*sqrt(abs(v1-v2))即可
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1335.535;%垂荡附加质量
freq=1.4005;%频率
T=1/freq;%周期
s=pi;
zeta1=656.3616;%垂荡兴波阻尼系数
sigma1=10000;%直线阻尼器系数
f=6250;%振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度（以上方向为正）
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度（以上方向为正）
```

```

x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移（以上方向为正）
v1_rec=zeros(1,1000001);v2_rec=zeros(1,1000001);
x1_rec=zeros(1,1000001);x2_rec=zeros(1,1000001);%记录值
M1=0;M2=0;%浮子/振子所受力矩（以波浪推力方向为正，此处设为右向为正）
w1=0;w2=0;%浮子/振子角加速度（以波浪推力方向为正）
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始点相对角度（以波浪推力方向为正）
t=0;%当前时间
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    a1=(f*cos(freq*t)-k1*(x1-x2)-zeta1*v1-sigma1*(v1-v2)-rho*g*x1*s)/(m1+m3);%当x1大于1时
    a2=(sigma1*(v1-v2)+k1*(x1-x2))/m2;
    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    v1=v1+a1*deltat;
    v2=v2+a2*deltat;
    v1_rec(1,i+1)=v1;v2_rec(1,i+1)=v2;
    x1_rec(1,i+1)=x1;x2_rec(1,i+1)=x2;
end
figure;
plot([0:0.0001:100],x1_rec);
title('浮子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],x2_rec);
title('振子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],v1_rec);
title('浮子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
figure;
plot([0:0.0001:100],v2_rec);
title('振子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
figure;
plot([0:0.0001:100],x1_rec-x2_rec);
title('相对位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],v1_rec-v2_rec);

```



```

title('相对速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
v1_r=v1_rec(1:2000:286001);%每隔0.2s提取一次，其中28.56s时第40个周期结束，补为28.6s
v2_r=v2_rec(1:2000:286001);
x1_r=x1_rec(1:2000:286001);
x2_r=x2_rec(1:2000:286001);
ans_v1=v1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);%10,20,40,60,100s的结果
ans_v2=v2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x1=x1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x2=x2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);

```

程序二：问题一情况二模型的求解

```

%此代码为1题2问的代码
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1335.535;%垂荡附加质量
freq=1.4005;%频率
T=1/freq;%周期
s=pi;
zeta1=656.3616;%垂荡兴波阻尼系数
sigma1=10000;%直线阻尼器系数
f=6250;%振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度（以上方向为正）
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度（以上方向为正）
x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移（以上方向为正）
v1_rec=zeros(1,1000001);v2_rec=zeros(1,1000001);
x1_rec=zeros(1,1000001);x2_rec=zeros(1,1000001);%记录值
M1=0;M2=0;%浮子/振子所受力矩（以波浪推力方向为正，此处设为右向为正）
w1=0;w2=0;%浮子/振子角加速度（以波浪推力方向为正）
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始点相对角度（以波浪推力方向为正）
t=0;%当前时间
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    sigma1=10000*sqrt(abs(v1-v2));
    a1=(f*cos(freq*t)-k1*(x1-x2)-zeta1*v1-sigma1*(v1-v2)-rho*g*x1*s)/(m1+m3);%当x1大于1时
    a2=(sigma1*(v1-v2)+k1*(x1-x2))/m2;

```

```

    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    v1=v1+a1*deltat;
    v2=v2+a2*deltat;
    v1_rec(1,i+1)=v1;v2_rec(1,i+1)=v2;
    x1_rec(1,i+1)=x1;x2_rec(1,i+1)=x2;
end
figure;
plot([0:0.0001:100],x1_rec);
title('浮子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],x2_rec);
title('振子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],v1_rec);
title('浮子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
figure;
plot([0:0.0001:100],v2_rec);
title('振子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
figure;
plot([0:0.0001:100],x1_rec-x2_rec);
title('相对位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
figure;
plot([0:0.0001:100],v1_rec-v2_rec);
title('相对速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
v1_r=v1_rec(1:2000:286001);%每隔0.2s提取一次，其中28.56s时第40个周期结束，补为28.6s
v2_r=v2_rec(1:2000:286001);
x1_r=x1_rec(1:2000:286001);
x2_r=x2_rec(1:2000:286001);
ans_v1=v1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);%10,20,40,60,100s的结果
ans_v2=v2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x1=x1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x2=x2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);

```

程序三：问题二情况一求解得到的阻尼系数与输出功率的函数关系

%此代码为2题1问所用函数的代码，若想得到结果，请打开后在命令行中输入[x,fval]=fminbnd(@func

```
function p=func_sec_1(c)
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1165.992;%垂荡附加质量
freq=2.2143;%频率
s=pi;
zeta1=167.8395;%垂荡兴波阻尼系数
f=4890;%振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度（以上方向为正）
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度（以上方向为正）
x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移（以上方向为正）
M1=0;M2=0;%浮子/振子所受力矩（以波浪推力方向为正，此处设为右向为正）
w1=0;w2=0;%浮子/振子角加速度（以波浪推力方向为正）
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始位置相对角度（以波浪推力方向为正）
t=0;%当前时间
sigma1=c;%阻尼系数，力以向外扩张为正
w=0;
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    a1=(f*cos(freq*t)-k1*(x1-x2)-zeta1*v1-sigma1*(v1-v2)-rho*g*x1*s)/(m1+m3);
    a2=(sigma1*(v1-v2)+k1*(x1-x2))/m2;
    x1_t=x1;x2_t=x2;%临时存放
    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    w=w+abs((x1_t-x2_t-x1+x2)*sigma1*(v1-v2));%功计算
    v1=v1+a1*deltat;
    v2=v2+a2*deltat;
end
p=-w/100;
```

程序四：问题二情况二求解得到的阻尼系数与输出功率的函数关系

%此代码为2题2问所用函数的代码,若想得到结果,请打开后在命令行中输入[x,fval] = fmincon(@fu

```
function p=func_sec_2(x)
c=x(1);
index=x(2);
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1165.992;%垂荡附加质量
freq=2.2143;%频率
s=pi;
zeta1=167.8395;%垂荡兴波阻尼系数
f=4890;%振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度(以上方向为正)
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度(以上方向为正)
x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移(以上方向为正)
M1=0;M2=0;%浮子/振子所受力矩(以波浪推力方向为正,此处设为右向为正)
w1=0;w2=0;%浮子/振子角加速度(以波浪推力方向为正)
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始位置相对角度(以波浪推力方向为正)
t=0;%当前时间
w=0;%总功率
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    sigma1=c*((abs(v1-v2))^index);%阻尼系数,力以向外扩张为正
    a1=(f*cos(freq*t)-k1*(x1-x2)-zeta1*v1-sigma1*(v1-v2)-rho*g*x1*s)/(m1+m3);
    a2=(sigma1*(v1-v2)+k1*(x1-x2))/m2;
    x1_t=x1;x2_t=x2;%临时存放
    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    w=w+abs((x1_t-x2_t-x1+x2)*sigma1*(v1-v2));%功计算
    v1=v1+a1*deltat;
    v2=v2+a2*deltat;
end
p=-w/100;
```

程序五：绘制问题二情况一阻尼系数与输出功率的关系图

```
y=zeros(1,101);
for i=0:1000:100000
    y(i/1000+1)=-func_sec_1(i);
```

```

end
plot([0:1000:100000],y);
xlabel('阻尼系数');
ylabel('功率/w');
title('阻尼系数为常数时功率/系数关系图');

```

程序六：绘制问题二情况二阻尼系数与输出功率的关系图

```

y=zeros(51);
for i=0:2000:100000
    for j=0:0.02:1
        y(i/2000+1,round(j*50+1))=-func_sec_2([i,j]);
    end
end
surf([0:0.02:1],[0:2000:100000],y);
ylabel('阻尼系数常数部分');
zlabel('功率/w');
xlabel('指数');
title('阻尼系数为幂指数时功率/系数关系图');

```

程序七：问题三模型的求解

```

%此代码为三题的代码
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
%由资料得自由浮体在水中的转轴为过自身的重心所在直线
h=2.2079;%浮子重心距离圆锥顶部的距离,计算方法见论文
dens=187.0506;%密度,求解原理见论文
j1=11575.083;%浮子转动惯量
j2=0;%振子转动惯量(在代码中求得)
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1028.876;%垂荡附加质量
j3=7001.914;%纵摇附加转动惯量
freq=1.7152;%频率
T=1/freq;%周期
s=pi;%圆柱底面积
zeta1=683.4558;%垂荡兴波阻尼系数
zeta2=654.3383;%纵摇兴波阻尼系数
sigma1=10000;%直线阻尼器系数

```

```

sigma2=1000;%旋转阻尼器系数
f=3640;%垂荡激励力振幅
l=1690;%纵摇激励力矩振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度 (x1以铅直向上方向为正)
%x2以沿杆方向向上为正
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度 (方向同上)
x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移
%其中, x1为垂荡运动, 只考虑竖直方向;
%x2为沿杆运动的位移, 其等于弹簧在运动过程中的伸长量 (负值即为压缩量)
v1_rec=zeros(1,1000001);v2_rec=zeros(1,1000001);
x1_rec=zeros(1,1000001);x2_rec=zeros(1,1000001);%记录值
beta1=0;beta2=0;%浮子/振子角加速度 (以波浪推力正值方向为正)
w1=0;w2=0;%浮子/振子角速度 (以波浪推力方向为正)
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始点相对角度 (以波浪推力方向为正)
w1_rec=zeros(1,1000001);w2_rec=zeros(1,1000001);
theta1_rec=zeros(1,1000001);theta2_rec=zeros(1,1000001);%记录值
t=0;%当前时间
x_spr_ori=0.20196;%弹簧初始状态长度
x_h=0.2;%转轴架顶部与转轴距离
eta=8890.7;%静水恢复力矩参数
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    r2=x_spr_ori+x_h+x2+0.25;
    j2=1/12*m2+m2*r2^2;
    f_spr=m2*g*(1-cos(theta2))+k1*(x1*cos(theta2)-x2);
    a1=(f*cos(freq*t)-f_spr*cos(theta2)-zeta1*v1-sigma1*(v1*cos(theta2)-v2)*cos(theta2)-
    a2=(sigma1*(v1*cos(theta2)-v2)+f_spr)/m2;
    beta1=(l*cos(t*freq)-sigma2*(w1-w2)-eta*theta1-k2*(theta1-theta2)-zeta2*w1)/(j1+j3);
    beta2=(k2*(theta1-theta2)+sigma2*(w1-w2))/j2;
    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    v1=v1+a1*deltat;
    v2=v2+a2*deltat;
    theta1=theta1+w1*deltat;
    theta2=theta2+w2*deltat;
    w1=w1+beta1*deltat;
    w2=w2+beta2*deltat;
    v1_rec(1,i+1)=v1;v2_rec(1,i+1)=v2*cos(theta2);
    x1_rec(1,i+1)=x1;x2_rec(1,i+1)=x2*cos(theta2);%注意: 计算所用的x1为垂直方向
    %但x2为沿杆方向, 需乘以cos(theta2)才为垂直方向的位移
    w1_rec(1,i+1)=w1;w2_rec(1,i+1)=w2;
    theta1_rec(1,i+1)=theta1;theta2_rec(1,i+1)=theta2;
end
subplot(3,2,1);

```

```

plot([0:0.0001:100],x1_rec);
title('浮子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
subplot(3,2,2);
plot([0:0.0001:100],x2_rec);
title('振子相对初始位置位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
subplot(3,2,3);
plot([0:0.0001:100],v1_rec);
title('浮子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
subplot(3,2,4);
plot([0:0.0001:100],v2_rec);
title('振子速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
subplot(3,2,5);
plot([0:0.0001:100],x1_rec-x2_rec);
title('相对位移');
xlabel('时间/s');
ylabel('位移/m');
subplot(3,2,6);
plot([0:0.0001:100],v1_rec-v2_rec);
title('相对速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'速度','(m/s)'});
figure;
subplot(3,2,1);
plot([0:0.0001:100],theta1_rec);
title('浮子相对初始位置旋转度数');
xlabel('时间/s');
ylabel('角度/rad');
subplot(3,2,2);
plot([0:0.0001:100],theta2_rec);
title('振子相对初始位置旋转度数');
xlabel('时间/s');
ylabel('角度/rad');
subplot(3,2,3);
plot([0:0.0001:100],w1_rec);
title('浮子角速度');
xlabel('时间/s');
ylabel({'角速度','(rad/s)'});

```

```

subplot(3,2,4);
plot([0:0.0001:100],w2_rec);
title(' 振子角速度');
xlabel(' 时间/s');
ylabel({' 角速度',' (rad/s)'});
subplot(3,2,5);
plot([0:0.0001:100],theta1_rec-theta2_rec);
title(' 角度差');
xlabel(' 时间/s');
ylabel(' 角度/rad');
subplot(3,2,6);
plot([0:0.0001:100],w1_rec-w2_rec);
title(' 相对角速度');
xlabel(' 时间/s');
ylabel({' 角速度',' (rad/s)'});
v1_r=v1_rec(1:2000:234001);%每隔0.2s提取一次，其中23.32s时第40个周期结束，补为23.4s
v2_r=v2_rec(1:2000:234001);
x1_r=x1_rec(1:2000:234001);
x2_r=x2_rec(1:2000:234001);
w1_r=w1_rec(1:2000:234001);
w2_r=w2_rec(1:2000:234001);
theta1_r=theta1_rec(1:2000:234001);
theta2_r=theta2_rec(1:2000:234001);
ans_v1=v1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);%10,20,40,60,100s的结果
ans_v2=v2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x1=x1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_x2=x2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_w1=w1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_w2=w2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_theta1=theta1_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);
ans_theta2=theta2_rec([100001,200001,400001,600001,1000001]);

```

程序八：问题四求解得到的直线阻尼系数、旋转阻尼系数与输出功率的函数关系

```

%此代码为四题的评价函数/画图用函数
function p=func_four(x)
sigma1=x(1);%直线阻尼器系数
sigma2=x(2);%旋转阻尼器系数
m1=4866;%浮子质量
m2=2433;%振子质量
%由资料得自由浮体在水中的转轴为过自身的重心所在直线
h=2.2079;%浮子重心距离圆锥顶部的距离，计算方法见论文
dens=187.0506;%密度，求解原理见论文

```



```

j1=11575.083;%浮子转动惯量
j2=0;%振子转动惯量(在代码中求得)
rho=1025;%海水密度
g=9.8;%小g
k1=80000;%弹簧系数
k2=250000;%扭转弹簧系数
m3=1091.099;%垂荡附加质量
j3=7142.493;%纵摇附加转动惯量
freq=1.9806;%频率
T=1/freq;%周期
s=pi;%圆柱底面积
zeta1=528.5018;%垂荡兴波阻尼系数
zeta2=1655.909;%纵摇兴波阻尼系数
f=1760;%垂荡激励力振幅
l=2140;%纵摇激励力矩振幅
deltat=0.0001;%最小模拟时间间隔
v1=0;v2=0;%浮子/振子垂荡速度(x1以铅直向上方向为正)
%x2以沿杆方向向上为正
a1=0;a2=0;%浮子/振子垂荡加速度(方向同上)
x1=0;x2=0;%浮子/振子离各自初始点相对位移
%其中,x1为垂荡运动,只考虑竖直方向;
%x2为沿杆运动的位移,其等于弹簧在运动过程中的伸长量(负值即为压缩量)
beta1=0;beta2=0;%浮子/振子角加速度(以波浪推力正值方向为正)
w1=0;w2=0;%浮子/振子角速度(以波浪推力方向为正)
w=0;
theta1=0;theta2=0;%浮子/振子离各自初始点相对角度(以波浪推力方向为正)
t=0;%当前时间
x_spr_ori=0.20196;%弹簧初始状态长度
x_h=0.2;%转轴架顶部与转轴距离
eta=8890.7;%静水恢复力矩参数
for i=1:1000000
    t=t+deltat;
    r2=x_spr_ori+x_h+x2+0.25;
    j2=1/12*m2+m2*r2^2;
    f_spr=m2*g*(1-cos(theta2))+k1*(x1*cos(theta2)-x2);
    a1=(f*cos(freq*t)-f_spr*cos(theta2)-zeta1*v1-sigma1*(v1*cos(theta2)-v2)*cos(theta2)-
    a2=(sigma1*(v1*cos(theta2)-v2)+f_spr)/m2;
    beta1=(l*cos(t*freq)-sigma2*(w1-w2)-eta*theta1-k2*(theta1-theta2)-zeta2*w1)/(j1+j3);
    beta2=(k2*(theta1-theta2)+sigma2*(w1-w2))/j2;
    x1_t=x1;x2_t=x2;%临时存放
    theta1_t=theta1;theta2_t=theta2;%临时存放
    x1=x1+v1*deltat;
    x2=x2+v2*deltat;
    theta1=theta1+w1*deltat;
    theta2=theta2+w2*deltat;

```

```

w=w+abs((x1_t*cos(theta2_t)-x2_t-x1*cos(theta2)+x2)*sigma1*(v1*cos(theta2)-v2));%沿
w=w+abs((theta1-theta2-theta1_t+theta2_t)*sigma2*(w1-w2));%转动做功计算
v1=v1+a1*deltat;
v2=v2+a2*deltat;
w1=w1+beta1*deltat;
w2=w2+beta2*deltat;
end
p=-w/100;

```

程序九：模拟退火算法程序及优化过程示意图

```

%本题为第四题主代码
a = 0.98; % 温度衰减函数的参数
t0 = 100; tf = 3; t = t0;
Markov_length = 50; % Markov链长度
sol_new=[rand*100000,rand*100000];
% 产生初始解
% sol_new是每次产生的新解；sol_current是当前解；sol_best是冷却中的最好解；
E_current =1000;E_best = 1000;
% E_current是当前解对应的功；
% E_new是新解的功；
% E_best是最优解的
sol_current = sol_new; sol_best = sol_new;
num=0;
wlist=zeros(1,500);
while t>=tf
    num=num+1;
    for r=1:Markov_length % Markov链长度
        % 产生随机扰动
        if (rand < 0.5) % 随机决定是进行直线阻尼还是旋转阻尼扰动
            if(rand<0.5)
                sol_new(1)=sol_new(1)+200*t*rand;%直线阻尼
                if(sol_new(1)>100000)
                    sol_new(1)=100000;
                end
            else
                sol_new(1)=sol_new(1)-200*t*rand;%减去
                if(sol_new(1)<0)
                    sol_new(1)=0;
                end
            end
        end
    end
    else
        if(rand<0.5)

```

```

        sol_new(2)=sol_new(2)+200*t*rand;%旋转阻尼
        if(sol_new(2)>100000)
            sol_new(2)=100000;
        end
    else
        sol_new(2)=sol_new(2)-200*t*rand;%减去
        if(sol_new(2)<0)
            sol_new(2)=0;
        end
    end
end
    % 计算功
    E_new = func_four(sol_new);
    if E_new < E_current
        E_current = E_new;
        sol_current = sol_new;
        if E_new < E_best
            E_best = E_new;
            sol_best = sol_new;
        end
    else
        if rand < exp(-(E_new-E_current)./t)
            E_current = E_new;
            sol_current = sol_new;
        else
            sol_new = sol_current;
        end
    end
end
    t=t.*a;
    wlist(num)=-E_best;
    if(num>30)
        if(-E_best-wlist(num-30)<1e-6) %达到精度要求
            break;
        end
    end
end
plot([1:num],wlist(1:num));
hold on;
title('模拟退火步数/最优值关系图');
xlabel('降温次数');
ylabel({'最大功率','j/s'});

```

程序十：问题四绘制直线阻尼系数、旋转阻尼系数与输出功率的关系图

%本代码为第四问的画图代码

```
y=zeros(51);
```

```
for i=0:2000:100000
```

```
    for j=0:2000:100000
```

```
        y(i/2000+1,j/2000+1)=-func_four([i,j]);
```

```
    end
```

```
end
```

```
surf([0:2000:100000],[0:2000:100000],y);
```

```
hold on;
```

```
title('直线阻尼系数/旋转阻尼系数与平均功率关系');%由于时间均相同，故总做功大小与功率大小
```

```
ylabel('直线阻尼系数');
```

```
xlabel('旋转阻尼系数');
```

```
zlabel('平均功率');
```

程序十一：问题一及问题三动画代码

%本代码最高到100s，若仅想看较短时间的动画，可在

%程序运行时提前停止后播放

%本代码为1、3题所用动画代码，使用方法：

%1. 运行1或3题代码，并将其中的x1_rec、x2_rec(theta1_rec、theta2_rec)保留在工作区

%注意：一次只运行一个代码，否则后面的代码会更新工作区

%在运行第三问的代码之后若想运行第一问的代码，请先注意清空工作区的theta!

%2. 打开本程序并运行

%3. 在命令行窗口输入以下代码：

```
% set(gca,'ytick',[])
```

```
% set(gca,'xtick',[])
```

```
% movie(gca,F,1,50,[-3 -3 0 0])
```

%若您想更改速度，请将第四个参数改为您想要的每秒帧数

%如果您愿意，可以在循环中分别加入如下语句，以达到一些效果：

```
%line([-5,5],[0.5921,0.5921],'color','c','linestyle','-.');%加入水面
```

```
%line([center_2(1) 0],[center_2(2) center_1(2)],'color','r','linestyle','-.');%加入振子与
```

```
r2=0.65;
```

```
loops = 5001;
```

```
F(loops) = struct('cdata',[],'colormap',[]);
```

```
center_1=[0,0];
```

```
center_2=[0,0];
```

```
lines1_x_o=[-1 1;-1 1;-1 -1;1 1;-1 0;1 0]';
```

```
lines1_y_o=[4 4;0.8 0.8;4 0.8;4 0.8;0.8 0;0.8 0]';
```

```
lines1_y_o=lines1_y_o-2.2079;
```

```
lines2_x_o=[-0.5 0.5;-0.5 0.5;-0.5 -0.5;0.5 0.5]';
```

```
lines2_y_o=[-0.25 -0.25;0.25 0.25;-0.25 0.25;0.25 -0.25]';
```

```

for i=0:0.02:100
    num_0=round(i/0.0001)+1;
    num=round(i/0.02)+1;
    x1_move=x1_rec(num_0);
    x2_move=x2_rec(num_0);
    if(exist('theta1_rec','var'))
        theta1=theta1_rec(num_0);
        theta2=theta2_rec(num_0);
    else
        theta1=0;
        theta2=0;
    end
    center_1=[0,x1_move];
    center_2=[sin(theta2)*(r2+x2_move/cos(theta2)),(r2+x2_move/cos(theta2))*cos(theta2)];
    lines1y=lines1_y_o+center_1(2);
    lines2x=lines2_x_o+center_2(1);
    lines2y=lines2_y_o+center_2(2);
    lines1x=lines1_x_o;
    sp1=[cos(theta1) -sin(-theta1);sin(-theta1) cos(theta1)];
    sp2=[cos(theta2) -sin(-theta2);sin(-theta2) cos(theta2)];
    lines1_st=[lines1x(1,:);lines1y(1,:)];
    lines1_ed=[lines1x(2,:);lines1y(2,:)];
    lines2_st=[lines2x(1,:);lines2y(1,:)];
    lines2_ed=[lines2x(2,:);lines2y(2,:)];
    lines1_st=sp1*lines1_st;
    lines1_ed=sp1*lines1_ed;
    lines2_st=sp2*lines2_st;
    lines2_ed=sp2*lines2_ed;
    clf;
    axis equal;
    xlim([-5 5]);
    ylim([-5 5]);
    line([lines1_st(1,:);lines1_ed(1,:)],[lines1_st(2,:);lines1_ed(2,:)],'color','k','li
    line([lines2_st(1,:);lines2_ed(1,:)],[lines2_st(2,:);lines2_ed(2,:)],'color','b','li
    %若要加入最前面的功能语句，请在此处加入
    st=num2str(i,5);
    text(-5,4.5,['当前时间：',st]);
    drawnow limitrate;
    F(num) = getframe(gcf);
end

```
