

文章编号: 1001-4098(2006) 10-0001-05

# 复杂网络抗毁性研究综述<sup>\*</sup>

谭跃进, 吴 俊, 邓宏钟, 朱大智

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:** 自从小世界效应和无标度特性发现以来, 复杂网络的研究在过去几年得到了迅速发展, 其中复杂网络的抗毁性是研究焦点之一。本文首先从抗毁性分析、抗毁性优化两个方面详细综述了目前复杂网络抗毁性研究的进展。最后对复杂网络抗毁性研究存在的问题和未来发展的趋势进行了总结和展望。

**关键词:** 复杂网络; 抗毁性; 无标度网络

**中图分类号:** N 949      **文献标识码:** A

## 1 引言

“我们被网络包围着”, 几乎所有的复杂系统都可以抽象成网络模型, 这些网络往往有着大量的节点, 节点之间有着复杂的连接关系。例如, 人类社会是人通过各种社会关系连成的网络<sup>[1]</sup>, 英特网是由路由器和计算机连成的网络<sup>[2]</sup>, 万维网是由大量页面通过超链接组成的网络<sup>[3]</sup>, 神经系统可以看作大量神经细胞通过神经纤维相互连接形成的网络<sup>[4]</sup>, 甚至世界贸易<sup>[5]</sup>、城市经济<sup>[6]</sup>都可以描述成一个网络。自从小世界效应<sup>[7]</sup>和无标度特性<sup>[8]</sup>发现以来, 复杂网络的研究在过去几年得到了迅速发展, 其研究者来自图论、统计物理、计算机、生态学、社会学以及经济学等各个不同领域。对复杂网络的定性特征与定量规律的深入探索、科学理解以及可能的应用, 已成为网络时代复杂性科学研究中一个极其重要的挑战性课题<sup>[9, 10]</sup>。

随着复杂网络研究的兴起, 作为复杂网络最重要的研究问题之一, 复杂网络抗毁性 (invulnerability, survivable, reliability, stability, robustness, resilience, tolerance) 研究的重大理论意义和应用价值也日益凸显出来, 人们开始关注: 这些复杂的网络到底有多可靠? 例如, 在 2008 年的奥运会期间, 在高负载、出现突发事件情况下, 如何提高北京市的物资运输和人流输送网络的抗毁性、高效性, 对于确保奥运会的正常进行, 提高我国的形象和地位就具有极其重要的意义。对于大型企业的销售业务网, 提高抗毁性就是

提高企业的竞争力。生物领域也存在同样的问题, 基因网络中的一些核心基因的故障会带来灾难性的后果。军事领域中各种复杂网络的抗毁性研究更具意义和价值。40 多年以来, 军事指挥控制系统的体系结构发生了很大的变化, 以网络为中心的战争将成为未来战争的主要样式。在网络中心战所依赖的那个系统中, 包含了大量的精密设备以及为了使系统协调工作所必须联接的无数网络接口, 网络系统的抗毁性将直接关系到整个战争的成败。

下面从抗毁性分析、抗毁性优化两个方面详细综述目前复杂网络抗毁性研究的进展, 并对目前抗毁性研究中存在的问题和未来发展的趋势进行总结和展望。

## 2 复杂网络抗毁性分析

### 2.1 实证分析与仿真分析

复杂网络抗毁性研究最早始于 2000 年 Albert 等<sup>[11]</sup>的工作, 他们开始关注拓扑结构对复杂网络抗毁性的影响。他们分别把随机网络 (ER 模型) 和无标度网络 (BA 模型) 置于两种类型的打击策略之下: ① 随机失效。在这种打击中, 他们随机地移除网络中的节点, 这与网络中的随机故障相对应; ② 选择性攻击。按照节点连接度从大到小的顺序移除节点, 即仅仅拿掉了网络中的活动中心。Albert 等分别研究了不同网络面对不同打击条件下极大连通片 (giant component) 尺寸与网络规模之比  $S$  极大连通片平均最短路径  $l$  与节点移除比例  $f$  的关系。结果如图 1 所示。

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2006-09-06  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70501032)  
作者简介: 谭跃进 (1958-), 男, 湖南长沙人, 国防科技大学信息系统与管理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 系统优化与系统集成。

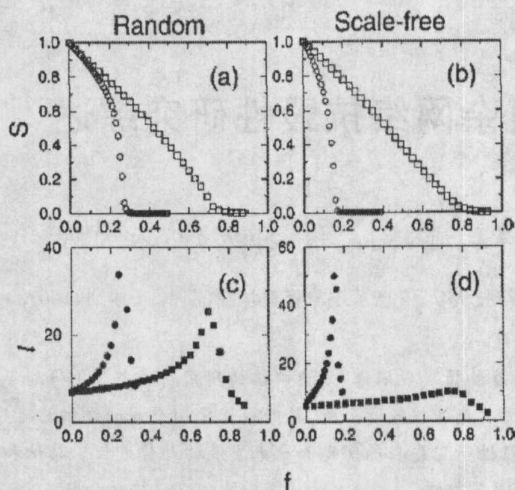


图1 不同打击策略下,无标度网络和随机网络的抗毁性。其中  $S$  为极大连通片尺寸与网络规模之比,  $l$  为极大连通片平均最短路径; (a)、(c) 对应节点数目  $N = 10000$ , 平均度  $\langle k \rangle = 4$  的; (b)、(d) 对应节点数目  $N = 10000$ , 平均度  $\langle k \rangle = 4$  的无标度网络 (BA 模型); 圆圈代表随机失效, 方块代表选择性攻击。

从图 1 可以看出,面对随机失效,无标度网络中  $l$  随  $f$  的增长要比随机网络中  $l$  随  $f$  增长慢得多,并且峰值也不那么明显。这表明,在随机失效下,无标度网络相对随机网络有着更强的抗毁性。在选择性攻击下,无标度网络要比随机网络崩溃的更早,只要少数“核心节点”被移除整个网络就陷入瘫痪。这表明无标度网络面对选择性攻击显得异常脆弱。无标度网络这种双重特性 (robust-yet-fragile) 也被称为“Achilles' heel”。在因特网和万维网上的实证分析验证了 Albert 等的结论。Albert 等的研究激起了大量研究人员研究网络抗毁性的兴趣。Broder 等<sup>[12]</sup>在万维网的许多更大子集合上独立研究,发现了与 Albert 等相似的结果。但 Broder 等就他们的研究结果作出了另外的解释。他们发现,为了破坏万维网的连通性,必须删除所有度数大于  $S$  的节点,这给网络造成的攻击性似乎更猛烈。因此,他们得出结论认为,网络对有针对性的攻击具有很强的抗毁性。

此后,很多学者对其它现实世界中的复杂网络抗毁性问题展开探讨,总体研究结果似乎都与 Albert 等所得结果一致,多数网络对于随机的节点删除都表现出抗毁性,而面对以最大度节点为目标的选择性攻击却相当脆弱。例如 Jeong 等<sup>[13]</sup>研究了蛋白质网络, Dunne 等<sup>[14]</sup>研究了食物链网络, Newman 等<sup>[15]</sup>研究了电子邮件网络, Magoni 等<sup>[16]</sup>研究了英特网, Samant 等<sup>[17]</sup>研究了 P2P 网络。有关复杂网络抗毁性的仿真研究,特别全面的要数 Holme 等<sup>[18]</sup>所作的工作。他们不仅考虑了节点删除的情况,还考虑了边删除的情况,此外还考虑了基于的介数 (betweenness centrality)<sup>[19-21]</sup>的攻击策略。

## 2.2 解析分析

2000年, Cohen 等<sup>[22]</sup>把网络抗毁性问题转化为广

义随机图 (generalized random graphs)<sup>[23]</sup>上的渗流问题,利用渗流理论 (percolation theory)<sup>[24,25]</sup>解析地研究了复杂网络的抗毁性。Cohen 等提出了一个计算崩溃临界概率  $f_c$  的准则,进而得到网络崩溃的临界移除比例  $f_c = 1 - 1/(\kappa_0 - 1)$ , 其中  $\kappa_0 = \langle k_0^2 \rangle / \langle k_0 \rangle$ 。2005年, Paul 等<sup>[26]</sup>对  $f_c = 1 - 1/(\kappa_0 - 1)$  的适用范围进行了详细讨论。

Cohen 等的研究中最重要结论是对于度分布为  $P(k) = Ck^{-\lambda}$  的无标度网络,当  $\lambda > 3$  时,网络总是存在一个小于 1 的临界值  $f_c$ 。然而当  $\lambda < 3$  时,如果  $N \rightarrow \infty$ , 则  $f_c \rightarrow 1$ ,这意味着在无限系统中随机失效几乎不可能使得网络崩溃。用相同的方法, Cohen 等<sup>[27]</sup>又解析地研究了复杂网络对选择性攻击的抗毁性。Cohen 等通过对临界移除比例  $f_c(m, \lambda)$  的解析分析发现,当  $\lambda > 2$  时,对任意  $\lambda$  无标度网络都会在一个较小临界值  $f_c$  发生相变,且  $f_c(m, \lambda)$  在  $\lambda = 2.25$  附近取最大值后开始随  $\lambda$  递减。由于 Cohen 等在推导过程中对度分布进行了连续性近似,所以得到的临界移除比例  $f_c$  过大, Dorogovtsev 等<sup>[28]</sup>对其进行了更为精确的推导。

和 Cohen 等一样, Callaway 等<sup>[29]</sup>也把网络抗毁性问题转换为一个广义随机图上的渗流问题,但他们采用了更为普遍的母函数方法。Callaway 等用母函数方法解析地给出了随机失效条件下的移除比例临界值。2002年, Schwartz 等<sup>[30]</sup>将计算推广到了有向图。

在上面的分析中,网络的失效模式只有随机失效与选择性攻击两种这显然与现实并不完全相符。Gallos 等<sup>[31]</sup>把网络的打击模式推广到了一般形式,他们给每个节点分配一个失效概率  $W$ ,它被定义为节点度的函数。Gallos 等结合仿真和解析的方法研究了不同失效模式下网络崩溃临

界值。此外 Vázquez等<sup>[32]</sup>还研究了考虑度关联条件下的网络抗毁性, Warren等<sup>[33]</sup>与 Rozenfeld等<sup>[34]</sup>还研究了空间模型上的连续渗流。

### 3 复杂网络抗毁性优化

复杂网络研究的一个主要内容,同时也是研究复杂网络的一个重要目的就是设计出更优越的网络<sup>[35]</sup>。在上一节中,我们分别从实证分析、仿真分析和解析分析三个方面综述了复杂网络抗毁性分析研究取得的相关进展,这部分成果大都属于“认识世界”的范畴,但也许更多的研究者关心的是如何“改造世界”,即如何设计、优化出更“好”的网络。

Shargel等<sup>[36]</sup>研究了参数可调 BA 模型上的抗毁性优化问题。他们引入两个可调参数  $p \in [0, 1]$ ,  $g \in [0, 1]$ , 分别对应 BA 模型中<sup>[8]</sup>的择优连接 (preferential attachment) 和网络增长 (growth), 当  $p = g = 0$  时该网络模型等价于随机网络 (ER 模型), 当  $p = g = 1$  时该网络模型等价于原始 BA 模型。Shargel 等通过仿真的方法优化参数组来优化网络的抗毁性, 他们发现当  $(p, g) = (1, 0)$  时, 网络具有较好的抗毁性。

Paul 等<sup>[37]</sup>研究了无标度网络、双幂率网络 (two power-law regimes)、双峰分布网络 (two-peak distribution) 等几种不同度分布网络中网络抗毁性的优化问题, 目的是同时提高网络对随机失效和选择性攻击的综合抗毁性。

Paul 等指出在他们所研究的几种度分布中, 双峰分布网络 ( $k_1 \approx \langle k \rangle$ ,  $k_2 \sim N^{2/3}$ ) 具有相对最强的综合抗毁性。

采用和 Paul 等类似的优化模型, Valente 等<sup>[38]</sup>将复杂网络的抗毁性优化研究推广到了更为普遍的广义随机网络上。Valente 等的研究表明当单独考虑随机失效或选择性攻击时, 最优度分布为双峰分布 (two-peak distribution, bimodal), 但当同时综合考虑随机失效和选择性攻击时, 最优度分布为三峰分布 (three-peak distribution), 即  $p(k_{\min}) + p(k^*) + p(k_{\max}) = 1$ , 其中  $k_{\min} < k^* < k_{\max}$ 。

文献<sup>[37]</sup>与文献<sup>[38]</sup>虽然都综合考虑了随机失效与选择性攻击, 但随机失效与选择性攻击并不是同时发生在

网络上。Tanizawa 等<sup>[39]</sup>研究了随机失效与选择性攻击同时作用时抗毁性的优化, 他们把随机失效与选择性攻击描述成一系列的“攻击波”, 在一轮攻击波中随机移除  $p^r$  节点, 选择性移除  $p^a$  节点。Tanizawa 等研究发现当度分布为双峰分布时  $f_c$  最大, 且  $f_c$  仅与  $p^a/p^r$  有关。

Wang 等<sup>[40]</sup>研究了复杂网络抗毁性的熵优化问题。他们发现网络越不均匀, 其面对随机故障的抗毁性越强。因此他们把网络面对随机故障的抗毁性优化转化为度分布熵<sup>[41]</sup>的优化。利用熵优化模型, 他们研究了无标度网络面对随机故障的抗毁性, 他们发现当无标度网络的最小度  $m$  给定的条件下, 网络的抗毁性随网络规模  $N$  的增加而增强, 随网络的标度指数  $\lambda$  的增加而减弱, 随网络平均度  $\langle k \rangle$  的增加而增强。

### 4 总结与展望

从上面的介绍可以看出复杂网络抗毁性研究正方兴未艾, 而且所得结果已经在很大程度上改变和拓展了我们对网络抗毁性的认识。复杂网络不仅仅是一种常见的复杂系统的结构形态, 它还可以作为复杂系统结构拓扑特性的模型<sup>[10]</sup>, 因而复杂网络抗毁性研究必将对复杂系统的抗毁性研究产生重大的推动作用, 成为系统科学的一个重要研究内容。

在过去的几年中, 虽然复杂网络抗毁性研究方面取得了重大的进展, 但大部分的研究成果都未能跳出 Albert 等<sup>[11]</sup>工作的框架, 即研究不同度分布网络对于不同打击模式的抗毁性, 对于复杂网络微观结构对网络抗毁性的影响还缺乏深入认识, 如网络的群聚属性 (clustering)<sup>[7]</sup>、网络的相称混合 (assortative mixing)<sup>[42, 43]</sup>对抗毁性的影响, 加权网络的抗毁性、考虑级联失效的网络抗毁性等等, 这些都还需要我们进一步去深入研究。此外, 目前的研究大多从“共性”角度入手, 试图揭示复杂网络抗毁性的一般规律, 从而忽视了不同应用背景下网络抗毁性的“特殊性”。以实际网络为背景, 对其抗毁性进行建模、分析、优化、控制将是未来复杂网络抗毁性研究的重要方向。

### 参考文献:

[1] Wasserman S, Faust K. Social network analysis: methods and applications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

[2] Vázquez A, Pastor-Satorras R, Vespignani A. Large-scale topological and dynamical properties of the internet[J]. Phys. Rev. E, 2002, 65(6): 066130.

[3] Adamic L A, Huberman B A. Power-law distribution of the world wide web[J]. Science, 2000, 287: 2115.

[4] Sporns O. Network analysis, complexity, and brain function[J]. Complexity, 2002, 8(1): 56~ 60.

[5] Serrano M A, Boguá M. Topology of the world trade web[J]. Phys. Rev. E, 2003, 68(1): 015101.

[6] Andersson C, Hellervik A, Lindgren K. Urban economy as a scale-free network[J]. Phys. Rev. E, 2003, 68(3): 036124.

- [7] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of "small-world" networks[J]. *Nature*, 1998, 393: 440~ 442.
- [8] Barabási A-L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999, 286: 509~ 512.
- [9] 汪秉宏,周涛,何大韧. 统计物理学与复杂系统研究最新发展趋势分析 [J]. *中国基础科学*, 2005, 7(3): 37~ 43.
- [10] 车宏安,顾基发. 无标度网络及其系统科学意义 [J]. *系统工程理论与实践*, 2004, 24(4): 11~ 16.
- [11] Albert R, Jeong H, Barabási A-L. Error and attack tolerance of complex networks[J]. *Nature*, 2000, 406: 378~ 382.
- [12] Broder A, Kumar R, Maghoul F, et al. Graph structure in the Web[J]. *Computer Networks*, 2000, 33(1): 309~ 320.
- [13] Jeong H, Mason S, Barabási A-L, et al. Lethality and centrality in protein networks[J]. *Nature*, 2001, 411: 41~ 42.
- [14] Dunne J A, Williams R J, Martinez N D. Network structure and biodiversity loss in food webs: robustness increases with connectance[J]. *Ecology Letters*, 2002, 5: 558~ 567.
- [15] Newman M E J, Forrest S, Balthrop J. Email networks and the spread of computer viruses[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 66(3): 035101.
- [16] Magoni D. Tearing down the internet[J]. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 2003, 21(6): 949~ 960.
- [17] Samant K, Bhattacharyya S. Proceedings of the Hawaii International Conference on System Sciences[C]. IEEE Computer Society, 2004.
- [18] Holme P, Kim B J, Yoon C N, et al. Attack vulnerability of complex networks[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 65(5): 056109.
- [19] Barthélemy M. Betweenness centrality in large complex networks[J]. *Euro. Phys. J. B*, 2004, 38(2): 163~ 168.
- [20] Freeman L C. A set of measures of centrality based upon betweenness[J]. *Sociometry*, 1977, 40: 35~ 41.
- [21] Goh K-I, Oh E, Jeong H, et al. Classification of scale-free networks[J]. *Proc. Natl. Acad. Sci. U S A*, 2002, 99: 12583 ~ 12588.
- [22] Cohen R, Erez K, ben-Avraham D, et al. Resilience of the Internet to random breakdowns[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(21): 4626~ 4628.
- [23] Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. *Phys. Rev. E*, 2001, 64(2): 26118.
- [24] Broadbent S R, Hammersley J M. Percolation processes. I. Crystals and mazes[J]. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1957, 53: 629~ 641.
- [25] Hammersley J M. Percolation processes. II. The connective constant[J]. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1957, 53: 642 ~ 645.
- [26] Paul G, Sreenivasan S, Stanley H E. Resilience of complex networks to random breakdown[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 72(5): 056130.
- [27] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D. Breakdown of the Internet under Intentional Attack[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 86(16): 3682~ 3685.
- [28] Dorogovtsev S N, Mendes J F F. Comment on "Breakdown of the Internet under intentional attack" [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 87(21): 219801.
- [29] Callaway D S, Newman M E J, Strogatz S H, et al. Network robustness and fragility: percolation on random graphs[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(25): 5468~ 5471.
- [30] Schwarte N, Cohen R, Ben-Avraham D, et al. Percolation in directed scale-free networks[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 66(1): 015104.
- [31] Gallos L K, Cohen R, Argyrakis P, et al. Stability and topology of scale-free networks under attack and defense strategies[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 94(18): 188701.
- [32] Vázquez A, Moreno Y. Resilience to damage of graphs with degree correlations[J]. *Phys. Rev. E*, 2003, 67(1): 015101.
- [33] Warren C P, Sander L M, Sokolov I. Geography in a scale-free network model[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 66(5): 056105.

[34] Rozenfeld A F, Cohen R, Ben Avraham D, et al. Scale-free networks on lattices [ J]. Phys. Rev. Lett. , 2002, 89: 218701.

[35] 朱涵,王欣然,朱建阳.网络“建筑学” [J].物理 ,2003, 32(6): 364~ 369.

[36] Shargel B, Sayama H, Epstein I R, et al. Optimization of robustness and connectivity in complex networks[J]. Phys. Rev. Lett. , 2003, 90(6): 068701.

[37] Paul G, Tanizawa T, Havlin S. et al. Optimization of robustness of complex networks[J]. Eur. Phys. J. B. 2004, 38( 2): 187~ 191.

[38] Valente A X C N, Sarkar A, Stone H A. Two-peak and three-peak optimal complex networks[J]. Phys. Rev. Lett. , 2004, 92(11): 118702.

[39] Tanizawa T, Paul G, Cohen R, et al. Optimization of network robustness to waves of targeted and random attacks [ J]. Phys. Rev. E, 2005, 71(4): 047101.

[40] Wang B, Tang H W, Guo C H, et al. Entropy Optimization of Scale-free Networks Robustness to Random Failures [ J]. Physica A, 2005, 363 591~ 596.

[41] Sołł R V, Alverde S V. Information theory of complex networks on evolution and architectural constraints [J]. Lect. Notes. Phys. , 2004, 650 189~ 207.

[42] Newman M E J. Mixing patterns in networks[J]. Phys. Rev. E, 2003, 67( 2): 026126.

[43] Newman M E J. Assortative mixing in networks[J]. Phys. Rev. Lett. , 2002, 89( 20): 208701.

## Invulnerability of Complex Networks A Survey

TAN Yue-Jin, WU Jun, DENG Hong-Zhong, ZHU Da-Zhi

( School of Information Systems and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** In the past few years, the discovery of small-world and scale-free properties has stimulated a great deal of interest in studying the underlying organizing principles of various complex networks. As a focus, the study on invulnerability of complex networks has made quick progress along with the development of complex network theory. In this paper, the conventional studies on invulnerability based on graph theory are reviewed firstly. The progress in analysis and optimization of invulnerability is reviewed in detail, respectively. Specially, the study on invulnerability considering cascade failure in complex networks is reviewed. Finally, the open questions and development trend are summarized and discussed.

**Key words** Complex Networks; Invulnerability; Scale-free Networks