

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «**Национальный исследовательский университет ИТМО**»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №5
«**Интерполяция функции**»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: 1

Преподаватели:

Малышева Татьяна Алексеевна
Машина Екатерина Алексеевна

Выполнил:

Бондарев Алексей Михайлович

Группа: P3212

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

1. Вычислительная реализация задачи

1. Выбрать таблицу $y = f(x)$:

	x	y	N варианта	X ₁	X ₂
Таблица 1.1	0.25	1.2557	1	0.251	0.402
	0.30	2.1764			
	0.35	3.1218			
	0.40	4.0482			
	0.45	5.9875			
	0.50	6.9195			
	0.55	7.8359			

2. Построить таблицу конечных разностей:

i	x _i	y _i =f(x _i)
0	0,25	1,2557
1	0,30	2,1764
2	0,35	3,1218
3	0,40	4,0482
4	0,45	5,9875
5	0,50	6,9195
6	0,55	7,8359

i	Δ ⁰ y	Δ ¹ y	Δ ² y	Δ ³ y	Δ ⁴ y	Δ ⁵ y	Δ ⁶ y
0	1,2557	0,9207	0,0247	−0,0437	1,0756	−4,1277	10,1917
1	2,1764	0,9454	−0,0190	1,0319	−3,0521	6,0640	
2	3,1218	0,9264	1,0129	−2,0202	3,0119		
3	4,0482	1,9393	−1,0073	0,9917			

4	5,9875	0,9320	-0,0156				
5	6,9195	0,9164					
6	7,8359						

3. Вычислить значения функции для аргумента X_1 , используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона:

Воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования **вперед**, так как $X_1 = 0.251$ лежит в левой половине отрезка:

$$t = (X_1 - x_0)/h = (0,251 - 0,25)/0,05 = 0,02$$

$$P(X_1) = y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{6} \Delta^3 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{24} \Delta^4 y_0 + \dots$$

член	значение
y_0	1,2557
$t\Delta y_0$	+0,0184
$t(t-1)2\Delta^2 y_0$	-0,0002
$t(t-1)(t-2)6\Delta^3 y_0$	-0,0003
$t(t-1)(t-2)(t-3)24\Delta^4 y_0$	-0,0052

$$f(0,251) \approx 1,2201$$

4. Вычислить значения функции для аргумента X_2 , используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса:

Центральная точка $a = 0.65$, $X_2 = 0.645 < 0.65$, то есть $x < a \rightarrow$ используем **первую** интерполяционную формулу Гаусса.

$$p = (X_2 - x_3)/h = (0,402 - 0,40)/0,05 = 0,04$$

$$P(X_2) = y_3 + p \Delta y_{3-\frac{1}{2}} + \frac{p(p-1)}{2} \Delta^2 y_2 + \frac{(p+1)p(p-1)}{6} \Delta^3 y_{\frac{3}{2}} + \frac{(p+1)p(p-1)(p-2)}{24} \Delta^4 y_1 + \dots$$

член	индекс	значение
y_3	—	4,0482
$p \Delta y_3 - 12$	$y_4 - y_3$	+0,0776
$p(p-1)2\Delta^2 y_2$	1,0129	-0,0194
$(p+1)p(p-1)6\Delta^3 y_1.5$	-2,0202	+0,0134
$(p+1)p(p-1)(p-2)24\Delta^4 y_1$	-3,0521	-0,0100

$$f(0,402) \approx 4,1098$$

2. Программная реализация задачи

<https://github.com/666Daredevil666/calmath/tree/main/lab5>

Результаты выполнения программы при различных исходных данных:

```

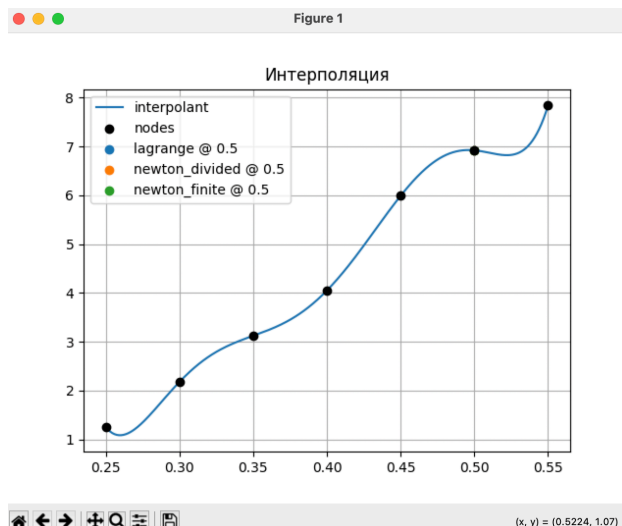
1 - клавиатура
2 - csv-файл
3 - встроенная функция
Выбор: 2
Имя CSV-файла: variant1.csv

Таблица конечных разностей:
  1.2557    0.9207    0.0247   -0.0437    1.0756   -4.1277   10.1917
  2.1764    0.9454   -0.019    1.0319   -3.0521    6.064
  3.1218    0.9264    1.0129   -2.0202    3.0119
  4.0482    1.9393   -1.0073    0.9917
  5.9875    0.932   -0.0156
  6.9195    0.9164
  7.8359

x* = 0.5

≈ f(0.5)
  lagrange: 6.9195
  newton_divided: 6.9195
  newton_finite: 6.9195

```



```

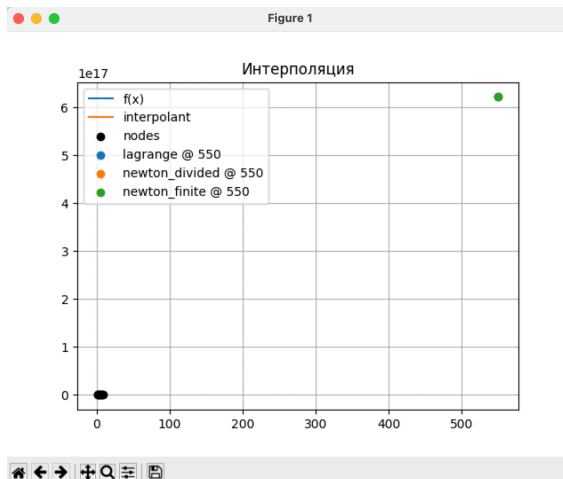
1 - клавиатура
2 - csv-файл
3 - встроенная функция
Выбор: 3
Функция ['sin', 'cos', 'exp', 'log']: exp
a = 1
b = 9
n ≥ 2: 8

Таблица конечных разностей:
2.71828    5.80547    12.3988    26.4804    56.5545    120.784    257.961    550.931
8.52376    18.2043    38.8792    83.0349    177.339    378.745    808.892
26.7281    57.0835    121.914    260.374    556.084    1187.64
83.8116    178.998    382.288    816.458    1743.72
262.809    561.286    1198.75    2560.18
824.095    1760.03    3758.93
2584.13    5518.96
8103.08

x* = 550

≈ f(550.0)
lagrange: 6.218215314e+17
newton_divided: 6.218215314e+17
newton_finite: 6.218215314e+17
exact: 7.277212332e+238
abs error: 7.277e+238

```



Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы мною были рассмотрены и реализованы методы интерполяции Ньютона и Гаусса для заданной таблицы данных. Интерполяция позволяет нам предсказывать значения функции в промежуточных точках на основе имеющихся данных.

С помощью разработанной программы были вычислены приближенные значения функции для заданных аргументов с использованием методов Ньютона и Гаусса. Было проведено сравнение результатов, полученных разными методами.

Результаты показали, что оба метода могут быть эффективно использованы для интерполяции, но их точность может зависеть от конкретной функции и распределения данных. Эта работа подчеркивает важность выбора подходящего метода интерполяции в соответствии с требованиями конкретной задачи.