

Домашнее задание 13. Простая геометрияАвтор: *Головко Денис*, Б05–225**Загадка 2.***Разгадка.*

Решим загадку с помощью бинарного поиска для определения максимально возможного радиуса корабля, который может пройти по реке, избегая столкновений с островами. Если корабль способен пройти с радиусом r , то он также сможет пройти между двумя окружностями островов, если расстояние между их центрами (за вычетом их радиусов) меньше, чем удвоенный радиус корабля, и если расстояние от центра окружности до берега (за вычетом радиуса окружности) меньше радиуса корабля.

Тогда разгадка будет такая: зафиксируем радиус r и построим граф, где вершинами будут окружности островов и два берега реки. Ребра проведем между двумя вершинами, если корабль может пройти между ними без столкновения. Затем проверяем существование пути от одного берега до другого в этом графе. Существование такого пути эквивалентно возможности прохождения корабля по реке с радиусом r . Так как количество рёбер будет $O(n^2)$, то dfs будет работать за $O(n^2 + n)$.

Асимптотика. $O(n^2 \log(\frac{D}{\epsilon}))$ **Загадка 4.***Разгадка.*

Прямоугольник минимальной площади имеет сторону, коллинеарную одной из сторон многоугольника. Чтобы его найти, можно сначала построить вокруг точек выпуклую оболочку. Тогда переберём все стороны выпуклой оболочки, чтобы понять их длины. Для этого найдём касательную к многоугольнику параллельную выбранной стороне и не совпадающей с ней, что мы можем сделать с помощью бинарного поиска по углу между касательной и сторонами выпуклой оболочки. После нахождения этих касательных, мы можем вычислить длины сторон прямоугольника, а следовательно, и его площадь. Сравниваем полученную площадь с площадью лучшего на данный момент прямоугольника и, если она меньше, обновляем наш лучший ответ.

Асимптотика. $O(n \log n)$ **Загадка 5.***Разгадка.*

Сначала создадим выпуклую оболочку из данного набора точек. Затем, при обработке каждого запроса, определим две линии, касательные к этой оболочке и параллельные заданной прямой из запроса. Если заданная прямая лежит между этими двумя касательными, то результатом будет *true*. В противном случае, *false*.

Асимптотика. $O((n + q) \log n)$