

数据库系统原理

引用中国人民大学信息学院原版PPT
华中科技大学计算机学院左琼修改版

School of Computer Science and Technology , HUST
2017

2.4 关系代数运算小结：

- 5 种基本运算（并 \cup 、差 $-$ 、笛卡尔积 \times 、投影 σ 、选择 π ）
- 其它运算（交 \cap 、连接 \bowtie 、除 \div ）均可用 5 种基本运算来表达，引进它们并不增加语言的能力，但可以简化表达：
 - $R \cap S = R - (R - S) = S - (S - R)$
 - $R \bowtie S = \pi_{i_1, \dots, i_m}(\sigma_{R.A_1=S.A_1 \wedge R.A_2=S.A_2 \dots \wedge R.A_k=S.A_k}(R \times S))$
 - $R \div S = \pi_{1,2,\dots,r-s}(R) - \pi_{1,2,\dots,r-s}((\pi_{1,2,\dots,r-s}(R) \times S) - R)$
- 关系代数中，这些运算经有限次复合后形成的式子称为关系代数表达式。利用这些表达式可以实现对关系数据库的各种操作（插入、删除、修改、查询）。

R		S
Sno	Cno	Cno
.....

假设R包含全部学生的选课信息，S包含全部计算机专业课程号。**查询选修了全部计算机专业课程的学生学号。**

- **思路1:** 对每个选课的学生，求出他选修的所有课程的课程号集合，如果这个集合包含S，则将其学号加入结果集；
- **思路2:** 对每个选课的学生，求其学号与S的笛卡尔集U，如果 $U - R$ 为空，则将其学号加入结果集；
- **思路3:** 先求出所有选了课的学生的学号集合T，对于每个选课的学生，求其学号与S的笛卡尔积U，如果 $U - R$ 不为空，则从T中去掉其学号；
- **思路4:** 先求出所有选了课的学生的学号集合T，再求T与S的笛卡尔积U，如果 $U - R$ 的结果W不为空，则该集合中包含的就是缺选了S中课程的学生缺选记录，求W在Sno上的投影V，得到缺选学生的学号， $T - V$ 为最终结果Y。

5. 课堂练习

S

■ 例题：教学数据库

C

课程号 Cno	课程名 Cname	先行课 Cpno	学分 Ccredit
1	数据库	5	4
2	数学		2
3	信息系统	1	4
4	操作系统	6	3
5	数据结构	7	4
6	数据处理		2
7	PASCAL	6	4

学号 Sno	姓名 Sname	性别 Ssex	年龄 Sage	系别 Sdept
95001	李勇	男	20	CS
95002	刘晨	女	19	IS
95003	王敏	女	18	MA
95004	张立	男	19	IS

SC

学号 Sno	课程号 Cno	成绩 Grade
95001	1	92
95001	2	85
95001	3	88
95002	2	90
95002	3	80

5. 课堂练习

S (Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)

C (Cno, Cname, Cpro, Ccredit)

SC (sno, cno, grade)

1. 查询学习课程号为2的学生学号和成绩。

$\pi_{\text{sno,grade}} (\sigma_{\text{cno}='2'}(\text{SC}))$

2. 查询学习课程号为2的学生学号和姓名。

$\pi_{\text{sno,sname}} (\sigma_{\text{cno}='2'}(\text{S} \bowtie \text{SC}))$

3. 查询选修了“数据库”课程的学生学号和姓名。

$\pi_{\text{sno,sname}} (\sigma_{\text{cname}='数据库'}(\text{S} \bowtie \text{SC} \bowtie \text{C}))$

4. 查询至少选修了2号课程和4号课程的学生学号。

$\pi_{\text{sno}} (\sigma_{[1]=[4] \wedge [2]='2' \wedge [5]='4'}(\text{SC} \times \text{SC}))$

或：先建立一个临时关系 $K(\text{Cno})$, $\pi_{\text{Sno,Cno}}(\text{SC}) \div K$

Cno

2

4

5. 课堂练习

S (Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)

C (Cno, Cname, Cpno, Ccredit)

SC (sno, cno, grade)

5. 查询不学2号课程的学生姓名、年龄。

$$\pi_{\text{sname,sage}}(\mathbf{S}) - \pi_{\text{sname,sage}}(\sigma_{\text{cno}='2'}(\mathbf{S} \bowtie \mathbf{SC}))$$

6. 查询选修了全部课程的学生学号和姓名。

$$\pi_{\text{Sno,Cno}}(\mathbf{SC}) \div \pi_{\text{Cno}}(\mathbf{C}) \bowtie \pi_{\text{Sno,Sname}}(\mathbf{S})$$

7. 查询至少选修了学号为95002的学生所修全部课程的学生学号。

$$\pi_{\text{Sno,Cno}}(\mathbf{SC}) \div \pi_{\text{Cno}}(\sigma_{\text{Sno}='95002'}(\mathbf{SC}))$$



第二章 关系数据库

2.1 关系模型概述

2.2 关系数据结构

2.3 关系的完整性

2.4 关系代数

2.5 关系演算

2.6 小结

2.5 关系演算

- 关系演算：以数理逻辑中的谓词演算为基础。
- 按谓词变元不同进行分类：

1.元组关系演算：

以元组变量作为谓词变元的基本对象

元组关系演算语言ALPHA

2.域关系演算：

以域变量作为谓词变元的基本对象

域关系演算语言QBE

2.5.1 元组关系演算

- 用元组作为谓词变量的一种谓词演算方法。
元组关系演算表达式的一般形式为：

$$\{ t \mid P(t) \}$$

表示所有使 $P(t)$ 为真的元组集合。

其中：

- t —— 元组变量。表示一个元组，若 t 中有多个分量，表示为 $t[1]$, $t[2]$,;
- $P(t)$ —— 由原子公式和运算符组成的复合公式。

2.5.1 元组关系演算

❖ 原子公式有下列三种形式：

① $R(s)$

R 是关系名， s 是元组变量。含义： s 是关系 R 的一个元组。

② $s[i]\theta u[j]$

s 和 u 是元组变量， θ 是算术比较运算符。含义：元组 s 的第 i 个分量与元组 u 的第 j 个分量之间满足 θ 关系。

③ $s[i]\theta a$

元组 s 的第 i 个分量值与常量 a 之间满足 θ 关系。

❖ 运算符包括四类：

① 括号 $()$

② 算术运算符： $> \geq = < \leq \neq$

③ 存在量词 \exists ，全称量词 \forall

④ 逻辑运算符： $\neg \wedge \vee$

2.5.1 元组关系演算

公式的递归定义如下：

- ① 原子公式 P 是一个公式。其值为 P 的真、假值。
- ② 如果 P_1 和 P_2 是公式，那么 $\neg P_1$ 、 $P_1 \wedge P_2$ 、 $P_1 \vee P_2$ 也是公式。其真假值遵循逻辑运算的一般原则。
- ③ 如果 P 是公式，那么 $(\exists t)P(t)$ 也是公式。设元组变量的域集 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ ， $(\exists t)P(t) \Leftrightarrow P(t_1) \vee P(t_2) \vee \dots \vee P(t_n)$ ，至少存在一个元组 t_i 使得公式 P 为真，否则为假。
- ④ 如果 P 是公式，那么 $(\forall t)P(t)$ 也是公式。设元组变量的域集 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ ， $(\forall t)P(t) \Leftrightarrow P(t_1) \wedge P(t_2) \wedge \dots \wedge P(t_n)$ ，所有元组 t_i 使得公式 P 为真时上式为真，否则为假。

t 在 P 中是自由变量，在 $(\exists t)P(t)$ 和 $(\forall t)P(t)$ 中是约束变量，即：
自由元组变量——在一个公式中 t 未用 \exists 、 \forall 符号定义；
约束元组变量——在一个公式中 t 用 \exists 、 \forall 符号定义；

2.5.1 元组关系演算

例：设有两个关系 R 和 S，求表达式的值：

1) $R_1 = \{ t \mid S(t) \wedge t[1] > 2 \}$

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

R_1

A	B	C
3	4	6
5	6	9

2) $R_2 = \{ t \mid R(t) \wedge \neg S(t) \}$

S

A	B	C
1	2	3
3	4	6
5	6	9

R_2

A	B	C
4	5	6
7	8	9

3) $R_3 = \{ t \mid (\exists u)(S(t) \wedge R(u) \wedge t[3] < u[1]) \}$

R_3

A	B	C
1	2	3
3	4	6

2.5.1 元组关系演算

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

A	B	C
1	2	3
3	4	6
5	6	9

$$4) R_4 = \{ t \mid (\forall u)(R(t) \wedge S(u) \wedge t[3] > u[1]) \}$$

R₄

A	B	C
4	5	6
7	8	9

$$5) R_5 = \{ t \mid (\exists u)(\exists v)(R(u) \wedge S(v) \wedge u[1] > v[2] \wedge t[1] = u[2] \wedge t[2] = v[3] \wedge t[3] = u[1]) \}$$

R₅

R.B	S.C	R.A
5	3	4
8	3	7
8	6	7
8	9	7

应用

S (Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)
C (Cno, Cname, Cpno, Ccredit)
SC (sno, cno, grade)

例1：查询CS系的学生信息

$\{ t \mid S(t) \wedge t[5] = 'CS' \}$

例2：查询学习课程号为2的学生学号。

$\{ t \mid (\exists u)(SC(u) \wedge u[2] = '2' \wedge t[1] = u[1]) \}$

例3：查询选修了“数据库”课程的学生学号。

$\{ t \mid (\exists u)(\exists v)(SC(u) \wedge C(v) \wedge v[1] = u[2] \wedge v[2] = '数据库' \wedge t[1] = u[1]) \}$

例4：查询选修了全部课程的学生学号。

$\{ t \mid (\forall u)(C(u) \wedge (\exists v)(SC(v) \wedge v[2] = u[1] \wedge t[1] = v[1])) \}$

2.5.1 元组关系演算语言ALPHA

- 由E.F.Codd提出，
INGRES所用的QUEL语言是参照ALPHA语言研制的
- 语句：
 - 检索语句
 - GET
 - 更新语句
 - PUT, HOLD, UPDATE, DELETE, DROP
- 基本格式：
操作语句 工作空间名 (表达式1) : 操作条件



ALPHA语言—GET示例

[例1] 查询所有被选修的课程号码。

GET W (SC.Cno)

[例2] 查询信息系(IS)中年龄小于20岁的学生的学号和年龄

GET W (Student.Sno, Student.Sage):

Student.Sdept='IS' ^ Student.Sage<20

[例3] 查询信息系年龄最大的三个学生的学号及其年龄，结果按年龄降序排序。

GET W (3) (Student.Sno, Student.Sage):

Student.Sdept='IS' DOWN Student.Sage

ALPHA语言—GET示例

[例4] 查询选修2号课程的学生们的名字。

RANGE SC X

GET W (Student.Sname):

$\exists X(X.Sno=Student.Sno \wedge X.Cno= '2')$

[例5] 查询选修了全部课程的学生姓名。

RANGE Course CX

RANGE SC SCX

GET W (Student.Sname):

$\forall CX \exists SCX (SCX.Sno=Student.Sno \wedge SCX.Cno=CX.Cno)$

2.5.2 域关系演算

- 域关系演算类似于元组关系演算，不同之处是用域变量代替元组变量的每一个分量，域变量的变化范围是某个值域而不是一个关系。域演算表达式形为：

$$\{ t_1 \dots t_k \mid P(t_1, \dots, t_k) \}$$

其中 $P(t_1, \dots, t_k)$ 是关于自由域变量 t_1, \dots, t_k 的公式。

- 域关系演算的公式中也可使用 \wedge 、 \vee 、 \neg 等逻辑运算符，也可用 $(\exists x)$ 和 $(\forall x)$ 形成新的公式，但变量 x 是域变量，不是元组变量。
- 域演算的原子公式：
 - ① $R(x_1 \dots x_k)$ ： R 是一个 k 元关系， x_i 是常量或域变量。
含义：由 x_1, \dots, x_k 组成的元组在关系 R 中。
 - ② $x \theta y$ ： x, y 是常量或域变量，但至少有一个是域变量， θ 是算术比较符。含义： x 和 y 之间满足关系 θ 。

例：设有R、S和W三个关系，求表达式的值：

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

A	B	C
1	2	3
3	4	6
5	6	9

W

D	E
7	5
4	8

1) $R_1 = \{xyz \mid R(xyz) \wedge x < 5 \wedge y > 3\}$

R_1

A	B	C
4	5	6

2) $R_2 = \{xyz \mid R(xyz) \vee (S(xyz) \wedge y = 4)\}$

R_2

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9
3	4	6

3) $R_3 = \{xyz \mid (\exists u)(\exists v)(R(zxu) \wedge W(yv) \wedge u > v)\}$

R_3

A	B	C
5	7	4
8	7	7
8	4	7

应用示例

S (Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)

C (Cno, Cname, Cpno, Ccredit)

SC (sno, cno, grade)

例1： 查询计算机系(IS)的全体学生。

$\{ abcde \mid S(abcde) \wedge e = 'CS' \}$

例2： 查询年龄小于20岁的学生。

$\{ abcde \mid S(abcde) \wedge d < 20 \}$

例3： 检索选修课程号为5的学生学号和姓名。

$\{ ab \mid (\exists u)(\exists v)(S(abcde) \wedge SC(uvw) \wedge a=u \wedge v='5') \}$

关系运算的安全性

- ❖ 关系演算有可能会产生无限关系和无穷验证，这样的表达式是不安全的。例如： $\{ t \mid \neg R(t) \}$ ， $(\forall u)(\omega(u))$ 。
- ❖ 不产生无限关系和无穷验证的运算称为安全运算。其运算表达式称为安全表达式，所采取的措施称为安全限制。
- ❖ 在关系演算中，引入公式P的域概念，用DOM(P)表示。

DOM(P) = 显式出现在P中的值 + 在P中出现的关系的元组中出现的值（不必是最小集）

- ❖ 满足下列条件时，称元组演算表达式 $\{ t \mid P(t) \}$ 是安全的：
 - 出现在表达式 $\{ t \mid P(t) \}$ 结果中的所有值均来自DOM(P)；
 - 对P中的每个形如 $(\exists u)(\omega(u))$ 的子式，若u使 $\omega(u)$ 为真，则u的每个分量必属于 DOM(P)。
 - 对P中的每个形如 $(\forall u)(\omega(u))$ 的子式，若u使 $\omega(u)$ 为假，则u的每个分量必属于 DOM(P)。

R

A	B
a1	b1
a2	b2

$$R_1 = \{ t \mid \neg R(t) \}$$

$$\text{DOM}(P) = \{ \{a1, a2\}, \{b1, b2\} \}$$

R₁

A	B
a2	b1
a1	b2

S

A	B
1	d
5	b
6	c
7	d

$$R_2 = \{ t \mid (\exists u)(S(u) \wedge u[1] > 3 \wedge t[1] = u[2]) \}$$

$$\text{DOM}(P) = \{ \{1, 5, 6, 7, 3\}, \{d, b, c\} \}$$

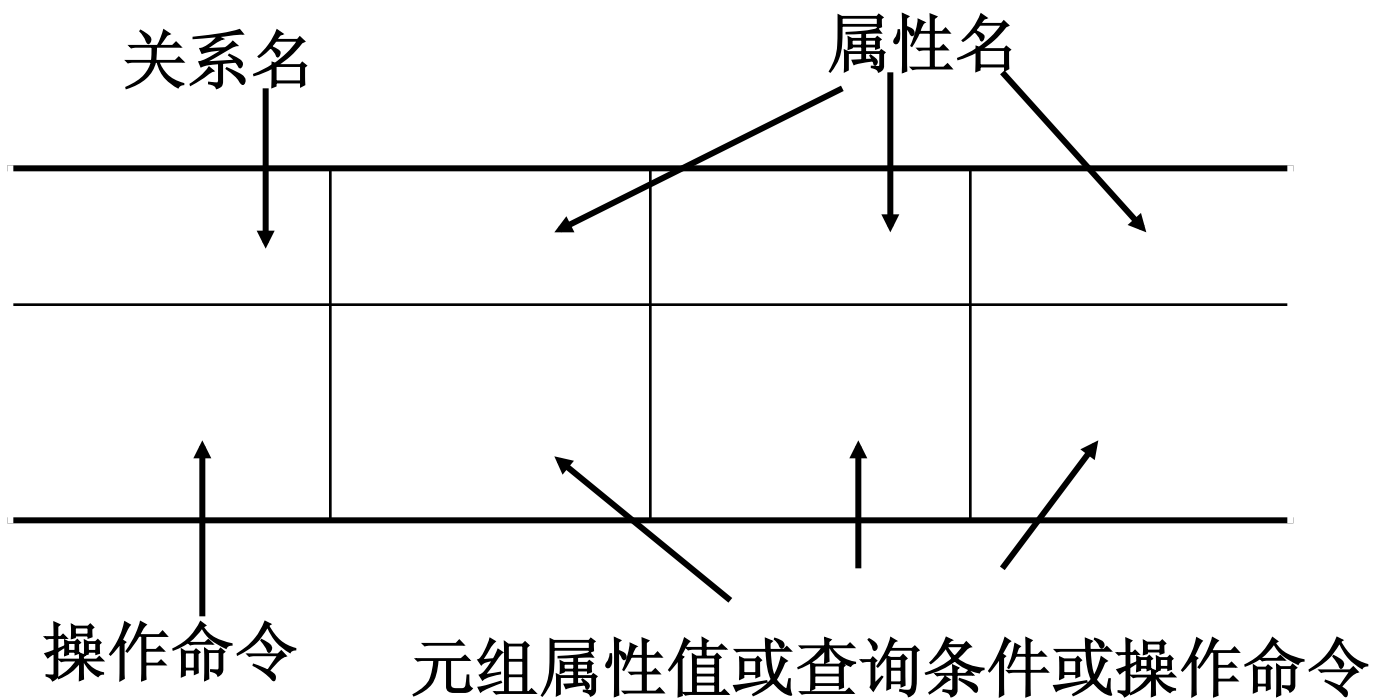
R₂

B
b
c
d

2.5.2 域关系演算语言QBE

- 一种典型的域关系演算语言
 - 由M.M.Zloof提出
 - 以元组变量的分量即域变量作为谓词变元的基本对象
- QBE: Query By Example
 - 基于屏幕表格的查询语言
 - 查询要求：以填写表格的方式构造查询
 - 用示例元素(域变量)来表示查询结果可能的情况
 - 查询结果：以表格形式显示

QBE操作框架



QBE检索操作示例

[例1] 求信息系全体学生的姓名
操作步骤为：

- (1) 用户提出要求；
- (2) 屏幕显示空白表格；

- (3) 用户在最左边一栏输入要查询的关系名Student；

Student					

- (4) 系统显示该关系的属性名；

Student	Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept

QBE检索操作示例

(5) 用户在上面构造查询要求

Student	Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept
		P. <u>李勇</u>			IS

- 李勇是示例元素，即域变量

(6) 屏幕显示查询结果

Student	Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept
		李勇 张立			IS

元组演算对基本关系操作的表示

并: $R \cup S \equiv \{ t \mid R(t) \vee S(t) \}$

差: $R - S \equiv \{ t \mid R(t) \wedge \neg S(t) \}$

笛卡儿积: $R \times S \equiv \{ t(r+s) \mid (\exists u)(\exists v)(R(u) \wedge S(v) \wedge$
 $t[1]=u[1] \wedge \dots \wedge t[r]=u[r] \wedge$
 $t[r+1]=v[1] \wedge \dots \wedge t[r+s]=v[s]) \}$

投影: $\pi_{i_1, \dots, i_m}(R) \equiv \{ t(m) \mid (\exists u) R(u) \wedge t[1]=u[i_1] \wedge$
 $t[2]=u[i_2] \wedge \dots \wedge t[m]=u[i_m] \}$

选择: $\sigma_F(R) \equiv \{ t \mid R(t) \wedge F' \}$ (F' 是由 F 变化形成的谓词公式)

域演算对基本关系操作的表示

并: $R \cup S \equiv \{ x_1 x_2 \dots x_n \mid R(x_1 x_2 \dots x_n) \vee S(x_1 x_2 \dots x_n) \}$

差: $R - S \equiv \{ x_1 x_2 \dots x_n \mid R(x_1 x_2 \dots x_n) \wedge \neg S(x_1 x_2 \dots x_n) \}$

笛卡儿积: $R \times S \equiv \{ x_1 x_2 \dots x_n y_1 y_2 \dots y_m \mid$
 $R(x_1 x_2 \dots x_n) \wedge S(y_1 y_2 \dots y_m) \}$

投影: $\pi_{i_1, \dots, i_m}(R) \equiv \{ x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_m} \mid R(x_1 x_2 \dots x_n) \}$

选择: $\sigma_F(R) \equiv \{ x_1 x_2 \dots x_n \mid R(x_1 x_2 \dots x_n) \wedge F' \}$

(F' 是由 F 变化而形成的谓词公式)

2.6 小结

- 关系数据库系统与非关系数据库系统的区别：
 - 关系系统只有“表”这种数据结构；
 - 非关系数据库系统还有其他数据结构，以及对这些数据结构的操作
- 关系模型概述
- 关系数据结构及定义（关系，候选码，主码，外码，关系模式，关系数据库）。
- 关系的完整性约束（实体完整性，参照完整性，用户定义的完整性）。
- 关系代数（5个基本运算（并，差，笛卡儿积，选择，投影）以及交，连接，自然连接，除）
- 关系演算（元组关系演算，域关系演算）



本章作业

- P70 5, 6
- 提交时间：下周五（4月7日）
和 第一章作业 一起提交