

## 2 Теория колец

### 2.3 Идеалы и фактор-кольца

#### Идеалы

**Определение 1.** *Польколько  $A$  кольца  $R$  называется идеалом кольца  $R$ , если для  $\forall r \in R$  и  $\forall a \in A : ra; ar \in A$ .*

*Идеал  $A$  в  $R$  называется собственным идеалом кольца  $R$ , если  $A \subset R$ .*

**Фактор-кольца** Пусть  $R$  - кольцо  $\Rightarrow R$  - аддитивная группа;  $A$  - идеал в  $R \Rightarrow$  рассмотрим ее как нормальную подгруппу.  $\Rightarrow R/A = \{r + A | r \in R\}$ .

**Теорема 1.** *Пусть  $R$  - кольцо;  $A$  - польколько в  $R$ . Множество классов  $\{r + A | r \in R\}$  - кольцо относительно операций:*

$$\begin{aligned} (s + A) + (t + A) &= s + t + A \\ (s + A) \cdot (t + A) &= st + A \end{aligned} \Leftrightarrow A \text{ - идеал в } R.$$