①

Akram - Zabat
Physique : programme S1
Midterm

Système : objet d'étude

Referentiel : repère spatial basé sur un objet de référence.

Vitesse : → Moyenne : $\frac{V_i + V_f}{2}$

→ instantannée (cad pour chaque point) :

$$\vec{V_n} = \frac{d\vec{On}}{dt}$$

PS : Trajectoire = ensemble de pos° successives que prend un point

Accélération : $\vec{a_n} = \frac{d\vec{V_n}}{dt}$

Produit scalaire : noté $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2}$ avec $\alpha = (\vec{V_1}, \vec{V_2})$

définition : $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = V_1 \times V_2 \times \cos\alpha$

$$= xx' + yy' + zz'$$

↳ Disjonction de cas :
- $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = 0 \Rightarrow \vec{V_1} \perp \vec{V_2}$: travail nul
- $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} < 0 \Rightarrow$ travail resistant
- $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} > 0 \Rightarrow$ travail moteur

Produit vectoriel :

definition : $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = |\vec{V_3}| = V_1 \times V_2 \times |\sin\alpha|$

cas : $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ sont colinéaires

comment calculer : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yz' - zy' \\ zx' - xz' \\ xy' - x'y \end{pmatrix}$

②

Les coordonnées : à utiliser en fonction de la situation
1 → rectiligne : carthésiennes (x, y, z)
2 → circulaire : coordonnées polaires (ρ, θ)
3 → cyllindrique : ρ, θ, z
4 → curviligne plane : Base de Frenet $(\vec{u_T}, \vec{u_N})$

1 → variables (x, y, z) dans le repère $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$

! La base est fixe : $\frac{d\vec{u_x}}{dt} = \frac{d\vec{u_y}}{dt} = \frac{d\vec{u_z}}{dt} = \vec{0}$

$$\vec{OM} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z}$$
$$\vec{v_M} = \dot{x}\vec{u_x} + \dot{y}\vec{u_y} + \dot{z}\vec{u_z}$$
$$\vec{a_M} = \ddot{x}\vec{u_x} + \ddot{y}\vec{u_y} + \ddot{z}\vec{u_z}$$

2/3 → coordonnées polaires / cyllindrique

On part du repère carthésien $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$

- Soit $\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM}$ avec
  - $\vec{OH}$ la projection de $\vec{OM}$ sur $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y})$
  - $\vec{HM}$ la hauteur de $\vec{OM}$ (en fonc° de z).

- On note $\rho = OH$ et on definit un vecteur unitaire $\vec{u_\rho}$ de même sens et direction que $\vec{OH}$

  donc $\vec{OH} = \rho\vec{u_\rho}$

- $\vec{HM} = z\vec{u_z}$ car c'est juste la hauteur

Donc :

$$\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM} = \rho\vec{u_\rho} + z\vec{u_z}$$

→ OR INCOMPLET CAR IL MANQUE UNE direction pour decrire le mvt.

③

Akram - Zabat

Physique S1 : Midterm (PART 2)

Soit $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ et $\vec{U_\theta}$ un vecteur unitaire $\perp$ à $\vec{U_e}$ dans le plan $(\vec{Ox}, \vec{Oy})$

On a donc $\vec{U_e} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$ et $\vec{U_\theta} \begin{pmatrix} \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$

PS: en coord carthésiennes

donc $\vec{U_\theta} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$

On en deduit que $\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\vec{U_e}}{dt} = \dot{\vec{U_e}} = \dot{\theta}\,\vec{U_\theta} \\ \dfrac{d\vec{U_\theta}}{dt} = \dot{\vec{U_\theta}} = -\dot{\theta}\,\vec{U_e} \end{array}\right\}$ car $\vec{U_e}$ et $\vec{U_\theta}$ sont mobiles

$$\vec{V_M} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\rho\vec{U_e}}{dt} + \underbrace{\frac{dz\vec{U_z}}{dt}}_{\text{comme en carthesien}}$$

$$\vec{V_M} = \frac{d\rho\vec{U_e}}{dt} + \dot{z}\,\vec{U_z}$$

$$= \dot{\rho}\,\vec{U_e} + \rho\,\dot{\vec{U_e}} + \dot{z}\,\vec{U_z}$$

$$= \dot{\rho}\,\vec{U_e} + \rho\,\dot{\theta}\,\vec{U_\theta} + z\,\vec{U_z}$$

4 → Base de Frenet

ssi trajectoire connue et plane, ni rectiligne, ni circulaire.

- On voit donne $s(t)$ qui correspond à l'équation de la trajectoire.

- $\vec{V} = V_N\,\vec{U_N} + V_T\,\vec{U_T}$ or la vitesse est tangente à la trajectoire donc $V_N = 0$

donc $\vec{V} = V_T\,\vec{U_T} = \dfrac{ds(t)}{dt}\,\vec{U_T}$

et $\|\vec{V}\| = \dfrac{ds(t)}{dt}$

4

Pour l'accélération :

$$\vec{a} = a_T \vec{u_T} + a_N \vec{u_N}$$

$$a_T = \frac{d\,v(t)}{dt} \qquad a_N = \frac{v^2}{R}$$

↳ rayon du cercle osculateur.

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

Pour trouver R : $x^2 + y^2 = R^2$
(équation d'un cercle)

NB : équation d'une ellipse : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

a : intersec° entre l'ellipse et (Ox)
b : intersec° entre l'ellipse et (Oy)