

Contrôle 1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1

(4 points)

On considère, dans un repère orthonormé de base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, les trois vecteurs :

\vec{U} , \vec{V} et \vec{W} de composantes respectives: $\vec{U}(-4x, -2, +4)$; $\vec{V}(-1, +2, +3)$; $\vec{W}(-2, +4y, +6)$

a) Calculer la norme de chacun des vecteurs pour $x=0$ et $y=-1$.

Pour $x=0$ et $y=-1$ on a $\vec{U}(0; -2; 4)$, $\vec{V}(-1; 2; 3)$ et $\vec{W}(-2; -4; 6)$

Alors $|\vec{U}| = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$|\vec{V}| = \sqrt{14}$

$|\vec{W}| = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

115

04
20

b) Calculer le produit scalaire $\vec{U} \cdot \vec{V}$, donner la valeur de x pour laquelle \vec{U} est orthogonal à \vec{V} .

[Empty box for answer to part b)]

2- Calculer le produit vectoriel : $\vec{V} \wedge \vec{W}$, pour quelle valeur de y les vecteurs \vec{V} et \vec{W} sont colinéaires.

$$\vec{V} \wedge \vec{W} = \begin{pmatrix} 12 - 12y \\ -6 + 6y \\ -4y + 4 \end{pmatrix}$$

La valeur de y pour laquelle les vecteurs sont colinéaires est 1:

$$\vec{V} \wedge \vec{W} = \begin{pmatrix} 12 - 12 \\ 0 \\ -4 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

115

Exercice 2

Composition de vecteurs (5 points)

Calculer la norme de la résultante \vec{R} des vecteurs forces dans les cas suivants (1) et (2) :

1) $F_1 = 4N$

$F_2 = 3N$

$\alpha = (\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 90^\circ$

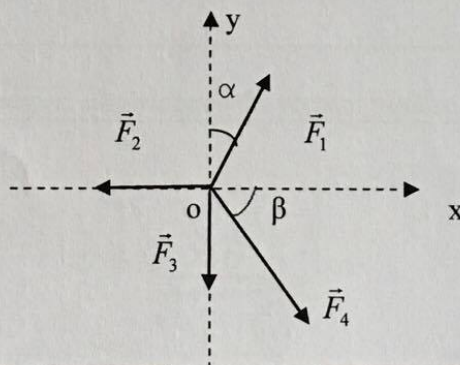
2) $F_1 = 1N$

$F_2 = 2N$

$\alpha = (\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$

3) a- Donner les expressions littérales des composantes R_x et R_y de la résultante \vec{R} des forces représentées sur le schéma ci-dessous, en fonction de $F_1, F_2, F_3, F_4, \alpha$ et β .

b- En déduire l'expression littérale de la norme de la résultante \vec{R} en fonction des normes $F_1, F_2, F_3, F_4, \alpha$ et β .



Exercice 3 Cinématique (Sur 6 points)

Dans le repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, la position d'un point M est définie à chaque instant t par les équations

horaires:
$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = \sqrt{4(1-t^2)} \end{cases}$$

1- Retrouver l'équation de la trajectoire. Préciser sa nature.

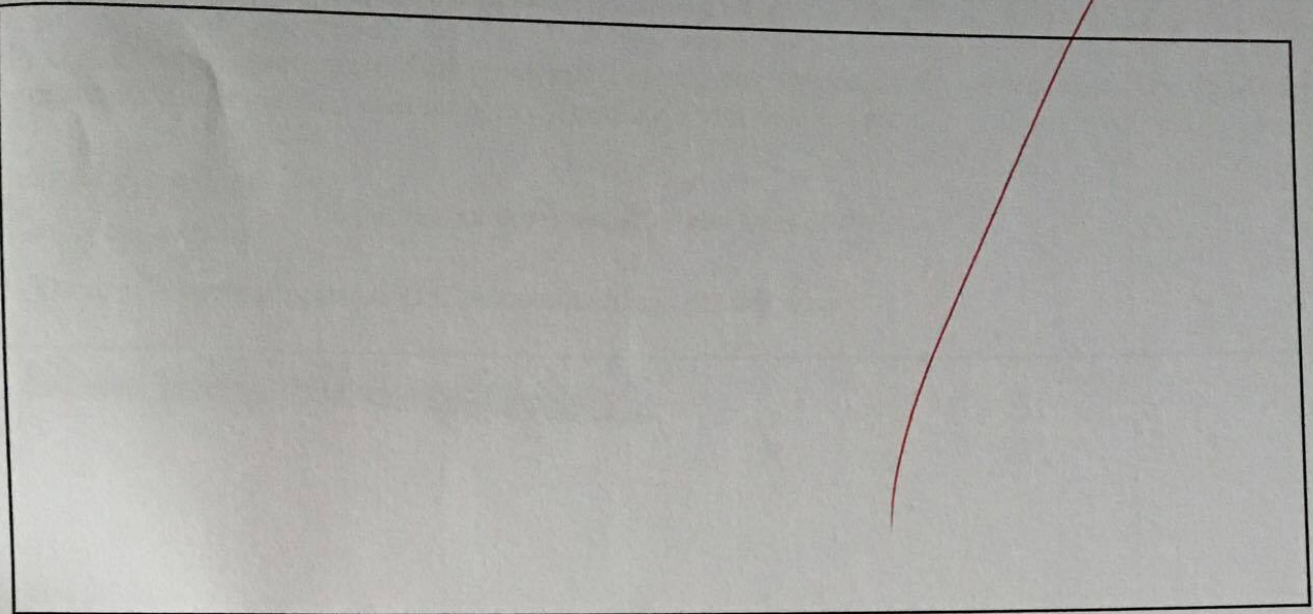
$$\vec{OM} = 2t + \sqrt{4(1-t^2)}$$

Mouvement rectiligne uniforme

2- a) Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur vitesse. Exprimer sa norme.

$$\begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = \frac{1}{2\sqrt{4(1-t^2)}} \times (-8t) = \frac{-4t}{\sqrt{4(1-t^2)}} \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

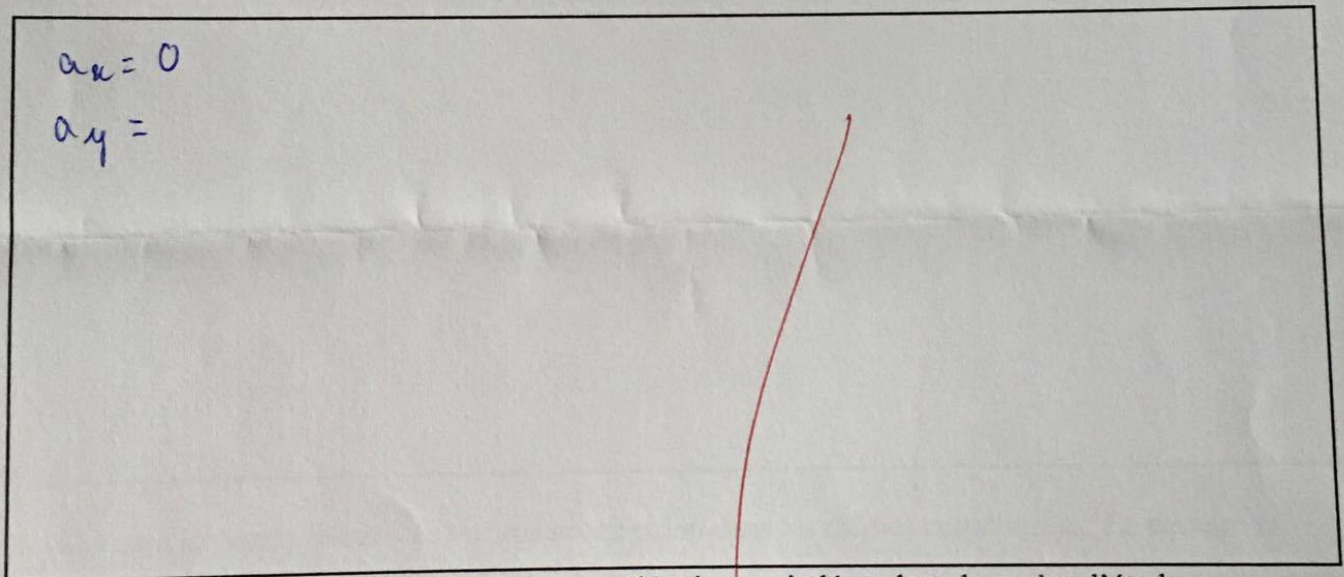
b) En déduire les composantes a_T et a_N du vecteur accélération dans la base de Frenet



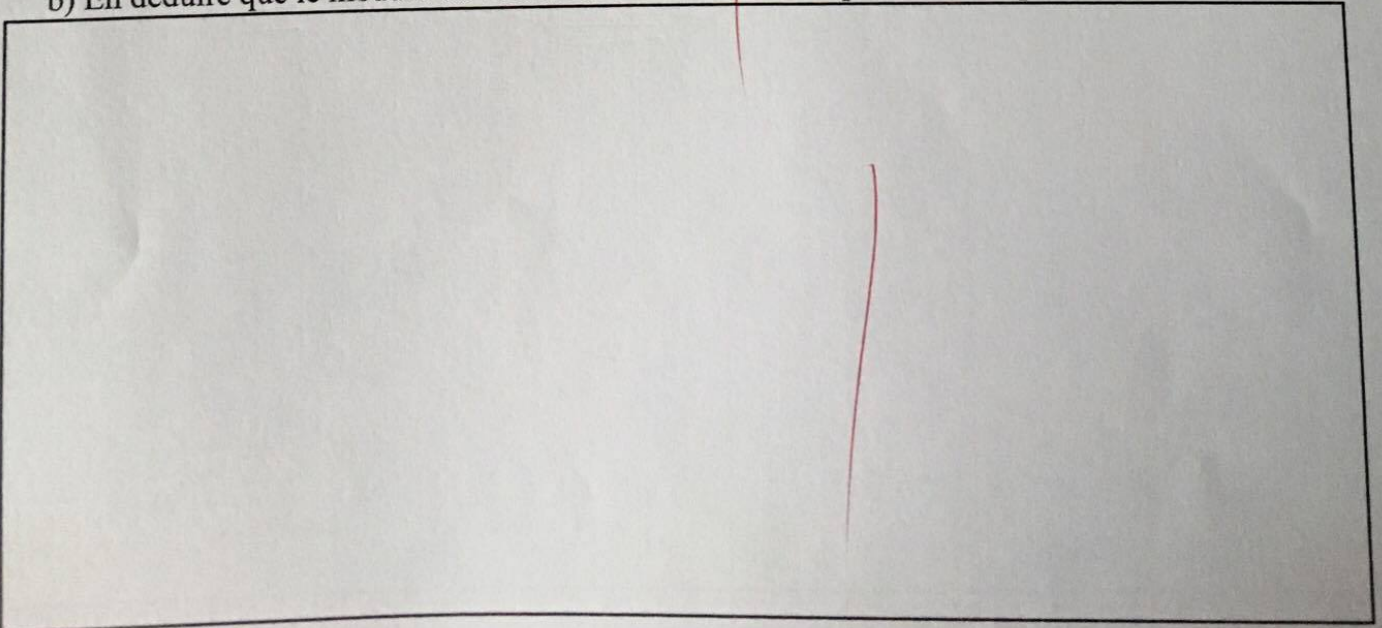
3- a) Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération. Exprimer sa norme.

$$a_x = 0$$

$$a_y =$$



b) En déduire que le module du vecteur accélération est indépendant du repère d'étude.



Exercice 4 Cinématique (5 points)

On considère le mouvement d'un point matériel sur une spirale tracée sur un cône. Les équations horaires du mouvement en coordonnées cylindriques sont données par :

$$\begin{cases} \rho(t) = \rho_0 \exp(\omega t) \\ z(t) = a \rho_0 \exp(\omega t) \end{cases} \quad (a, \rho_0, \omega \text{ sont des constantes positives et } \dot{\theta} = \omega)$$

1- Donner le vecteur position \vec{OM} en coordonnées cylindriques.

~~$\vec{OM} = \rho_0 \exp(\omega t) \vec{e}_\rho + a \rho_0 \exp(\omega t) \vec{e}_z$~~

2- Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cylindriques. En déduire sa norme.

3- Exprimer les composantes du vecteur accélération dans les mêmes coordonnées. En déduire sa norme.