Contrôle 1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet

09,5/20

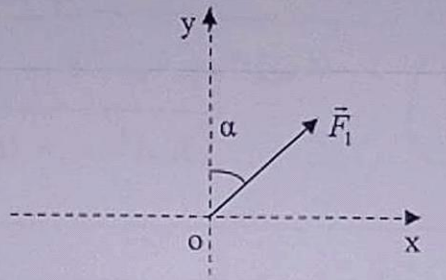
QCM (4 points)

Entourer la bonne réponse

1- La norme de la résultante $\vec{R}$ de deux vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (non nuls), colinéaires et de sens opposé est

a) $R = 0$ b) $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ c) $R = F_1 + F_2$ d) $R = |F_1 - F_2|$

2- Les composantes du vecteur force $\vec{F}_1$ sur le schéma ci-dessous sont :



a) $\cancel{\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_1 \\ 0 \end{pmatrix}}$ b) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_1.\sin(\alpha) \\ F_1.\cos(\alpha) \end{pmatrix}$ c) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_1.\cos(\alpha) \\ F_1.\sin(\alpha) \end{pmatrix}$

3,5

3- Le produit scalaire entre deux vecteurs colinéaires et de sens opposé est

a) strictement positif b) nul c) strictement négatif

4- La norme du vecteur $\vec{V}_3 = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$, tel que : $(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = \alpha$ est :

a) $V_3 = V_1.V_2.|\sin(\alpha)|$ b) $V_3 = V_1.V_2.\cos(\alpha)$ c) $V_3 = \sqrt{\cancel{V_1^2 + }V_2^2 + 2V_1.V_2.\cos(\alpha)}$

5- Le vecteur vitesse en coordonnées polaires s'écrit :

a) $\cancel{\vec{V} = \rho.\vec{u}_\rho + \theta\vec{u}_\theta}$ b) $\vec{V} = \dot{\rho}.\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ c) $\cancel{\vec{V} = \rho.\vec{u}_\rho + \dot{\theta}\vec{u}_\theta}$

6- Dans la base de **Frenet** l'abscisse curviligne élémentaire ds s'écrit :

a) $ds = R.\dot{\theta}$ b) $ds = dV.dt$ c) $ds = R.d\theta$

7- L'expression de l'abscisse curviligne s(t) est donnée par

a) $\cancel{s(t) = \int_0^t a_T.dt}$ b) $\cancel{s(t) = \int_0^t v.dt}$ c) $\cancel{s(t) = \int_0^t a_N.dt}$

8- L'équation de la trajectoire dont les équations horaires sont $\begin{pmatrix} x(t) = A\sin(\omega.t) \\ y(t) = B\cos(\omega.t) \end{pmatrix}$

(Où A, B et ω sont des constantes positives $(A \neq B)$) est :

a) $x^2 + y^2 = 1$ b) $x^2 + y^2 = A^2 + B^2$ c) $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$

A. Zellagui

Exercice 1 (4 points)

Les équations horaires d'un mouvement en coordonnées cartésiennes sont :

$$\begin{cases} x(t) = 1 + R\sin(\omega.t) \\ y(t) = 2 + R\cos(\omega.t) \end{cases}$$ Où ω et R sont des constantes.

1-Exprimer les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}$ en fonction du temps. Calculer sa norme.

$$\vec{v} = \begin{cases} \dot{x}(r) = v_x = R \times \omega \times \cos(\omega t) \\ \dot{y}(r) = v_y = -R \times \omega \times \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{R^2\omega^2\cos^2(\omega t) + R^2\omega^2\sin^2(\omega t)}$$

$$= R\omega\sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)}$$

$$= R\omega$$

1

2- Exprimer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$ en fonction du temps. Calculer sa norme.

$$\vec{a} = \begin{cases} \ddot{x}(r) = \vec{a_x} = -R\omega^2\sin(\omega t) \\ \ddot{y}(r) = \vec{a_y} = -R\omega^2\cos(\omega t) \end{cases}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{R^2\omega^4\sin^2(\omega t) + R^2\omega^2\sin^2(\omega t)}$$

$$= R\omega^2$$

1

3- Retrouver l'équation de la trajectoire y = f(x). Préciser sa nature et ses caractéristiques.

Exercice 2 (6 points)

Les composantes du vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées cartésiennes sont données par :

$$\begin{cases} x(t) = ae^{\omega.t}\cos(\omega.t) \\ y(t) = ae^{\omega.t}\sin(\omega.t) \end{cases}$$

a et ω sont des constantes positives.

1- Ecrire le vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées polaires de base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$.

$$\rho = \sqrt{(a\, e^{\omega t})^2 \cos^2(\omega t) + (a\, e^{\omega t})^2 \sin^2(\omega t)} = a\, e^{\omega t}$$

$$\vec{OM} = a\, e^{\omega t}\, \vec{u_\rho}$$

1

2- Exprimer en coordonnées polaires le vecteur vitesse $\vec{V}$. Calculer la norme de $\vec{V}$. On donne $\dot{\theta} = \omega$.

$$\vec{V} = \dot{\vec{OM}} = a\,\omega\, e^{\omega t}\,\vec{u_\rho} + a\, e^{\omega t}\,\omega\,\vec{u_\theta}$$

$$= a\,\omega\, e^{\theta}\,(\vec{u_\rho} + \vec{u_\theta})$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{a^2\omega^2(e^{\theta})^2 + a^2\omega^2(e^{\theta})^2} = \sqrt{2}\, a\,\omega\, e^{\theta}$$

1

3- Exprimer en coordonnées polaires le vecteur accélération $\vec{a}$. Calculer la norme de $\vec{a}$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{OM}} = a\,\cancel{\omega^2 e^{\omega t}}\,\vec{u_\rho} + a\,\omega\, e^{\omega t}\,\omega\,\vec{u_\theta} + a\,\omega^2 e^{\omega t}\,\vec{u_\theta} - a\,\cancel{\omega^2 e^{\omega t}}\,\vec{u_\rho}$$

$$= 2\,a\,\omega^2 e^{\theta}\,\vec{u_\theta}$$

2

$$\|\vec{a}\| = 2\,a\,\omega^2 e^{\omega t}$$

4- Exprimer les composantes a_T et a_N du vecteur accélération en base de Frenet. En déduire le rayon de courbure Rc.

D'après nos résultats précédents, on a :

$a_T = 0$

$a_N = a_{\text{Polaire}} = 2a\omega^2 e^{\omega t}$

?

Exercice 3 Les parties I et II sont indépendantes (6 points)

I-1) Montrer que la vitesse en base de Frenet s'écrit $\vec{V} = R(t)\dot{\theta}.\vec{u}_T$.

I-2) En déduire l'écriture du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base de Frenet.

II- On considère un point matériel M qui se déplace dans un plan avec une accélération donnée en fonction du temps dans la base de Frenet par l'expression suivante :

$$\vec{a} = \alpha.\vec{u}_T + \beta.t^2\vec{u}_N \qquad (\alpha \text{ et } \beta \text{ sont des constantes positives})$$

1) Déterminer les unités des constantes α et β. Justifier votre réponse.

2) Calculer l'abscisse curviligne s(t) entre les instants $t_0 = 0$ et t. On donne : $v(t_0) = 0$ et $s(t_0) = 0$

3) Montrer que le rayon de courbure de la trajectoire est donné par : $R_c = \dfrac{\alpha^2}{\beta}$