EPITA /$S_2$ Février 2017

NOM : DAVID PRENOM : Clément GROUPE : B2

# Contrôle n°2 de Physique

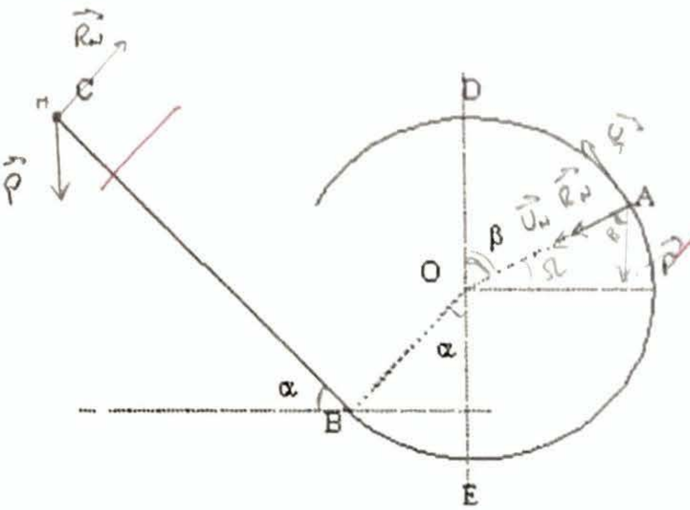
*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.*

***Réponses exclusivement sur le sujet***

## Exercice 1 (7 points)

11/20

Un solide de masse m se déplace dans une glissière constituée d'une partie rectiligne BC suivie d'une partie circulaire de centre O et de rayon R. **Les frottements sont négligés.** Le solide est lâché du point C **sans vitesse initiale**. On a $\alpha$=(BOE) et $\beta$=(AOD).




$\Omega = 90 - \beta$ $90° - \alpha$

$\sin \Omega = \sin(90-\beta)$

$= \cos(\beta)$

1-a) Représenter les forces agissant sur le solide entre C et B. (1)

b) Utiliser le théorème d'énergie cinétique pour exprimer la vitesse au point B. On prend l'origine des altitudes au point B. Le trajet BC est incliné d'un angle $\alpha$.
Faire le calcul pour BC = 2m ; g = 10m.s$^{-2}$ ; $\alpha$ = 30°.

$\Delta E_c = \sum W(\vec{F_{ext}})$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - \underbrace{\frac{1}{2} m v_C^2}_{0} = W(\vec{P}) + \underbrace{W(\vec{R_N})}_{0}$

$\frac{1}{2} m v_B^2 = W(\vec{P}) = mg$

$v_B^2 = 2g$

$v_B = \sqrt{2 \times 10} = 2\sqrt{5}\ m.s^{-1}$

(2)

2- a) Utiliser le théorème d'énergie mécanique pour exprimer la vitesse au point A en fonction de BC, α, β, R et g. Faire le calcul pour R = 0,5m ; β = 60° ; BC = 2m ; g = 10m.s$^{-2}$ ; α = 30°.

$\Delta E_m = 0$

$\frac{1}{2} m v_A{}^2 + mgz_A - \underbrace{\frac{1}{2} m v_C{}^2}_{0} - mgz_C = 0$ 91

$\frac{1}{2} m v_A{}^2 + mg(R + R\cos\beta) - mg(BC\sin\alpha) = 0$

$v_A{}^2 = -2g(R + R\cos\beta - BC\sin\alpha)$

$v_A{}^2 = -2\times 10\,(0,5 + 0,2\times\cos(60°) - 2\times\sin(30°)) = -20(0,25)$

$v_A{}^2 = +5$

$v_A = \sqrt{5}\ m.s^{-1}$

$z_A = R\cos(\alpha) + R\cos(\beta)$.

b) Représenter sur le schéma les forces appliquées sur le solide au point A. 1

c) Utiliser la deuxième loi de Newton dans la base de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$, pour exprimer la norme de la réaction $R_N$ au point A, en fonction de m, g, BC, R, α et β.

$\Sigma(\vec{F_{ext}}) = m\vec{a}$

$\vec{R_N} = R_N \vec{u_N}$

$\vec{P} = P\cos\beta\,\vec{u_N} - P\sin\beta\,\vec{u_T}$

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u_T} + \frac{v^2}{R}\vec{u_N}$

Sur $\vec{u_N}$ on a

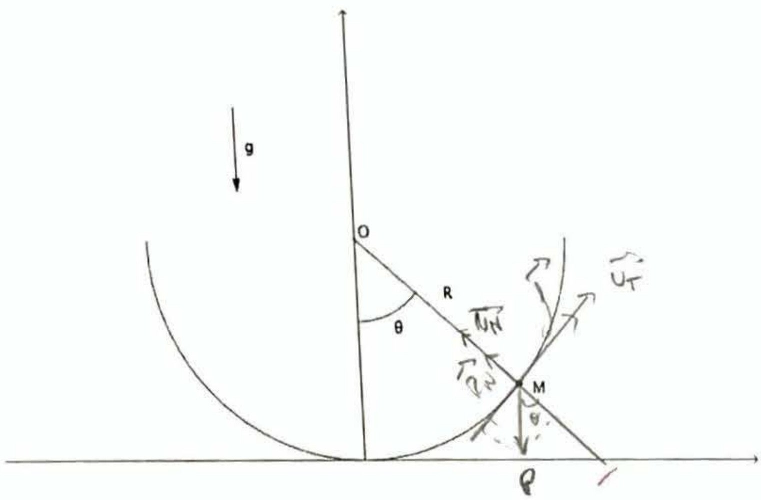
$R_N + P\cos\beta = m\frac{v^2}{R}$ 91

$R_N = m\frac{(2g(R + R\cos(\beta) - BC\sin(\alpha)))}{R} - mg\cos\beta$

Erreur dans $v_A$.

3- Calculer l'énergie mécanique minimale au point C pour atteindre le point D. On donne m = 200g.

## Exercice 2 *Etude d'une oscillation amortie* (6 points).




On s'intéresse au mouvement d'un objet M de masse *m* le long d'un demi-cercle de rayon R et de centre O. Les frottements pouvant être modélisés par : $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$.
La masse m est lâchée à un angle $\theta_0$, sans vitesse initiale.

1-Citer les forces extérieures appliquées au point M et les représenter sur le schéma.

La masse est soumise à son poid $\vec{P}$ sens le bas elle est ralentie par des frottements $\vec{f}$
avec $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ qui s'oppose au mouvement
La masse est aussi soumise à une réaction normale vers le centre du cercle de rayon R.

1

2-a) Ecrire la deuxième loi de Newton. Projeter cette équation dans la base de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$.

$\vec{f} = f\vec{u_T}$

$\vec{R_N} = R_N \vec{U_N}$

$\vec{P} = P\cos(\theta)\vec{U_N} + P\sin(\theta)\vec{U_T}$

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u_T} + \frac{v^2}{R}\vec{U_N}$

$\Sigma(\vec{F_{ext}}) = m\vec{a}$

$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$

1

Sur $\vec{U_T}$ on a :

$-f - P\sin(\theta) = m\frac{dv}{dt}$

Sur $\vec{U_N}$ on a

$R_N - P\cos(\theta) = m\frac{v^2}{R}$

b) En déduire l'expression de la réaction $R_N$, ainsi que l'équation différentielle qui exprime l'angle $\theta(t)$ en fonction de ses dérivées $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.

$R_N = m\frac{v^2}{R} - P\cos(\theta(t))$

+

1/2

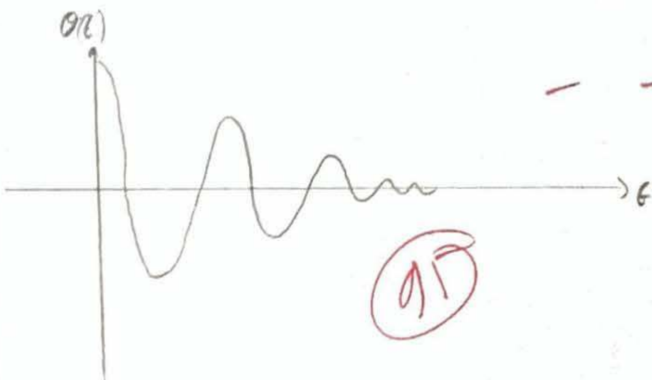
exprime $V = R\dot{\theta}$

?

c) On se place dans le cas où la masse m est lâchée avec un angle $\theta_0$ suffisamment petit pour pouvoir dire que $\sin(\theta) \approx \theta$. Réécrire l'équation différentielle et préciser les différents régimes selon les valeurs du coefficient de frottement $\alpha$.

d) Illustrer à l'aide des courbes $\theta(t)$, les régimes cités dans la question (2c).

d) On a donc un mouvement pseudo périodique ($\Delta < 0$)




$\Delta > 0$ ?

$\Delta = 0$ ?

1,5

## Exercice 3 — Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes. (7 points)

1- Un calorimètre contient une masse $m_1 = 200g$ d'eau. La température initiale de l'ensemble est $\theta_1 = 20°C$. On ajoute une masse $m_2 = 300g$ d'eau à la température $\theta_2 = 80°C$.

a) Quelle serait la température d'équilibre thermique $\theta_e$ de l'ensemble si la capacité thermique $C_{cal}$ du calorimètre était négligeable ? On donne la capacité massique de l'eau : $c_e = 4.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.

$\Sigma Q_i = 0$

$Q_1 = m_1 c_e(\theta_f - \theta_1)$

$Q_2 = m_2 c_e(\theta_f - \theta_2)$

1

$m_1 c_e \theta_f - m_1 c_e \theta_1 + m_2 c_e \theta_f - m_2 c_e \theta_2 = 0$

$(m_1 c_e + m_2 c_e)\theta_f = m_1 c_e \theta_1 + m_2 c_e \theta_2$

$$\theta_f = \frac{c_e(m_1\theta_1 + m_2\theta_2)}{c_e(m_1 + m_2)} = \frac{200 \times 20 + 300 \times 80}{200 + 300} = \frac{4000 + 24000}{500} = 56°$$

b) On mesure en fait une température d'équilibre thermique $\theta_e = 50°C$. Déterminer la capacité thermique $C_{cal}$ du calorimètre.

$\Sigma Q_i = 0$

$Q_1 + Q_2 + Q_{cal} = 0$

$m_1 c_e(\theta_f - \theta_1) + m_2 c_e(\theta_f - \theta_2) + C_{cal}(\theta_f - \theta_1) = 0$ 1

$$C_{cal} = \frac{-c_e(m_1(\theta_f - \theta_1) + m_2(\theta_f - \theta_2))}{\theta_f - \theta_1} = \frac{-4 \cdot 10^3(200(50-20) + 300(50-80))}{50-20}$$

$$= \frac{-4 \cdot 10^3(6000 - 9000)}{30} = 4 \cdot \cancel{10^3} \cdot \cancel{100} \; 4 \cdot 10^5$$

$= 400 \, JK^{-1}$

Convertir le g → kg !

2- Un calorimètre de capacité négligeable contient une masse $m_1 = 200g$ d'eau à la température initiale $\theta_1 = 70°C$. On y place un glaçon de masse $m_2 = 80g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$. Déterminer la température d'équilibre $\theta_e$ sachant que le glaçon fond dans sa totalité.

Données : Chaleur latente de fusion de la glace : $L_f = 300.10^3 Jkg^{-1}$.

Capacité massique de l'eau : $c_e = 4.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.

Capacité massique de la glace : $c_g = 2.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$

$Q_1 = m_1 c_e (\theta_f - \theta_1)$

$Q_2 = m_2 c_g (\theta_f - \theta_1) = m_2 L_f$

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) + m L_f = 0$

Il manque $Q_3$ et $Q_4$ !

$m_1 c_e \theta_e - m_1 c_e \theta_1 + m_2 L_f = 0$

$\theta_e = \dfrac{m_1 c_e \theta_1 - m_2 L_f}{m_1 c_e} = \dfrac{200 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 \times 70 - 80 \times 10^{-3} \times 300 \times 10^3}{200 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3} = \dfrac{56000 - 24000}{800}$

$= \cancel{\dfrac{32000}{800} = 40°}$

3- On désire obteneir un bain d'eau tiède à 37°C, d'un volume total **V** = 250L, en mélangeant un volume $\mathbf{V_1}$ d'eau chaude à la température initiale $\theta_1$=70°C et un volume $\mathbf{V_2}$ d'eau froide à la température initiale $\theta_2$=15°C.

Déterminer les volumes $\mathbf{V_1}$ et $\mathbf{V_2}$ en supposant négligeables toutes les fuites thermiques lors du mélange. Données : Capacité massique de l'eau : $c_e = 4.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.

Masse volumique de l'eau : $\rho_e$ = 1kg/L.

$V = 250L = 250kg = m_1 + m_2 \Leftrightarrow m_1 = 250 - m_2$

$V_1 = m_1 \Rightarrow \theta_1 = 70°$

$V_2 = m_2 \Rightarrow \theta_2 = 15°$

$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 c_e (\theta_f - \theta_1) = 0$

1 $\frac{c_e}{c_e} \left( m_1 (\theta_f - \theta_1) + m_2 (\theta_f - \theta_1) \right) = 0$

$m_1 (37 - 70) + m_2 (15 - 70) = 0$

et $(V_1 + V_2 = 250)$

$-43 m_1 + 55 m_2 = 0$

$-43 (250 - m_2) + 55 m_2 = 0 \quad m_2 = \dfrac{-43 \times 250}{43 + 55} = \dfrac{10750}{98} \approx 109,6 kg$

$V_1 = 250 - 109,6 = 140,4 L$

$V_2 = \cancel{109,6 L}$