

Séminaire CAML
QCM n° 5
jeudi 14 sept. 2017

1. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous?

let f ~~c~~ = let (x,y) = c in let z = (x+1, not y) in (x, z) ;;

- (a) ~~int * bool -> int * bool~~
(b) ~~int * bool * int -> (int * int)~~
(c) ~~int * bool -> int * int~~
✓ (d) int * bool -> int * (int * bool)
(e) La fonction est fausse.

2. Soient x et y deux valeurs entières définies. À quelles expressions l'expression suivante est-elle équivalente?

match x with
y -> y + 1 ;;

- (a) ~~let x = y in y + 1~~
✓ (b) let y = x in y + 1
(c) ~~let x = y in x + 1~~
(d) y + 1
✓ (e) x + 1

3. Quel est le type de la fonction print_string?

- (a) string -> int
(b) int -> string
(c) unit -> string
✓ (d) string -> unit
(e) string -> 'a

4. Quel sera le résultat (hors warning éventuel) de l'évaluation de la séquence suivante?

"4+2" ;
print_string "unit " ;;

- (a) ~~- : "4+2" ; unit~~
(b) ~~- : int = 6 ; - : string = "unit"~~
(c) ~~- : string = "4+2" ; unit - : unit = ()~~
✓ (d) unit - : unit = ()
(e) Une erreur

5. Que contient le résultat de l'évaluation de la phrase suivante?

let f x =
if x mod 2 = 1 then
x ;;

- (a) ~~Warning S : this expression should have type unit.~~
(b) ~~Error : Unbound value f~~
(c) ~~val f : int -> int = <fun>~~
(d) ~~val f : int -> unit = <fun>~~
✓ (e) Error : This expression has type int but an expression was expected of type unit

6. Que calcule la fonction suivante appelée avec $f\ x\ (x \geq 0)$?

```
let rec f = function
  0 -> 1
| x -> f (x-1) + 1 ;;
```

- (a) x
 ✓ (b) $x+1$
 (c) $\sum_{i=0}^x (i)$
 (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

7. Quel sera le résultat de l'application de g à la valeur 9 ?

```
let rec g = function
  | x when x mod 3 = 0 -> g (x-1) + x
  | x -> g (x-1);;
```

- (a) 45
 (b) 18
 (c) 729
 ✓ (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

9
 3 8 + 3 + 6 + 3
 7
 6 → 5 → 4 → 3

8. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous ?

```
let rec foo n =
  if n = 0 then
    ()
  else
    begin
      foo (n-1) ;
      print_int n ; print_string " " ;
    end ;;
```

- (a) ~~unit -> unit~~
 (b) ~~unit -> int~~
 ✓ (c) int -> unit
 (d) ~~int -> string~~

9. Soit foo la fonction définie à la question précédente. Que donnera l'application $foo\ 5$?

- (a) ~~5 4 3 2 1 - : unit = ()~~
 ✓ (b) 1 2 3 4 5 - : unit = ()
 (c) ~~4 3 2 1 0 - : unit = ()~~
 (d) ~~0 1 2 3 4 - : unit = ()~~
 (e) Une erreur

10. Que calcule la fonction suivante appelée avec $f\ a\ b\ (a > 0, b > 0)$?

```
let rec f a b =
  if b = 0 then
    a
  else
    f b (a mod b) ;;
```

- (a) $a * b$
 (b) Le reste de la division entière de a par b
 ✓ (c) $\text{pgcd}(a, b)$ (plus grand commun diviseur)
 (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

QCM N°5 $\rightarrow 7/10$

jeudi 14 septembre 2017

Question 11

Soient f une fonction bijective définie sur un intervalle I de \mathbb{R} , à valeurs dans \mathbb{R} et $x \in I$ telle que $f'(x) \neq 0$. Alors f^{-1} est dérivable en $y = f(x)$ et

a. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(x))}$ ✗

→ b. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$ ✓

c. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(y))}$ ✗

d. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)f^{-1}(y)}$ ✗

e. rien de ce qui précède

Question 12

Soient I un intervalle de \mathbb{R} , $\varepsilon > 0$, $(a, \ell_1, \ell_2) \in \mathbb{R}^3$ et f une fonction de I dans \mathbb{R} vérifiant

$$\begin{cases} \exists \eta_1 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_1 \implies |f(x) - \ell_1| < \varepsilon) \\ \exists \eta_2 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_2 \implies |f(x) - \ell_2| < \varepsilon) \end{cases}$$

Alors on peut écrire

$$|\ell_1 - \ell_2| = |\ell_1 - f(x) + f(x) - \ell_2| \leq |\ell_1 - f(x)| + |f(x) - \ell_2| < 2\varepsilon$$

pour tout $x \in I$ tel que

→ a. $|x - a| < \min(\eta_1, \eta_2)$

b. $|x - a| < \max(\eta_1, \eta_2)$ ← }

c. rien de ce qui précède

Question 13

Soit f une fonction définie sur une partie I de \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} .

f admet une limite $\ell \in \mathbb{R}$ en $x_0 \in \mathbb{R}$ si f est définie au voisinage de x_0 et

☒ a. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

b. $\forall \varepsilon > 0 \quad \forall \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

c. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

d. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

e. rien de ce qui précède

Question 14

On note \arcsin la fonction réciproque de la fonction \sin . Pour tout $x \in]-1, 1[$, on a

☒ a. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} = \frac{1}{\cos(\arcsin y)}$$

☒ b. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$ ←

☒ c. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(\arcsin(x))}}$

d. $\arcsin'(x) = \frac{1}{x^2-1}$

Question 15

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

a. $\arctan'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$

$$\frac{\sin}{\cos}$$

☒ b. $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$?

☒ c. $\arctan'(x) = \frac{1}{1+\tan^2(\arctan(x))}$

d. $\arctan'(x) = \frac{1}{1-x^2}$

e. rien de ce qui précède

Question 16

Soit $z = -\frac{\sqrt{2}}{1+i} e^{i\pi/3}$.

- ☒ a. $|z| = 1$
 b. $|z| = \sqrt{2}$
 c. $\text{Arg}(z) = -\pi/12$
☒ d. $\text{Arg}(z) = 13\pi/12$
 e. rien de ce qui précède

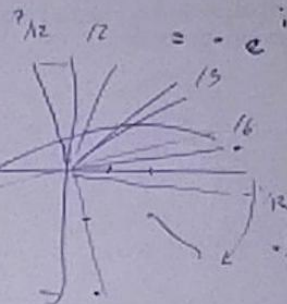
$$\frac{|\sqrt{2}|}{|1+i|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{\sqrt{2} \cdot i \sqrt{2}}{1+i-i+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} = e^{-i\pi/4}$$

$$-e^{i\pi/3} = e^{i\pi/3 + i\pi} = e^{i4\pi/3}$$

$$= e^{i\pi/3} \times e^{i\pi} = e^{i\pi/3} \times e^{i\pi}$$



$$-e^{i\pi/3} = -\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$$

Question 17

$\int_0^1 e^{-x} dx$ est égale à

- ☒ a. $1 - e^{-1}$
 b. $e^{-1} - 1$
 c. $1 - e^{-1}$
 d. e^{-x}
☒ e. rien de ce qui précède

$$[-e^{-x}]_0^1 = -e^{-1} - (-1) = 1 - e^{-1}$$

Question 18

Soit $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$. Alors I est égale à

- a. 1
 b. 0
 c. $-\infty$
☒ d. $1/2$
 e. rien de ce qui précède

$$\frac{1}{x} \times \ln x = \ln x$$

Question 19

Soit F la fonction définie pour tout $x \in [0, 1]$ par $F(x) = \int_0^x \ln(1+t^2) dt$. Alors

- ☒ a. $F(0) = 0$
☒ b. F croissante sur $[0, 1]$
☒ c. F n'est pas monotone sur $[0, 1]$
☒ d. pour tout $x \in [0, 1]$, $F'(x) = \ln(1+x^2)$
 e. rien de ce qui précède

Question 20

Une primitive de $\frac{e^x}{x}$ est

a. ~~$\ln(e^x)$~~ $\rightarrow x \rightarrow 1$

b. ~~$e^x \ln(x)$~~ $\rightarrow \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

c. ~~$e^{\ln(x)}$~~ $\rightarrow x \rightarrow 1$

d. ~~$\ln\left(\frac{x}{e^x}\right)$~~ $\rightarrow \ln x - \ln e^x \rightarrow \ln x - x \rightarrow \frac{1}{x} - 1$

✓ e. rien de ce qui précède