251

# **EPITA**

# Mathématiques

Contrôle (S1)

novembre 2017

Nom: MAUBANC

Prénom : Remi

Entourer le nom de votre professeur de TD : Mme Boudin / Mme Daadaa / M. Ghanem / M. Goron / Mme Trémoulet

Classe : A2

NOTE:

## Contrôle 1

Durée: trois heures

Documents et calculatrices non autorisés

#### Consignes:

- vous devez répondre directement sur les feuilles jointes.
- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
- toute personne ne respectant pas ces consignes se verra attribuer la note 00/20.

Exercice 1 (2 points)

Soient 
$$f$$
 et  $g$  les fonctions définies par 
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\ln^{10} \left( \sin(x) \right) + 1} \\ g(x) = \sin \left( \arctan(\sqrt{x}) \right) \end{cases}$$

Calculer f'(x) et g'(x) (sans se préoccuper du domaine de définition).

N.B.: n'essayez pas de simplifier les résultats.

### Exercice 2 (3 points)

Sort  $z = 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$ .

1. Déterminer  $z^2$  sous forme exponentielle.

2. En déduire le module et un argument de z.

Exercice 3 (6 points)

1. Déterminer, sans intégration par parties ni changement de variable,  $I = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$ .

2. Via une intégration par parties, déterminer  $J=\int_1^a \frac{\ln(x)}{x^2} \,\mathrm{d}x.$ 

3. Via le changement de variable  $u = \ln(t)$ , déterminer  $K = \int_1^e \frac{\mathrm{d}t}{t \left(1 + \ln^2(t)\right)}$ 

4. Via le changement de variable  $u=\sqrt{x},$  déterminer  $L=\int_0^1 \frac{1-x}{1+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$ 

### Exercice 4 (4 points)

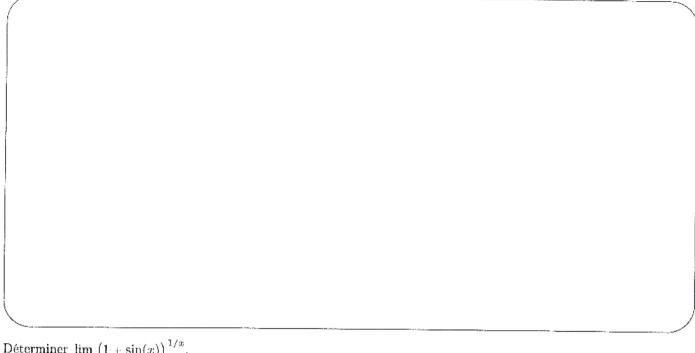
Soit l'équation (E) suivante :  $z^2 - (5+3i)z + 2 + 9i = 0$ .

1. Montrer que  $\Delta = 8 - 6i$ .

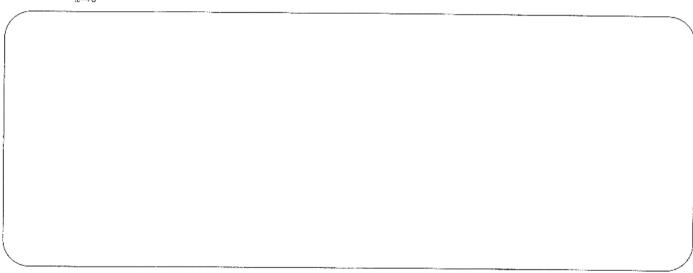
in déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$		rrée de Δ.	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	A STATE OF THE PARTY OF THE PAR	
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduirc les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
a déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation ( $E$ ).					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduirc les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduirc les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduirc les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .					
n déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation $(E)$ .			Address	A COLUMN TO THE PARTY OF THE PA	
I dedune was soldions dealers of the second	a déduire les solutions	dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(E)$ .			
			And the second s		

Exercice 5 (4 points)

 $\sim$ 1. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 2 de  $e^x \ln(e+ex)$ .



2. Déterminer  $\lim_{x\to 0} (1 + \sin(x))^{1/x}$ .



3. Déterminer  $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$ .

Exercice 6 (2 points)

Soit  $f:[0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$  continue telle que f(0)=f(1). Montrer qu'il existe  $c \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$  tel que  $f(c)=f\left(c+\frac{1}{2}\right)$ .