Computer Grafik Blatt 3

May 2023

Aufgabe 1:

a)

1.

Da nicht anderweitig Spezifiziert, gehen wir von einem symmetrischenm Pyramidenstumpf aus.

$$\begin{pmatrix} \frac{2n}{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2n}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-f-n}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{42}{2\cdot\tan(45)\cdot 21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{42}{2\cdot\tan(30)\cdot 21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6021}{5979} & \frac{-252000}{5979} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2007}{1993} & -\frac{84000}{1993} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

$$Punkt(Rechts - Oben - Vorne) = \begin{pmatrix} n \cdot \tan(45) \\ n \cdot \tan(30) \\ -n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 7\sqrt{3} \\ -21 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Punkt(Links - Unten - Hinten) = \begin{pmatrix} -f \cdot \tan(45) \\ -f \cdot \tan(30) \\ -f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6000 \\ -3464.101615 \\ -6000 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{3} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{2007}{1993} & -\frac{84000}{1993}\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}21\\ 7\sqrt{3}\\ -21\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\ 21\\ -21\\ 21\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\\ 1\end{pmatrix} = P(rov)\checkmark$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{3} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{2007}{1993} & -\frac{84000}{1993}\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-6000\\ -3464.101615\\ -6000\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6000\\ -6000\\ 6000\\ 6000\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}-1\\ -1\\ 1\\ 1\end{pmatrix} = P(luh)\checkmark$$

b)

Sei

$$P_1 = \begin{pmatrix}18\\ -14\end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix}-3\\ 4\end{pmatrix}$$

$$P_3 = \begin{pmatrix}11\\ -8\end{pmatrix}$$

Lösen der Gleichungen

$$\begin{pmatrix}11\\ -8\end{pmatrix} = \alpha \cdot \begin{pmatrix}18\\ -14\end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix}-3\\ 4\end{pmatrix}$$
$$1 = \alpha + \beta$$

Ergebnis: $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{1}{3}$

c)

$$a = \begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix}1\\ 5\end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix}-4\\ 4\end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix}1\\ -7\end{pmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
A(\triangle_{abc}) &= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} | & | \\ b-a & c-a \\ | & | \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot (1 \cdot 4 - (-4) \cdot 5) = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \\
A(\triangle_{pbc}) &= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} | & | \\ b-p & c-p \\ | & | \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 12 & 11 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot (0 \cdot 11 - (-5) \cdot 12) = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30 \\
A(\triangle_{pca}) &= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} | & | \\ c-p & a-p \\ | & | \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 11 & 7 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot ((-5) \cdot 7 - (-1) \cdot 11) = \frac{1}{2} \cdot -24 = -12 \\
A(\triangle_{pab}) &= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} | & | \\ a-p & b-p \\ | & | \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & 12 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \cdot ((-1) \cdot 12 - 0 \cdot 7) = \frac{1}{2} \cdot -12 = -6
\end{aligned}
$$

$$
\alpha = \frac{A(\triangle_{pbc})}{A(\triangle_{abc})} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}
$$

$$
\beta = \frac{A(\triangle_{pca})}{A(\triangle_{abc})} = \frac{-12}{12} = -1
$$

$$
\gamma = \frac{A(\triangle_{pab})}{A(\triangle_{abc})} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}
$$

d)

$$
p_1 = \begin{pmatrix} 24 \\ -9 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 27 \\ 1 \end{pmatrix}
$$

Steigung $= \frac{1-(-9)}{27-24} = \frac{10}{3} > 1 \Rightarrow$ Koordinaten tauschen

x'	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y'	24	$24\frac{3}{10}$	$24\frac{6}{10}$	$-24\frac{9}{10}$	$25\frac{2}{10}$	$25\frac{5}{10}$	$25\frac{8}{10}$	$26\frac{1}{10}$	$26\frac{4}{10}$	$26\frac{7}{10}$	27
$\lfloor y' \rceil$	24	24	25	25	25	26	26	26	26	27	27

Table 1: Bresenham Koordinaten

$$p_1' = \begin{pmatrix} -9 \\ 24 \end{pmatrix}, p_2' = \begin{pmatrix} 1 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$\text{Steigung} = \tfrac{3}{10} \checkmark$$

Nach rücktausch der Koordinaten ergibt sich: