

Aufgabe 1

a

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left(\frac{X_i}{X_1 + \dots + X_n}\right) &= \mathbb{E}\left(X_i \cdot (X_1 + \dots + X_n)^{-1}\right) \\ &= \mathbb{E}(X_i) \cdot \mathbb{E}\left((X_1 + \dots + X_n)^{-1}\right) \\ &= \mathbb{E}(X_i) \cdot \frac{1}{\mathbb{E}(X_1 + \dots + X_n)} \\ &= \mathbb{E}(X_i) \cdot \frac{1}{\mathbb{E}(X_1) + \dots + \mathbb{E}(X_n)} \\ &= \mu \cdot \frac{1}{N \cdot \mu} \\ &= \frac{1}{N}\end{aligned}$$

b

Würde z. B. gelten $X_2 = \frac{1}{2} \cdot X_1; X_3 = \frac{1}{4} \cdot X_1; \dots$

Konkretes Beispiel mit $X_2 = \frac{1}{2} \cdot X_1; X_3 = \frac{1}{4} \cdot X_1$ und $\Omega = \{5\}$. Somit hat 5 dann eine Wahrscheinlichkeit von 100%. Daraus ergibt sich dann ein Erwartungswert von

$$\mathbb{E}\left(\frac{X_1}{X_1 + X_2 + X_3}\right) = \frac{5}{5 + \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot 5} = \frac{4}{7} \neq \frac{1}{3}$$