

Einführung in die Stochastik für Informatiker Wintersemester 22/23

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gegeben sei ein mehrdimensionaler Datensatz (\boldsymbol{x}_i, y_i) mit $\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{R}^d$ für $i = 1, \dots, n$. Konkret wollen wir hier den Spezialfall $y_i = b + \boldsymbol{x}_i \boldsymbol{a}$ mit $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^d$ für $i = 1, \dots, n$ annehmen.

- a) Rechnen Sie nach, dass $\beta = a$.
- b) Rechnen Sie nach, dass $\beta_0 = b$.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Sei (Ω, \mathbb{P}) ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum. Beweisen Sie die folgende Aussage.

Definiert man zu m beliebigen Ereignissen $A_1, A_2, \ldots, A_m \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ die Summen

$$S_k = \sum_{\{i_1,i_2,...,i_k\} \subseteq \{1,...,m\}} \mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1,...,k} A_{i_l}\right)$$

für $k = 1, \ldots, m$, so gilt

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{m} A_i\right) = \sum_{k=1}^{m} (-1)^{k+1} S_k.$$

Tipp: Vollständige Induktion über m.

Besprechung in der Übung am Freitag, den 18. November 2022, 8:30 Uhr in Raum 66/E33