Aufgabe 2

a

$$
\begin{aligned}
S_{xy} &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) \\
&= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_iy_i-\bar{x}y_i-x_i\bar{y}+\bar{x}\bar{y}) \\
&= \frac{1}{n-1}\left(n\cdot\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_iy_i)-n\cdot\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)\cdot\bar{x}-n\cdot\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\cdot\bar{y}+n\cdot\bar{x}\bar{y}\right) \\
&= \frac{n}{n-1}(\overline{xy}-\bar{y}\bar{x}-\bar{x}\bar{y}+\bar{x}\bar{y}) \\
&= \frac{n}{n-1}(\overline{xy}-\bar{x}\bar{y})
\end{aligned}
$$

b

Setzt man ax_i+b für x_i ein, so folgt

$$
\begin{aligned}
S_{xy} &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(ax_i+b-\bar{x})(y_i-\bar{y}) \\
&\text{mit} \\
\bar{x} &= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}(a\cdot x_i+b)\right)=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}(a\cdot x_i)+nb\right) \\
&= a\cdot\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i)+nb\right) \\
&= a\cdot\bar{x}'+b && \mid \bar{x}' \text{ ist hierbei das "alte" } \bar{x}
\end{aligned}
$$

Eingesetzt folgt dann

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(ax_i+b-a\cdot\bar{x}'-b)(y_i-\bar{y}) \\
&= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(ax_i-a\cdot\bar{x}')(y_i-\bar{y}) \\
&= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}a\cdot(x_i-\bar{x}')(y_i-\bar{y}) \\
&= a\cdot\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x}')(y_i-\bar{y}) \\
&= a\cdot(S_{xy})'
\end{aligned}
$$