

Übungsblatt 4: Warteschlangentheorie

⇒ Abgabe der Lösungen bis Montag, 15. November 14:00 im AsSESS

Aufgabe 1: Grundbegriffe (1+1+1 = 3 Punkte)

1. Unter welcher Voraussetzung ist Little's Law auf ein System anwendbar, das Jobs ausführt?
2. Welche Eigenschaften hat eine Warteschlange, die in Kendall-Notation mit dem Kürzel $M/G/4/10$ beschrieben wird?
3. Warum ist die Pareto-Verteilung bei der Untersuchung von Prozess-Warteschlangen in Unix-Systemen interessant?

Aufgabe 2: M/M/1 am Flughafen (1+3 = 4 Punkte)

Bei der Planung eines Flughafens für Propellermaschinen soll die Landebahn mit Hilfe einer Warteschlange dargestellt werden. Die Landezeit einer Maschine ist exponentialverteilt und dauert im Mittel 1.5 Minuten. Es wird angenommen, dass Flugzeuge mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten am Flughafen eintreffen.

1. Modellieren Sie die Landebahn mit einer M/M/1-Warteschlange. Beschreiben Sie für jede Komponente der Warteschlange die Zuordnung zu den Elementen des Flughafenmodells.
2. Welche Ankunftsrate kann maximal toleriert werden, wenn ein Flugzeug vor der Landung im Mittel nicht länger als 3 Minuten in der Warteschleife verbringen soll?

Aufgabe 3: Ein kleines Warteschlangen-Netz (1+4+2 = 7 Punkte)

Betrachten Sie ein Rechensystem, in dem die Jobs zunächst eine Berechnung auf der CPU durchführen und das Ergebnis anschließend auf einem Terminal ausgeben. Sowohl CPU als auch Terminal werden dabei mit je einer M/M/1-Warteschlange verwaltet. Die Ankunftsrate bei der CPU-Warteschlange sei λ und Sie können davon ausgehen, dass der Ausgabestrom der CPU dann ein Poisson-Prozess mit Rate λ ist (→ Burke-Theorem). Die Bedienkapazität für die CPU sei $\mu_1 = 2$ und für das Terminal $\mu_2 = 4$.

1. Welche maximale Ankunftsrate verkraftet das System, ohne instabil zu werden?
2. Wie groß sind die Erwartungswerte für die Antwortzeit $E[T]$ und Anzahl der Jobs $E[N]$ für das Gesamtnetzwerk mit $\lambda = 1$?
3. Eine alternative Konfiguration des Rechensystems erlaubt es, die vorhandenen Bedienkapazitäten von CPU und Terminal anders zu verteilen. Bestimmen Sie die maximale Ankunftsrate für den Fall, dass beide Warteschlangen die gleiche Bedienkapazität $\mu_1 = \mu_2 = 3$ haben, berechnen Sie $E[T]$ und $E[N]$ für $\lambda = 1$ und vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen aus den Aufgabenteilen 1 und 2. Welche Konfiguration ist besser? Begründen Sie Ihre Antwort.