МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Университет ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЁТ
по лабораторной работе № 5
по дисциплине
”Линейные системы автоматического управления”

Вариант №7

по теме:
ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

Выполнил: Васильев В.С.

Проверил: Пашенко А.В.

Группа: R3335

Санкт-Петербург
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ОБЪЕКТ 1. ДПТ

Рассмотрим уравнения для двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$$J\dot{\omega} = M, \quad M = k_m I, \quad I = \frac{U + \varepsilon_i}{R}, \quad \varepsilon_i = -k_e \omega.$$

где:

k_m — конструктивная постоянная по моменту
k_e — конструктивная постоянная по ЭДС
J — момент инерции ротора
R — активное сопротивление обмоток ротора

Со следующими параметрами:

$k_m = 0.3348\,\text{Н} \cdot \text{м}/\text{А}$
$k_e = 0.3348\,\text{В} \cdot \text{с}$
$J = 0.0032\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$
$R = 4.7391\,\text{Ом}$

Передаточная функция ДПТ имеет вид:

$$W(s) = \frac{\omega}{U} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{RJ}{k_e k_m} s}$$

Что является реальным усилительным звеном, имеющим передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

где:

K — коэффициент усиления
T — постоянная времени

Соответственно, коэффициенты K и T равны:

$$K = \frac{1}{k_e} = 2.9882, \quad T = \frac{RJ}{k_e k_m} = 0.1352$$

1.1 Временные характеристики

Переходная характеристика (Step Response) - реакция системы на ступенчатый единичный входной сигнал. Для реального усилительного звена имеет вид:

$$h(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Весовая характеристика (Impulse Response) - реакция системы на входной сигнал в виде дельта-функции. Для реального усилительного звена имеет вид:

$$w(t) = \frac{K}{T}e^{-\frac{t}{T}}$$

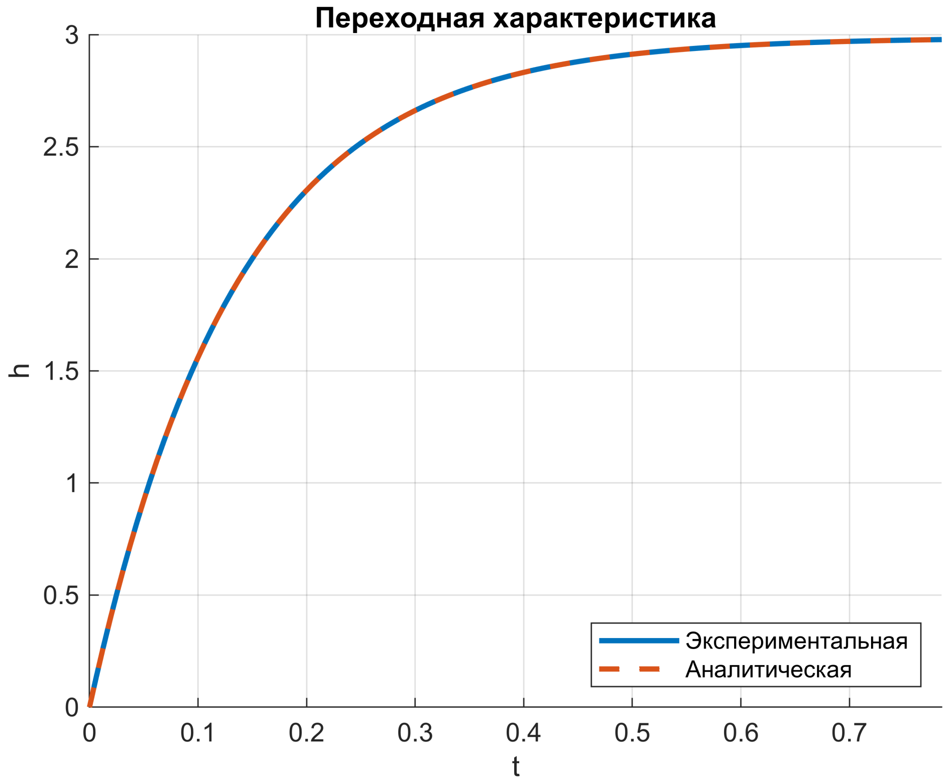

Рисунок 1 — Переходная характеристика ДПТ

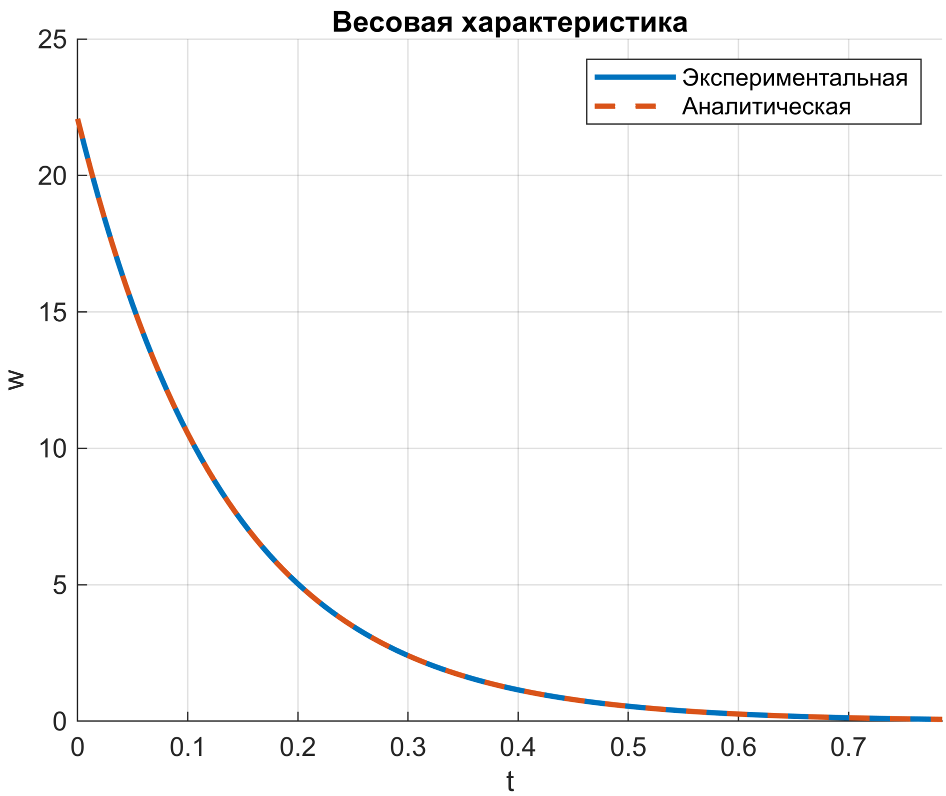

Рисунок 2 — Весовая характеристика ДПТ

1.2 Частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика - зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты входного сигнала. Для реального усилительного звена имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 10 \lg(1 + \omega^2 T^2)$$

Фазо-частотная характеристика - зависимость фазы выходного сигнала от частоты входного сигнала. Для реального усилительного звена имеет вид:

$$\phi(\omega) = -\arctan(\omega T)$$

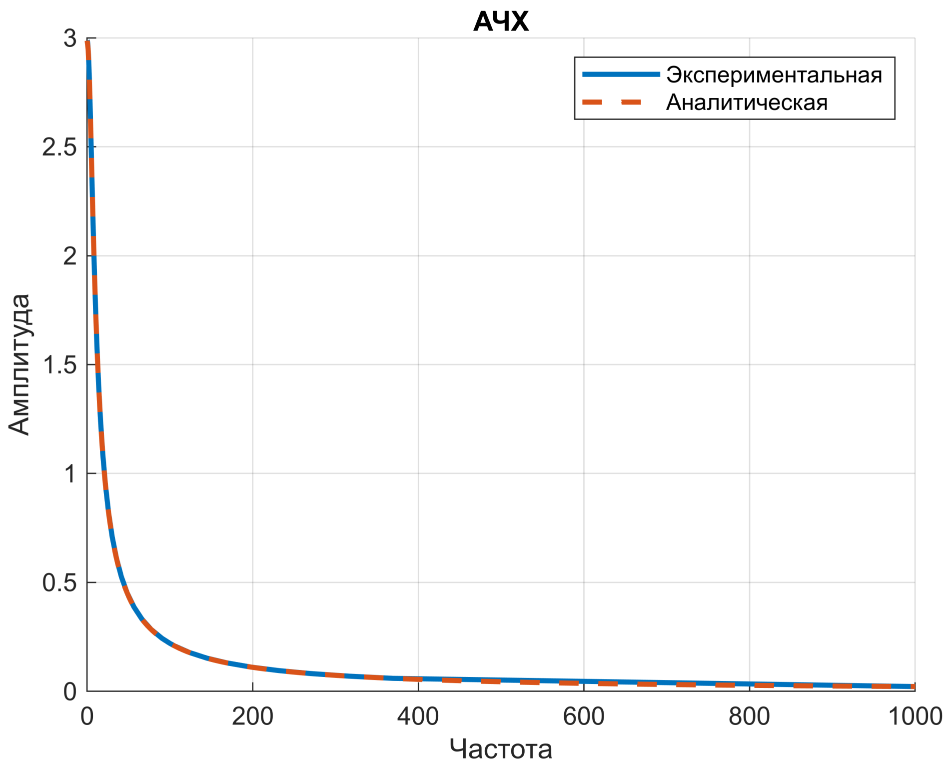

Рисунок 3 — Амплитудно-частотная характеристика ДПТ

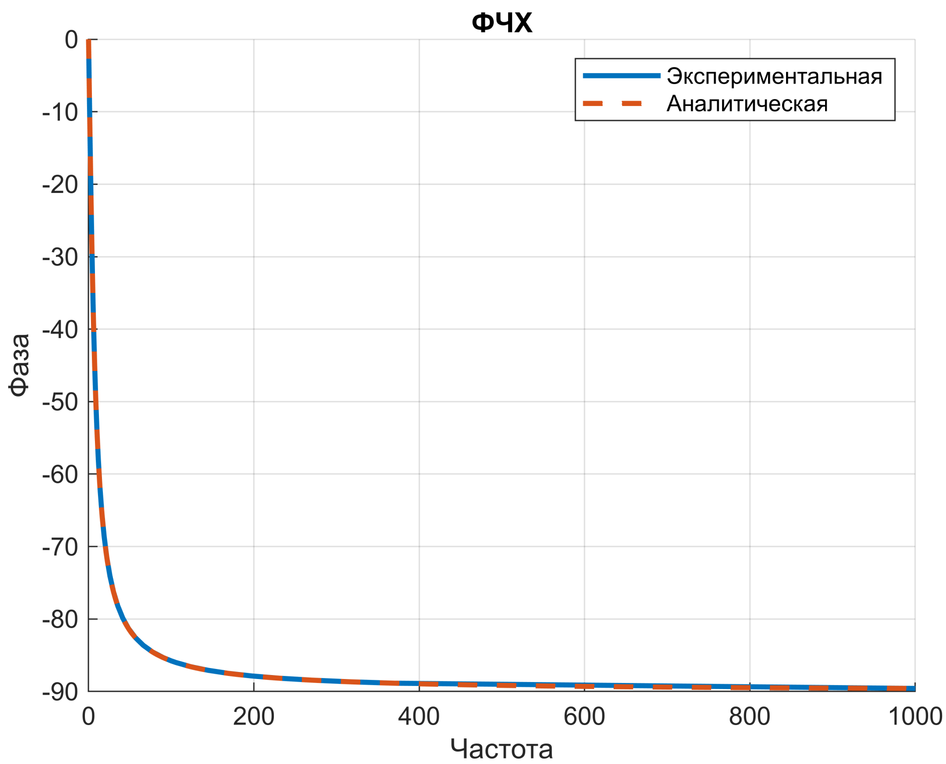

Рисунок 4 — Фазо-частотная характеристика ДПТ

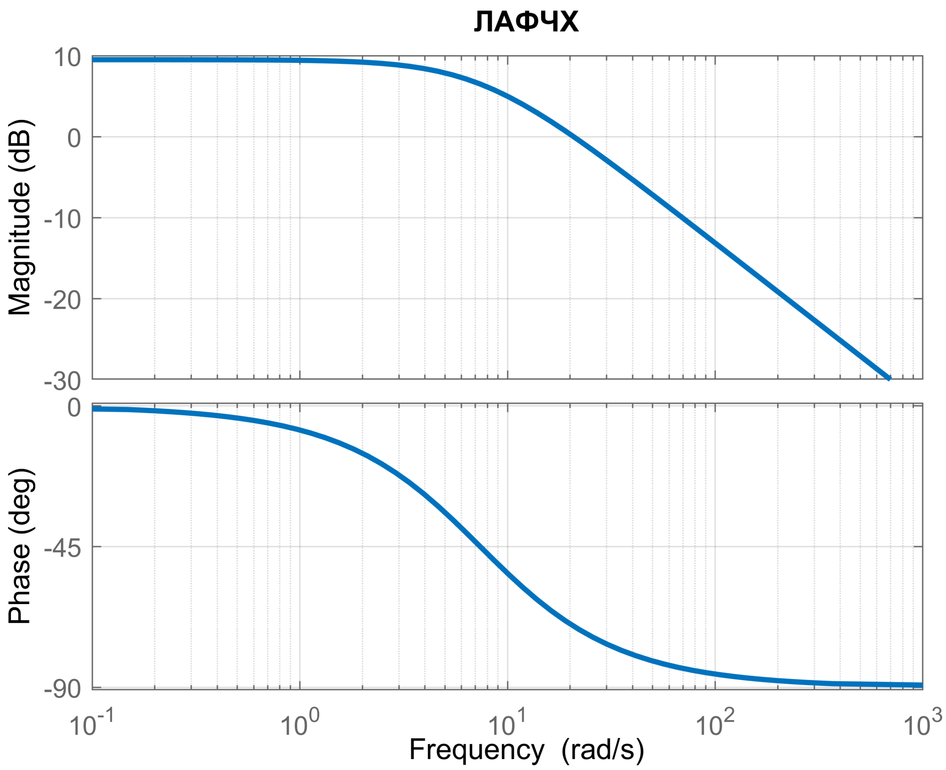

Рисунок 5 — Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика ДПТ

2 ОБЪЕКТ 2. ДПТ 2.0

Рассмотрим уравнения для двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$$J\dot{\omega} = M, \quad M = k_m I, \quad I = \frac{U + \varepsilon_i}{R}, \quad \varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_s, \quad \varepsilon_s = -L\dot{I}.$$

где:

k_m — конструктивная постоянная по моменту
L — индуктивность обмоток статора
J — момент инерции ротора
R — активное сопротивление обмоток ротора
ε_i — ЭДС индукции
ε_s — ЭДС самоиндукции
ε — общая ЭДС

Со следующими параметрами:

$k_m = 0.3348\,\text{Н} \cdot \text{м}/\text{А}$
$k_e = 0.3348\,\text{В} \cdot \text{с}$
$J = 0.0032\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$
$R = 4.7391\,\text{Ом}$
$L = 1.1647\,\text{Гн}$

Передаточная функция ДПТ имеет вид:

$$W(s) = \frac{\omega}{U} = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{LJ}{k_e k_m}s^2 + \frac{JR}{k_e k_m}s + 1}$$

Что является колебательным звеном, имеющим передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

где:

K — коэффициент усиления
T — постоянная времени
ξ — коэффициент затухания

Соответственно, коэффициенты K, T и ξ равны:

$$K = k_e^{-1} = 2.9869, \quad T = \sqrt{\frac{LJ}{k_e k_m}} = 0.1823, \quad \xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{J}{L k_e k_m}} = 0.037$$

2.1 Временные характеристики

Переходная характеристика для колебательного звена имеет вид:

$$h(t) = K\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \varphi)\right),$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}, \quad \alpha = \frac{\xi}{T}, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

где:

ω_0 — частота собственных колебаний

α — коэффициент затухания

φ — начальная фаза

Весовая характеристика для колебательного звена имеет вид:

$$w(t) = K\left(\omega_0 + \frac{\alpha^2}{\omega_0}\right) \sin(\omega_0 t) e^{-\alpha t}.$$

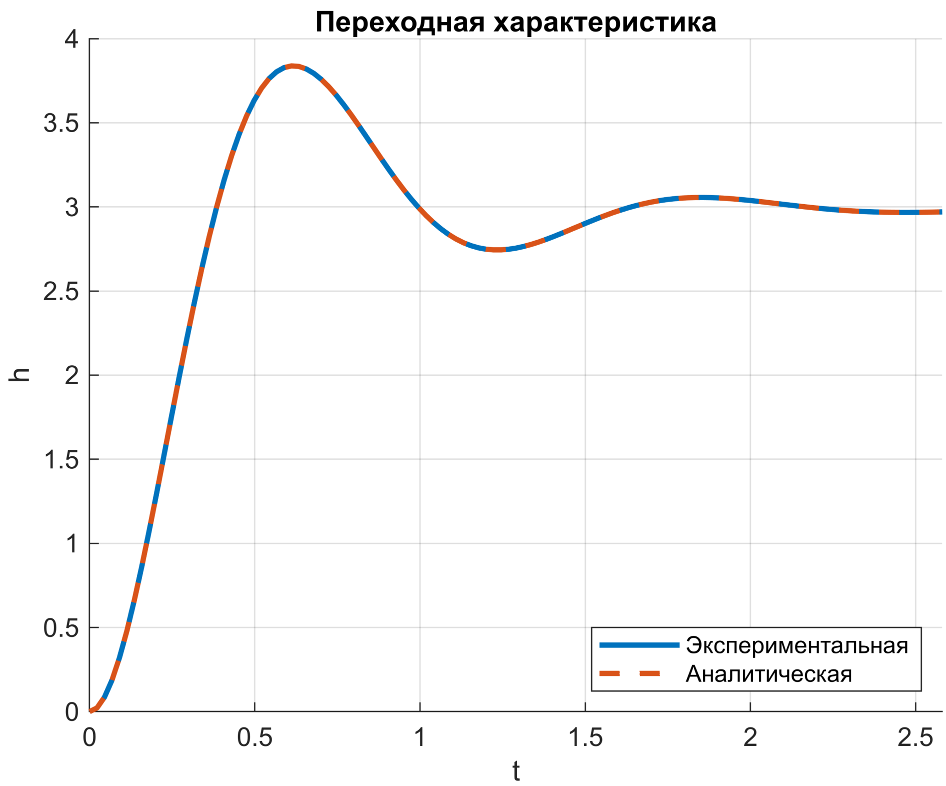

Рисунок 6 — Переходная характеристика полной модели ДПТ

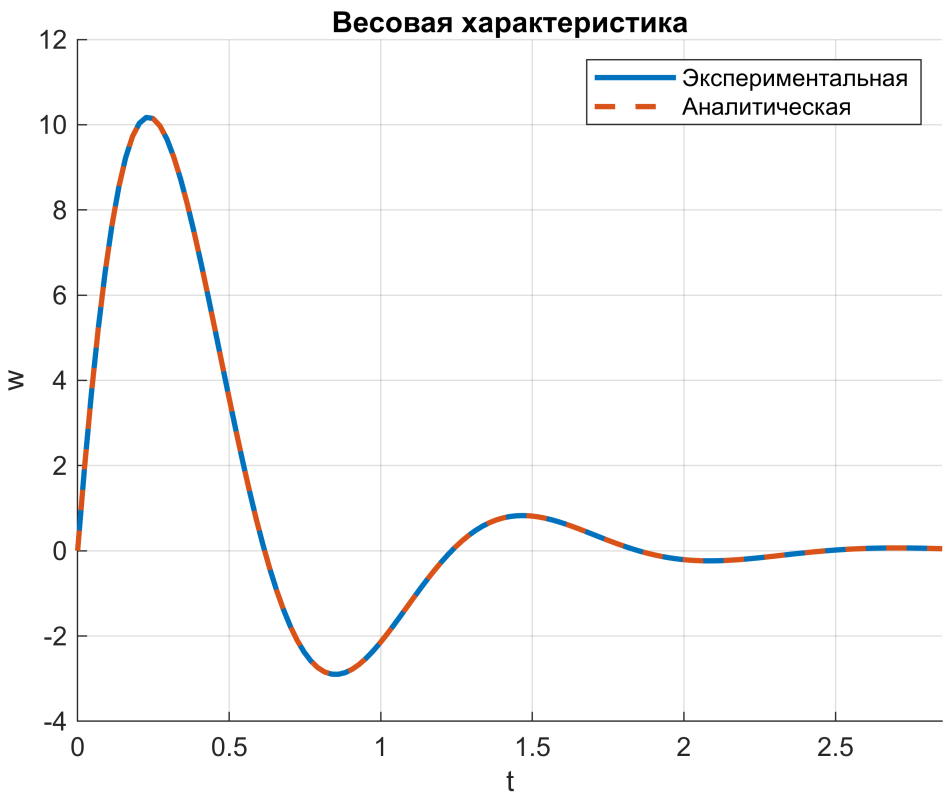

Рисунок 7 — Весовая характеристика полной модели ДПТ

2.2 Частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика для колебательного звена имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg(K) - 10\lg\left((1-\omega^2T^2)^2 + 4\omega^2\xi^2T^2\right)$$

Фазо-частотная характеристика для колебательного звена имеет вид:

$$\varphi(\omega) = -a\pi - \arctan\left(\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}\right), \quad a = \begin{cases} 0, & \omega < T^{-1} \\ 1, & \omega > T^{-1} \end{cases}$$

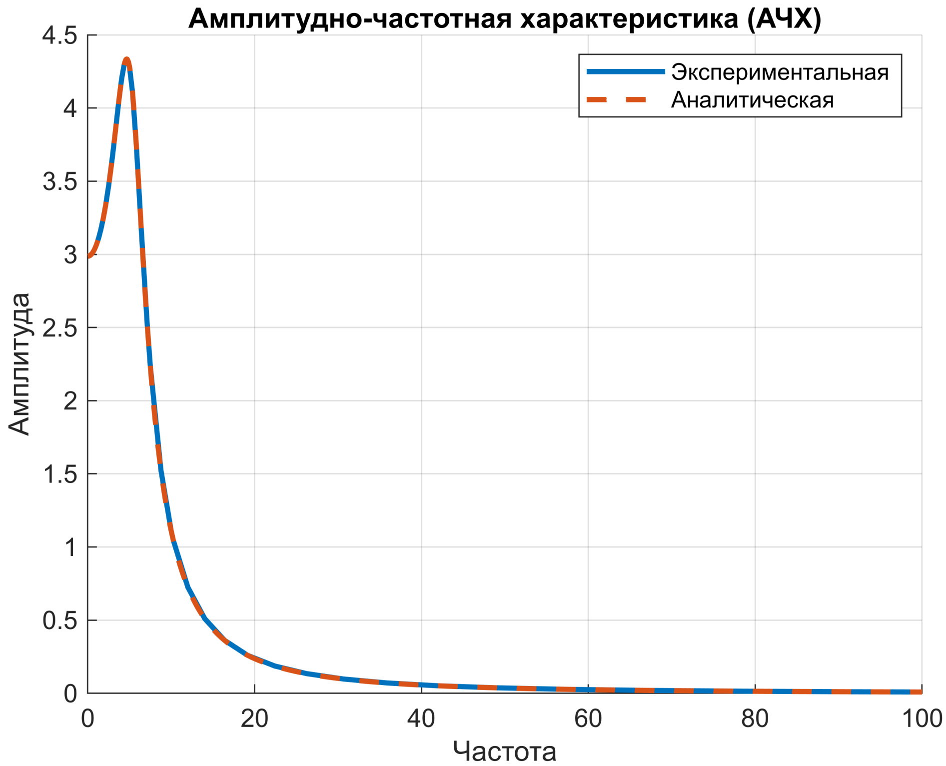

Рисунок 8 — Амплитудно-частотная характеристика полной модели ДПТ

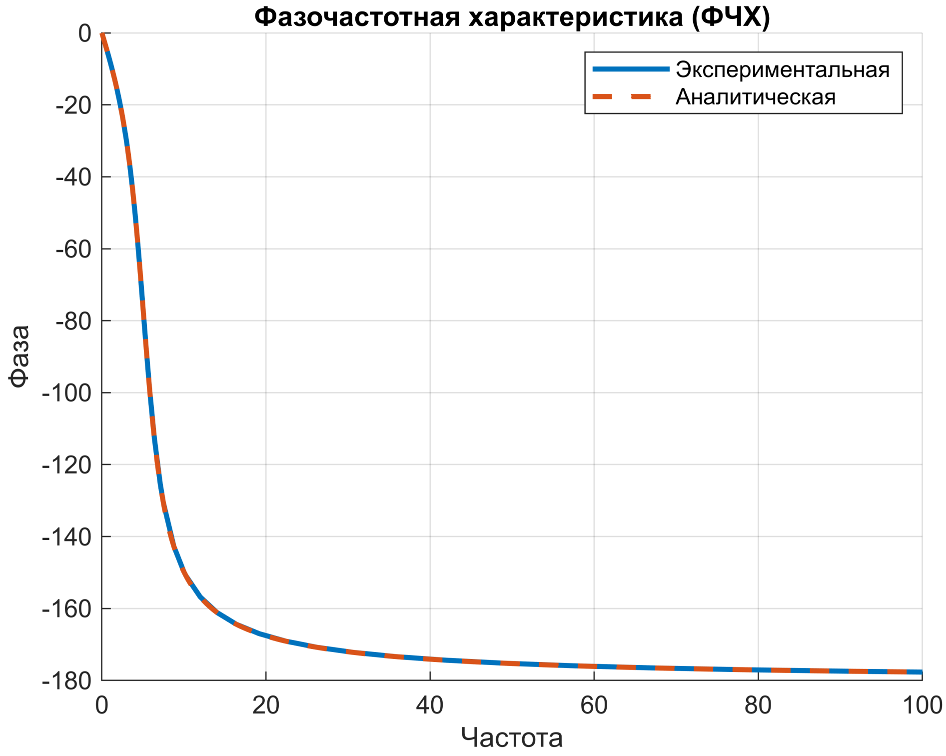

Рисунок 9 — Фазо-частотная характеристика полной модели ДПТ

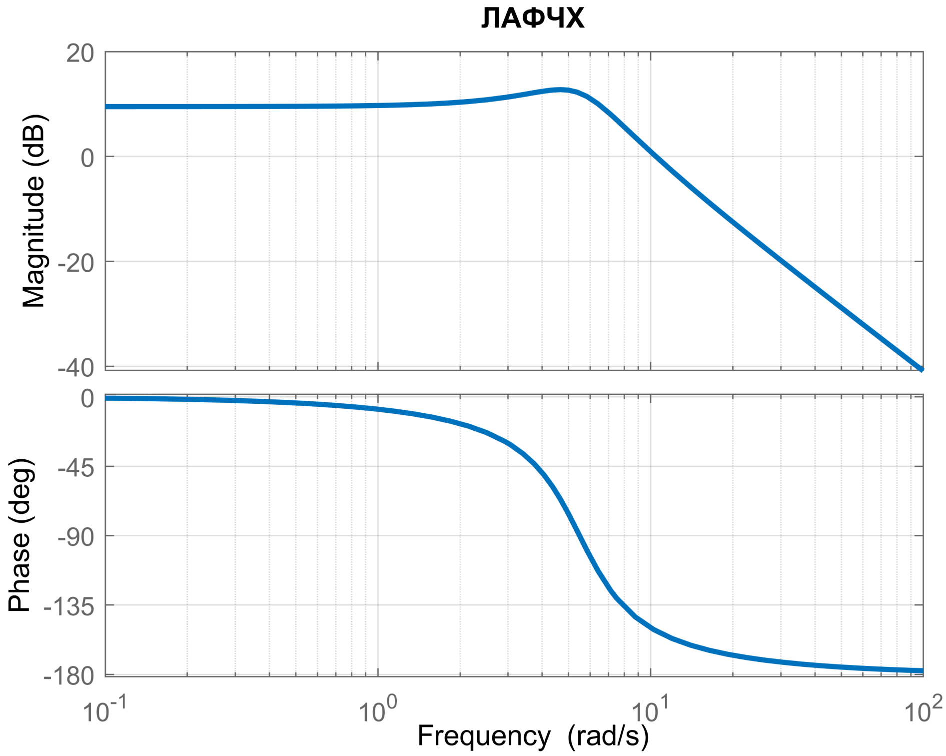

Рисунок 10 — Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика полной модели ДПТ

3 ЗАДАНИЕ 3. КОНДЕНСИРУЙ-УМНОЖАЙ

Рассмотрим уравнение конденсатора:

$$I = C\frac{dU}{dt}$$

со следующими параметрами:

$C = 324\,\text{мкФ}$

Передаточная функция конденсатора имеет вид:

$$W(s) = \frac{U}{I} = \frac{1}{Cs}$$

Что является идеальным интегрирующим звеном, имеющим передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{K}{s}$$

Соответственно, коэффициент K равен:

$$K = \frac{1}{C} = 3086.4$$

3.1 Временные характеристики

Переходная характеристика для интегрирующего звена имеет вид:

$$h(t) = Kt$$

Весовая характеристика для интегрирующего звена имеет вид:

$$w(t) = K$$

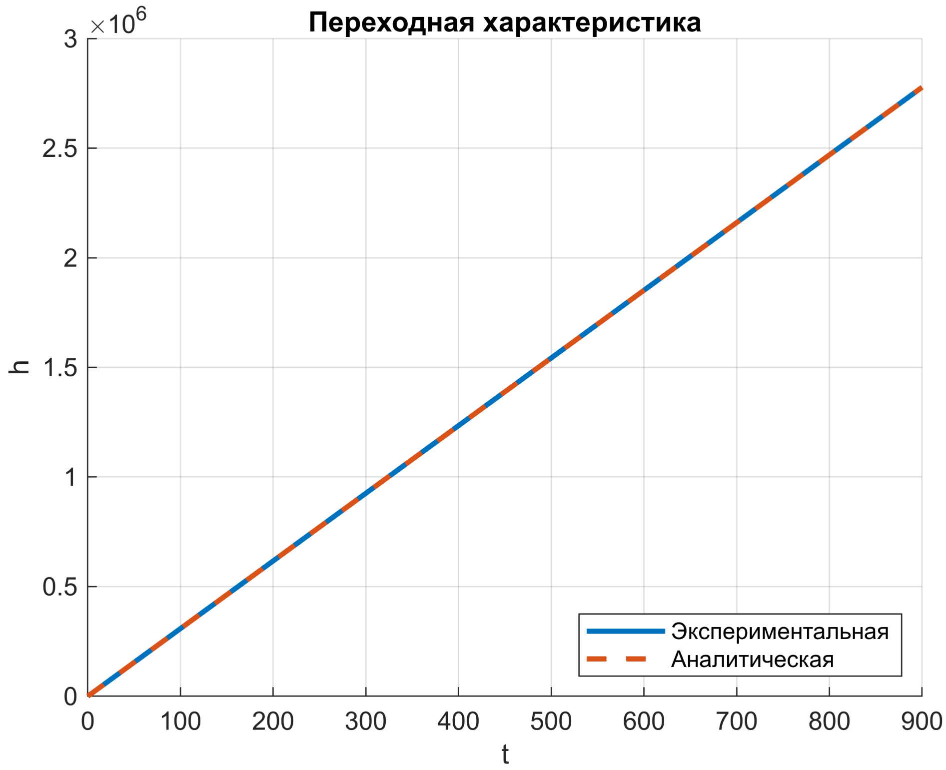

Рисунок 11 — Переходная характеристика конденсатора

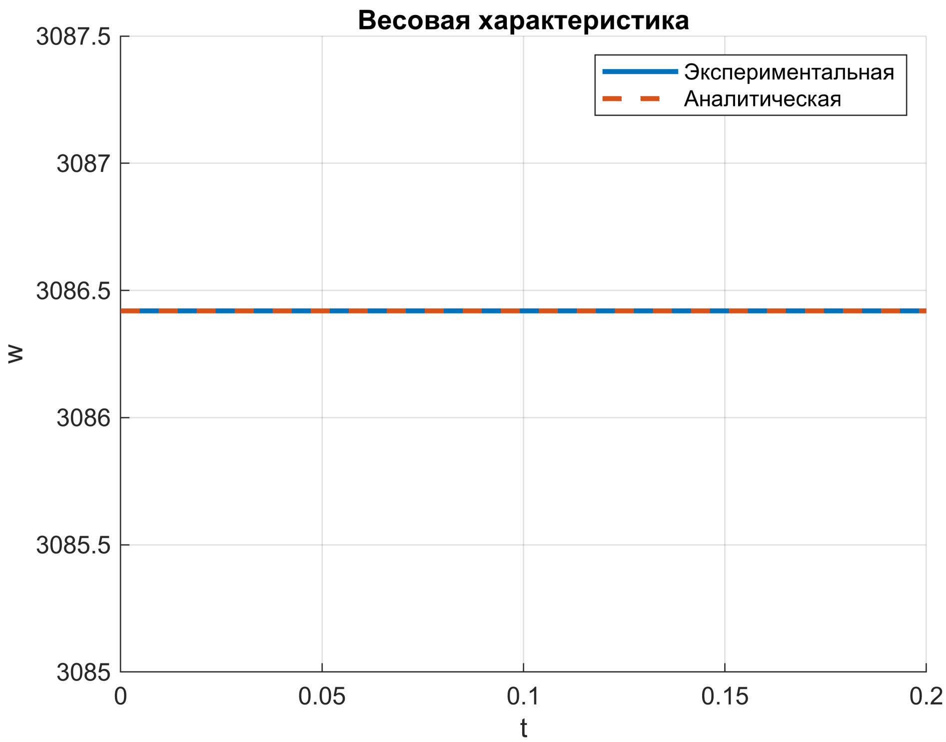

Рисунок 12 — Весовая характеристика конденсатора

3.2 Частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика для интегрирующего звена имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg(K) - 20\lg(\omega)$$

Фазо-частотная характеристика для интегрирующего звена имеет вид:

$$\phi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

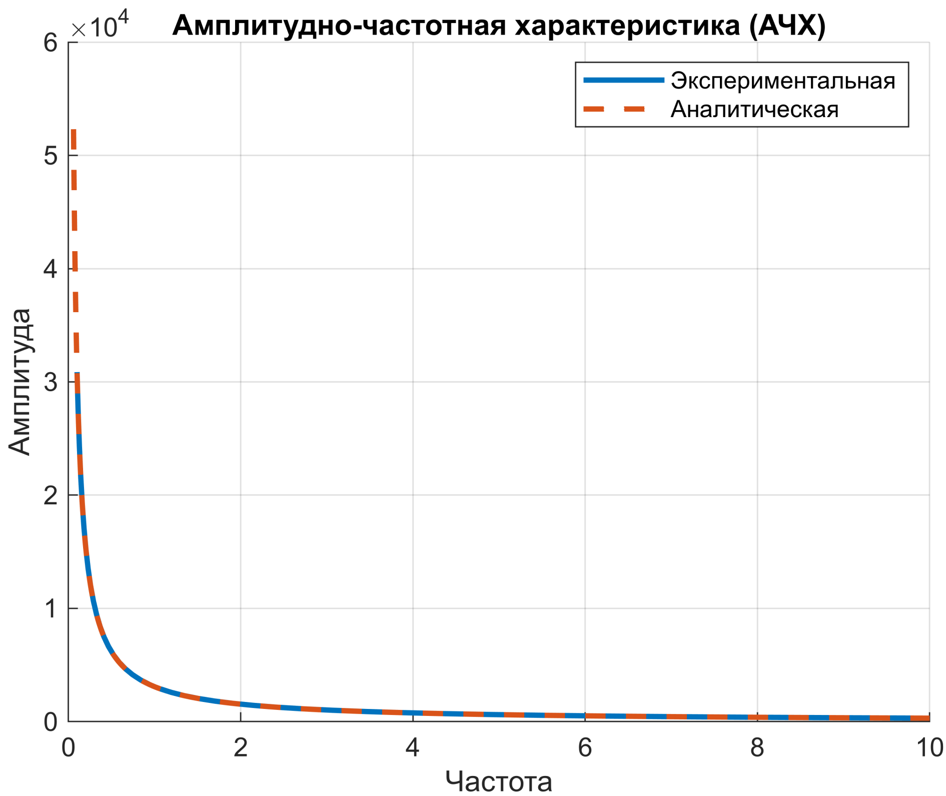

Рисунок 13 — Амплитудно-частотная характеристика конденсатора

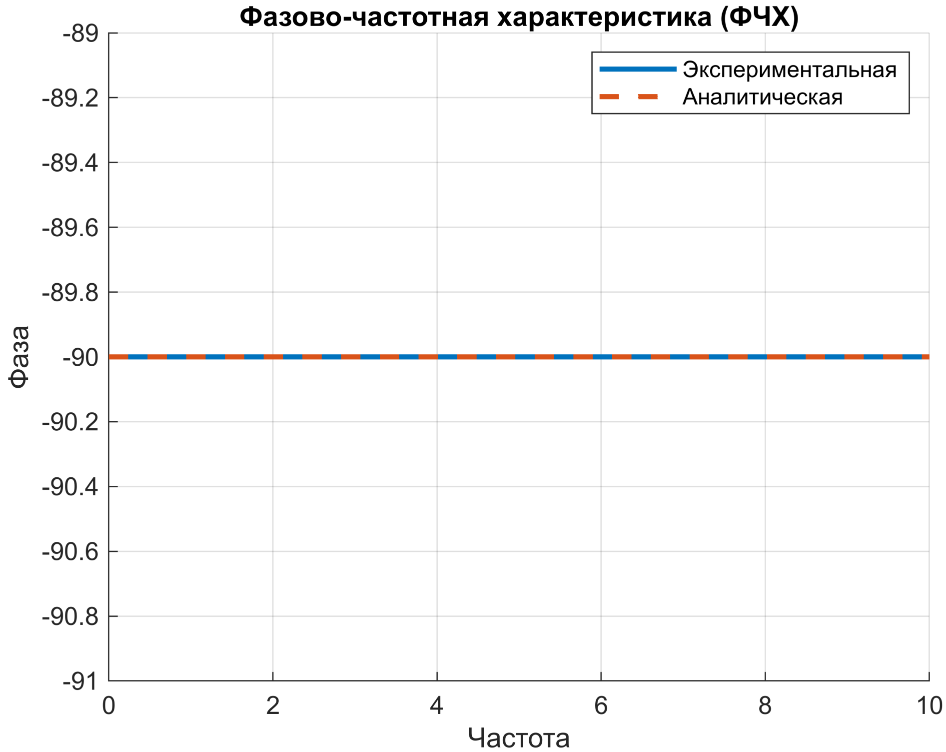

Рисунок 14 — Фазо-частотная характеристика конденсатора

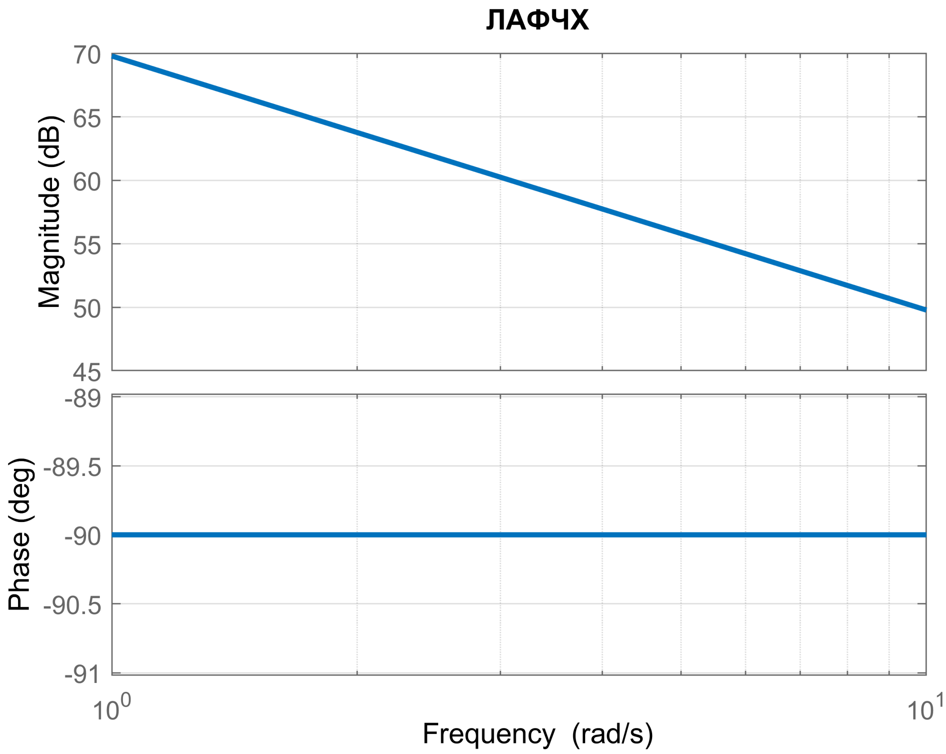

Рисунок 15 — Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика конденсатора

4 ОБЪЕКТ 4. ПРУЖИНКА

Рассмотрим уравнения пружинного маятника:

$$F_{\text{упр}} = -kx, \quad F = m\ddot{x}$$

где:

k — коэффициент жесткости пружины
m — масса груза

Со следующими параметрами:

$k = 20\,\text{Н}/\text{м}$
$m = 81\,\text{кг}$

Запишем общее уравнение движения через некоторую силу F_{ext}, направленную соосно движению маятника:

$$m\ddot{x} + kx = F_{ext}$$

Передаточная функция пружинного маятника имеет вид:

$$W(s) = \frac{x}{F_{ext}} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{m}{k}s^2 + 1}$$

Что является консервативным звеном, имеющим передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{K}{T^2s^2 + 1}$$

Соответственно, коэффициенты K и T равны:

$$K = \frac{1}{k} = 0.0123, \quad T = \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.4969$$

4.1 Временные характеристики

Переходная характеристика для консервативного звена имеет вид:

$$h(t) = K\left(1 - cos(\omega_0 t)\right)$$

Весовая характеристика для консервативного звена имеет вид:

$$w(t) = K\omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

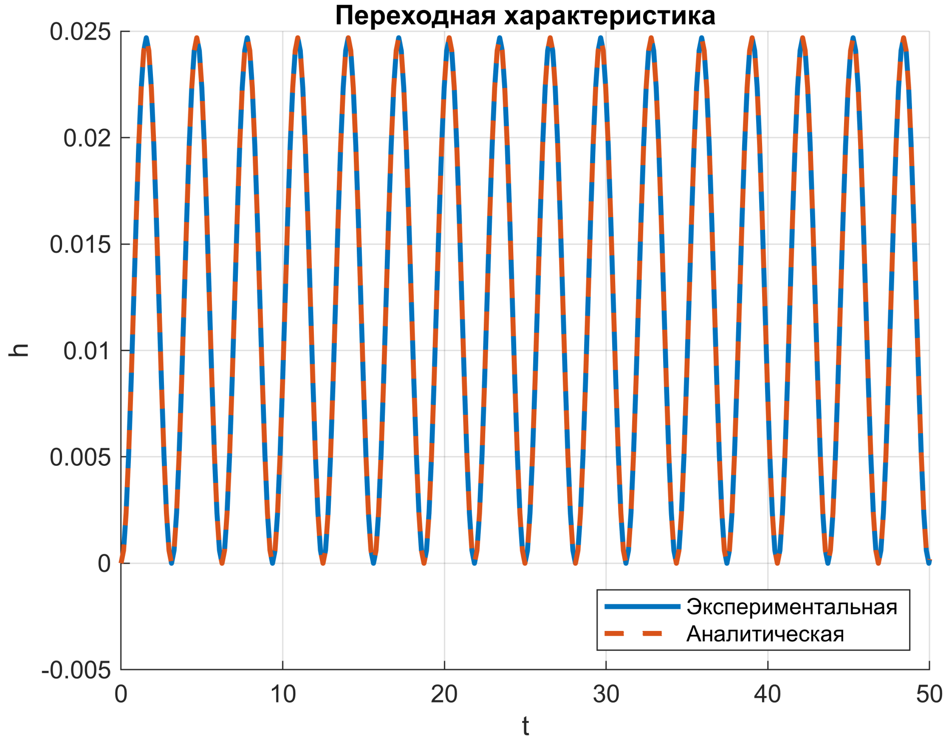

Рисунок 16 — Переходная характеристика пружинного маятника

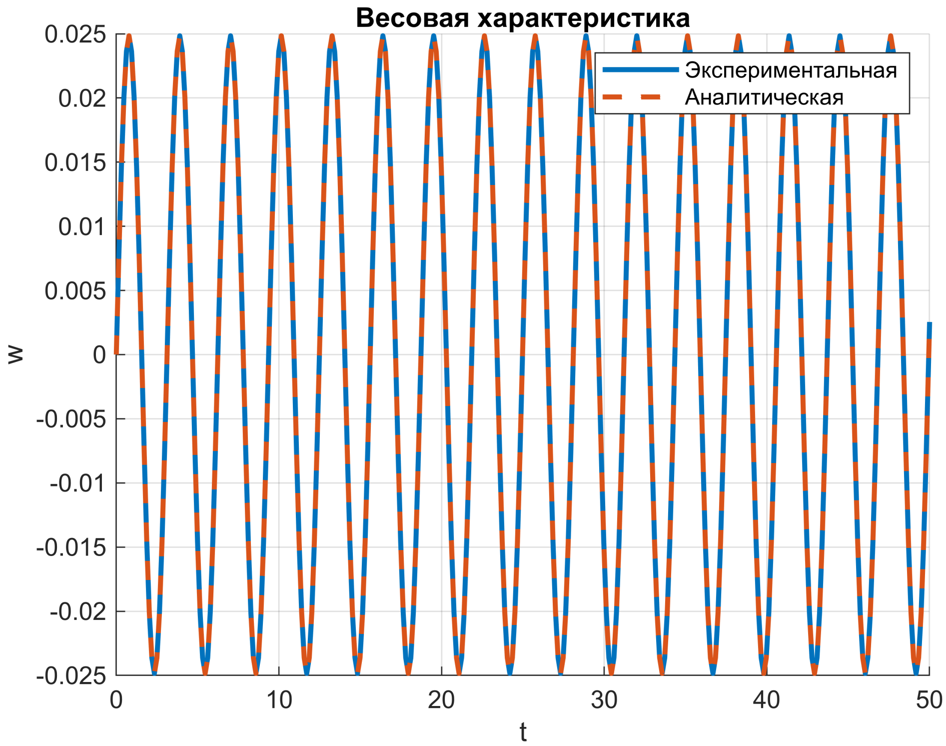

Рисунок 17 — Весовая характеристика пружинного маятника

4.2 Частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика для консервативного звена имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg(K) - 40\lg(1 - \omega^2 T^2)$$

Фазо-частотная характеристика для консервативного звена имеет вид:

$$\varphi(\omega) = -a\pi \begin{cases} a = 0, & \omega < T^{-1} \\ a = 1, & \omega > T^{-1} \end{cases}$$

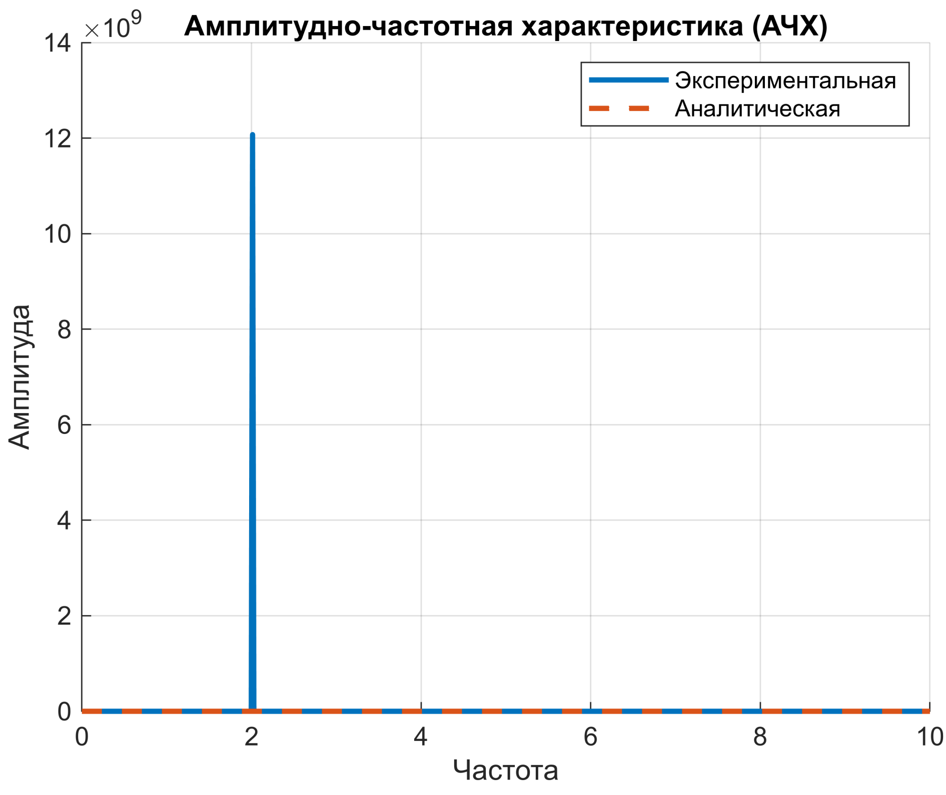

Рисунок 18 — Амплитудно-частотная характеристика пружинного маятника

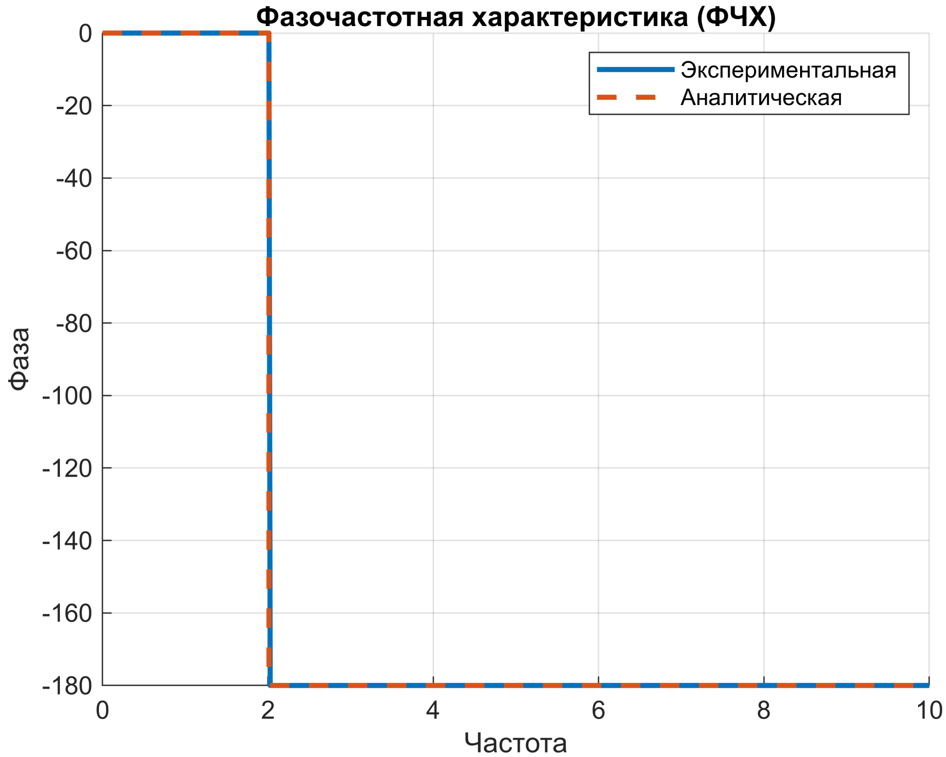

Рисунок 19 — Фазо-частотная характеристика пружинного маятника

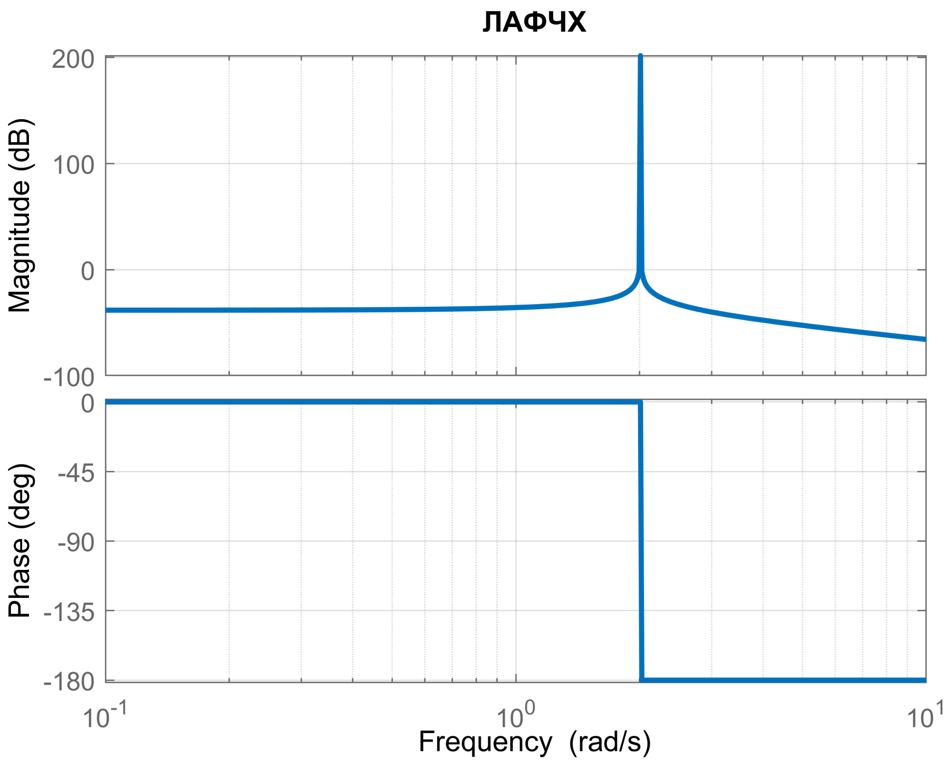

Рисунок 20 — Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика пружинного маятника

5 ОБЪЕКТ 5. ЧТО ТЫ ТАКОЕ

Рассмотрим схему регулятора на операционном усилителе:

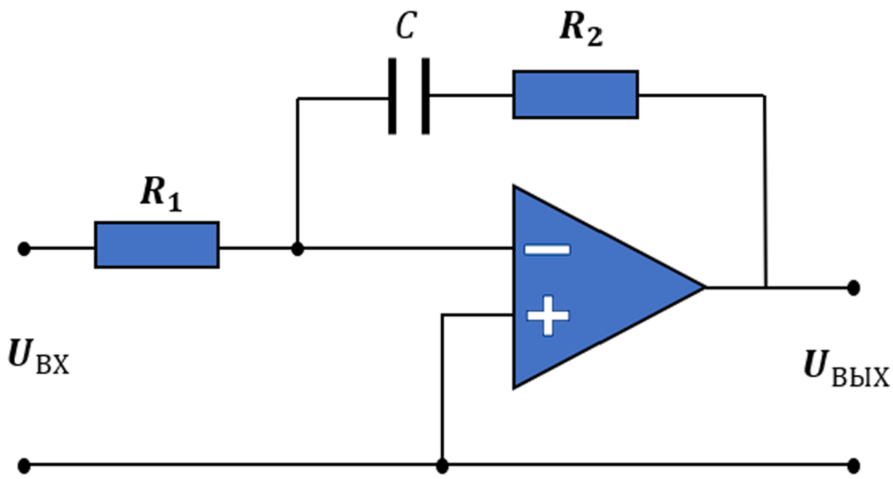

Рисунок 21 — Схема регулятора на операционном усилителе

со следующими параметрами:

$R_1 = 2425\,\text{Ом}$

$R_2 = 21827\,\text{Ом}$

$C = 324\,\text{мкФ}$

Присмотревщись к схеме, можно заметить, что она представляет собой пропорционально-интегрирующее звено, которое имеет передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{K(Ts+1)}{Ts}$$

Для представленного регулятора коэффициенты K и T равны:

$$K = \frac{R_2}{R_1} = 9.008, \quad T = R_2C = 7.0719$$

5.1 Временные характеристики

Переходная характеристика для пропорционально-интегрирующего звена имеет вид:

$$h(t) = K\left(1 + tT\right)$$

Весовая характеристика для пропорционально-интегрирующего звена имеет вид:

$$w(t) = \frac{K}{T}$$

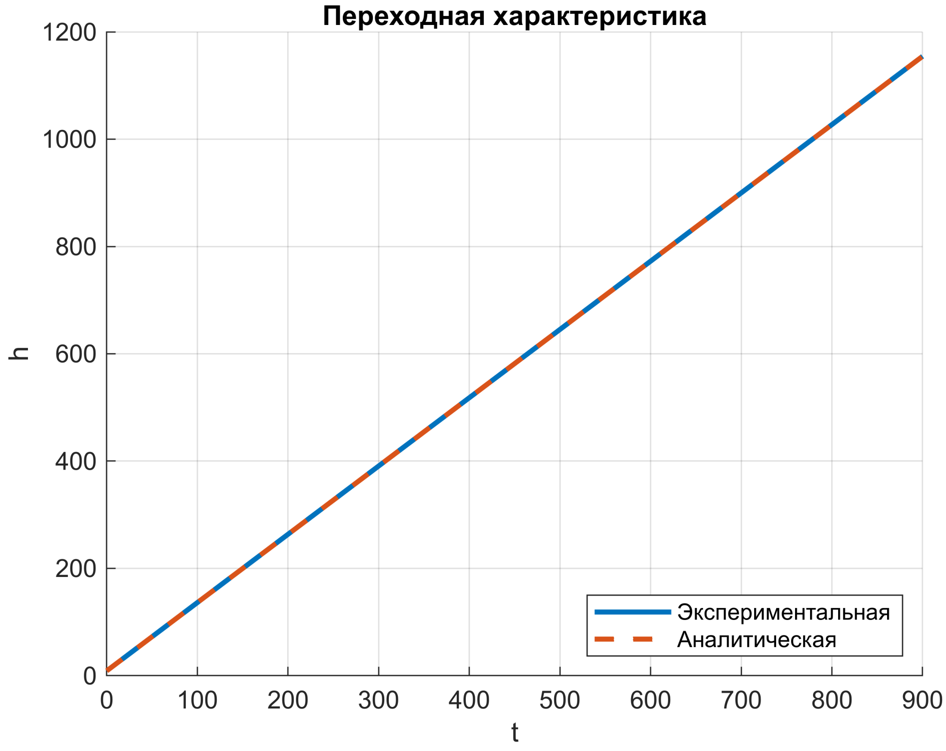

Рисунок 22 — Переходная характеристика регулятора

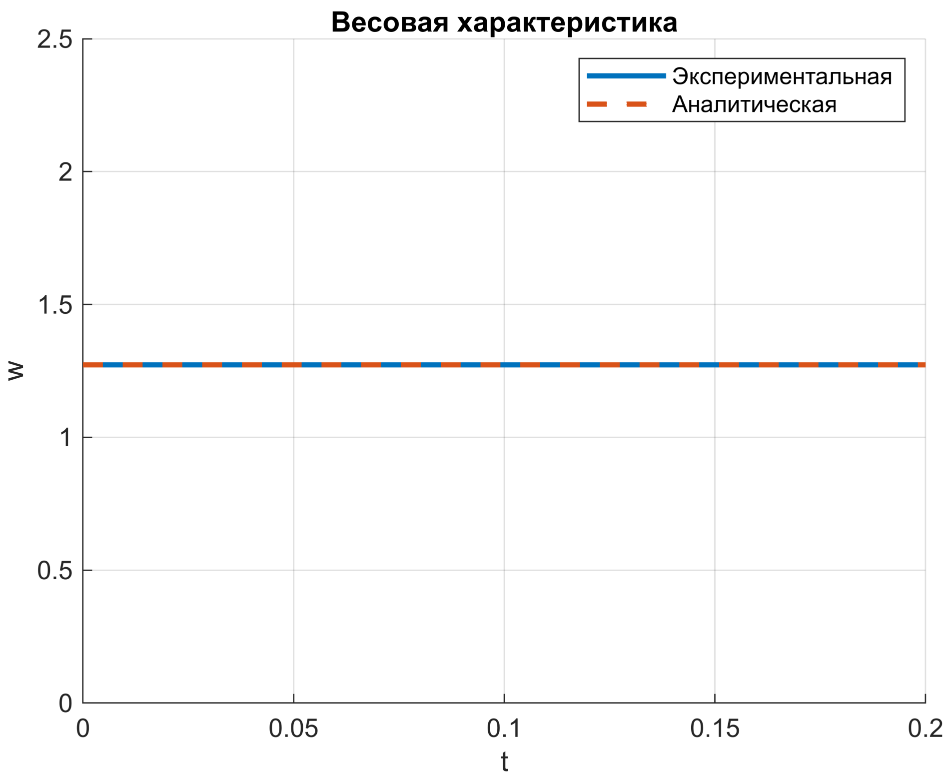

Рисунок 23 — Весовая характеристика регулятора

5.2 Частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика для пропорционально-интегрирующего звена имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K\sqrt{1+\omega^2T^2}}{\omega T}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$\lg A(\omega) = 20\lg K + 10\lg(1+\omega^2T^2) - 20\lg{(\omega T)}$$

Фазо-частотная характеристика для пропорционально-интегрирующего звена имеет вид:

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{1}{\omega T}\right)$$

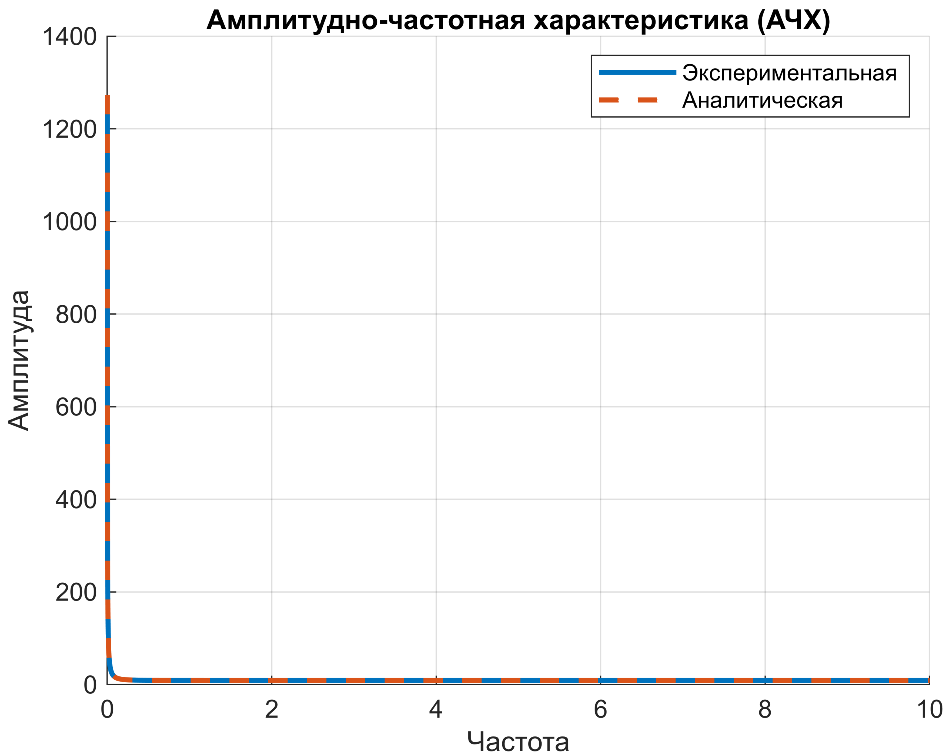

Рисунок 24 — Амплитудно-частотная характеристика регулятора

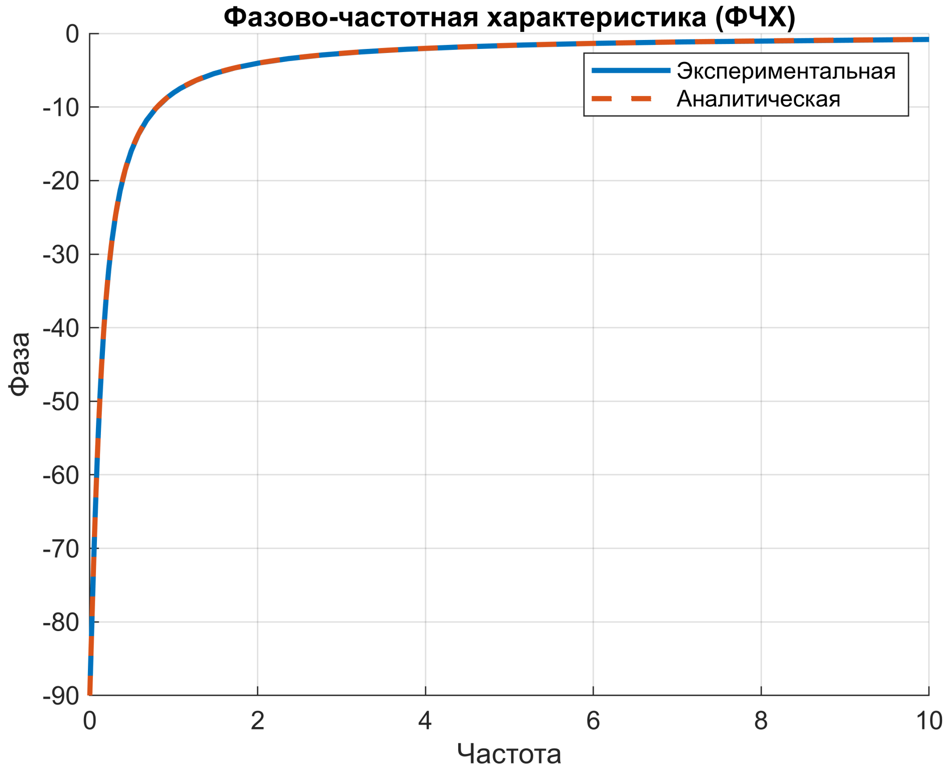

Рисунок 25 — Фазо-частотная характеристика регулятора

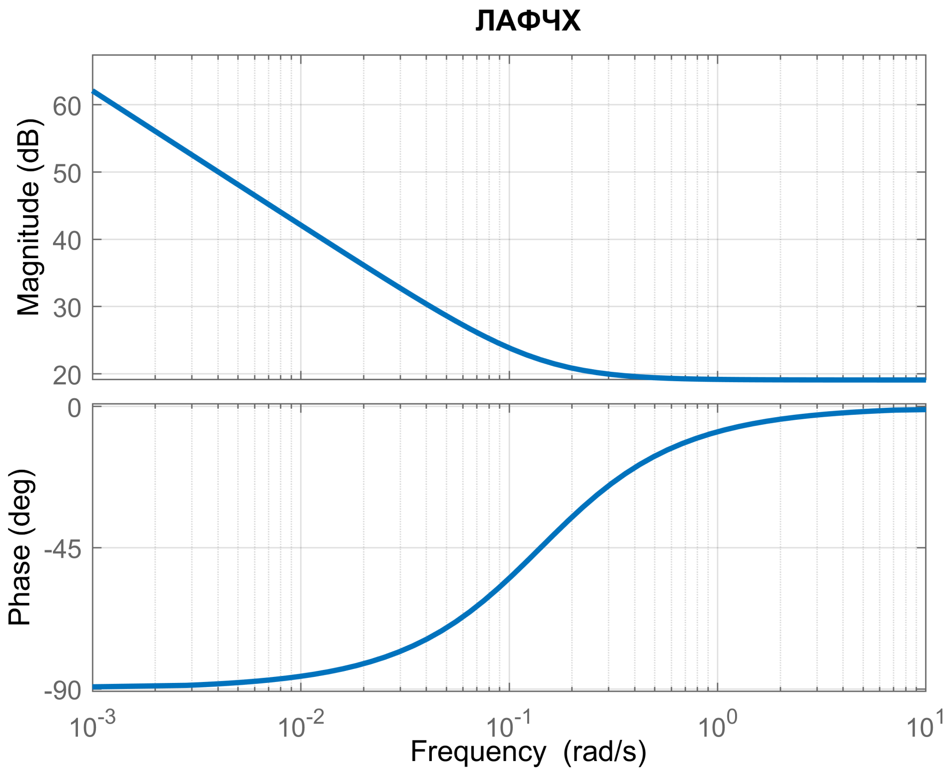

Рисунок 26 — Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика регулятора

6 ВЫВОД

В ходе лабораторной работы были исследованы типовые динамические звенья и некоторые реальные объекты управления, которые им соответствовали. Нашли передаточные функции для каждого объекта, а также вычислили их параметры. Построили аналитические выражения для временных и частотных характеристик для каждого объекта и сравнили их с результатами моделирования в MATLAB.