

Доказательство случайной перестановки

Страшные расчёты, даже не спрашивайте

for $i=0$ to $n-1$
swap ($A[i]$, $A[\text{random}(i, n-1)]$);

перед i -ой итерацией для каждой возможной
 i -перестановки n элементов
вероятность ее возникновения в $A[0 \dots i-1]$
$$\frac{(n-i)!}{n!} = (A_n^i)^{-1} = \frac{1}{A_n^i}$$

$i=0$ $A[0 \dots i-1]$ пустое множество
swap ($A[0]$, $A[\text{random}(0, n-1)]$)
for $i=1$ to $n-1$
 $A[0]$
 $A[1 \dots n]$
 $A[0]$

$A[0 \dots i-1] = \frac{(n-i)!}{n!}$
 $(a_0 \ a_1 \dots a_{i-1} | a_i)$ random ($i, n-1$)
 E_1 E_2 $n-i$ чисел
 $P_r(E_2) = \frac{1}{n-i}$
 $P_r(E_1 \cap E_2) = \frac{(n-i)!}{n!} \cdot \frac{1}{(n-i)} = \frac{(n-i-1)!}{n!} = \frac{1}{A_n^{i+1}}$
На выходе $i=n$

Алгоритм Хоара

Быстрый метод сортировки функционирует по принципу "разделяй и властвуй".

- Массив $a[l \dots r]a[l \dots r]$ типа ТТ разбивается на два (возможно пустых) подмассива $a[l \dots q]a[l \dots q]$ и $a[q+1 \dots r]a[q+1 \dots r]$, таких, что каждый элемент $a[l \dots q]a[l \dots q]$ меньше или равен $a[q]a[q]$, который в свою очередь, не превышает любой элемент подмассива $a[q+1 \dots r]a[q+1 \dots r]$. Индекс вычисляется в ходе процедуры разбиения.
- Подмассивы $a[l \dots q]a[l \dots q]$ и $a[q+1 \dots r]a[q+1 \dots r]$ сортируются с помощью рекурсивного вызова процедуры быстрой сортировки.
- Поскольку подмассивы сортируются на месте, для их объединения не требуются никакие действия: весь массив $a[l \dots r]a[l \dots r]$ оказывается отсортированным.

Для сортировки всего массива необходимо выполнить процедуру $\text{quicksort}(a, 0, \text{length}[a] - 1)$.

Разбиение массива

Основной шаг алгоритма сортировки — процедура partition , которая переставляет элементы массива $a[l \dots r]$ типа T нужным образом. Разбиение осуществляется с использованием следующей стратегии. Прежде всего, в качестве разделяющего элемента произвольно выбирается элемент $a[(l+r)/2]$. Далее начинается просмотр с левого конца массива, который продолжается до тех пор, пока не будет найден элемент, превосходящий по значению разделяющий элемент, затем выполняется просмотр, начиная с правого конца массива, который продолжается до тех пор, пока не отыскивается элемент, который по значению меньше разделяющего. Оба элемента, на которых просмотр был прерван, очевидно, находятся не на своих местах в разделенном массиве, и потому они меняются местами. Так продолжаем дальше, пока не убедимся в том, что слева от левого указателя не осталось ни одного элемента, который был бы больше по значению разделяющего, и ни одного элемента справа от правого указателя, которые были бы меньше по значению разделяющего элемента.

Переменная v сохраняет значение разделяющего элемента $a[(l+r)/2]$, а i и j представляет собой, соответственно, указатели левого и правого просмотра. Цикл разбиения увеличивает значение i и уменьшает значение j на 1, причем условие, что ни один элемент слева от i не больше v и ни один элемент справа от j не меньше v , не нарушается. Как только значения указателей пересекаются, процедура разбиения завершается.

Алгоритм Ломута

<https://rutube.ru/video/95357f5f1d12fa303df6370bc2b64175/> - самый наглядный видеоклип, чтобы понять как работает