

1. Оценка минимального числа взвешиваний в задаче о монете с помощью структуры тернарного дерева

Задача о фальшивой монете. Имеется n монет, среди которых возможно находится одна фальшивая. Фальшивая монета отличается от остальных по весу, и в нашем распоряжении находятся весы с двумя чашками. Требуется определить фальшивую монету за минимальное число взвешиваний или установить, что фальшивых монет нет.

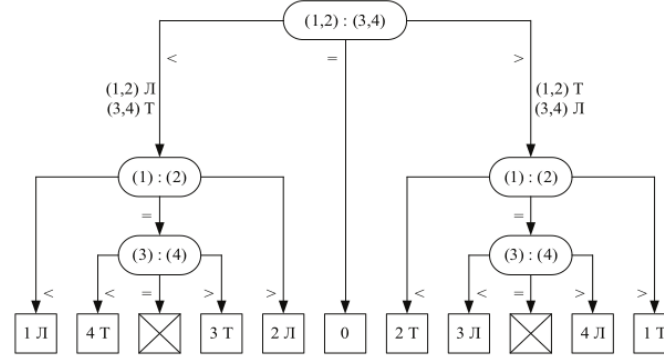


Рис. 1: Пример решения

Рассчитаем количество возможных исходов

Пусть дано n монет. Тогда существует n исходов, при которых какая-то из них окажется тяжёлой фальшивой, n исходов, при которых какая-то из них окажется лёгкой фальшивой, либо фальшивой монеты не будет вовсе. Таким образом, общее количество исходов составит:

$$2n + 1.$$

Минимальное количество взвешиваний

Для нахождения минимального числа взвешиваний рассмотрим тернарное дерево. Максимальное количество листьев в тернарном дереве глубины d составляет 3^d . Тогда, чтобы покрыть все возможные исходы, должно выполняться неравенство:

$$3^d \geq 2n + 1.$$

Тогда

$$d \geq \log(2n + 1).$$

Однако можно показать, что равенство не будет достигаться, т.к. нельзя получить полное тернарное дерево, поэтому

$$d > \log(2n + 1).$$