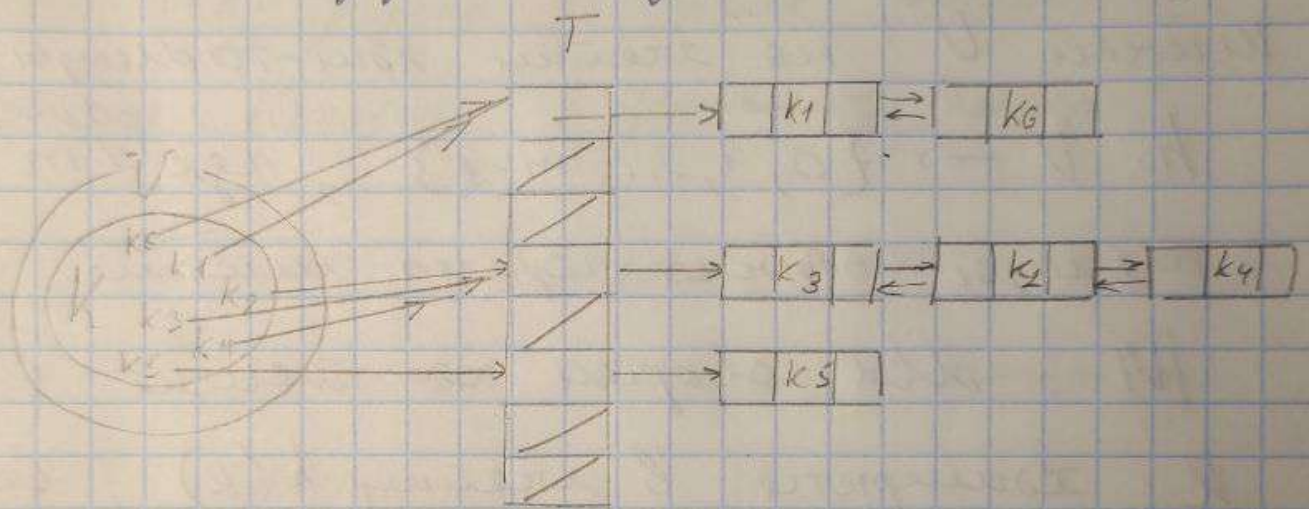


хэшированные в одну и ту же ячейку,  
в связанный список. Ячейка  $j$  содержит  
указатель на заголовок списка всех  
элементов, хэш-значение ключа которых  
равно  $j$ . Если таких элементов нет,  
то ячейка содержит значение NIL.



В связ. списке всегда  
указание, по пом. номер!

Chained-Hash-Insert  $(T, x)$

Вставить  $x$  в заголовок списка

$T[h(x.key)]$

Chained-Hash-Search  $(T, k)$

$T[h(k)]$

Chained-Hash-Delete  $(T, x)$

$T[h(x.key)]$



У нас есть хеш-таблица  $T$  с  $m$  ячейками, в которых хранятся  $n$  элементов. Определим коэффициент загрузки  $\alpha$  таблицы  $T$  как:

$\alpha = \frac{n}{m}$ , т.е. как ср. кол-во элементов, хранящихся в одной ячейке.

Худший случай: все  $n$  элементов хэшируются в одну ячейку, создав список длиной  $n$ . Т.о., время поиска в худшем случае —  $O(n)$  + время вычисления хэш-функции.

Все элементы хэшируются по ячейкам равномерно и независимо. Какое тогда предположение кроется равномерном хэшировании. Тогда время неудачного поиска в ср. случае составит  $O(1 + \alpha)$ .

Д-во: ключ  $k$  может быть помещен с равной вероятностью в любую из  $m$  ячеек. Максимальное время неуд. поиска ключа  $k$  равно времени поиска



### №36 Дошение асимптотического анализа на примере операции Multiror (1)

В ходе асимптотического анализа  
времени, необходимого для выполнения кос-ст  
операций над структурой данных, усредняется  
по всем выполненным операциям. Этот  
анализ можно использовать, например,  
чтобы показать, что, даже если одна из  
операций кос-ст является дорогостоящей,

на стоимость одной операции не превышает

3. Так как 3 - это константа, то

амортизированная стоимость =  $O(1)$

1) Если существует  $T[h(k)]$ , означающее  
 время поиска  $- E[h_{h(k)}] = \underline{\alpha}$ . Т.о., при  
 некотором поиске мат. ожидание равно  
 $\alpha$ , а общее время поиска, включая  
 время вычисления хэш-функции  $h(k)$ , равно  $O(1+\alpha)$ .  
 Усп. поиск тоже  $O(1+\alpha)$



№40. Добавление, удаление,  
поиск элементов в таблице.

Гриная агрессия.

Гриная агрессия представляет собой  
простую технологию, которая хорошо работает



при усреднении по всей высоте средняя стоимость операций будет небольшой. При выполнении алгоритмического анализа гарантируется средняя производительность операций в наихудшем случае.

Рассмотрим на примере стек:

$Push(S, x) - O(1)$

$Pop(S) - O(1)$ . Вызов  $Pop$  с пустой стеком генерирует ошибку.

Теперь добавим к стеку операцию  $MultiPop(S, k)$ , удаляющую  $k$  объектов с вершины стека  $S$ .

Пусть  $s$  - кол-во объектов в стеке.

Лучший случай -  $O(\min(s, k))$

Худший случай:  ~~$O(s)$~~   $O(n)$ ,  $n$  -

~~$Is$~~   $n$  - количество стека.

Нужно выполнить  $n$  операций со стеком.

$n_1$  - кол-во  $Push$

$n_2$  - кол-во  $Pop$



В некоторых случаях элементы дин.  
мн-ва могут храниться непосредственно в  
таблице с прямой адресацией, что приводит  
к значительным потерям.

Дин. массив - массив, который может  
изменять свой размер во время выполнения  
программы. Не хранится в дин. памяти.

п41. Является хэш-таблицей.  
Разрешение коллизий с помощью  
цепочек.

Хэш-таблица представляет собой ориентированную  
структуру данных для реализации словарей.  
Хотя на поиск элемента в хэш-таблице  
может в наихудшем случае потребоваться  
столько же времени, сколько на сканирование  
списков, а именно -  $O(n)$ , на практике  
хэширование ориентивно: ~~в~~ среднее время  
поиск элемента в хэш-таблице составит  
 $O(1)$ .



$n_3$  - Multipop

$$n_1 \cdot \text{Push} + n_2 \cdot \text{Pop} + n_3 \cdot \text{Multipop}$$

Число Pop  $\leq n_1$  (нельзя удалить больше, чем добавить)

$$n_1 \leq n$$

$\Rightarrow O(n)$  - суммарное время

$$\frac{O(n)}{n} = O(1) - \text{средняя стоимость операции}$$

$\Rightarrow$  все три операции имеют характеризующуюся амортизированной стоимостью, равной  $O(1)$

№37 Динамическая таблица  
(вектор). Амортизированная  
стоимость решения.

Динамич. таблица - это структура данных, которая может менять свой размер во время выполнения программы.

Предположим, что место для хранения таблицы выделяется в виде массива элементов. Таблица растет, если добавляются ее элементы. Если нужно вставить новый элемент, то мы выделяем для



и небольших совокупностей ключей.

Предположим, что требуется реализовать мн-во, каждый элемент которого имеет ключ из совокупности  $V = \{0, 1, \dots, m-1\}$ , где  $m$  не слишком велико. Кроме того, предполагается, что множество  $V$  элементов не имеет одинаковых ключей.

Для представления динамич. мн-ва мы используем массив, или таблицу с прямой адресацией, который обозначим как  $T[0 \dots m-1]$ , каждая ячейка которого соответствует ключу из совокупности ключей  $V$ .

Реализация базовых операций тривиальна.

Search( $T, k$ )

Время -  $O(1)$

return  $T[k]$

Insert( $T, x$ )

$T[x, \text{key}] = x$

Delete( $T, x$ )

$T[x, \text{key}] = \text{NIL}$



В случае прямой адресации элемент с ключом  $k$  хранится в ячейке  $k$ . При хэшировании этот элемент хранится в ячейке  $h(k)$ , т.е. мы используем хэш-функцию  $h$  для вычисления ячейки для данного ключа  $k$ . Ф-ия  $h$  отображает совокупность ключей  $V$  на ячейки хэш-таблицы  $T[0 \dots m-1]$

$h: V \rightarrow \{0, 1, \dots, m-1\}$ , где <sup>размер</sup>  $m$  хэш-таблицы обычно гораздо меньше значения  $|V|$ . Мы говорим, что элемент с ключом  $k$  хэшируется в ячейку  $h(k)$ ; значение  $h(k)$  называется значением ключа  $k$ .

Цель хэш-функции состоит в том, чтобы уменьшить разброс <sup>размера</sup> множества индексов массива, и вместо  $|V|$ -значений мы можем обойтись массивом всего лишь размера  $m$ .

При разнородных коллизиях (два ключа могут записаться в одну ячейку) с помощью цепочек мы помещаем все элементы,