第五篇　近代物理基础

第 14 章　狭义相对论基础

思考题

14-1 经典相对性原理与狭义相对论的相对性原理有什么不同？

[提示] 经典相对性原理是指对不同的惯性系，牛顿定律和其它力学定律的形式都是相同的。

狭义相对论的相对性原理指出：在一切惯性系中，所有物理定律都是相同的，即指出相对性原理不仅适用于力学规律，而且适用于一切物理现象。也就是说，不仅在力学范围所有惯性系等价，而且在一切物理现象中，所有惯性系都是等价的。

14-2 设惯性系 S' 相对于惯性系 S 以速度 u 沿 x 轴正方向运动，如果从 S' 系的原点 O' 沿 x' 正方向发射一光脉冲，则（1）S' 系中测得光脉冲的传播速度为 c；（2）S 系中测得光脉冲的传播速度为 $c+u$。以上两个说法是否正确，为什么？

[提示] （1）正确；（2）错误。光速不变。

14-3 设 S' 系相对 S 系以速度 u 沿 x 正向运动。今有两事件对 S 系来说是同时发生的，问在下列两种情况中，它们对 S' 系是否同时发生？（1）两事件发生于 S 系的不同地点；（2）两事件发生于 S 系的同一地点。

[提示] （1）两事件对 S' 系来说是不同时发生的；（2）两事件对 S' 系来说也是同时发生的。

14-4 两艘飞船朝相反的方向离开地球，相对于地球的速率都等于 0.8c，这两艘飞船彼此的相对速度是不是 1.6c？若不是，应该是多少？

[提示] 不是 1.6c。

由相对论速度变换式

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1-\dfrac{uv_x}{c^2}} = \frac{v_A-(-v_B)}{1-\dfrac{(-v_B)v_A}{c^2}} = \frac{0.8c+0.8c}{1+\dfrac{0.8\times 0.8c^2}{c^2}} = \frac{1.6}{1.64}c$$

14-5 根据相对论的质速关系式 $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$，物体的质量随运动速度的增加而增加，这是不是违背质量守恒定律？

[提示] 质量守恒定律是对一个封闭系统来说的，一个物体的速度能够增加，它必定与其他物体（或物质）发生相互作用。当这个物体的质量增加时，必引起另一些物体质量减小。在一个封闭系统内总质量是守恒的。

思考题 14-6 相对论动能表达式（14-15）与经典动能表达式不同，试证明当 $u << c$ 时，式（14-15)回到经典动能表达式 $E_k = \frac{1}{2}m_0u^2$ 的形式。

[提示] 相对论动能表达式与经典动能表达式不同，但当 $u << c$ 时，

$$\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}+\cdots \approx 1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}$$

由式 $E_k = mc^2 - m_0c^2$，得

$$E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - m_0c^2 \approx m_0c^2(1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}) - m_0c^2 = \frac{1}{2}m_0u^2$$

这就回到了经典力学中的动能表达式。

习　　题　14

选择题

14-1　C　　14-2　B　　14-3　C　　14-4　B　　14-5　A　　14-6　D

填空题

14-7　1.29×10^{-5} s，　　14-8 一椭圆，　$28\ \text{cm}^2$

14-9　$\frac{2\sqrt{2}}{3}c$，　$\frac{2\sqrt{2}}{3}c$

计算题

14-10 观察者甲和乙分别静止于两个惯性系 S 和 S' 系中，甲测得在同一地点发生的两事件的时间间隔为 4 s，而乙测得这两个事件的时间间隔为 5 s，求：（1）S' 系相对于 S 系的运动速度；（2）乙测得这两事件发生的地点和距离。

[分析]　一、二两问都可直接根据洛仑兹坐标变换求得。第一问也可由时间膨胀公式求得。

[解]　设 S' 系相对于 S 系沿 x 轴方向以速度 u 运动，由洛仑兹坐标变换，有

$$t' = \frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\ , \qquad x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

（1）　　$t_1' = \dfrac{t_1 - \dfrac{u}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ ，　　$t_2' = \dfrac{t_2 - \dfrac{u}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$

因两事件在 S 系中同一地点发生，所以 $x_2 = x_1$，则

$$t_2' - t_1' = \frac{t_1 - t_1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$　　(注：此式亦即时间膨胀公式)

解得
$$u = \sqrt{\frac{1-(t_2-t_1)^2}{(t_2'-t_1')^2}} \cdot c = \frac{3}{5}c = 1.8\times 10^8 \text{ m/s}$$

（2）　　$x_1' = \dfrac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ ，　　$x_2' = \dfrac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$

因为　$x_2 = x_1$，所以

$$x_1' - x_2' = \frac{u(t_2-t_1)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \frac{3}{4}(t_2-t_1)c = 9.0\times 10^8 \text{ m}$$

14-11 两宇宙飞船 A 和 B，固有长度均为 100 m，沿同一方向匀速飞行，在飞船 B 上观测到飞船 A 的船头、船尾经过飞船 B 船头的时间间隔为 $5/3\times 10^{-7}$ s，求飞船 B 相对于飞船 A 的速度大小。

[分析] 两飞船相对运动的速度大小是相等的，本题可由长度收缩公式求解。

[解] 设飞船 A 相对于飞船 B 的速度大小为 v，在飞船 B 上测得飞船 A 的长度，由长度收缩公式，有

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

故在飞船 B 上测得飞船 A 相对于飞船 B 的速度为

$$v = \frac{l}{t} = \frac{l_0}{t}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

解得

$$v=\frac{l_0/t}{\sqrt{1+(\frac{l_0}{ct})^2}}=\frac{100}{\frac{5}{3}\times10^{-7}\times\sqrt{1+(\frac{100}{3\times10^8\times5/3\times10^{-7}})^2}}=2.68\times10^8\ \ \text{m/s}$$

14-12 长为 4 m 的棒静止在 S 系中 xOy 平面内，并与 x 轴成 30^0 角，S' 系相对 S 系以速度 u = 0.5 c 沿 x 轴正方向匀速运动。$t=t'=0$ 时，两坐标系的原点重合。求 S' 系中的观察者测得此棒的长度和它与 x' 轴的夹角。

[分析] S' 系测量棒的长度在沿 x' 轴上的投影发生洛仑兹收缩，y' 方向上的投影不变。本题可由长度收缩公式求解。

[解] 棒固定在 S 系中，固有长度 $l_0=4\,\text{m}$。沿 x 和 y 轴的投影为

$$l_x=l_0\cos30^0,\qquad l_y=l_0\sin30^0$$

在 S' 系中，y' 轴方向上的测量长度不变

$$l'_y=l_y=l_0\sin30^0=2.0\,\text{m}$$

而 x' 轴方向上的测量长度收缩为

$$l'_x=l_x\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=l_0\cos30^0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=3.0\,\text{m}$$

所以，S' 系中的观察者测得此棒的长度和它与 x' 轴的夹角分别为

$$l'=\sqrt{l'^2_x+l'^2_y}=\sqrt{2.0^2+3.0^2}=3.6\,\text{m}$$

$$\theta=\arctan\frac{l'_y}{l'_x}=\arctan\frac{2.0}{3.0}=33.7^0$$

14-13 电子的静止质量 $m_0=9.11\times10^{-31}$ kg。要把电子的速率从 0.6 c 加速到 0.8 c，必须做多少功?

[分析] 本题可根据能量守恒公式求解，即外力所作的功等于电子动能的增量。

[解] 由相对论功能关系，电子的速率从 0.6 c 加速到 0.8 c 需要的功为

$$A=(m_2-m_0)c^2-(m_1-m_0)c^2=(m_2-m_1)c^2$$

$$=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v_2}{c})^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v_1}{c})^2}}\right)$$

$$=9.11\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^{2}\times(\frac{1}{\sqrt{1-0.8^{2}}}-\frac{1}{\sqrt{1-0.6^{2}}})$$

$$=3.42\times10^{-14}\ \text{J}$$

14-14 静止质量 $m_0 = 9.11\times10^{-31}$ kg 的电子从静止通过 1.0×10^{6} V 的电势差加速后，它的质量、速率和动量各为多少？

[分析] 加速电势差对电子作的功等于电子动能的增量。

[解] 由相对论功能关系，有

$$\Delta E_k = eU = (m-m_0)c^2$$

所以 $$m=\frac{eU}{c^2}+m_0$$

$$=\frac{1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{6}}{(3\times10^{8})^{2}}+9.11\times10^{-31}=2.69\times10^{-30}\ \text{kg}\ \approx 2.95m_0$$

又因为 $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

所以 $$v=c\sqrt{1-(\frac{m_0}{m})^2}=c\sqrt{1-(\frac{1}{2.95})^2}=0.94c=2.82\times10^{8}\ \text{m/s}$$

电子的动量

$$p=mv=2.95m_0v=2.77m_0c$$

$$=2.77\times9.11\times10^{-31}\times3\times10^{8}=7.58\times10^{-22}\ \text{kg.m/s}$$

14-15 μ 子的静止能量为 105.7MeV，平均寿命为 2.2×10^{-8} s。试求动能为 150MeV 的 μ 子的速度 v 是多少？平均寿命 τ 是多少？

[分析] 用相对论动能公式和时间膨胀公式可求得结果。

[解] 根据相对论动能公式

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

得 $$E_K = m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1=\frac{E_K}{m_0c^2}=1.419$$

解得 $$v = 0.91c$$

μ 子的平均寿命

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 5.30 \times 10^{-8} \text{ s}$$