第 7 章　电磁感应　电磁场

思考题

7-1 如何用法拉第电磁感应定律$\varepsilon=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$求回路中的感应电动势$\varepsilon$？

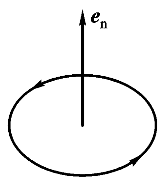
[提示] 用法拉第电磁感应定律$\varepsilon=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$求回路中感应电动势的步骤：（1）规定回路的绕行方向；（2）求通过回路的磁通$\Phi=\int_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$；（3）$\Phi$对 t 求导得回路感应电动势ε的大小；（4）判别感应电动势ε的方向。

7-2 法拉第电磁感应定律$\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$中的负号是楞次定律的数学表述，怎样根据这个负号来确定感应电动势的方向？

[提示] 电动势和磁通量都是标量，它们的方向（即正负）都是相对于某一规定方向而言的。为了根据$\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$中的负号来确定感应电动势的方向，可以按下列步骤进行：

（1）任意规定回路的绕行正方向如图。有了此正方向，电动势取正值，表示其方向与此正方向一致；取负值，表示其方向与此正方向相反。

（2）用右手螺旋法则，确定此回路的正法线$\boldsymbol{e}_n$的方向（如图）。



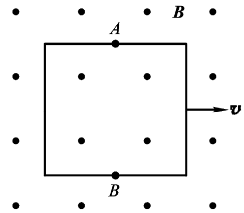
思考题 7-2 解图

（3）决定磁通的正负，若$\boldsymbol{B}$与$\boldsymbol{e}_n$的夹角为锐角，则Φ取正值；若$\boldsymbol{B}$与$\boldsymbol{e}_n$的夹角为钝角，则Φ取负值。

（4）考虑Φ的变化，Φ的变化是引起回路中感应电动势的原因。从$\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$知，感应电动势的正、负仅由$\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$决定。当$\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}>0$时，则$\varepsilon_i<0$，表示感应电动势的方向与回路上所规定的正方向相反；当$\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}<0$时，则$\varepsilon_i>0$，表示感应电动势的方向与回路上所规定的正方向相同。用这种方法确定感应电动势的方向和用楞次定律确定的方向完全一致。

7-3 一矩形线圈在图所示的均匀磁场$\boldsymbol{B}$中平动，问线圈中有无感应电流？线圈中的 **A** 点和 B 点之间有无电势差？

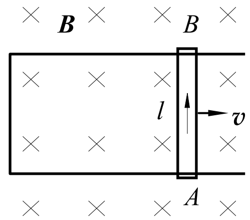
[提示] 用法拉第电磁感应定律（或动生电动势概念）去分析。线圈中没有感应电流，但在线圈中的 A 点和 B 点之间有电势差，且 B 点电势高于 A 点。



思考题 7-3 图

7-4 如图所示。当金属棒 AB 向右运动时，导线框中的感应电流沿逆时针方向流动。有人说，由于电荷总是从高电位流向低电位，因此 A 点电位比 B 点高。这种说法对吗？为什么？

[提示] 这种说法不对。电荷总是从高电位流向低电位是有条件的。条件就是，只有电场力的作用。本问题中，电荷之所以从 A 点沿杆流向 B 点，并非电场力的作用，而是由于导体中的自由电子随杆运动时，受到洛仑兹力的作用，这是一种非静电力。在磁场中运动的金属杆，相当于一个电源。在电源内部，由于非静电力的作用，电荷是从低电位流向高电位的。因此，正确的结论是，B 点电位比 A 点的电位高。



思考题 7-4 图

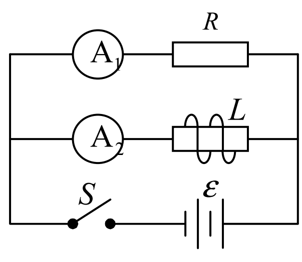
7-5 在有磁场变化着的空间，如果没有导体，此空间有无电场？有无感应电动势？

[提示] 变化的磁场要产生感应电场，这是电磁场本身的一种属性，不依赖于导体是否存在和其它外界因素，因此，在磁场变化着的空间，一定有电场存在。

感应电动势，是感应电场移动电荷作功的一种本领。某一个回路中感应电动势的大小，就是感应电场移动单位正电荷沿该回路一周所作的功。因此，只要有感应电场，对电场中任何一个回路，甚至任意一个不闭合的路径都有相应的感应电动势 $\varepsilon = \oint_L \boldsymbol{E}_i \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 。有导体存在，该感应电动势的作用便是驱使导体中的自由电子运动，从而显示出感应电流；如果没有导体，就没有感应电流，但仍然有感应电动势，它相当于这个回路的电阻是无限大的情况。

7-6 如图所示，若电磁铁线圈 L 的电阻与另一支路电阻 R 相同，问：当电键 S 接通时，两安培计的读数是否相同？为什么？

[提示] 不相同，与 R 串联的安培计读数大。因为大电磁铁线圈的自感系数比较大，在电路接通的瞬间，该支路有较大的反电势（自感电动势）阻碍电流增加，使电流只能由零缓慢增加到稳定值。而另一支路则无反电动势作用，在电路接通时，该支路电流可即刻达到稳定值。又两电路中的电阻相等，因而电流稳定值相等。故在 S 接通的瞬时，与电磁铁线圈串联的安培计的读数要小。



思考题 7-6 图

7-7 用金属丝绕制的标准电阻，要求无自感，怎样绕制才能达到此要求？

[提示] 把一条金属丝从中点对折成双线后密绕即可达到此要求。

因为这样绕制的线圈通电流时，两股导线上的电流等大反向，它们在线圈中产生的磁

场叠加为零，对线圈平面的磁通量没有贡献，从线圈角度看，自感为零。

7-8 有两个相隔距离不太远的线圈，如何放置可使这两个线圈的互感系数为零？

[提示] 让两个线圈的轴线垂直放置可使这两个线圈的互感系数为零。

7-9 什么叫位移电流，什么叫全电流，位移电流与传导电流有什么不同？

[提示] 通过电场中某一截面的电位移通量的时间变化率，称为位移电流。而通常把电子或离子在电场力作用下相对于导体的移动所形成的电流称为传导电流。

位移电流与传导电流是电磁学中两个截然不同的物理概念。虽然它们在激发磁场这一方面是等效的，但它们之间存在根本的差别。首先传导电流和电荷的宏观定向运动有关；而位移电流和电场的变化率有关，在电介质中也只和电介质极化时极化电荷的微观运动有关。其次，传导电流通过导体时要产生焦耳热，而位移电流在导体中没有此热效应。

7-10 变化的电场产生的磁场是否也一定随时间变化？反之，变化的磁场产生的电场是否也一定随时间变化？

[提示] 变化电场产生的磁场不一定随时间变化。因为，根据$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_s \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$，若电场随时间匀速变化，$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}=$常数，此时 $\boldsymbol{H}$ 并不随时间变化。

同理，变化磁场产生的电场也不一定随时间变化。因为，根据$\oint_L \boldsymbol{E}_i\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\int_s \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$，当磁场随时间匀速变化，$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=$常数，此时感生电场 $\boldsymbol{E}_i$ 也不随时间变化。

习　题　7

选择题

7-1　C	7-2　A	7-3　A	7-4　C	7-5　B
7-6　C	7-7　C	7-8　B	7-9　D	7-10 C

填空题

7-11　$0.40\ \mathrm{V},\ -0.5\ \mathrm{m^2/s}$　　　7-12　$\frac{5}{2}B\omega R^2$

7-13　0，　$0.2\ \mathrm{H}$，　$0.05\ \mathrm{H}$　　　7-14　4，　0

计算题

7-15 长度为 L 的导体棒 $a\ b$，水平放置在均匀磁场 **B** 中，如图所示，导体棒可绕过 c 点并与棒垂直的轴以角速度 ω 匀速旋转，$\overline{ac}=L/3$，试求：(1) $U_a-U_c=$？；(2) $U_c-U_b=$？(3) $U_a-U_b=$？并指出 ab 两端哪端的电势较高。

[分析] 根据动生电动势的定义式求解。

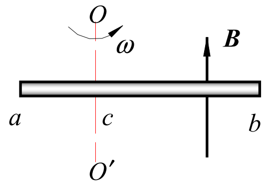
[解]

（1）$U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega(\frac{L}{3})^2 = \frac{1}{18}B\omega L^2$

（2）$U_c - U_b = -\frac{1}{2}B\omega(\frac{2L}{3})^2 = -\frac{2}{9}B\omega L^2$

（3）$U_a - U_b = U_{ac} + U_{cb} = \frac{1}{18}B\omega L^2 - \frac{2}{9}B\omega L^2 = -\frac{1}{6}B\omega L^2$

b 端的电势较高



习题 7-15 图

7-16 在均匀磁场中，一刚性直角三角形线圈 abc 绕线圈的 ac 边以匀角速度 ω 转动，如图所示。设 ab 边长为 L，bc 边长为 $2L$，ac 边平行于 $\boldsymbol{B}$。求线圈各边的动生电动势和回路 abc 的总感应电动势。

[分析] 本题有两种解法：一是根据动生电动势的定义式分别计算三角形三条边的动生电动势，即可得总感应电动势；二是根据法拉第电磁感应定律，闭合线圈在均匀磁场中转动，因通过回路的磁通量始终没有变化，故回路总感应电动势为零，而 ac 边不动，$\varepsilon_{ac} = 0$，所以 ab 边和 cd 边的动生电动势大小相等，方向相反。下面给出第一种解法。

[解] ab 边产生的动生电动势大小

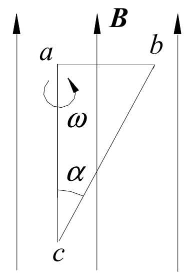
$$\varepsilon_{ab} = \frac{1}{2}B\omega L^2$$

方向 a 指向 b，即 b 端电势高。

在 cb 边上距 c 为 l 处沿 cb 方向取线元 $\mathrm{d}l$，$\mathrm{d}l$ 产生的动生电动势大小为

$$\mathrm{d}\varepsilon = (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = vB\mathrm{d}l\cos(90^0 - \alpha)$$

$$= \omega Bl\sin^2\alpha\mathrm{d}l = \frac{1}{4}\omega Bl\mathrm{d}l$$



习题 7-16 图

cb 边的动生电动势大小为

$$\varepsilon_{cb} = \int\mathrm{d}\varepsilon = \int_c^b(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_0^{2L}\frac{1}{4}\omega Bl\mathrm{d}l = \frac{1}{2}B\omega L^2$$

方向 c 指向 b，即 b 端电势高。

ac 边上任一线元，因为 $v = 0$，因此 $\varepsilon_{ca} = 0$

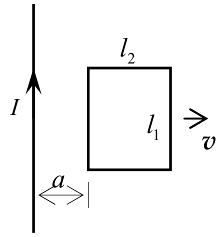
abc 回路的总感应电动势

$$\varepsilon = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} + \varepsilon_{ca} = \varepsilon_{ab} - \varepsilon_{bc} = 0$$

7-17 一无限长直导线通有恒定电流 I，旁边有一单匝矩形线圈以匀速率 v 沿垂直导线的方向离开导线平动，求图示位置瞬时，线圈中感应电动势的大小和感应电流的方向。

[分析] 本题可根据法拉第电磁感应定律求解；但线圈运动时只有左右两条边切割磁力线，产生动生电动势，故也可直接用公式 $\varepsilon_{\mathrm{i}} = BLv$ 求。下面给出第二种解法。

[解] 设线圈左右两条边产生动生电动势分别为ε_1和ε_2，则



习题 7-17 图

$$\varepsilon_1=B_1l_1v=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}l_1v,\quad \varepsilon_2=B_2l_1v=\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+l_2)}l_1v$$

线圈中总感应电动势的大小

$$\varepsilon=\varepsilon_1-\varepsilon_2=\frac{\mu_0 Il_1v}{2\pi}(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+l_2})=\frac{\mu_0 Il_1l_2}{2\pi}\frac{v}{a(a+l_2)}$$

感应电流的方向为顺时针方向。

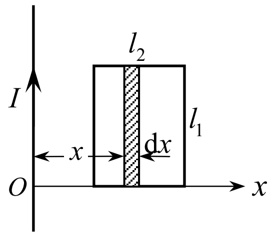
7-18 上题中，如果矩形线圈保持不动，而在长直导线中通以电流$I=I_0\mathrm{e}^{-3t}$（SI），则线圈中感应电动势的大小和感应电流的方向又如何？

[分析] 线圈不动，磁场变化在线圈中产生的是感生电动势，由法拉第电磁感应定律求解。

[解] 取导线所在处为坐标原点，x 正向向右，如解 7-18 图所示。取顺时针方向为线圈回路绕行正方向，则 t 时刻通过线圈的磁通量为

$$\Phi=\int_s \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_a^{a+l_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot l_1\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu_0 Il_1}{2\pi}\ln\frac{a+l_2}{a}$$



线圈中的感应电动势

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{3\mu_0 I_0 l_1}{2\pi}\ln\frac{a+l_2}{a}e^{-3t}$$

解 7-18 图

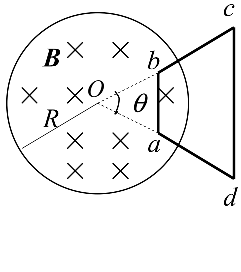
$\varepsilon<0$，说明线圈中感应电动势（感应电流）的方向为逆时针方向。

7-19 如图所示，均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 被限制在半径 $R=10$ cm 的无限长圆柱形空间内。设 $\boldsymbol{B}$ 以$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$=100 T/s 的匀速率增加，已知$\theta=\frac{\pi}{3}$，$|Oa|=|Ob|=4\,\mathrm{cm}$。求等腰梯形导线框 $abcd$ 中感生电动势的大小和方向。

[分析] 随时间变化的磁场，在固定的线圈回路内产生的感应电动势可直接由法拉第电磁感应定律求解。

[解] 由法拉第电磁感应定律，导线框中感应电动势的大小为

$$\varepsilon=\left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right|=S\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



其中

习题 7-19 图

$$S=\frac{1}{2}R^2\theta-\frac{1}{2}|ab|\cdot h=\frac{1}{2}R^2\theta-\frac{\sqrt{3}}{4}|ab|^2$$

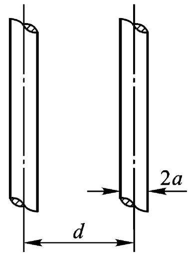
（h 是三角形 Oab 的高，且 $|Oa|=|Ob|=|ab|$ ）

所以

$$\varepsilon=S\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=(\frac{1}{2}R^2\theta-\frac{\sqrt{3}}{4}|ab|^2)\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$
$$=(\frac{1}{2}\times0.1^2\times\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\times0.04^2)\times100=0.45\ \mathrm{V}$$

ε 的方向为逆时针方向，即沿 $adcb$ 绕向。

7-20 两根平行长直导线属于同一回路，横截面的半径都是 a，中心相距为 d，如图所示。若两导线内部的磁通量可忽略不计，证明这样一对长直导线单位长度的自感系数为 $L=\frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$。



习题 7-20 图

[分析] 自感和互感的量值取决于回路线圈的形状、大小、位置、匝数和周围的磁介质及其分布，是与回路系统本身性质有关的量。计算自感，通常按如下步骤进行：

（1）设线圈中通电流 I;

（2）确定电流 I 在回路所包围的范围内产生的磁场分布；

（3）计算穿过自身回路的全磁通；

（4）由公式 $L=\Phi/L$ 求得 L。

本题的两平行长直导线可看成长为无限、宽为 d 的矩形回路的一部分，电流从一根导线流入，由另一根导线流回。

[证] 设两导线中通电流 I，取左边导线的轴线处为坐标原点，x 正向向右(图略)，则在两导线构成的平面上两导线间任意位置 x 处的磁感应强度分布为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}+\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$$

穿过单位长的一对导线所围面积的磁通量为

$$\Phi=\int_s \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}(\int_a^{d-a}(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x})\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 I}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$$

由自感系数的定义，这样一对长直导线单位长度的自感系数

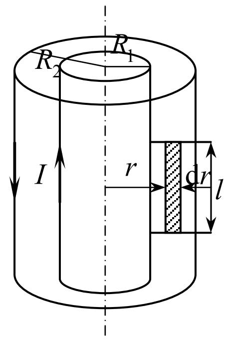
$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$$

7-21 试由自感系数的定义计算同轴电缆单位长度的自感系数。设电缆由两个内、外半径分别为 R_1 和 R_2 的“无限长”同轴圆筒导体组成，其间充满磁导率为 μ 的磁介质。

[分析] 同轴电缆的内、外圆筒属于同一回路，电流的大小相等，方向相反，按计算自感的步骤进行计算。

[解] 设电缆通电流 I，则两圆筒之间磁场的分布

$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}，（R_1<r<R_2）$$



解 7-21 图

通过长为 l 一段电缆截面的磁通

$$\Phi=\int_s \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu I}{2\pi r}l\mathrm{d}r=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

长为 l 一段电缆的自感系数

$$L'=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu l}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

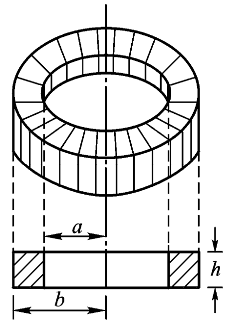
单位长度的自感系数 $L=\dfrac{L'}{l}=\dfrac{\mu}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

7-22 截面为矩形的环形螺线管共 N 匝，尺寸如图所示。求螺绕环的自感系数 L。

[分析] 本题螺绕环的尺寸不满足将管内磁场近似看作均匀磁场的条件，计算磁通时需要积分。按计算自感系数的步骤计算。

[解] 设螺绕环中通有电流 I，由安培环路定理可以求得环内离轴线为 r 处一点的磁感应强度的大小为

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



习题 7-22 图

穿过螺绕环的磁通链为

$$\Phi=N\int_s \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\mu_0 N^2 Ih}{2\pi}\int_a^b\frac{1}{r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 N^2 Ih}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

螺绕环的自感系数

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

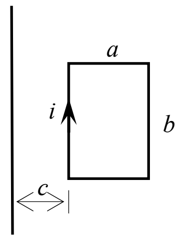
7-23 长直导线与矩形单匝线圈共面放置。导线与线圈的长边平行，矩形线圈的边长分别为 a 和 b，它到直导线的距离为 c。当矩形线圈中通电流 $i=I_0\sin\omega t$ 时，求长直导线中的感应电动势。

[分析] 长直导线可看成是一个“无限大”闭合回路的一部分，该回路的其余部分离线圈很远，其影响可忽略不计。这样，长直导线中的感应电动势就是线圈中的电流变化时在直导线中引起的互感电动势。求出直导线与线圈的互感系数，就可求得长直导线中的感应

电动势。

[解] 先求长直导线与线圈的互感系数 M。设长直导线中通有电流 I，则空间磁场的分布为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



习题 7-23 图

穿过矩形线圈的磁通为

$$\Phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_c^{c+a} \frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 bI}{2\pi}\ln\frac{c+a}{c}$$

由互感系数的定义，长直导线与线圈的互感系数为

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{c+a}{c}$$

当矩形线圈中通有变化的电流时，（设顺时针方向为电流的正方向，直导线中的感应电动势以从下向上为正）长直导线中的感应电动势为

$$\varepsilon = -M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 I_0 b\,\omega}{2\pi}\ln\frac{c+a}{c}\cos\omega t$$

*7-24 半径为 R 的两块圆形金属板组成空气平行板电容器。充电时，两极板间电场强度的时间变化率为 $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$，不计边缘效应，求：（1）两极板间的位移电流密度；（2）两极板间距离两板中心连线为 $r\ (r<R)$ 处的磁感应强度的大小。

[分析] 变化电场等效于一种电流，即位移电流。位移电流也产生磁场，磁感应强度的大小可用安培环路定理求得。

[解] （1）两极板间的电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 的大小为

$$D = \varepsilon_0 E$$

位移电流密度的大小

$$j_d = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

（2）在垂直两极板中心轴线的平面上作半径为 $r\ (r<R)$ 的圆，以此圆周为积分回路，由安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = H\cdot 2\pi r = I_d'$$

其中

$$I_d' = \int_s \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \varepsilon_0\pi r^2\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

所以
$$H=\frac{1}{2}\varepsilon_0 r\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$
$$B=\mu_0 H=\frac{1}{2}\varepsilon_0\mu_0 r\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$