第 11 章 光的衍射和偏振

思考题

11-1 如图所示，用波长为λ的单色光垂直照射狭缝 AB，（1）若 $AP-BP=2\lambda$，问对 P 点来说，狭缝 AB 处波阵面可分成几个半波带，P 点是明还是暗？（2）若 $AP-BP=1.5\lambda$，则 P 又是怎样？对另一点 Q 来说，若 $AQ-BQ=2.5\lambda$，则 Q 点又怎样？P 点和 Q 点相比，哪一点更亮一些？为什么？

[提示] 单缝处 AB 波阵面能分出的半波带数，取决于单缝两边缘光线到讨论点的光程差。

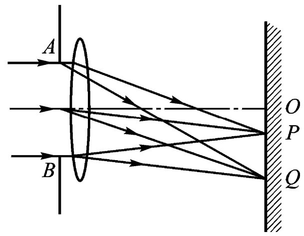
（1）$AP-BP=2\lambda=4\times(\dfrac{\lambda}{2})$

即 AB 处波阵面可分成 4 个半波带，P 点是暗的。

（2）$AP-BP=1.5\lambda=3\times(\dfrac{\lambda}{2})$

即 AB 处波阵面可分成 3 个半波带，P 点是明的。

对 Q 点： $AQ-BQ=2.5\lambda=5\times(\dfrac{\lambda}{2})$

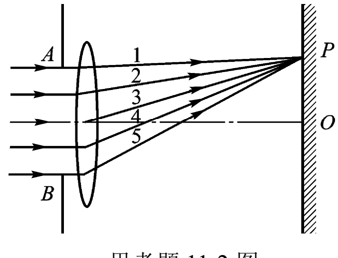


思考题 11-1 图

即 AB 处波阵面可分成 5 个半波带，Q 点是明的。P 点和 Q 点相比，P 点更亮一些，因为 P 点对应狭缝 AB 处波阵面可分成的半波带数目较少，波带面积较宽，所以明条纹较亮。

11-2 如图所示，缝宽 a 处的波阵面恰好分成四个半波带，光线 1 与 3 是同相位的，光线 2 与 4 也是同相位的，为什么在 P 点的光强不是极大而是极小？

[提示] 四个波带中，虽然光线 1 与 3 是同相位的，光线 2 与 4 也是同相位的，固然应是两两加强，但光线 1 与 2 以及光线 3 与 4 却是反相位的，应相互抵消，所以 P 点的光强不是极大，而是极小。



思考题 11-2 图

11-3 光栅衍射光谱和棱镜的色散光谱主要有什么不同？

[提示] 在棱镜光谱中，各谱线间的距离决定于棱镜的材料和顶角的大小，谱线分布规律比较复杂（不是按波长大小均匀排列的）。而在光栅光谱中，不同波长的谱线按公式 $(a+b)\sin\varphi=k\lambda$ 的简单规律排列，在小角度范围近似是均匀排列的。另外，棱镜光谱只有一级，而光栅光谱可能不止一级。

11-4 什么叫缺级？一般光栅可能形成缺级吗？为什么？

[提示] 光栅衍射受单缝衍射调制，若φ方向同时满足

光栅衍射主极大条件 $(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda$ ， $k = 0, 1, 2, 3, \cdots$

单缝衍射暗纹条件 $a\sin\varphi = \pm k'\lambda$， $k' = 1, 2, 3, \cdots$

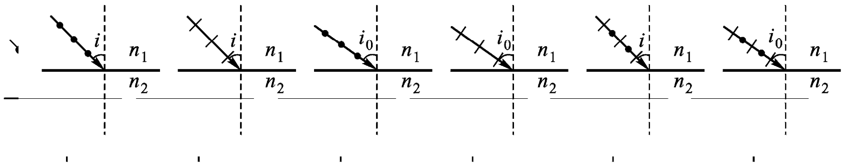
那么，既然在φ方向上每个单缝衍射图样对应的衍射点的振幅为 0，在此方向上 N 个衍射点又是同位相，但 N 个 0 的叠加仍然为 0，故应为暗纹位置。这样，在观察中由于单缝衍射效应而失去了 k 级主极大，通常称此现象为 k 级主极大缺级。

一般光栅，只要满足$\dfrac{a+b}{a}$为大于等于 2 的整数时，都可能形成缺级。

11-5 某光束可能是：（A）自然光；（B）线偏振光；（C）部分偏振光。你如何通过实验来区分？

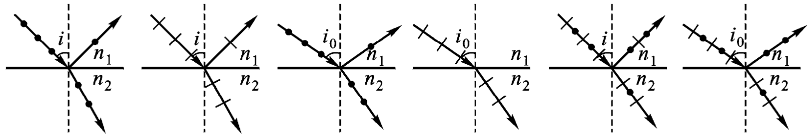
[提示] 可用检偏器检验。当以入射光线为轴转动偏振片时，若无光强变化，则为自然光；若有光强变化，且存在消光位置，则为线偏振光；若有光强变化，但无消光位置，则为部分偏振光。

11-6 在以下六个图中，前四个图表示线偏振光入射于两种介质的分界面上，最后两个图表示入射光是自然光。n_1 和 n_2 为两种介质的折射率；图中入射角$i_0 = \arctan\dfrac{n_2}{n_1}$，$i \neq i_0$。试在图中画出实际存在的反射光和折射光，并用点或短线把振动方向表示出来。



思考题 11-6 图

[提示] 六种情况下的反射光和折射光如思考题 11-6 解图所示。



思考题 11-6 解图

习　题　11

选择题

11-1　D　　11-2　B　　11-3　B　　11-4　B　　11-5　C

11-6　D　　11-7　A

填空题

11-8　6，　第一，　明　　　　11-9　660 nm

11-10　一，　三　　　　11-11　5

11-12　2，　1/4　　　　11-13　1/2

计算题

11-14 用波长为 500 nm 的单色光垂直照射在缝宽为 0.25 mm 的单缝上，在位于透镜焦平面的屏上，测得中央明条纹的两侧第三级暗纹之间的间距为 3.0 mm，求透镜的焦距。

[分析] 单缝衍射的暗纹条件为　$a\sin\theta = \pm k\lambda$，　$k = 1, 2, 3, \cdots$

在衍射角 θ 不大时，通常利用近似关系 $\sin\theta \approx \tan\theta$ 来确定条纹的位置。

[解] 取屏幕中心为坐标原点，x 正向向上，则第 k 级暗纹的位置满足

$$a\sin\theta \approx a\tan\theta = a\frac{x}{f} = k\lambda$$

由题意 $k = 3$，　$\Delta x = 2x = 2k\dfrac{\lambda f}{a}$

所以
$$f = \frac{a\cdot\dfrac{\Delta x}{2}}{3\lambda} = \frac{0.25\times10^{-3}\times1.5\times10^{-3}}{3\times500\times10^{-9}} = 0.25\ \text{m} = 250\ \text{mm}$$

11-15 在单缝夫琅和费衍射实验中，缝宽 $a = 0.100$ mm，波长为 $\lambda = 500$ nm 的单色平行光垂直入射于单缝上，会聚透镜的焦距 $f = 1.00$ m。求中央亮纹旁的第一个亮纹的宽度。

[分析] 中央亮纹旁第一个亮纹的宽度，就是第 1 级暗纹与第 2 级暗纹间的距离。由单缝衍射暗纹条件可求得结果。

[解] 设屏上第 k 级暗纹的位置为 x，由单缝衍射暗纹条件

$$a\sin\theta = k\lambda$$

因 θ 很小，有
$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{f}$$

所以
$$x = k\frac{\lambda f}{a}$$

第 k 级明纹的宽度 $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \dfrac{\lambda f}{a}$，与 k 无关，即除中央明纹外，其他各级明纹的宽度相同。

$$\Delta x = \frac{\lambda f}{a} = \frac{500\times10^{-9}\times1}{0.1\times10^{-3}} = 500\times10^{-5}\ \text{m} = 5.00\ \text{mm}$$

11-16 （1）在单缝夫琅和费衍射实验中，垂直入射的光含有两种波长，$\lambda_1 = 400$ nm，

$\lambda_2 = 760$ nm；已知单缝缝宽 $a = 1.0\times10^{-2}$ cm，透镜焦距 $f = 50$ cm，求两种光第一级衍射明纹中心之间的距离；（2）若用光栅常量为 1.0×10^{-3}cm 的光栅替换上述单缝，其他条件不变，求两种光第一级主极大之间的距离；

[分析] 单缝衍射和光栅衍射的明纹条件分别为

$$a\sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$

$$(a+b)\sin\theta = k\lambda \qquad k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$

在衍射角 θ 不大时，通常利用近似关系 $\sin\theta \approx \tan\theta = \dfrac{x}{f}$ 来确定条纹的位置。

[解] （1）取屏幕中心为坐标原点，设两种光第一级明纹之间的距离为 Δx，由单缝衍射明纹条件有

$$a\sin\theta_1 = (2k+1)\frac{\lambda_1}{2} = \frac{3}{2}\lambda_1 \qquad (k=1)$$

$$a\sin\theta_2 = (2k+1)\frac{\lambda_2}{2} = \frac{3}{2}\lambda_2 \qquad (k=1)$$

因 θ 很小， $\sin\theta_1 \approx \tan\theta_1$， $\sin\theta_2 \approx \tan\theta_2$

所以 $x_1 = \dfrac{3\lambda_1 f}{2a}$， $x_2 = \dfrac{3\lambda_2 f}{2a}$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{3f(\lambda_2 - \lambda_1)}{2a}$$

$$= \frac{3\times50\times10^{-2}\times(760-400)\times10^{-9}}{2\times1.0\times10^{-4}} = 2.7\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$

（2）由光栅衍射主极大条件有

$$(a+b)\sin\theta_1 = k\lambda_1 = \lambda_1 \qquad (k=1)$$

$$(a+b)\sin\theta_2 = k\lambda_2 = \lambda_2 \qquad (k=1)$$

且 $\sin\theta \approx \tan\theta = \dfrac{x}{f}$

所以 $\Delta x = x_2 - x_1 = \dfrac{f(\lambda_2 - \lambda_1)}{a+b}$

$$= \frac{50\times10^{-2}\times(760-400)\times10^{-9}}{1.0\times10^{-5}} = 1.8\times10^{-2}\,\mathrm{m} = 1.8\,\mathrm{cm}$$

11-17 一束具有两种波长λ_1和λ_2的平行光垂直照射到一衍射光栅上，测得波长λ_1的第三级主极大衍射角和λ_2的第四级主极大衍射角均为30^0，已知λ_1=560 nm，试求：（1）光栅常量$a+b=$?（2）波长$\lambda_2=$?

[分析] 根据光栅方程求解

[解] （1）由光栅方程得

$$(a+b)\sin 30^0 = 3\lambda_1$$

$$(a+b) = \frac{3\lambda_1}{\sin 30^0} = 3.36\times 10^{-4}\ \text{cm}$$

（2）又因为 $$(a+b)\sin 30^0 = 3\lambda_1 = 4\lambda_2$$

所以 $$\lambda_2 = \frac{3\lambda_1}{4} = \frac{3}{4}\times 560 = 420\ \text{nm}$$

11-18 用含有两种波长$\lambda_1 = 500\ \text{nm}$和$\lambda_2 = 600\ \text{nm}$的复色光垂直入射到每毫米有 200 条刻痕的光栅上，紧靠光栅后用焦距f= 50 cm 的凸透镜把光线聚焦在屏幕上。求上述两种波长的光第一级主极大之间的距离。

[分析] 根据光栅方程求解

[解] 光栅常量

$$a+b = \frac{1\ \text{mm}}{200} = 5.0\times 10^3\ \text{nm}$$

由光栅衍射主极大条件

$$(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda$$

由于 $f >> (a+b)$，有 $\sin\varphi \approx \tan\varphi = \frac{x}{f}$，代入上式，得

$$(a+b)\frac{x}{f} = \pm k\lambda, \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

即 $$x_k = k\frac{\lambda f}{a+b}, \qquad k=1$$

所以 $$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{kf}{a+b}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$= \frac{1\times 50\times 10^{-2}}{5.0\times 10^3}\times(600-500) = 1.0\times 10^{-2}\ \text{m}$$

*11-19 一衍射光栅，每厘米有 200 条透光缝，每条透光缝的宽度为 $a = 2\times10^{-3}$ cm，在光栅后放一焦距 $f = 1$ m 的凸透镜，现以 $\lambda = 600$ nm 的单色平行光垂直照射光栅，求：（1）透光缝 a 的单缝衍射中央明条纹的宽度为多少？（2）在该宽度内，有几个光栅衍射主极大？

[分析] 单缝衍射中央明条纹的宽度就是±1 级暗纹之间的距离，再由光栅衍射主极大条件求该宽度内的 k，取整数即可。

[解] （1）取屏幕中心为坐标原点，第一级暗纹的位置为 x_1，由单逢衍射暗纹条件有

$$a\sin\theta_1 \approx a\tan\theta_1 = a\frac{x_1}{f} = \lambda$$

θ_1 为第一级暗纹对应的衍射角，中央明纹的宽度

$$\Delta x = 2x_1 = 2\cdot\frac{\lambda f}{a} = 2\times\frac{600\times10^{-9}\times1}{2\times10^{-5}} = 0.06\ \text{m}$$

（2）由光栅衍射主极大条件

$$(a+b)\sin\theta_1 \approx (a+b)\tan\theta_1 = (a+b)\frac{x_1}{f} = k\lambda$$

$$k = (a+b)\frac{x_1}{f\lambda} = \frac{10^{-2}}{200}\times\frac{0.03}{1\times600\times10^{-9}} = 2.5$$

取整数，$k = 2$，共有 $k = 0, \pm1, \pm2$ 五个主极大。

*11-20 波长为 600 nm 的平行光垂直入射一光栅上，测得第 2 级主极大的衍射角为 θ= 30^0,且第 3 级缺级。求：（1）光栅常量（$a+b$）为多少？（2）透光缝可能的最小宽度 a 为多少？（3）按上述选定的 a，b 值，确定在 90^0>θ>-90^0 范围内，实际呈现的全部级数。

[分析] 因光栅衍射的谱线受单缝衍射调制，当在某衍射角 θ' 下，若下两式同时成立

$$(a+b)\sin\theta' = \pm k\lambda \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$a\sin\theta' = \pm k'\lambda \qquad k' = 1, 2, 3, \cdots$$

则该第 k 级主极大将不出现，称为缺级。

[解] （1）由光栅方程有

$$a+b = \frac{k\lambda}{\sin\theta} = \frac{2\times600\times10^{-7}}{\sin30^0} = 2.4\times10^{-4}\ \text{cm}$$

（2）因为第 3 级缺级，所以有

$$\frac{a+b}{a}=\frac{3}{k'} \qquad k'=1, 2, 3, \cdots$$

a 最小，对应 $k'=1$

所以
$$a=\frac{a+b}{3}=8.0\times10^{-5}\,\text{cm}$$

（3）由
$$(a+b)\sin\theta=\pm k\lambda \qquad k=0, 1, 2, \cdots$$

而
$$|\sin\theta|\le1$$

所以
$$|k_{\max}|\le\frac{a+b}{\lambda}=\frac{2.4\times10^{-4}}{600\times10^{-7}}=4$$

又因为
$$\frac{a+b}{a}=3=\frac{k}{k'} \qquad k'=\pm1, \pm2, \cdots$$

所以实际能看到的全部级数为 0, ±1, ±2 级。（$k=\pm4$ 在 $\theta=90^0$ 处看不到）

11-21 一束自然光以 58^0 角入射到玻璃表面时，发现反射光成为线偏振光，求：（1）折射光的折射角；（2）玻璃的折射率。

[分析] 因为反射光为线偏振光，说明自然光以布儒斯特角入射。此时反射光与折射光垂直，由此可求得折射角，再根据布儒斯特定律即可求得玻璃的折射率。

[解] 设折射角为 r，玻璃的折射率为 n，则

（1）$r=90^0-58^0=32^0$

（2）$n=\tan i_0=\tan58^0=1.60$

11-22 使自然光通过两个偏振化方向成 60^0 角的偏振片，透射光的强度为 I_1，今在两个偏振片之间再插入一个偏振片，它的偏振化方向与前后两个偏振片的偏振化方向成 30^0 角，则透射光强度为多大？

[分析] 自然光经过起偏器后，强度减半。用马吕斯定律求解。

[解] 设自然光强为 I_0。三个偏振片依次排列，分别为 P_1、P_2 和 P_3，由马吕斯定律，

未插入 P_2 前，透过 P_3 的光强为 I_1，则

$$I_1=\frac{I_0}{2}\cos^2 60^0 \qquad ①$$

插入 P_2 后，因 P_2 与 P_1 和 P_2 与 P_3 的夹角均为 30^0，设此时透过 P_3 的光强为 I_2，则

$$I_2 = (\frac{I_0}{2}\cos^2 30^0)\cdot\cos^2 30^0 \qquad ②$$

①、②消去I_0得

$$I_2 = \frac{9}{4}I_1$$

11-23 两个偏振片堆叠在一起，它们的偏振化方向之间的夹角为 60^0，设二者对光无吸收，光强为 I_0 的线偏振光垂直入射在偏振片上，该光束的光矢量振动方向与两偏振片的偏振化方向皆成 30^0 角。（1）求透过每个偏振片后的光强度；（2）若将入射光换为强度相同的自然光，求透过每个偏振片后的光强度。

[分析] 用马吕斯定律求解。

[解] （1）设透过第一个偏振片后的光强为I_1，透过第二个偏振片后的光强为I_2，则

$$I_1 = I_0\cos^2 30^0 = \frac{3}{4}I_0$$

$$I_2 = I_1\cos^2 60^0 = \frac{3}{4}I_0\times\frac{1}{4} = \frac{3}{16}I_0$$

（2）原入射光束换为自然光，则

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0$$

$$I_2 = I_1\cos^2 60^0 = \frac{1}{2}I_0\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}I_0$$