第 6 章　稳恒电流的磁场

思考题

6-1 为什么不能把磁场作用于运动电荷的力的方向，定义为磁感应强度的方向？

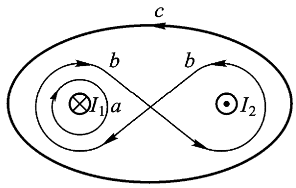
[提示] 因为磁力的方向还随电荷运动速度方向而不同，因而在磁场中同一点运动电荷受力的方向是不确定的。

6-2 一个电荷能在它的周围空间中任一点激起电场；一个电流元是否也能在它周围空间任一点激起磁场？

[提示] 不能。由毕奥－萨伐尔定律 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$ 可看出，当 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 的夹角 θ 为 0 或 π 时，$\sin\theta=0$，则 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}=0$。故在电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的延线上各点，电流元并不激起磁场。

6-3 图中两导线的电流 I_1 和 I_2 均为 4A；试对如图所示的三个闭合回路 a、b、c，分别写出安培环路定理等式右边电流的代数和，并讨论：（1）在每个闭合回路上各点的 $\boldsymbol{B}$ 是否相等？（2）在闭合回路 c 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 是否为零？

[提示] 由安培环路定理



思考题 6-3 图

对回路 a：　$\sum I=I_1=4\,\mathrm{A}$

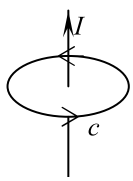
对回路 b：　$\sum I=I_1+I_2=8\,\mathrm{A}$

对回路 c：　$\sum I=I_2-I_1=0$

（1）场中任一点的 $\boldsymbol{B}$ 是由 I_1 产生的 $\boldsymbol{B}_1$ 与 I_2 产生的 $\boldsymbol{B}_2$ 的矢量和，即 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{B}_2$。容易看出，在三个闭合回路上各点的 $\boldsymbol{B}$ 都不相等。

（2）对闭合回路 c，虽然 $\oint_c\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0\sum I=0$。但并不意味着闭合回线 c 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 都等于 0。从图看出，在回路 c 上某些线元 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 处，$\boldsymbol{B}$ 与 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的夹角是锐角，$\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}>0$；在另外一些线元 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 处，$\boldsymbol{B}$ 与 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的夹角是钝角，$\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}<0$。所以 $\oint_c\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$，只说明在闭合回路 c 上所有 $\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的代数和为零。

6-4 如图所示，环绕一根有限长的载流直导线有一回路 c，$\oint_c\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0 I$ 是否成立？为什么？



思考题 6-4 图

[提示] 对 c 不能使用安培环路定理。

安培环路定理只适用于稳恒电流，这就要求载流导线或闭合，或伸展到无限远。该题中给的是有限长的导线，其中是不能维持稳恒电流的。若对其使用安培环路定理，那么同是以 c 为边界的曲面，有些

就被电流穿过，而有些又不被电流穿过，这就产生了矛盾。

6-5 试探电流元 I d$\boldsymbol{l}$ 在磁场中某处沿直角坐标系的$+x$ 轴方向放置时不受力，把这电流元转到$+y$ 方向时受到的力沿 $-z$ 轴方向，问该处磁感应强度 **B** 指向何方？

[提示] 根据安培定律 $\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}$ 去判断。 **B** 指向$+x$ 轴方向。

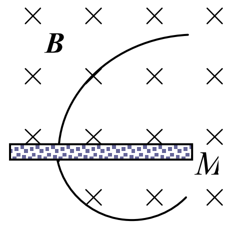
6-6 空间某区域有均匀的、相互垂直的电场 $\boldsymbol{E}$ 和磁场 $\boldsymbol{B}$，有一粒子沿垂直电场和磁场的方向笔直地通过该区域，根据上述情况，能否断定该粒子是否带电，带何种电荷？

粒子是否带电、带何种电荷均不能断定。

这是因为，（1）粒子不带电，不受电场力和磁场力，固然能作题中所说的运动，但粒子如带电，只要 $v = E/B$，则电场力与磁场力平衡，粒子也能作同样的运动，所以在不知 v、E、B 三者关系时，不能断定粒子是否带电；（2）只要 $v = E/B$，不论粒子带正电或带负电，电场力和磁场力都是平衡的，粒子都能作题中所给的运动，所以根据题中所给情况也不能断定粒子带何种电荷。

6- 7 图中曲线是一带电粒子在均匀磁场中的运动轨迹，M 是一块铝板，粒子穿过它要损失部分能量，问粒子电荷是正号还是负号？说明理由。

[提示] 由洛伦兹力公式去判别。



思考题 6-7 图

6-8 置于磁场中的磁介质，介质表面形成一磁化面电流。问该磁化面电流能否产生楞次－焦耳热？为什么？

[提示] 不能。因为磁化面电流并非真正在磁介质表面流动的传导电流，而是由分子电流叠加而成，只是在产生磁场这一点上与传导电流等效。

6-9 软磁材料和硬磁材料各有什么特点？它们各最适合用于制造哪些部件？

[提示] 软磁材料的特点是：磁导率大，矫顽力小，磁滞损耗低。最适合用于制造变压器、交流电机的铁心等。

硬磁材料的特点是:，矫顽力大，剩磁也大。最适合用于制造永久磁铁。

习 题 6

选择题

6-1 C	6-2 D	6-3 B	6-4 C
6-5 B	6-6 C	6-7 D	6-8 B

填空题

6-9 $\dfrac{\mu_0 jd}{2\pi R}$　　6-10 $\mu_0 j$

6-11 负，$\dfrac{IB}{nS}$　　6-12 $I\Phi\tan\alpha$

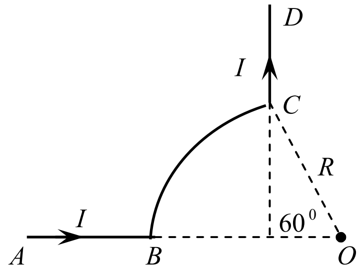
6-13 $\dfrac{e^2B}{4}\sqrt{\dfrac{r}{\pi\varepsilon_0 m_e}}$

计算题

6-14 如图所示，AB、CD 为长直导线，BC 为圆心在 O 点、半径为 R 的一段圆弧形导线，若导线通以电流 I，求圆心 O 点处的磁感应强度 $\boldsymbol{B}_O$。

[分析] O 点的磁感应强度为 AB 段、BC 段和 CD 段载流导线在 O 点产生的磁感应强度的叠加。

[解] 用 $\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$ 和 $\boldsymbol{B}_3$ 分别表示 AB 段、BC 段和 CD 段载流导线在 O 点的磁感应强度，则



习题 6-14 图

$$\boldsymbol{B}_O = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{B}_3$$

其中 $$B_1 = 0$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot\frac{\pi}{3} = \frac{\mu_0 I}{12R}，\text{方向向里}$$

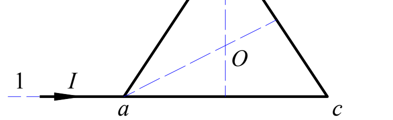
$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R/2}(\cos 150^0 - \cos 180^0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1-\frac{\sqrt{3}}{2}) \quad，\text{方向向里}$$

所以 $$B_0 = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{6})，\quad \text{方向向里}$$

6-15 真空中有一边长为 l、电阻均匀的正三角形导线框架。另有两条与三角形底边平行的长直导线 1 和 2 分别接在三角形的 a、b 两点，如图所示。设导线中的电流为 I，求正三角形中心 O 点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}_O$。

[分析] 用磁感应强度的叠加原理求解。

[解] 用 $\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$、$\boldsymbol{B}_{acb}$ 和 $\boldsymbol{B}_{ab}$ 分别表示长直导线 1、2、三角形框的 acb 边和 ab 边在 O 点产生的磁感应强度，则



习题 6-15 图

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

式中 $r = \dfrac{\sqrt{3}}{6}l$， $\cos\theta_1 = \cos\dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$， $\cos\theta_2 = \cos\pi = -1$

所以 $$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi l}(2\sqrt{3}-3)\quad（\boldsymbol{B}_1\text{方向垂直纸面向外}）$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi l}，\left(r=\frac{l}{\sqrt{3}}，\boldsymbol{B}_2\text{方向垂直纸面向里}\right)$$

因为三角形的 ab 边与 $(ac+cb)$ 边是并联关系，且电阻均匀，有

$$I_{ab}\cdot|ab|=I_{acb}\cdot(|ac|+|cb|)=2I_{acb}\cdot|ab|$$

代入毕奥-萨伐尔定律，有 $\boldsymbol{B}_{ab}+\boldsymbol{B}_{acb}=0$

所以 $$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{B}_{ab}+\boldsymbol{B}_{acb}=\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{B}_2$$

$\boldsymbol{B}$ 的大小

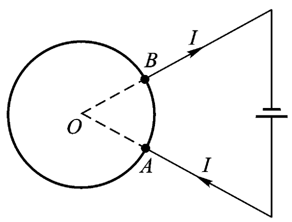
$$B=B_2-B_1=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi l}(1-2+\sqrt{3})=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi l}(\sqrt{3}-1)$$

$\boldsymbol{B}$ 的方向垂直纸面向里

6-16 两根长直导线沿半径方向引到铁环上的 A、B 两点，并与很远处的电源相连，如图所示。求环中心 O 处的磁感应强度。

[分析] 环心 O 点在两长直导线的延长线上，它们对 O 点的磁感应强度的贡献为零；以 A、B 为节点的两段圆弧形电流对 O 点的磁感应强度的方向相反。可根据电流的并联关系和磁感应强度的叠加原理求解。

[解] 设 O 点左右两段圆弧形电流对 O 点的磁感应强度的大小分别为 B_1 和 B_2，导线长度分别为 l_1 和 l_2，圆环导线截面积为 S，电阻率为 ρ，则电流 I_1 和 I_2 的关系为



习题 6-16 图

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{l_2}{S}}{\rho\frac{l_1}{S}}=\frac{l_2}{l_1}\qquad\text{即}\quad I_1 l_1=I_2 l_2$$

I_1 和 I_2 对 O 点的磁感应强度的大小 B_1 和 B_2 分别为

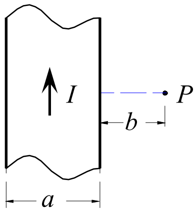
$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\int_{l_1}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 l_1}{r^2}\quad（\boldsymbol{B}_1\text{的方向垂直纸面向里}）$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\int_{l_2}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2 l_2}{r^2}\quad（\boldsymbol{B}_2\text{的方向垂直纸面向外}）$$

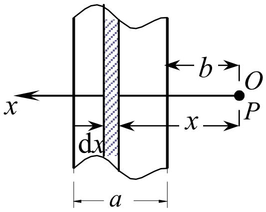
式中 r 为圆环半径，圆心 O 处的合磁感应强度为

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi r^2}(I_1 l_1 - I_2 l_2) = 0$$

6-17 如图所示，一厚度不计、宽度为 a 的 “无限长”铜片，通电流 I，电流在铜片上均匀分布。求与铜片共面且距铜片右边缘为 b 处的 P 点的磁感应强度。



习题 6-17 图



解 6-17 图

[分析] 此电流板产生的磁场不具有对称性，不能用安培环路定理求 P 点的磁场；可把电流板视为无限多长直电流排成，利用无限长电流磁场的公式，对电流板积分可求得结果。

解： 取 P 点为坐标原点，建立坐标如解 6-17 图所示，在离 P 点为 x 处取宽为 dx 的无限长载流细条，它的电流为

$$\mathrm{d}I = \frac{I}{a}\mathrm{d}x$$

这载流长条在 P 点产生的磁感应强度

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}i}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}x}{2\pi a x}$$，方向垂直纸面向里

整块电流板在 P 点产生的磁感应强度

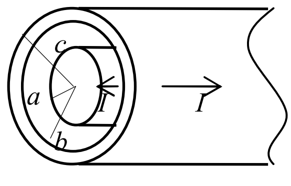
$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\int_b^{a+b}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\frac{a+b}{b}$$

方向垂直纸面向里。

6-18 一无限长同轴电缆，由一导体圆柱（半径为 a）和一同轴导体圆管（内、外半径分别为 b、c）构成，如图所示。让电流 I 从一导体流去，从另一导体流回。设电流在导体截面上均匀分布，求电缆内外磁感应强度的分布。

[分析] 本题的磁场分布有轴对称性，可用安培环路定理求解。

[解] 在垂直轴线的平面上，以轴线为圆心，过场点作半径为 r 的圆形闭合回路为积分回路 L，由安培环路定理



习题 6-18 图

$r < a$ 时 $$\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I'$$

式中 $$I' = \frac{r^2}{a^2}I$$

所以 $$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \qquad (r < a)$$

$a<r<b$ 时 $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=B\cdot 2\pi r=\mu_0 I$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (a<r<b)$$

$b<r<c$ 时 $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=B\cdot 2\pi r=\mu_0 I''$

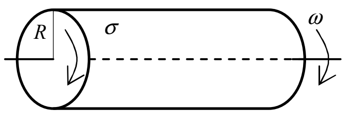
式中
$$I''=I-\frac{r^2-b^2}{c^2-b^2}I=\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}I$$

所以
$$B=\frac{\mu_0}{2\pi r}\frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)}I \qquad (b<r<c)$$

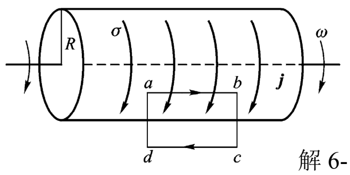
$r>c$ 时 $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=B\cdot 2\pi r=\mu_0 (I-I)=0$

所以
$$B=0 \qquad (r>c)$$

6-19 一半径为 R 的无限长直薄圆筒表面均匀带电，电荷面密度为σ。该圆筒以角速度ω绕其轴线匀速转动，如图所示。试求圆筒内部的磁感应强度。



习题 6-19 图



解 6-19 图

[分析] 带电圆筒旋转时，圆筒表面具有同向面电流，旋转的带电圆筒等效一长直螺线管，磁场分布关于轴线对称，可用安培环路定理求解。

[解] 设带电圆筒以角速度ω旋转时，圆筒表面形成的等效面电流密度为 j，则

$$j=\frac{\omega}{2\pi}\cdot 2\pi R\sigma=R\sigma\omega$$

作矩形积分回路 $abcda$ 如解 6-19 图所示，由安培环路定理

$$\begin{aligned}\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}&=\int_{ab}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{bc}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{cd}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{da}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}\\&=\int_{ab}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}+0+0+0\\&=B\cdot|ab|=\mu_0 j|ab|\end{aligned}$$

所以
$$B=\mu_0 j=\mu_0 R\sigma\omega$$

圆筒内部为均匀磁场，磁感应强度的大小为$\mu_0 R\sigma\omega$，方向平行轴线向右。

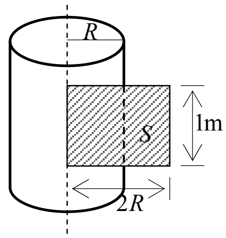
6-20 一半径为 R 的无限长圆柱形导体，通电流 I，电流在圆柱截面上均匀分布。导体内部磁导率为μ_0。今取一宽度为 $2R$、长为 1 m 的矩形平面 S，位置如图中画斜线部分所示。试求通过该矩形平面的磁通量。

[分析] 无限长圆柱形电流在导体内外产生的磁感应强度的大小有轴对称性，而且是非均匀磁场，可先由安培环路定理求出导体内外磁感应强度的分布，再根据磁通的定义式求解。

[解] 由安培环路定理可求得载流圆柱内、外磁感应强度的分布

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \qquad (r \le R)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r > R)$$



习题 6-20 图

穿过图中画斜线部分平面的磁通量为

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 \\ &= \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \mathrm{d}r + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2\end{aligned}$$

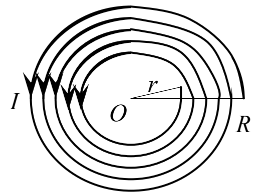
6-21 在半径为 R 及 r 的两圆周之间，有一总匝数为 N 的均匀密绕平面线圈，如图所示。线圈通有电流 I，求线圈中心 O 处磁感应强度的大小。

[分析] 此均匀密绕平面线圈可看成无数同心圆电流组成，利用圆电流在中心产生磁场的公式求解。

[解] 在ρ处取宽为$\mathrm{d}\rho$的细环，该细环包含的匝数为

$$\mathrm{d}N = \frac{N}{R-r} \mathrm{d}\rho$$

细环中的电流 $$\mathrm{d}I = I\mathrm{d}N = \frac{NI}{R-r} \mathrm{d}\rho$$



该细环在中心产生的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\rho} = \frac{\mu_0 IN}{2(R-r)} \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}$$

习题 6-21 图

圆心处总的磁感应强度大小为

$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 IN}{2(R-r)} \int_r^R \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \frac{\mu_0 IN}{2(R-r)} \ln \frac{R}{r}$$

6-22 如图所示。一带电量为 q 的粒子，以速度 v 平行于一均匀带电长直导线运动。

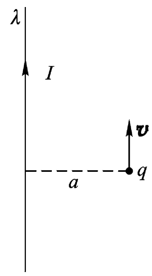
设导线单位长度带电量为λ，并载有传导电流 I。粒子应以多大的速度运动，才能使其保持在一条与导线距离为a的平行直线上？

[分析] 直导线带电量，同时又载有传导电流，导线周围既有电场，又有磁场。在此导线周围运动的电荷将受到电场力和磁力的作用。为使粒子保持在与导线距离为a的平行直线上运动，其受径向合力应为零。

[解] 无限长带电导线和无限长载流导线在距导线垂直距离为 a 一点产生的电场和磁场的大小分别为

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\quad（方向沿径向向外）$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\quad（方向垂直纸面向里）$$



习题 6-22 图

运动带电粒子受电场力和磁力分别为

$$F_e=qE=\frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\quad（方向沿径向向外）$$

$$F_B=qvB=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}qv\quad（方向沿径向指向导线）$$

为使粒子保持在与导线距离为a的平行直线上运动，其受径向合力应为零。

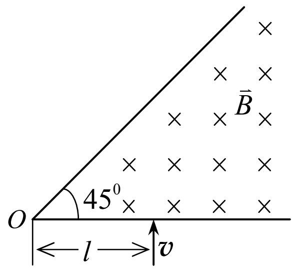
所以
$$\frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}qv$$

即
$$v=\frac{\lambda}{\varepsilon_0\mu_0 I}$$

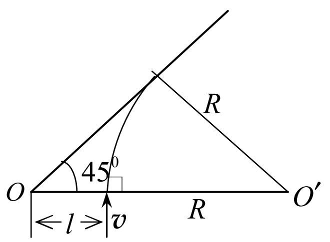
6-23 在顶角为45^0的扇形区域，有磁感应强度为**B**方向垂直纸面向里的均匀磁场，如图所示。今有一电子（质量为 m，电量为$-e$）在底边距顶点O为l的地方，以垂直底边的速度$\boldsymbol{v}$射入该磁场区域，为使电子不从上面边界跑出，问电子的速度最大不应超过多少？

[分析] 电子进入磁场后作圆周运动，圆心应在底边上。要使电子不从上面边界跑出，则电子到达上边界时的速度方向应正好与上边界相切。

[解] 当电子轨迹与上边界相切时，对应最大速度，此时有如解 6-23 图所示的情形。



习题 6-23 图



解 6-23 图

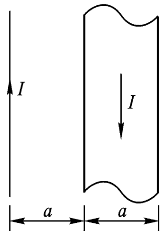
由图有 $$(l+R)\sin 45^0 = R$$

$$R = l/(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}+1)l$$

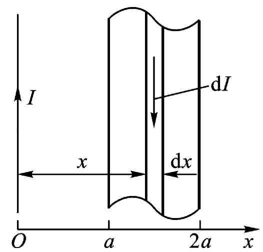
由 $R=\dfrac{mv}{eB}$，求出 v 最大值为

$$v=\frac{eBR}{m}=\frac{l}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{eB}{m}=(\sqrt{2}+1)\frac{eBl}{m}$$

6-24 一无限长直载流导线与一无限长薄电流板构成闭合回路，通电流 I。电流板宽度为 a，与长直导线共面，板左侧与长直导线相距也为 a, 如题 6-24 图所示。求电流板单位长度所受磁力的大小。



习题 6-24 图



习解 6-24 图

[分析] 把电流板视为无限多长直电流组成，用安培力公式求解。

[解] 取长直导线处为坐标原点，x 正向向右，建立一维坐标如解 6-24 图所示。在 x 处取宽度为 $\mathrm{d}x$ 的细长条，其中的电流为

$$\mathrm{d}I=\frac{I}{a}\mathrm{d}x$$

长直导线在 x 处产生的磁感应强度为 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$\mathrm{d}I$ 单位长度受到的磁力大小为 $\mathrm{d}F=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}\mathrm{d}I=\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$

整块电流板单位长度受到的磁力大小

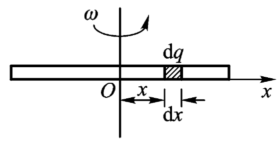
$$F=\int \mathrm{d}F=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\int_0^{2a}\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\ln 2$$

6-25 长为 L 的细杆均匀分布着电荷 q，杆绕垂直杆并经过其中心的轴以恒定角速度 ω 旋转，求此旋转带电杆的磁矩大小。

[分析] 把杆视为无数电荷元组成，杆绕轴旋转时，杆中每个电荷元作圆周运动，等效一个圆电流，因而产生磁矩。因电荷连续分布，需要积分求解。

[解] 取轴线处为坐标原点，x 正向向右，建立坐标如解 6-25 图所示。在 x 处取长度为 dx 的线元，其带电量为

$$\mathrm{d}q = \frac{q}{L}\mathrm{d}x$$



解 6-25 图

dq 旋转等效的圆电流为 $$\mathrm{d}I = \frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q = \frac{q\omega}{2\pi L}\mathrm{d}x$$

dI 产生的磁矩大小 $$\mathrm{d}m = \pi x^2 \mathrm{d}I = \frac{q\omega}{2L}x^2\mathrm{d}x$$

整条带电细棒旋转时产生的磁矩大小为

$$m = \int \mathrm{d}m = 2\int_0^{\frac{L}{2}} \frac{q\omega}{2L}x^2\mathrm{d}x = \frac{q\omega}{24}L^2$$

6-26 一半径为 R，电荷面密度为σ 的均匀带电圆盘，以角速度ω 绕过盘心并与盘面垂直的轴匀速转动。今将该圆盘置于磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀外磁场中，$\boldsymbol{B}$ 的方向垂直轴线。求：（1）圆盘旋转时的磁矩大小；（2）圆盘受外磁场的磁力矩的大小。

[分析] 把带电圆盘视为无数带电细环组成，圆盘旋转时，各带电细环等效一个圆电流，产生磁矩，对整个圆盘积分可得圆盘旋转时的磁矩大小；圆盘受外磁场的磁力矩的大小可由磁力矩公式求解。

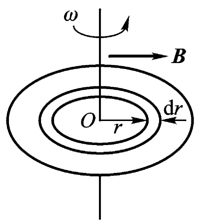
[解] （1）如解 6-26 图所示。在 r 处取宽度为 dr 的细圆环，其带电量为

$$\mathrm{d}q = \sigma \cdot 2\pi r \mathrm{d}r$$

该细圆环旋转时形成的等效圆电流和产生的磁矩为

$$\mathrm{d}I = \frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q = \omega\sigma r\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}m = \pi r^2 \mathrm{d}I = \sigma\omega\pi r^3 \mathrm{d}r$$



解 6-26 图

整个圆盘旋转时产生的磁矩大小

$$m = \int \mathrm{d}m = \sigma\omega\pi\int_0^R r^3\mathrm{d}r = \frac{\pi}{4}\sigma\omega R^4$$

（2）圆盘受外磁场 $\boldsymbol{B}$ 的磁力矩的大小

$$M = mB\sin\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}\sigma\omega B R^4$$

6-27 一无限长直圆柱形铜导线，外包一层相对磁导率为μ_r 的圆筒形磁介质。导线半径为 R_1，磁介质的外半径为 R_2；导线中通有电流 I，求磁介质内、外的磁场强度和磁感应强度的分布。

[分析] 电流分布具有轴对称，均匀各向同性磁介质具有同样的轴对称分布。因此，空间磁场的分布也应具有相同的对称性。利用安培环路定理，可求得空间磁场强度及磁感应

强度的分布。应注意的是，磁场强度的环流形式上与磁介质的磁性无关，因此 $\boldsymbol{H}(r)$ 是空间坐标的连续函数，$\boldsymbol{B}(r)$ 则为分段连续函数。

[解] 由轴对称性，以轴到场点距离为半径，过场点作环面垂直于轴的安培环路，由安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = H\cdot 2\pi r = \sum I_i$$

$r < R_1$ 时，环路 L 包围的传导电流为

$$\sum I_i = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2$$

所以

$$H_1 = \frac{Ir}{2\pi R_1^2} \qquad (r < R_1)$$

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2} \qquad (r < R_1)$$

$R_1 < r < R_2$ 时，环路 L 包围的传导电流为 I

则

$$H_2 = \frac{I}{2\pi r} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

$$B_2 = \mu\ H_2 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

$r > R_2$ 时，环路 L 包围的传导电流仍为 I

$$H_3 = \frac{I}{2\pi r} \qquad (r > R_2)$$

$$B_3 = \mu_0 H_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r > R_2)$$