浅析复变函数的特殊性与实际应用 ——评《复变函数与积分变换》

复变函数作为应用数学专业以及数学的主要基础课程,后续课程中包含了数学物理方程以及泛函分析等。 复变函数作为以上内容的基础,提供了解析函数的具体方法。在复变函数的应用方面不仅限于数学中,更被广 泛应用在其他领域中。在复变函数的学习中,通过学习《复变函数与积分变换》充分掌握复变函数的重点以及 难点。复变函数与其他学科之间也存在着衔接的关系,是数学分析的延展,无论在知识框架还是理论体系方面, 都需要注意与数学分析进行衔接,同时也需要注意复变函数与其他学科的衔接。复变函数在语音识别、图像处 理、信号分析、医学成像和地质勘探等领域都有着较为广泛的应用。

《复变函数与积分变换》由高等教育出版社出版,主要介绍复变函数与积分变换的基本概念、理论和方法。全书共分9章,主要内容包括:复数与复变函数、解析函数、复变函数的积分、解析函数的级数表示、留数及其应用、共形映射、解析函数在平面场的应用、傅里叶变换和拉普拉斯变换等。华中科技大学复变函数与积分变换课程入选国家精品课程后,为适应当前教材的新形势和互联网发展大背景,本书本次修订结合了已经上线的慕课,将教学视频资源也作为再次修订的重点。其中包括了知识难点、难题解析以及典型案例等,与纸质教材进行配合进一步丰富拓展知识体系,让读者能够更好地掌握所学知识。

复变函数的发展基础是实函数,其概念以及方法又与微积分有着多处联系以及相似之处,但同时也具备一些区别。在课程的教学方面有着承上启下的作用,为后续课程中的实变函数以及微分方程打下重要基础。复变函数不仅能够为奇异积分方程、概率以及微分方程等提供解析方法,还能够为流体力学、热力学、空气动力学以及弹性力学提供定性的研究方法。通过学习复变函数,学生在掌握数学知识修养的同时也充分锻炼了逻辑思维能力以及计算能力。同时也为后期课程的学习奠定了扎实的基础。在复变函数的课程教学方面可以设定以下四个目标:首先要了解复变函数的基本概念并且熟练掌握复变函数的基本使用方法和基础理论;其次在复变函数概念的基础上进行基本理论的论证,掌握基本方法的熟练运用,培养抽象思维能力以及数学语言严谨的表达能力;再次则运用复变函数的综合知识来对实际问题进行分析并且能够掌握问题中所涉及的现代数学思维方法;最后通过学习来培养学生独立思考和自主学习的好习惯。

复变函数的课程内容较多,涉及的知识量较广,课堂上能够学习的内容有限,这就对了教师的教学手法有较高的要求。在教学的过程中需要培养学生自主学习的能力,针对课程内函数理论的原理等内容需要通过调和函数来确定,可以通过引导学生将教材中的教学内容进行扩张来让学生更加深入掌握教学内容中的知识点。复变函数的学习需要学生通过熟悉原理和解析方法之后对其他的内容进行推导和验证,一方面可以加深学生对复变函数的理解和掌握,同时也能够将所学内容应用到发现问题和分析问题中去,提升自身解决问题的能力。科技发展让传统的单向传输教育模式得到了极大的改善,通过使用多媒体,让学生们在学习复变函数的共形映射、辅角多值性、黎曼曲面等内容时能够更加直观地了解和掌握,对问题的解决步骤以及解决方法也能够有更加深入的探讨。传统的推理和演算配合多媒体教程,能够更加清晰地将课程内容表现出来,让学生对所学知识有更深的理解。2020年新冠疫情期间,各大高校通过网络、电子教案以及视频课程等将课堂延续开来,真正做到停学不停课。通过慕课以及平台师生互动,学生能够及时发现学习难点并且由教师来进行讲解。

复变函数在数值方面存在着一定的特殊性,在数学的分析中,实数范围内一个函数在某一点可导则该点必定具有连续性,但连续未必可导,不连续必然不可导。在复变函数中,处处不可导的例子有很多,从这些例子中可以看出复变函数的特殊性,这种特殊性在实数函数中是非常罕见的。复变函数在数学中具有一定的实用性,因此也具备一定的工具性。在对复变函数的基本原理深入了解后,对复变函数的具体应用环节展开分析就会相对简单。对复变函数通常采用多复分析法,这种方法建立在数学分析多个复变量的全纯函数性质基础上。在多复分析的环节需要对复变函数与单复变函数进行区分,这种区别主要因为多复变全纯函数的性质,多复变全纯函数由定义区域的及核心以及拓扑性质决定其最终性质。因此在研究的过程中,重点应当放在局部性质转移到

整体性质的过程中。这一环节中,微分几何学、拓扑学具体概念和思维模式、代数几何原理以及微分方程学科内的知识都能够得到有效的统一,这一环节还能够加深对复变函数的概念和使用方法的有效理解,最终将复变函数应用在各个学科当中。在电路和系统的分析当中,复变函数能够精准地对正选交流电路进行分析,保障人们能够更好地掌握和利用电能。在几何方面,复数与平面上的点能够一一对应,利用复数方程即可表示平面上的曲线或者整个平面区域,简洁清晰。复变函数与积分变换的教材内容打破了传统教材的框架,在现代化以及体现数学的素质教育方面尝试精简基础理论内容,并且针对不同专业的具体需求增加了理论应用的内容。在工程实例的求解过程方面则将复变函数与计算机技术互相结合,利用 Matlab 来针对一些具有代表性的例子进行求解。在自动化以及测控方面增加了 Laplace 变换进行的线性系统理论的分析。自动控制原理中涉及到的传递函数是非常重要的数学模型,拉普拉斯变换的学习对传递函数至关重要。在根轨迹的分析中也需要用到多项式求根以及复数根等问题,分析频域的时候也需要用到辅角原理来判断单变量系统的稳定性。另外,在通信以及电子信息方面则增加了 Fourier 变换处理数据的压缩以及故障诊断分析等。电子信息与通信专业作为当前社会发展的重要学科,教材里涉及到众多数学概念。其中包括微分方程的经典解法、傅里叶变换等。这些在学习复变函数与积分变换后都能够更加灵活地掌握。复变函数在通信工程中的工具性极强,复变函数能够处理信号并且在通信工程建设环节能够起到积极推动的作用。在复变函数的转换和对复变函数的逆变换分析的基础上,对通讯信号处理能够更加具体的理解。提高了学生对通信工程中应用复变函数的理解。

传统的数学教学始终保持着半封闭的状态,自成一套体系,在课程教学方面只关注经典教学内容,逐渐形成了数学教学以理论推导为主的固有框架。复变函数在其他学科的应用打破了数学应用方面的框架,让学生们明白,数学是培养各学科实用性人才的基础。

在复变函数的考核方面,合理利用网络资源以外还可以让学生通过小论文的方式来加强学生对所学内容的 掌握以及熟练应用。复变函数与实变函数存在着关系但也有所不同,学习的过程中为避免学生按照惯性进行思考,产生先人为主的认知,无法充分了解和掌握新知识,学生可以通过分析复变函数与实变函数的联系与不同来加强对新知识的了解和掌握。通过查阅资料等方式来培养学生的自主学习能力,尤其在积分计算的教学当中,也可以利用小论文的学习方式为学生打下良好的基础。可以通过结合线上与线下,论文与习题,卷面成绩与平时小组成绩等多方面来对学生的成绩进行综合评定,这样的考核方式能够更加客观地展现出学生的具体学习成果,也能够培养学生解决问题的能力,激发学生自主学习的兴趣。

数学教育在面向新世界国家人才培养方面面临着一个巨大的实践课题,在对复变函数和积分变换的课程改革过程中,教育工作者对课程的体系以及教学的方法进行了一系列的改革,同时也得到了一些成果,但这些成果并不足以满足我国教改要求的广度和深度。在数学实验以及数学建模方面,各大高校引进计算机技术与数学软件,推广全新的教学思路,更加注重学生的动手能力,通过熟练掌握计算机技术来对所学到的数学知识进行分析并且学以致用,解决现实中的问题,这样能够有效培养学生们的数学思维并且为学生日后的数学应用打下坚实的基础。时代在发展,社会在进步,国家对应用型人才的需求与目俱增。教师在传授学生知识的同时也要注重学生实践能力的培养,针对不同专业的需求,制定更加具有个性化的教学内容,做到更加专业,更加高效地推动学生的全面成长。在传统的教学方法上进行改革,不断地探索和努力,为国家和社会培养更多实用性人才。

《复变函数与积分变换》一书每章的后面给出本章小结及若干思考题,便于读者复习和总结;同时每章还配备了一定数量的习题并在书后给出习题的答案或提示。附录中附有傅里叶变换简表和拉普拉斯变换简表,可供学习时查用。可作为高等院校工科类各专业学生的教材,也可供相关专业科技工作者和工程技术人员参考。

缪彩花 (丽江师范高等专科学校 教师教育学院,云南 丽江 674199)