

广东工业大学考试试卷（ A ）

20 18 -- 20 19 学年度第 2 学期

课程名称：复变函数与积分变换 C 试卷满分 100 分

考试形式：闭卷 （开卷或闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一 选择题（每题 5 分，共 25 分）

1. 下列式子中错误的是 ( )
- (A)  $|1+i| = \sqrt{2}$  (B)  $\arg(e^{1+3i}) = 3-2\pi$
- (C)  $\overline{e^{-i\theta}} = \cos \theta + i \sin \theta$  (D)  $\ln(1-i) = \frac{\ln 2}{2} - i \frac{\pi}{4}$
2. 关于初等函数，下面说法错误的是 ( )
- (A)  $\sin(2z) = 2 \sin z \cos z$  (B)  $\text{Ln}(z_1 z_2) = \text{Ln}(z_1) + \text{Ln}(z_2)$
- (C)  $\frac{e^{z_1}}{e^{z_2}} = e^{z_1 - z_2}$  (D)  $\text{Ln}(z) + \text{Ln}(z) = 2\text{Ln}(z)$
3. 计算积分  $\int_0^{\pi i} \cos z dz =$  ( )
- (A) 0 (B)  $2\pi i$  (C)  $\frac{i}{2}(e^{\pi} - e^{-\pi})$  (D)  $\sin z$
4. 下面函数方程表示椭圆的 ( )
- (A)  $|z-5|=6$  (B)  $|z-i|=|z+i|$  (C)  $|z+3|+|z+1|=4$  (D)  $|z-2|-|z+2|=1$

5. 关于积分变换, 下列等式中**不正确**的是 ( )

(A)  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

(B)  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$

(C)  $f(-\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{-j\omega t} dt$

(D)  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$

二 填空题 (每空 5 分, 共 25 分)

1. 复数  $z = \sin \theta - i \cos(\theta), 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 的指数表达式为\_\_\_\_\_。

2. 求值  $(-1+i)^i =$ \_\_\_\_\_。

3. 计算积分  $\oint_{|z|=2} \frac{|z|}{z} dz =$ \_\_\_\_\_。

4. 已知  $\cos(2t)$  的 Laplace 变换为  $\frac{s}{s^2+4}$ , 求  $L(t \cos t) =$ \_\_\_\_\_。

5. 设  $\delta(t)$  为单位脉冲函数, 则  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) \sin(2t) dt =$ \_\_\_\_\_。

三 (10 分) 证明函数  $u(x, y) = x^2 - y^2$  为调和函数, 并求  $v(x, y)$  使  $f = u + iv$  为解析函数且  $f(0) = 0$ 。

四 (10 分) 证明: 如果函数  $f(z) = u + iv$  及  $\overline{f(z)} = u - iv$  在区域 D 内解析, 则  $f(z)$  为常数。

五 (10 分) 计算积分  $\oint_C \frac{\sin z}{z^2(z - \frac{\pi}{3})} dz$ , 其中 C 为正向圆周  $|z| = 2$ 。

六 (10 分) 用 Fourier 变换的定义求  $f(t) = e^{-2t} u(t)$  的 Fourier 变换, 然后用 Fourier 变换的性质计算函数  $g(t) = e^{j3t} t f(t)$  的傅立叶变换, 其中  $u(t)$  为单位阶跃函数。

七 (10 分) 用拉普拉斯变换解微分方程  $y''(t) - y(t) = \delta(t), y'(0) = y(0) = 0$