第四篇　热　学

第 12 章　气体动理论

思考题

12-1 理想气体分子模型及其统计假设的主要内容是什么？

[提示] 理想气体的微观模型包含分子模型和统计假设，其中分子模型对单个分子，其内容为：

（1）气体分子的大小与气体分子间的平均距离比较很小，可忽略；

（2）除碰撞的瞬间外，分子间及分子与容器壁间的相互作用力很小，可忽略；

（3）分子间及分子与容器壁间的碰撞是完全弹性碰撞。

统计假设对大量分子，其内容为：

（1）平衡态下，容器中任一处单位体积的分子数相等；

（2）分子沿各个方向运动的几率相等，即分子速度在各个方向分量的各种平均值相等。

12-2 理想气体的压强公式可按下列步骤进行推导：（1）求任一分子 i 与器壁碰一次施于器壁的冲量 $2mv_{ix}$；（2）求分子 i 在单位时间内施于器壁冲量的总和 $\dfrac{m}{l_1}v_{ix}^2$；（3）求所有 N 个分子在单位时间内施于器壁的总冲量 $\dfrac{m}{l_1}\sum\limits_{i=1}^{N}v_{ix}^2$；（4）求所有分子在单位时间内施于单位面积器壁的总冲量——压强

$$p=\frac{m}{l_1l_2l_3}\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2=\frac{2}{3}\ n(\frac{1}{2}m\overline{v^2})$$

在上述推导过程中，哪几步用到了理想气体模型的假设？哪几步用到了平衡态的条件？哪几步用到了统计平均的概念？（l_1、l_2、l_3 分别为长方形容器的三个边长）

[提示] 上述推导过程中，第（1）、（2）、（3）步用到了理想气体模型的假设；第（2）、（4）步用到了平衡态的条件；第（4）步用到了统计平均的概念。

12-3 什么叫理想气体的内能？它能否等于零？为什么？

[提示] 理想气体内，分子各种运动形式能量的总和称为理想气体的内能。因为气体内部分子永远不停地运动着，所以内能永远不会等于零。

12-4 两瓶不同种类的气体：（1）它们的分子平均平动动能相等，但密度不同，问它们的温度，压强是否相同？（2）它们的温度和压强相同，但体积不同，问它们的分子数密

度，质量密度，单位体积的分子总平动动能是否相同？

[提示] （1）由$\bar{\varepsilon}_t=\dfrac{3}{2}kT$知，温度只决定于分子的平均平动动能，既然$\bar{\varepsilon}_{t1}=\bar{\varepsilon}_{t2}$，则$T_1=T_2$；而压强$p=nkT$，既决定与温度，又决定于密度，如果$n_1\neq n_2$，则在$T_1=T_2$的情况下，$p_1\neq p_2$。

（2）由$p=nkT$，既然两瓶气体的$T_1=T_2$，$p_1=p_2$，则必有$n_1=n_2$。而质量密度$\rho=mn$不一定相同。因不同种类的气体尽管分子数密度相同$n_1=n_2$，但分子质量可以不同$m_1\neq m_2$，则$\rho_1\neq\rho_2$。但单位体积的分子总平动动能应相同。因温度$T_1=T_2$，有$\bar{\varepsilon}_{k1}=\bar{\varepsilon}_{k2}$，$n_1\bar{\varepsilon}_{t1}=n_2\bar{\varepsilon}_{t2}$。

12-5 若$f(v)$表示速率分布函数，试说明下列各式的物理意义

（1）$f(v)\mathrm{d}v$　（2）$Nf(v)\mathrm{d}v$　（3）$\int_{v_1}^{v_2}f(v)\mathrm{d}v$　（4）$\int_{v_1}^{v_2}Nf(v)\mathrm{d}v$

（5）$\int_0^{\infty}vf(v)\mathrm{d}v$

[提示] （1）$f(v)\mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}N}{N}$ 表示平衡态下，分子速率介于$v-v+\mathrm{d}v$区间内的分子数占总分子数的比率；

（2）$Nf(v)\mathrm{d}v=\mathrm{d}N$ 表示分子速率介于$v-v+\mathrm{d}v$区间内的分子数；

（3）$\int_{v_1}^{v_2}f(v)\mathrm{d}v=\dfrac{\Delta N}{N}$ 表示速率在v_1-v_2区间内的分子数占总分子数的比率；

（4）$\int_{v_1}^{v_2}Nf(v)\mathrm{d}v=\int_{v_1}^{v_2}\mathrm{d}N$ 表示速率在v_1-v_2区间内的分子数；

（5）$\int_0^{\infty}vf(v)\mathrm{d}v$ 表示在整个速率区间内分子速率的算术平均值。

习　题　12

选择题

12-1　B　12-2　C　12-3　C　12-4　D　12-5　D

填空题

12-6 （1）1.2×10^{-24} kg.m/s； （2）$\frac{1}{3}\times10^{28}$ 个/（m^2.s）； （3）4×10^{3} Pa

12-7 $0,\quad kT/m_0$ 12-8 $\frac{3}{2}kT,\quad \frac{5}{2}kT,\quad \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT$

12-9 （1）$\int_{v_0}^{\infty}Nf(v)\mathrm{d}v$； （2）$\dfrac{\int_{v_0}^{\infty}vf(v)\mathrm{d}v}{\int_{v_0}^{\infty}f(v)\mathrm{d}v}$； （3）$\int_0^{\infty}\frac{1}{v}f(v)\mathrm{d}v$

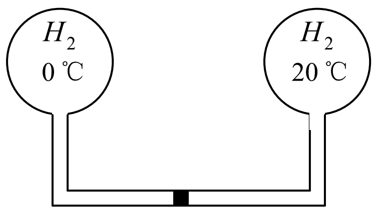
计算题

12-10 两个相同的容器装有氢气，以一玻璃细管连通，管中用一滴水银作活塞，如图所示。当左边容器的温度为 0℃，而右边容器的温度为 20℃时，水银滴刚好在管的中央，问：当左边容器温度由 0℃增到 5℃、而右边容器温度由 20℃增到 30℃时，水银滴是否会移动？如何移动？

[分析] 根据力学平衡条件，当水银滴刚好处于管的中央维持平衡，表明左、右两边氢气的体积和压强均相等，可由状态方程求解。

[解] 两边气体的状态方程为

$$p_1V_1=\frac{m_1}{M}RT_1\ ,\quad p_2V_2=\frac{m_2}{M}RT_2$$



习题 12-10 图

由 $p_1=p_2$ 得 $$\frac{V_1}{V_2}=\frac{m_1}{m_2}\frac{T_1}{T_2}$$

开始时 $V_1=V_2$，则有 $$\frac{m_1}{m_2}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{293}{273}$$

当温度改变为 T_1'=278 K，T_2'=303 K 时，两边体积比为

$$\frac{V_1'}{V_2'}=\frac{m_1T_1'}{m_2T_2'}=0.9847<1\text{，即 }V_1'<V_2'$$

可见水银滴将向左边移动少许。

12-11 设想每秒有 10^{23} 个氧分子以 600 m.s^{-1} 的速度沿着与器壁法线成 60^0 角的方向撞在面积为 4×10^{-2} m^2 的器壁上。求这群分子作用在器壁上的压强。

[分析] 把氧气分子看成质量为 m 的弹性质点，应用质点动量定理求解。

[解] 设氧气的摩尔质量为 M，一个分子与器壁碰一次，作用与器壁的冲量为

$$F\cdot\Delta t=\Delta p=2mv\cos\theta$$

单位时间器壁受到的平均冲力为

$$F = N \cdot 2mv\cos\theta = \frac{2NMv\cos\theta}{N_A}$$

式中N_A为阿伏加德罗常数。

作用在器壁上的压强

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2NMv\cos\theta}{N_A S}$$

$$= \frac{2\times10^{23}\times3.2\times10^{-2}\times600\times0.5}{6.02\times10^{23}\times4\times10^{-2}} = 79.7\ \mathrm{N/m^2}$$

12-12 试从理想气体的温度公式和压强公式导出理想气体的状态方程式$pV = \frac{m}{M}RT$。

解： 由温度公式 $\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$

压强公式 $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_t$

得 $$p = nkT = \frac{m}{M}\frac{N_A}{V}kT = \frac{m}{M}\frac{RT}{V}$$

所以 $$pV = nkT = \frac{m}{M}\frac{N_A}{V}kT = \frac{m}{M}RT$$

12-13 水蒸气分解为同温度 T 的氢气和氧气，即

$$H_2O \rightarrow H_2 + \frac{1}{2}O_2,$$

也就是 1 mol 的水蒸气可以分解成同温度的 1 mol 氢气和$\frac{1}{2}$mol 氧气。当不计振动自由度时，求此过程中内能的增量。

解：当不计振动自由度时，H_2O分子、H_2分子、O_2分子的自由度分别为 6、5、5。

所以 1 mol H_2O的内能 $E_1 = 3RT$,\

1 mol H_2或O_2的内能 $E_2 = \frac{5}{2}RT$

故内能增量 $$\Delta E = (1+\frac{1}{2})\frac{5}{2}RT - 3RT = \frac{3}{4}RT$$

12-14 一容器内储有氧气，其压强$p = 1.0\times10^5$ Pa，温度为 t = 27℃。求：（1）单位体积内的分子数；（2）氧气的质量密度；（3）氧分子的质量；（4）分子的平均平动动能和

平均转动动能。

[分析] 由理想气体状态方程和分子平均动能公式求解。

[解] （1）由物态方程 $p = nkT$

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.0\times10^{5}}{1.38\times10^{-23}\times300} = 2.45\times10^{25}\ 个/\text{m}^3$$

（2）由 $pV = \frac{m}{M}RT$ 及 $\rho = \frac{m}{V}$，有

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{1.0\times10^{5}\times32\times10^{-3}}{8.31\times300} = 1.30\,\text{kg/m}^3$$

（3）设氧分子的质量为 m_0，则

$$m_0 = \frac{\rho}{n} = \frac{1.30}{2.45\times10^{25}} = 5.31\times10^{-26}\,\text{kg}$$

（4）分子的平均平动动能

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{i}{2}kT = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times300 = 6.21\times10^{-21}\,\text{J}$$

平均转动动能

$$\overline{\varepsilon_r} = \frac{i}{2}kT = \frac{2}{2}kT = \frac{2}{2}\times1.38\times10^{-23}\times300 = 4.14\times10^{-21}\,\text{J}$$

12-15 容器中储有 $2\times10^{-3}\,\text{m}^3$ 的刚性双原子分子理想气体，其内能为 6.75×10^{2} J。求：（1）气体的压强； （2）分子的平均平动动能及气体的温度。（设分子总数为 5.4×10^{22} 个）

[分析] 由理想气体的内能公式和状态方程求解。

[解] （1）设分子总数为 N，由

$$E = N\frac{i}{2}kT \quad 及 \quad p = \frac{N}{V}kT$$

得

$$p = \frac{2E}{iV} = \frac{2\times6.75\times10^{2}}{5\times2\times20^{-3}} = 1.35\times10^{5}\,\text{Pa}$$

（2）由

$$\frac{\overline{\varepsilon_t}}{E} = \frac{\frac{3}{2}kT}{N\cdot\frac{5}{2}kT}$$

得

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3E}{5N} = \frac{3\times6.75\times10^{2}}{5\times5.4\times10^{22}} = 7.5\times10^{-21}\,\text{J}$$

又 $$E = N \cdot \frac{5}{2}kT$$

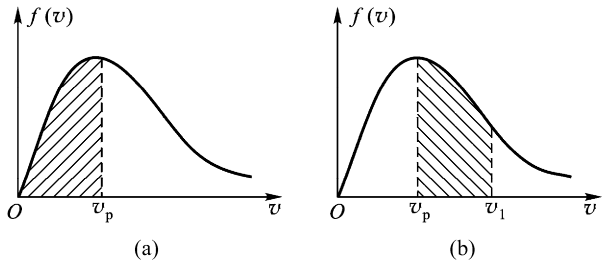
所以 $$T = \frac{2E}{5Nk} = \frac{2\times 6.75\times 10^{2}}{5\times 5.4\times 10^{22}\times 1.38\times 10^{-23}} = 362\,\mathrm{K}$$

12-16 设 $f(v)$ 为 N 个（N 很大）分子组成的系统的速率分布函数。

（1）分别写出习题 12-14 图（a）、(b)中阴影面积对应的数学表达式并回答其物理意义；

（2）设分子质量为 m，试用 $f(v)$ 表示以下各量：

① 分子动量大小的平均值； ②分子平均动能的平均值。



习题 12-14 图

[分析] 根据麦克斯韦速率分布曲线的物理意义求解。

[解] （1）习题 12-14 图（a）中阴影面积对应的数学表达式为

$$\int_0^{v_p} f(v)\mathrm{d}v$$

它表示给定温度的平衡态下，速率小于 v_p 的气体分子数占总分子数的比率。

图（b）中阴影面积对应的数学表达式为

$$\int_{v_p}^{v_1} f(v)\mathrm{d}v$$

它表示给定温度的平衡态下，速率在 $v_p - v_1$ 之间的气体分子数占总分子数的比率。

（2） ① 分子动量大小的平均值

$$\overline{p} = \overline{m_0 v} = \int_0^{\infty}(m_0 v) f(v)\mathrm{d}v$$

② 分子平动动能的平均值。

$$\overline{\varepsilon_t} = \overline{\frac{1}{2}m_0 v^2} = \int_0^{\infty}(\frac{1}{2}m_0 v^2) f(v)\mathrm{d}v$$