第 15 章 量子物理基础

思考题

15-1 用光的波动说解释光电效应实验存在哪些困难？

[提示] （1）光的波动说不能解释光电子的初动能随入射光的频率线性增长。因为按光的波动说，光电子的初动能应随入射光的强度而增加。

（2）光的波动说不能解释光电效应中红限的存在。因为按光的波动说，电子能否从金属逸出应决定于入射光的强度，无论入射光的频率如何，只要有足够的强度，电子就可以逸出，因此无法解释红限的存在。

（3）光的波动说不能解释光电效应的瞬时性问题。因为按光的波动说，金属中的电子从入射光波中吸取能量，必须积累到一定的量值（至少等于电子从金属表面逸出时克服表面原子的吸力所需的功——逸出功），才能释出电子，显然入射光越弱，能量积累的时间就越长，但实验结果是，无论光怎样弱，只要频率大于红限，光电子是立即发射出来的。

15-2 用可见光能否观察到康普顿效应，为什么？

[提示] 用可见光观察不到康普顿效应。

在康普顿散射中，散射前后波长改变量为

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

当散射角$\varphi = \pi$时，波长的改变量最大，这时

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c} = 4.86\times10^{-12}\,\mathrm{m}$$

这个波长改变量与可见光中最短的波长$\lambda = 400\,\mathrm{nm}$ 之比$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \dfrac{1}{10^5}$，这样小的波长改变量，在实验中不能被观察到。

15-3 光电效应和康普顿效应，都包含电子与光子的相互作用，试问这两个过程有什么不同？

[提示] 在康普顿效应中，入射射线为x射线，光子能量高达几十千电子伏特。这个能量大大超过物质中原子对电子的束缚能量，所以电子可看作是自由的。电子与光子相互作用满足动量和能量守恒定律。而在光电效应中，入射光为可见光，光子的能量只有几个电子伏特，与电子克服金属表面原子的引力场所需作的功相比，数量级相同，所以电子是束缚的。对自由电子不能有光电效应。光电效应在电子与光子的相互作用过程中，动量不守恒。

15-4 氢原子发射一条波长为λ=434.0 nm 的光谱线。试问该谱线属于哪一谱线系？氢原子是从哪个能级跃迁到哪个能级辐射出该光谱线的？

[提示] λ=434.0 nm 属于可见光范围，谱线属于巴耳末系。

由

$$\sigma=\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$$

$$n^2=\frac{1}{1/4-1/\left(\lambda R_H\right)}=\frac{4\lambda R_H}{\lambda R_H-1}=5^2$$

即，该谱线是氢原子由$n=5$能级跃迁到$n=2$能级辐射产生的。

15-5 对处于第一激发态的氢原子，如果用可见光照射，能否使之电离？

[提示] 处于第一激发态$(n=2)$的氢原子电离需要的能量为 3.4eV，而波长最短的可见光光子的能量约为 3.1eV。

15-6 用经典力学的物理量（如坐标、动量等）描述微观粒子的运动时，存在什么问题？原因何在？

[提示] 用经典力学的物理量（如坐标、动量等）只能在一定程度内近似地描述微观粒子的运动，坐标 x 和动量 p_x 存在不确定量Δx 和Δp_x，它们之间必须满足不确定关系式

$$\Delta x\cdot\Delta p_x\geq h$$

这是微观粒子具有波粒二象性的缘故。

15-7 机械波的振幅，电磁波的振幅和物质波的振幅分别代表什么物理意义？

[提示] 机械波的振幅，是质点（机械）振动的最大位移。电磁波的振幅，是电场强度矢量的最大值和磁场强度矢量的最大值。物质波的振幅就是波函数的振幅，本身无实在的物理意义，但物质波振幅绝对值的平方$\left|\psi_0\right|^2$有物理意义，表示粒子在 t 时刻，在(x,y,z)处单位体积内出现的概率，称为概率密度。

15-8 德布罗意波的波函数与经典波的波函数的本质区别是什么？

[提示] 德布罗意波是概率波，波函数不表示某实在物理量在空间的波动，其振幅也无实在的物理意义。

经典波，比如电磁波，表示电场强度 $\boldsymbol{E}$ 和磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 的周期性变化在空间的传播过程。当波函数$E=E_0\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)$的振幅$E_0$增加为$2E_0$时，波的强度增加 4 倍，而德布罗意波函数可以任意地乘上一个常数，所得结果仍然表示粒子的同一运动状态。

习　题　15

选择题

15-1　C	15-2　C	15-3　A	15-4　B	15-5　A	15-6　C
15-7　D	15-8　D	15-9　A			

填空题

15-10 5×10^{14}， 2

15-11 $\dfrac{h\nu}{c}=\dfrac{h\nu'}{c}\cos\varphi+p\cos\theta$

15-12 $\dfrac{h}{\sqrt{2m_0eU_{12}}}$

15-13 $\nu_3=\nu_2+\nu_1$， $\dfrac{1}{\lambda_3}=\dfrac{1}{\lambda_2}+\dfrac{1}{\lambda_1}$

15-14 A 粒子， B 粒子

15-15 粒子在 t 时刻在（x,y,z）处出现的几率密度， 单值、有限、连续，$\iiint|\psi|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=1$

计算题

15-16 金属铝的逸出功为 4.2eV，今用波长为 200 nm 的紫外光照射到铝表面上，发射的光电子的最大初动能为多少？遏止电势差为多大？铝的红线波长是多大？

[分析] 根据爱因斯坦的光电效应方程求解。

[解] 由光电效应方程 $h\nu=\dfrac{1}{2}mv^2+W$，得

光电子的最大初动能

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2&=h\nu-W=\frac{hc}{\lambda}-W\\&=\frac{6.63\times10^{-34}\times3.00\times10^{8}}{200\times10^{-9}}-4.2\times1.60\times10^{-19}\\&=3.23\times10^{-19}\ J=2.0\ \mathrm{eV}\end{aligned}$$

遏止电势差，由 $\dfrac{1}{2}mv^2=eU_a$，得

$$U_a=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{e}=\frac{3.23\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}=2.0\ \mathrm{V}$$

铝的红线波长由 $W=h\nu_0=\dfrac{hc}{\lambda_0}$，得

$$\lambda_0=\frac{hc}{W}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3.00\times10^{8}}{4.2\times1.6\times10^{-19}}=2.96\times10^{-7}\,m=296\ \mathrm{nm}$$

15-17 如果一个光子的能量等于一个电子的静止能量，问该光子的频率、波长和动量各是多少？

[分析] 根据相对论的质能关系，能量、动量关系以及光子的基本性质求解。

[解] 电子的静止能量 $E_0=m_0c^2$，光子的能量 $E=h\nu=\dfrac{hc}{\lambda}$

由题意 $$m_0c^2=h\nu$$

所以，光子的频率 $$\nu=\frac{m_0c^2}{h}=\frac{9.1\times10^{-31}\times(3.0\times10^8)^2}{6.63\times10^{-34}}=1.24\times10^{20}\,\text{Hz}$$

光子的波长 $$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{3.0\times10^8}{1.24\times10^{20}}=2.42\times10^{-12}\,\text{m}$$

光子的动量 $$p=\frac{E}{c}=m_0c=9.1\times10^{-31}\times3.0\times10^8=2.73\times10^{-22}\,\text{kg.m/s}$$

15-18 光子和电子的波长均为 0.2 nm，求：（1）光子的动量和能量；（2）电子的动量和动能。

[分析] 光子和电子的波长相等，由德布罗意公式$\lambda=\dfrac{h}{p}$，则光子和电子的动量相等；再由德布罗意波长与电子动能的关系可求得电子的动能。

[解] （1）光子的动量和能量

$$p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}}{0.2\times10^{-9}}=3.32\times10^{-24}\,\text{kg.m/s}$$

$$\varepsilon=h\nu=\frac{hc}{\lambda}=pc=3.32\times10^{-24}\times3.00\times10^8=9.96\times10^{-16}J=6.2\times10^3\,\text{eV}$$

（2）电子的动量与光子的动量相等，电子的动能由

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}=\frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

所以 $$E_k=\frac{p^2}{2m}=\frac{(3.32\times10^{-24})^2}{2\times9.11\times10^{-31}}=6.03\times10^{-18}J=37.8\,\text{eV}$$

15-19 在基态氢原子被外来单色光激发后发出的巴尔末系中，仅观察到三条谱线。试求：（1）外来光子的波长；（2）这三条谱线的波长。

[分析] 根据玻尔氢原子理论，氢原子光谱的巴尔末系对应于原子由高能态向$n=2$的低能态跃迁时所辐射的光谱线。按题意，仅观察到三条谱线，则外来光子的能量将把原子从基态激发到$n=5$的能级，即可产生巴尔末系中前三条谱线的跃迁。

[解] 根据以上分析，外来光子首先要把原子从基态激发到$n=5$的能级，按频率公式$\nu_{nm}=R_H(\dfrac{1}{m^2}-\dfrac{1}{n^2})$，外来光子的频率$\nu_{15}=R_H(\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{5^2})=R_H\dfrac{24}{25}$，则

$$\lambda_{15}=\frac{c}{\nu_{15}}=\frac{25}{24R_H}=\frac{25}{24\times1.097\times10^7}=9.49\times10^{-8}m=94.9\,\text{nm}$$

对巴尔末系，频率公式为$\nu_{2n}=R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$，得

$$\lambda_{2n}=\frac{1}{R_H}\cdot\frac{4n^2}{n^2-4}$$

于是，三条谱线的波长分别为

$n=3$ 到 $n=2$，　　$\lambda_{23}=\frac{1}{R_H}\cdot\frac{4\times 3^2}{3^2-4}=656\,\text{nm}$

$n=4$ 到 $n=2$，　　$\lambda_{24}=\frac{1}{R_H}\cdot\frac{4\times 4^2}{4^2-4}=486\,\text{nm}$

$n=5$ 到 $n=2$，　　$\lambda_{25}=\frac{1}{R_H}\cdot\frac{4\times 5^2}{5^2-4}=434\,\text{nm}$

15-20 实验发现基态氢原子可吸收能量为 12.75 eV 的光子，（1）试问氢原子吸收该光子后将被激发到哪个能级？（2）受激发的氢原子向低能级跃迁时，可能发出哪几条谱线？画出能级跃迁图。

[解] （1）基态氢原子吸收能量为 12.75 eV 的光子后被激发到高能态 E_n。

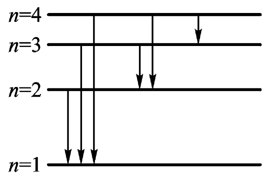
$$E_n=\Delta E+E_1=12.75+(-13.6)=-0.85\,\text{eV}$$

由量子化能量公式 $E_n=-\frac{13.6}{n^2}$，可求得

$$n=\sqrt{\frac{13.6}{E_n}}=\sqrt{\frac{13.6}{0.85}}=4$$

即氢原子吸收该光子后将被激发到$n=4$的能级。

（2）激发到$n=4$能级的氢原子向低能级跃迁时，可能发出 6 条谱线。



解 15-20 图

能级跃迁图如解 15-20 图所示。

15-21 已知氢光谱的某一线系的极限波长为 364.7nm，其中有一谱线的波长为 656.5nm。试由玻尔氢原子理论，求与该波长相应的始态与终态能级的能量。

[分析] 根据玻尔氢原子理论，各线系的波长公式为：$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$，$(n>m)$。短波极限波长对应$n\to\infty$，据此可求得 m；再把另一谱线的波长 656.5 nm 代入此公式，可求得 n；m、n 求得后，由氢原子能量公式可求得相应的能量。

[解] 若用λ_∞表示极限波长，由题意，有

$$\frac{1}{\lambda_\infty}=R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{\infty})=\frac{R_H}{m^2}$$

求得 $m=\sqrt{R_H\lambda_\infty}=\sqrt{1.097\times10^7\times364.7\times10^{-9}}=2$

又由 $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$

得 $n=\sqrt{\frac{R_H\lambda\lambda_\infty}{\lambda-\lambda_\infty}}=\sqrt{\frac{1.097\times10^7\times656.5\times364.7\times10^{-18}}{(656.5-364.7)\times10^{-9}}}=3$

由氢原子量子化能量公式 $E_n=\frac{E_1}{n^2}=-\frac{13.6}{n^2}\text{eV}$

所以： 终态能量 $n=2$， $E_2=-\frac{13.6}{2^2}=-3.4\text{eV}$

始态能量 $n=3$， $E_2=-\frac{13.6}{3^2}=-1.51\text{eV}$

15-22 用不确定关系式$\Delta x\cdot\Delta p_x\geq h$证明：如果确定一个低速运动的粒子的位置时，其不确定量等于这粒子的德布罗意波长，则同时确定这粒子的速度时，其不确定量就等于这粒子的速度。

[证] 根据不确定关系式 $\Delta x\cdot\Delta p_x\geq h$

由题意 $\Delta x=\lambda$

则 $\Delta p_x=\frac{h}{\Delta x}=\frac{h}{\lambda}$

又因为 $\Delta p=\Delta(mv)=m\Delta v$

所以 $\Delta v=\frac{h}{m\lambda}=\frac{p}{m}=\frac{mv}{m}=v$