试卷编号：______

学院：________ 专业：________ 班级：________ 学号：________ 姓名：________

装 订 线

诚信考试，诚信做人。

广东工业大学考试试卷（A）

2019 -- 2020 学年度第 二 学期

课程名称： 复变函数 **学分** 2 **试卷满分** 100 分

考试形式： 开卷 （开卷或闭卷）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

注：1. 试题中的闭曲线如无特殊说明均默认为正向；2. 试题中 i, j 相同，都表示虚数单位；

一、(每题 5 分，共 30 分)简答题

1.求 $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{2020}$ 的指数表示式;

2.求 $\mathrm{Im}[i^{1+i}]$;

3. 求 $\arg e^{i(4+3i)}$;

4.计算 $\oint_{|z|=1}(e^{z}+|z|\bar{z})dz$;

5. 求双边幂级数级数

$\dfrac{(-2)i^{(-2)}}{(z-1)^{2}}+\dfrac{(-1)i^{(-1)}}{(z-1)}+1+\cdots+ni^{n}(z-1)^{n}+\cdots=\sum\limits_{n=-2}^{\infty}ni^{n}(z-1)^{n}$ 的收敛区域;

6.设 $\mathscr{F}[f(t)]=F(\omega)$，且 $\lim\limits_{|t|\to\infty}f(t)=0$，求 $\mathscr{F}[f'(t-2)]$.

二、(10 分) 讨论函数 $f(z)=|z+1|^2\,\mathrm{Im}(z)$ 的可导性和解析性，并求函数

$f(z)=|z+1|^2\,\mathrm{Im}(z)$ 在可导点的导数.

三、(10 分) 设 $f(z)=\dfrac{1}{2\pi i}\oint_{|\zeta-1|=2}\dfrac{\zeta^3}{(\zeta-z)^2}d\zeta$ ，求 $f'(1), f'(2i)$.

四、（10 分）设 C 为正向圆周 $|z-i|=2$，求 $\int_c \dfrac{1}{z^2(z^2+4)}dz$.

五（10 分）证明 $v(x,y)=\arctan\dfrac{y}{x}$ 当 $x>0, y>0$ 时为调和函数，并求 $u(x,y)$ 使得

$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 为解析函数且 $f(1)=0$.

六（10 分）把函数 $f(z)=\dfrac{z^2-z-1}{(z-1)^2(z-2)}$ 在圆环域 $1<|z-1|<+\infty$ 内展开成洛朗级数.

七(10 分) 求 $\mathscr{F}^{-1}[\pi\delta'(\omega-1)]$.

八（10 分）利用拉普拉斯变换解常微分方程组

$$\begin{cases} y''(t)-2x'(t)=2\sin t \\ -2x''(t)-2x(t)+y'(t)=0 \end{cases}, x'(0)=x(0)=1, y'(0)=y(0)=0.$$