

# Εργασία 3<sup>η</sup>

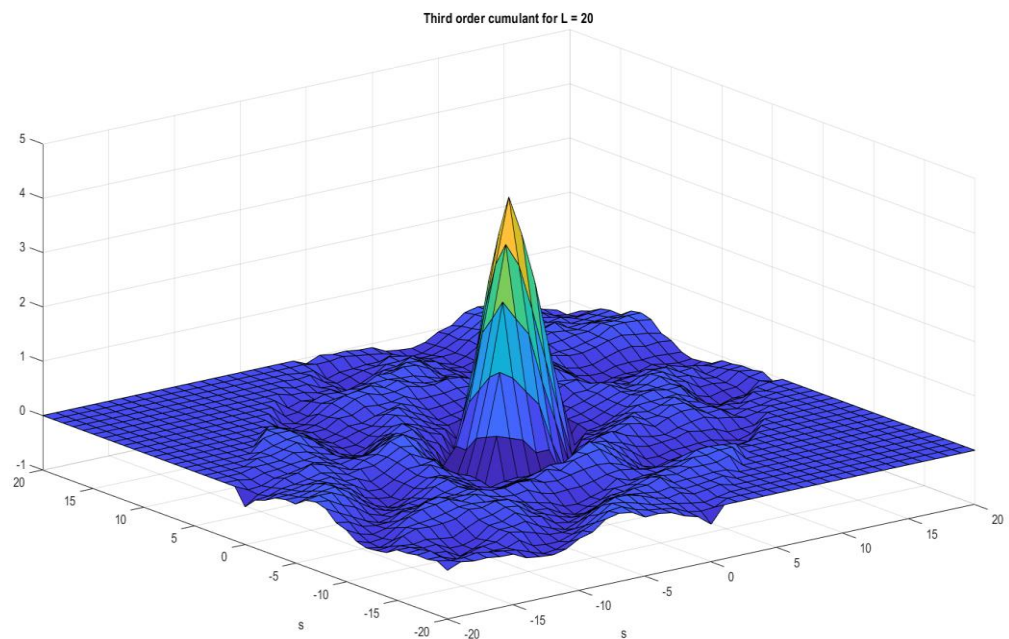
Γρηγορίου Στέργιος 9564

(Ο κώδικας παρατίθεται στο τέλος.)

## Ερώτημα 1<sup>ο</sup>

Παρατηρώ ότι, όπως περίμενα δεδομένης της εκθετικής κατανομής του θορύβου, η είσοδος δεν είναι gaussian αφού έχει λοξότητα  $\sim 2$  (για τα αποθηκευμένα σήματα  $\sim 2.1$ ).

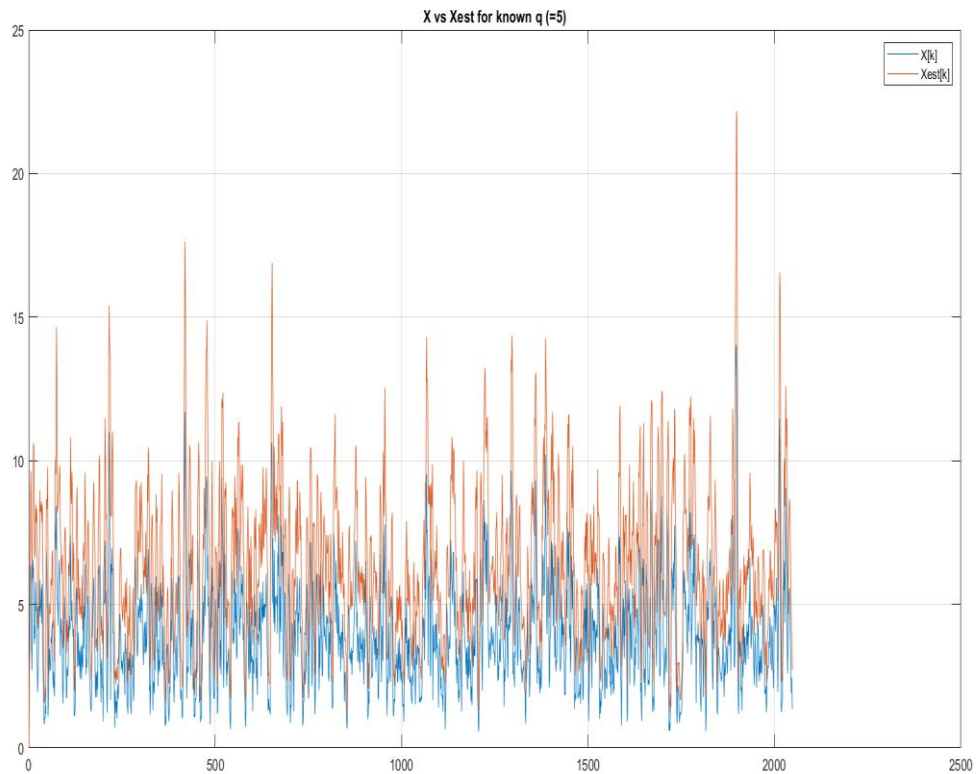
## Ερώτημα 2<sup>ο</sup>



Διάγραμμα 1: Third order cumulant (all areas).

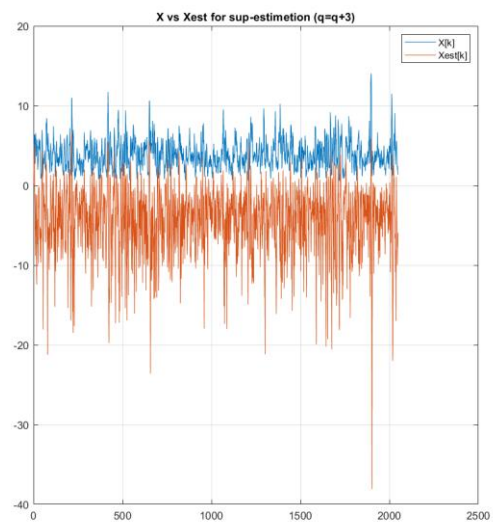
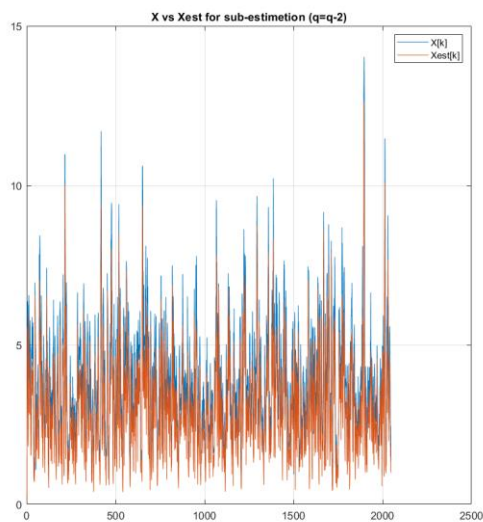
## Ερώτημα 3<sup>ο</sup> /4<sup>ο</sup> /5<sup>ο</sup>

Δημιούργησα 2 συναρτήσεις για να δημιουργήσω τα ζητούμενα.



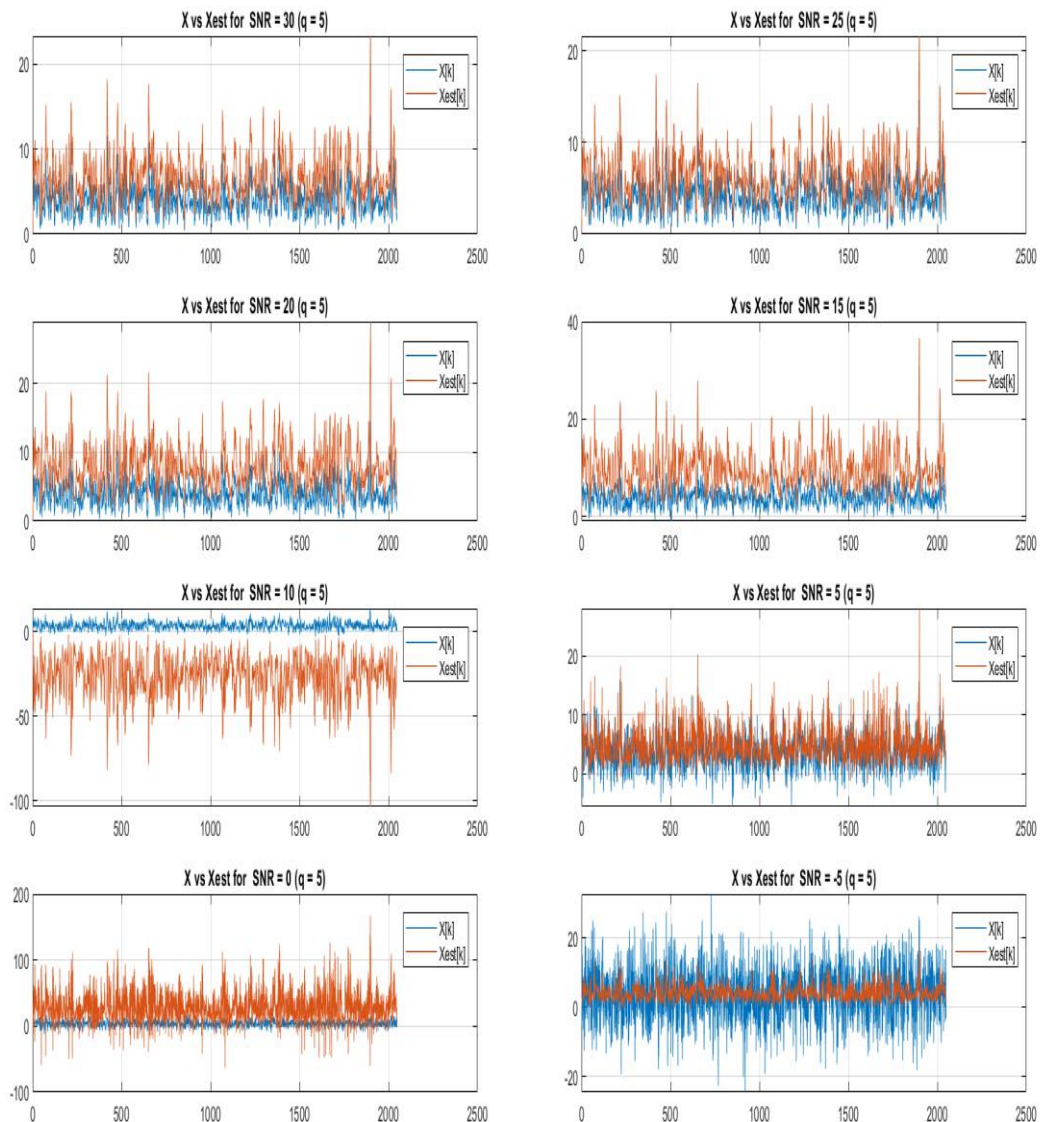
Αυτό είναι το αποτέλεσμα ενώ το NRMSE για τα αποθηκευμένα σήματα είναι 0,203. Μια αρκετά καλή προσέγγιση, ωστόσο παραμένει προσέγγιση και η χρήση της θα πρέπει να εξετάζεται πριν εφαρμοσθεί. Σε άλλες υλοποιήσεις μπορεί να είναι πολύ χειρότερη ή αρκετά καλύτερη και είναι κάτι που θα φανεί και παρακάτω. Γενικά το σφάλμα εξαρτάται πολύ από την προσέγγιση του σωρείτη.

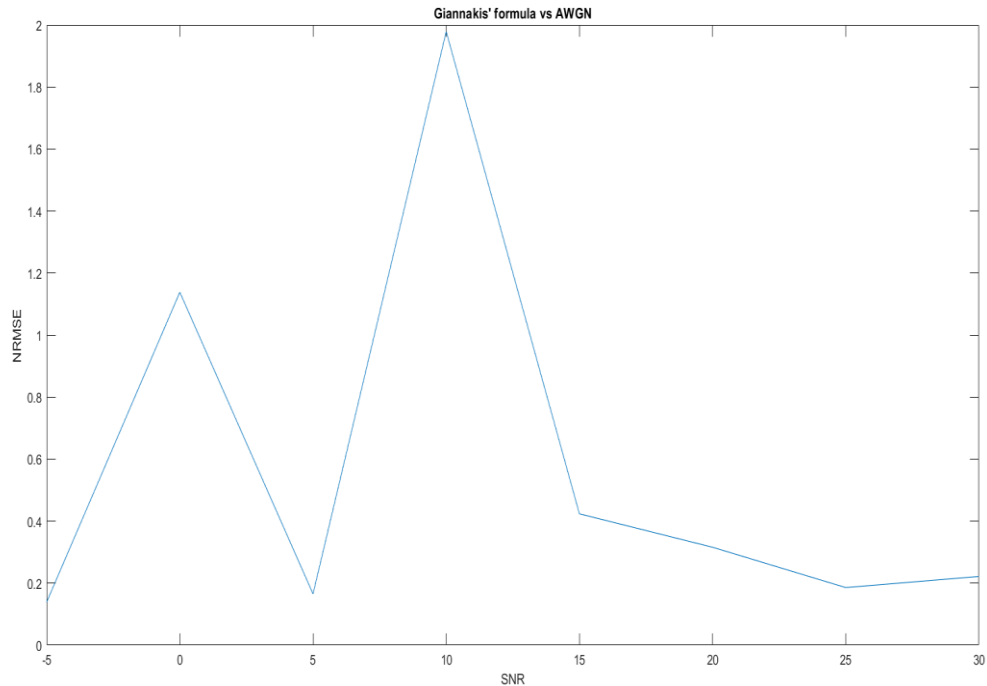
### Ερώτημα 6°



Επανέλαβα την διαδικασία για τα αποτελέσματα του 4 όπως ζητήθηκε και αυτό είναι το αντίστοιχο διάγραμμα για υποεκτίμηση και υπερεκτίμηση αντίστοιχα. Τα NRMSE είναι 0,0789 και 0,6554 για τα αποθηκευμένα σήματα. Για διαφορετικές υλοποιήσεις δεν φαίνεται να υπάρχει κάποιο μοτίβο για το ποια εκτίμηση είναι καλύτερη. Αν και η υποεκτίμηση ίσως βολεύει σε αυτού του είδους την είσοδο. Στην προκειμένη περίπτωση πάντως (διάγραμμα/σφάλμα) η υποεκτίμηση είναι πολύ καλύτερη της περίπτωσης που γνωρίζουμε την τάξη  $q$  ακριβώς.

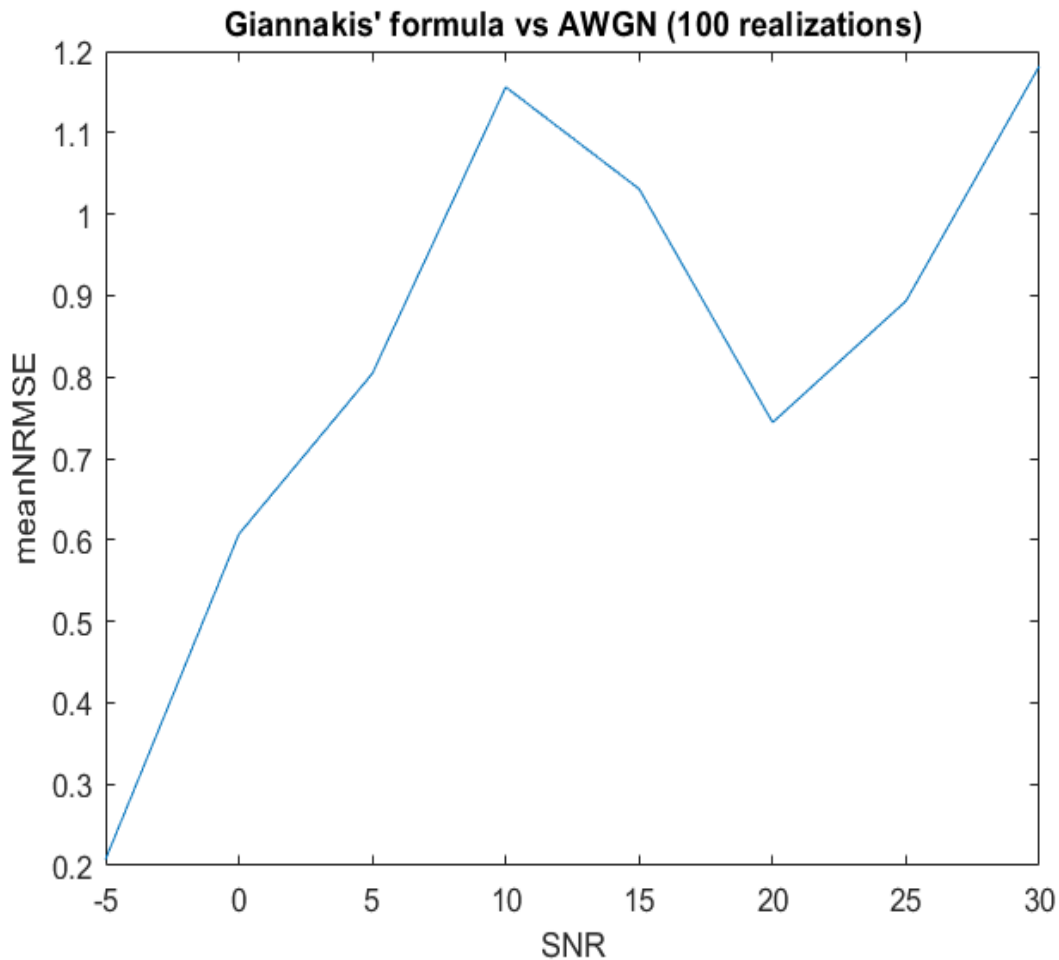
### Ερώτημα 7°





Παρουσιάζω τις εκτιμήσεις μαζί με το πραγματικό για τις διάφορες ποσότητες θορύβου. Έπειτα το ζητούμενο διάγραμμα NRMSE-SNR. Στη συγκεκριμένη υλοποίηση φαίνεται να μην δίνει τα επιθυμητά αποτελέσματα για  $SNR = 0$  και  $10$ , ενώ για τις άλλες τιμές είναι προσεγγιστικά κοντά στις τιμές που έχει και χωρίς θόρυβο (όπως και θα έπρεπε μιας και ο gaussian θόρυβος δεν θα έπρεπε να επηρεάζει τον σωρείτη 3<sup>ης</sup> τάξης. Ωστόσο επειδή χρησιμοποιεί μια εκτίμηση του σωρείτη και μάλιστα χωρίς μεγάλη ανάλυση στον χρόνο (ή και επειδή το μέγεθος του σήματος δεν είναι επαρκώς μεγάλο και ο gaussian θόρυβος αποκλίνει λίγο), φαίνεται να έχει ακραία συμπεριφορά στο  $0$  και στο  $10$ . Από τις επαναλήψεις έχω παρατηρήσει πώς αυτό συμβαίνει σχετικά τυχαία και σε διαφορετικά snr, οπότε η εξήγηση που δίνω στο φαινόμενο αυτό είναι η παραπάνω.

### Ερώτημα 8<sup>ο</sup>



Από αυτό το διάγραμμα φαίνεται πως η φόρμουλα του Γιαννάκη δεν είναι γενικά μια καλή εκτίμηση στην πράξη (με πραγματικά δεδομένα). Γενικά για διαφορετικές υλοποιήσεις τα ακρότατα του διαγράμματος αλλάζουν, αλλά το μέσο σφάλμα παραμένει υψηλό, της τάξης του  $>0.5\text{NRMSE}$ .

Ο κώδικας και οι συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν:

```
clear
close all
clc
%%
N = 2048;
L = 20;
M = 64;
%% Preparations
b = [1;.93;.85;.72;.59;-.1];%q = 5
v = load('signals_gian.mat');%exprnd(1,N,1);
v = v.v;
X = conv(b,v);
X = X(1:N); %We don't need the last 5 values
%% Task 1
```

```

skv = sum((v-mean(v)).^3)/((N-1)*std(v)^3);
%% Task 2
c3 = cum3I(X,M,L);
figure('Name','Task 2','NumberTitle','off')
surf(-20:20,-20:20,c3)
xlabel('s')
ylabel('s')
title('Third order cumulant for L = 20')
%% Task 3
h_hat = gianest(c3,length(b) - 1);
%% Task 4
h_sub = gianest(c3,length(b) - 3);
h_sup = gianest(c3,length(b) + 2);
%% Task 5
figure('Name','Task 5','NumberTitle','off')
NRMSEq = gianrmse(X,v,h_hat,'known q (=5)');
%% Task 6
figure('Name','Task 6','NumberTitle','off')
tiledlayout(1,2)
nexttile
NRMSEsub = gianrmse(X,v,h_sub,'sub-estimation (q=q-2)');
nexttile
NRMSEsup = gianrmse(X,v,h_sup,'sup-estimation (q=q+3)');
%% Task 7
SNRs = 30:-5:-5;
iter = length(SNRs);
NRMSE = zeros(iter,1);
figure('Name','Task 7: Noisy signals
estimations','NumberTitle','off')
tiledlayout(round(iter/2),2)
for i = 1:iter
    Y = awgn(X,SNRs(i),'measured');
    c3y = cum3I(Y,M,L);
    h_haty = gianest(c3y,length(b) - 1);
    nexttile
    name = [' SNR = ',num2str(SNRs(i)),' (q = 5)'];
    NRMSE(i) = gianrmse(Y,v,h_haty,name);
end
% Plotting the NRMSE
figure('Name','Task 7','NumberTitle','off')
plot(SNRs,NRMSE)
title('Giannakis'' formula vs AWGN')
xlabel('SNR')
ylabel('NRMSE')
%% Task 8
valida = 100;
v8 = exprnd(1,N,valida);
X8 = zeros(N+length(b)-1,valida);
for i = 1:valida

```

```

        X8(:,i) = conv(b,v8(:,i));
    end
    X8 = X8(1:N,:); %We don't need the last 5 values
    skv8 = mean(sum((v8-mean(v8)).^3)/((N-1)*std(v8).^3));
    NRMSE8 = zeros(valida,3);
    NRMSEY = zeros(valida,8);
    for i = 1:valida
        c38 = cum3I(X8(:,i),M,L);
        h_hat8 = gianest(c38,length(b) - 1);
        h_hat8sub = gianest(c38,length(b) - 3);
        h_hat8sup = gianest(c38,length(b) + 2);
        NRMSE8(i,1) = gianrmse(X8(:,i),v8(:,i),h_hat8);
        NRMSE8(i,2) = gianrmse(X8(:,i),v8(:,i),h_hat8sub);
        NRMSE8(i,3) = gianrmse(X8(:,i),v8(:,i),h_hat8sup);
        for j = 1:iter
            Y8 = awgn(X8(:,i),SNRs(j),'measured');
            c3y8 = cum3I(Y8,M,L);
            h_haty8 = gianest(c3y8,length(b) - 1);
            NRMSEY(i,j) = gianrmse(Y8,v8(:,i),h_haty8);
        end
    end
    NRMSE8 = mean(NRMSE8);
    NRMSEY = mean(NRMSEY);
    %plot
    figure('Name','Task 8','NumberTitle','off')
    plot(SNRs,NRMSEY)
    title('Giannakis'' formula vs AWGN (100 realizations)')
    xlabel('SNR')
    ylabel('meanNRMSE')

```

```

function NRMSE = gianrmse(X,v,h_hat,name)
%%
N = length(X);
X_hat = conv(v,h_hat);
X_hat = X_hat(1:N);
NRMSE = sqrt(sum((X_hat-X).^2)/N)/(max(X)-min(X));
if nargin > 3
    plot(X)
    hold on
    plot(X_hat)
    grid on
    hold off
    title(['X vs Xest for ',name])
    legend('X[k]','Xest[k]')
end

```

```

function h_hat = gianest(c3, q)
%%
L = (size(c3,1) - 1)/2;
h_hat = c3(L+q+1,L+1:L+q+1)/c3(L+q+1,L+1);

```

```

function c3i = cum3I(X,M,L)

%% Step 1 (Segmenting the data)
X = reshape(X,M,[]);
%% Step 2 (Subtracting each segments mean)
X = X - mean(X);
%% Step 3 (only primary area)
mom3 = zeros(L+1,size(X,2),L+1);
normila = 1;%(1/M)*sum(X.^3);
for m = 0:L
    first2 = X(1:M-m,:).*X(m+1:M,:);
    denomi = (M)*normila;
    for n = 0:m
        mom3(n+1,:,m+1) = diag(first2.'*X(1+n:M-m+n,:));
    end
    mom3(:, :, m+1) = mom3(:, :, m+1)./denomi;
end
%% Step 4
c3 = mean(mom3,2);
c3 = reshape(c3,L+1,L+1);
% Using symmetries
c3 = c3 + triu(c3,1).';
c31 = c3(2:L+1,2:L+1);
c32 = zeros(L,L); c33 = c32; c34 = c32;
for i=1:L
    temp = c31(i:L,i);
    c32(L+1-i,1:L+1-i) = temp';
    c34(1:L+1-i,L+1-i) = temp;
    if (i < L)
        temp = flipud(temp(2:length(temp)));
        c33 = c33 + diag(temp,i) + diag(temp,-i);
    end
end
c33 = c33 + diag(c3(1,L+1:-1:2));
c3i = [ [c33, c32, zeros(L,1)]; [ [c34; zeros(1,L)] , c3 ] ];

```