

考慮食材保存期限與需求變異之食品加工生產規劃

王逸庭 廖梓妘 陳庭姍 孔令傑*

國立臺灣大學資訊管理學系

*lckung@ntu.edu.tw

摘要

食品會因為產品特性而在消費者市場有需求波動，這樣的高度需求變異會造成食品加工業者的生產規劃決策困難。面對旺季的高度需求，常見的策略包含淡季多生產累積存貨、旺季多聘僱兼職人員、旺季將生產工作外包等。與一般製造業不同，食品加工業需考慮食材保存期限，進一步增加規劃複雜度。本研究主要依據公司當時狀況，決定如何混合使用上述數種策略，在滿足產品需求的條件下，最小化總生產成本。本研究提出一混合整數規劃模型，規劃生產線中各工作站於不同時段的產量與存貨量，也針對當期全職與兼職人員及設備啟用數量提供建議。本研究與臺灣某知名食品加工品牌商合作，使建構之模型貼合公司真實生產線，並期待研究成果可確實落實於公司內之生產規劃。

關鍵字：生產規劃、食品加工、食材保存期限、需求變異、混合整數規劃

1 緒論

食品產業一直是最重要的民生產業，此產業支撐人類生活發展。根據經濟部《2018 食品產業年鑑》2017 台灣食品製造業的整體產值為 6022 億元，佔整體製造業的 4.6%。而鄰近的中國大陸在 2017 食品消費總額為 1.3 兆美元，近五年食品整體市場規模成長。食品的製造大致包含屠宰、生產乳製品、保存水果以及製作麵包蛋糕。食品製造業是農產品生產者和消費者之間的連結橋樑，其過程是將食品的原物料轉換成消費者所食用的完成品。

作業管理的核心議題是生產規劃和存貨管理，在食品製造過程中，此問題更為重要，因為在食品製造業中的原料或是成品大多都有保存期限，或是需要特定的儲存方式如冷凍、冷藏等。如何因應消費者的需求波動和原物料提供和成本不穩定去規劃時段生產數量以及人員配置，並且利用有限的產能來滿足需求量，對於公司是一個重要的議題，因此吸引很多學者針對不同產業進行研究，Pinedo (2012) 已經證實此問題大部分是 NP-hard 問題，此研究則是針對食品產業特性進行規劃。

本研究團隊和某公司合作，該合作食品公司旗下需要生產多種產品，其產品多以肉品加工及食品製造為主，如香腸、肉乾、肉鬆等，因產品特性的緣故而有銷售淡旺季之分，舉例而言，端午節、中元節及中秋節經常為銷售旺季，銷售額差距甚至可達淡季的十倍左右。目前產品生產主要為機台與人員協作之生產線。其中產品的生產線，可分為多個工作站，像是「分切」、「攪拌」、「成品」等等，其中各工作站有其作業時間，以及不同的機台設備與人員需求量，各工作站間的銜接也各有不同等待時間，當產品原料輸入第一站，將會依照生產線各站之順序製造成為成品。

該公司產品生產上雖有固定流程，卻並未根據淡旺季進行產能整體規劃，因此可能因試圖滿足旺季需求量而大量生產，卻導致囤貨過多的情形發生，或在旺季時緊急加派人力而支付鉅額加班費。為解決淡旺季銷售額差距的問題，一般有幾種解決方式：透過淡季生產、累積存貨；或在旺季擴充產能，如加班；或是聘雇臨時員工、將產品製造外包等等。本研究目標為幫助公司決定人員配置，並在滿足產品需求的條件下，規劃生產線各工作站於不同時段的產量與存貨量，同時最小化總生產成本。我們將以作業研究模型求解產能規劃問題。

本論文的組織如下。在第 2 節回顧與食品相關的生產排程模型應用研究，在第 3 節更精確地定義排程問題，在第 4 節介紹本研究中所設計的混合整數規劃模型，在第 5 節以數值研究展示此模型在不同情境的平均表現，在第 6 節做出結論。

2 文獻回顧

生產規劃一直是許多人研究的領域，大多應用在製造業，主要在解決原料成本或是需求不穩定的規劃問題。規劃情境可以依照決策層級分成策略規劃（strategic planning）、主規劃（master planning）、工廠規劃（factory planning）。策略規劃考慮最長的時間，主要在規劃重要機台的採購、建置與報廢，進行長期產能的規劃；主規劃針對現有的產能配置規劃一中長期階段中的每日生產量；工廠規劃按照現有產能配置和安排的每日生產量，規劃每日內機台、人員與工作的排程。有一些研究同時提供不同層級的規劃，在應對複雜環境同時解決內部規劃的銜接落差。而有一些研究專注在某一個製程，像是專注在包裝製程，或是只研究生產製程。

在食品產業，有些研究進行階層式生產規劃（hierarchical production planning），Brown et al.（2002）針對生產穀片、零食等食品的公司提供營運與策略兩個層次的規劃系統，其中營運模型使用了大型整數規劃模型求解一廠房產能規劃問題，模型同時考量生產、包裝、存貨與運輸等問題。於 1995 年為 Kellogg 公司省下了約 450 萬美元的成本、策略模型則可為公司每年省下約 3500 萬至 4000 萬美元。Gunn et al.（2014）針對冰淇淋工廠生產和存貨規劃問題，設計長中短期的規劃模型，分別規劃一個月的聘僱計畫、一週的生產量、一天的生產排程，來降低成本和

減少不同階段決策不一致情形。模型皆使用了混整數規劃模型，長期：因應不同季節的需求量，規劃一年每個月的聘僱計畫、存貨；中期：依照長期的計畫，規劃十三週的每週要生產哪些產品類別（product family），最小化未滿足需求的懲罰成本和設置成本。短期：依照中期的生產計畫，規劃一週內每天的生產排程，最小化轉換成本。

有些研究專注解決單一層面的問題，Caixeta-Filho et al. (2002) 透過線性規劃模型求解花卉生產線排程問題，解決花市的價格波動頻繁和花卉種類複雜繁多造成規劃生產上的複雜和費時。研究結果針對 1999 到 2000 年進行百合花的生產規劃，透過每周監控市場狀況，最後結果使整體收入增長了 26%，同時也提出了更有效的商品組合並有效節省規劃時間。在食品產業相關研究中，Sullivan and Secrest (1985) 針對美國牛奶在製品加工生產規劃的問題應用線性規劃模型，來決定當日生產量和存貨數，在滿足需求量的前提下，最大化瓶頸機台（蒸發器）單位時間處理量。Brown et al. (2001) 透過整數線性規劃模型求解生產沙拉相關食品生產線排程問題，會先將產品的生產初步組合成多個「生產活動」才進行規劃，目標為最小化總成本。透過模型規劃可讓機器的使用更有效率，需求被滿足的比率自 96% 提升至 99.5%，目標存貨量除了能被滿足之外，在面對波動較大的需求也較原本的排程方法更加穩定。而除了研究生產也有人研究包裝的生產線，Portougal (1997) 主要研究的零食包裝產線規劃之問題，透過啟發性演算法建立模型並規劃生產線之間的調度問題，將多重包裝計劃的過程分為填裝及包裝階段，目標是在不同的機台條件下，最大程度地提高包裝機器（ILAPAK）的利用率，並盡可能滿足每週需求。

過去已有針對於生產規劃的研究，並依照產品不同屬性進行規劃，雖然過去有許多關於食品產業的應用，但過去的研究大多沒有將食品期限考慮其中，因此我們認為舊有的方法無法在此食品有有效期限的情境下提供能面對不穩定需求的生產規劃。我們因此希望對這個條件進行研究，找出一個有效的解決方案。

3 問題定義

食品公司有多個生產線，一條生產線由多個工作站組成，工作站由人和機台組成。目前僅考慮一條生產線的規劃，在滿足給定的需求下的每日生產量，在有限的產能最小化總成本。目前生產線的總成本包含：生產、採購、存貨、人員聘雇、機台攤提、開工等等費用。在採購成本僅考慮最重要的原料：肉品，未考慮其他原料，肉品原料成本會因為時段而有所不同。另外原料、在製品與成品皆有保存期限，需依照購買、被製造後開始計算，放置時間不能超過保存期限（如有等待時間，保存期限依舊是離開機台後的時間）。

一條生產線由多個工作站組成，工作站由人和機台組成，不同生產線，機台獨立。工作站有生產批量時間，工作站銜接的等待時間不需機台和人力，並計入存貨

(舉例：退冰一天的在製品也會計入當天存貨，也會有存貨成本)。機台部分：同一個工作站，機台具有同質性，擁有相同的產能和固定的操作人數，產能不會依照操作人數而增加。而人員的部分：全職員工和兼職員工擁有相同產能，所有生產線的人員可以自由分配，沒有技能差異。也可透過聘用兼職人員來增加產能，應對較大的需求或是臨時的需求。

生產時，當日成品生產和已有存貨必須滿足當日需求量。舉例來說，若當日需求量為 2000 公斤的香腸，且已有存貨 1000 公斤，則當日生產量必須大於 1000 公斤。除此之外，針對原料、在製品與成品，其存貨量均滿足：

當日初始存貨 + 當日生產量 - 當日需求量 = 當日終止存貨
以成品工作站為例，當期的存貨量會等於前期的存貨量加上當期生產量的減去當其需求量。

在產能與人員配置方面，每個工作站每日規劃之產能（包含人員與機台）需滿足該站當日規劃之生產量。舉例來說，若作業研究模型規劃需要生產 1100 公斤充填半成品，而成品工作站的產能為一台機台可以生產 400 公斤，每機台需要 5 名人員操作。因此，為了滿足規劃的生產量，此工作站可能需要 3 個機台 15 名人員。每個機台配置人員應滿足其上下限。例如某種機台最少需要 3 名人員才能維持該機台基本運行，而增加人員不會提升效率。若要聘僱兼職人員，聘雇時長為一天。每個時段分配人員數不能超過聘雇人數。

最後，生產線中各工作站之間的銜接應滿足站與站之間等待時間以及批量生產時間之限制。舉例來說，工作站中的分切至攪拌流程中，在製品需要先有一天的退冰時間，才能進入下個階段，因此在生產過程當中，原料不可能在一個時段之內製造成為成品。原料、在製品與成品均有保存期限，儲存時間不可超過保存期限。生產季節中，各工作站的初始存貨在保存期限內皆可投入生產。

依照上述問題我們可以列出決策目標與限制。本專案將利用作業研究方法建構一最佳化模型，模型的目標為最小化總作業成本，包含生產成本、原料採購成本、存貨成本、人員聘雇成本、機台攤提成本、工廠開工費用等，共有數條限制式。

4 數學模型

表中列舉本研究建構之整數規劃模型的索引、集合、參數與決策變數。

表 1：整數規劃模型符號

索引	
i	工作站

t	生產時段，以小時為單位
k	要被分配生產量的目標生產時段，以小時為單位
t'	需求時段，以天為單位
集合	
I	工作站集合， $I = \{0 \dots, N^I\}$ ，0 代表工作站前的原料庫房
T	總生產時段集合， $T = \{1, \dots, F^{MAX} N^T\}$
T'	總需求時段集合， $T' = \{1, \dots, N^T\}$
K_{it}	在工作站 i 時段 t' 生產之產品的可使用時段集合，可使用時段介於前置處理時間以後與有效期限以前， $K_{it} = \{t + W_i^I + W_i^D, \dots, t + E_i\}$
L_{it}	可滿足時段 t 需求的生產時段集合，生產時段介於有效期限之最早回溯日起自前置處理時間以前， $L_{it} = \{t - E_i, \dots, t - W_i^I - W_i^D\}$
A_{it}	在時段 t 結束時，其存貨之可能的生產時段 v 與使用時段 k 的配對集合， $A_{it} = \{(v, k) \min(0, t - E_i) \leq v \leq t - W_i^I - W_i^D, t + W_i^I + W_i^D + 1 \leq k \leq \max(t + E_i, N^T)\}$
參數	
N^I	總工作站數
N^T	生產季節中的總需求天數
$C_{t'}^R$	需求時段第 t' 日的原物料單位成本
C_i^D	工作站 i 的單位產品生產成本
C_i^{ON}	工作站 i 的單位機台開機成本
C^P	單一全職人員每一生產季節之薪資
C_t^{OT}	單一全職人員在加班生產時段 t 之薪資
C^S	單一兼職人員每一日之薪資
C_i^I	工作站 i 之產出存貨單位成本
$D_{t'}$	需求時段 t' 的成品需求量
S_{it}	工作站 i 在過去時段 t 所生產卻未在上一季使用完畢的在製品或產品，即本生產季節可用的初始存貨
B_i^{ML}	工作站 i 單一機台操作人員數目
P_i^M	工作站 i 的機台單位產能，如每小時每機台產出的公斤數
R_i^P	工作站 i 的製成率
E_i	工作站 i 產生之產品的保存期限，以小時為單位
W_i^I	在工作站 i 之產品進入工作站 $i + 1$ 的前置處理時間，以小時為單位

W_i^D	工作站 i 的生產時間，以小時為單位
M_i	在生產季節，在工作站 i 已有的機台數，即工作站 i 開機數之上限；若工作站 i 無需機台只需人力，則一組人力當作一台虛擬機台，此時 M_i 為非常大的常數，表示不限制人力上限
F^{MAX}	每個需求時段最多包含多少生產時段。例如一天最多可工作 12 小時

決策變數

x_{itk}	代表工作站 i 於時段 t 生產，並預計提供給時段 k 之產物重量（公斤）， $x_{0,tk}$ 代表原物料
y_{it}	代表工作站 i 於時段 t 之產出存貨重量（公斤）
n_{it}	工作站 i 於時段 t 開機的機台數，若該工作站中沒有機台，則一組人力代表一個虛擬機台，此時 M_i 為非常大的常數，表示不限制人力上限
a	在生產季節，生產線聘用之機台全職人員總數
$b_{t'}$	在生產季節，時段 t' 生產線聘用之機台兼職人員總數
p_{it}	工作站 i 於時段 t 實際操作機台的全職人員數
s_{it}	工作站 i 於時段 t 實際操作機台的兼職人員數

整數規劃模型則列式如下：

$$\begin{aligned} \min \sum_{t \in T} \sum_{k \in K_{0,t}} C_t^R x_{0,tk} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K_{it}} C_i^D x_{itk} + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} C_i^I y_{it} + C^P(a) \\ + \sum_{t \in T-T^N} \sum_{i \in I} C_t^{OT} p_{it} + C^S \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} s_{it} + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} C_i^{ON} n_{it} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } R_{i+1} \sum_{v \in L_{it}} x_{ivt} = \sum_{k \in K_{it}} x_{i+1,t,k} \quad \forall i \in I \setminus \{N^I\}, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{t \in L_{N^I, F^{MAX} t'}} x_{N^I, t, F^{MAX} t'} = D_{t'} \quad \forall t' \in T' \quad (3)$$

$$n_{it} P_{it}^M \geq \sum_{k \in K_{it}} x_{itk} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} p_{it} \leq a \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{v \in \{t-W_i^D+1, \dots, t\}} n_{iv} \leq M_i \quad \forall i \in I, t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{v \in \{t-W_i^D+1, \dots, t\}} n_{iv} B_i^{ML} \leq (p_{it} + s_{it}) \quad \forall i \in I, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} s_i \leq b_{t'} \quad \forall i \in I, t' \in T', v \in \{(t' - 1)F^{MAX} + 1, \dots, t'F^{MAX}\} \quad (8)$$

$$y_{it} = \sum_{(v,k) \in A_{it}} x_{ivk} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K_{it}} x_{itk} \leq S_{it} \quad \forall i \in I, t \in L_{i,1} \quad (10)$$

$$x_{itk} \geq 0 \quad \forall i \in I, k \in K_{it}, t \in T \quad (11)$$

$$y_{it}, n_{it}, d_{it}, s_{it} \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T \quad (12)$$

$$n_{it} \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (13)$$

數學式 (1) 為模型的目標式，為最小化總成本，包含原料成本、生產成本、存貨成本、人員聘雇成本、機台開機成本等。

數學式 (2) 至 (13) 為模型的限制式。限制式 (2) 限制在每一個工作站中，過去時段生產且分配給某時段使用的原料或在製品，在一定的製成率下製造為該站產物；限制式 (3) 針對生產線的最後一站，讓每日被分配的成品數量必須滿足該日的成品需求量；限制式 (4) 限定每站每日總產能必須滿足當日生產量；限制式 (5) 定義全職人員的聘雇總數；限制式 (6) 限制開機台開機數不超過機台總數；限制式 (7) 限制機台操作人員總數可被全職與兼職人員滿足；限制式 (8) 定義每日兼職人員的聘雇總數；限制式 (9) 計算每日存貨；限制式 (10) 考量生產季節初期每一個工作站都可能來自前一季生產的初始存貨，生產時可取用此初始存貨；限制式 (11) 與 (12) 限定決策變數為非負；最後限制式 (13) 限定決策變數為整數。

5 數值研究

本研究使用 Gurobi Optimizer 8.1.1 執行第 4 節定義的模型，程式語言使用 Python 3.6，整合開發環境為 Spyder，使用的電腦作業系統為 Windows 10 企業版 64 組位元，硬體規格為 Intel® Core™ i7-8700 CPU @ 3.20GHz，fa。因為問題複

雜度高，在合理時間內未必能求得最佳解，因此在以整數規劃演算法求解時，可能需要設定求解時間上限。表 1 是規劃不同天數，模型在時間上限時回報之目標式值 z' 與最佳解（之理論下限）目標式值 z^* 近似的狀況，亦即 $1 - z'/z^*$ 。依照此表的結果我們設定 20 天規劃模型運行時間超過 1000 秒時，模型會強制中斷¹。

表 2：規劃天數在不同求解時間的平均效能

求解秒數	規劃天數		
	5 天	20 天	60 天
100	0.52%	1.06%	41.86%
500	0.38%	0.80%	3.52%
1000	0.35%	0.76%	3.32%

為求評估本模型在各種情境下的表現差異，我們根據四項主要因素來設計極端情境，並根據這些情境限制隨機生成數據。此四項因素分別為：需求波動、原料成本波動、兼職薪水、保存期限。

我們在每種因素各考慮三種情境，每個情境下的規劃時間皆為 20 天，每一天都有 10 個時段。在該因素非操縱因素時，需求波動大小是一組固定 3000~6000 的數字；原料成本波動也是一組固定 30~60 的數字；兼職人員成本固定是 300 元/天（全職人員 150 元/天）；每個製品的保存期限皆為 5 天（以*標記）。

在此四種因素交互下，本研究一共考慮 12 種不同情境，每種情境各測試了 10 筆隨機生成資料，共計 102 筆不同的生成資料，其中需求和原料各 21 筆，兼職和保存期限各 30 筆（**皆只有跑一筆）。

本研究為探討四項因素之於生產排成的影響，我們以規劃的三項維度來檢視模型如何依照不同的因素進行規劃：規劃時段下的全職人數、規劃時間段總聘用的兼職人數、規劃時間段累積的庫存數。

- (1) 需求波動因素：隨著需求波動越大，模型規劃的方案人力配置越來越彈性，避免過多全職人員閒置。

表 3：需求波動大小之影響

需求	全職人數	兼職人數	庫存數	MIPGap
4500**	20	38	2450360	0.0073
3000~6000*	19.2	49.1	2437917	0.0071
1000~8000	16.4	74.1	2408530	0.0065

¹ 規劃天數為 5 天時，差距進入 1% 平均需要 31.23 秒；為 20 天時需要 119.82 秒；為 60 天時超過 1000 秒。

- (2) 原料成本波動因素：隨著原料波動，規劃方案偏向囤積便宜的原料，進而讓庫存數隨之增加，而為了因應大量購買的原料，其人力配置上也會偏向彈性，透過兼職人員處理大量的原料。

表 4：原料成本波動大小之影響

成本	全職人數	兼職人數	庫存數	MIPGap
45**	20	12	1467838	0.0103
30~60*	15.1	71.3	2621210	0.0067
10~80	15.4	74.2	3213628	0.0081

- (3) 兼職成本因素：模型會權衡兼職人員和全職人員的成本，規劃出適合的聘用數量。像是當兼職人員成本較高，會聘用較少兼職人員。

表 5：兼職成本之影響

兼職成本	全職人數	兼職人數	庫存數	MIPGap
150~200	1.1	285.8	2218172	0.0071
250~350 *	15.7	67.6	2282409	0.0076
350~450	20.7	17.9	2283911	0.0079

- (4) 保存期限因素：當保存期限越長，可以放置時間拉長，模型規劃會累積到一定的量一次大量生產，所以對應的庫存數上升，人力配置也偏向以兼職人員為主。

表 6：保存期限之影響

保存期限	全職人數	兼職人數	庫存數	MIPGap
1~3	20.1	44.8	1828756	0.0072
3~7*	16.2	65.5	2335023	0.0076
8~12	8.6	106.81	4332739	0.0083

通過模擬四種極端情境，證明我們的模型會依照不同情境進行合理的規劃：當需求波動大時人員配置會偏向彈性；原料成本波動大和保存期限長時會累積存貨，並聘用兼職人員一次大量生產；權衡兼職和全職成本規劃合適的聘雇人數。

6 結論

本研究探討一生產排程問題在滿足給定需求的條件下最小化總成本，我們將此問題定義為混合整數規劃，考慮食品本身的保存期限，規劃每時段生產量、人員聘雇、機台排程。我們依照合作公司現有狀況將工作站的具體情境將等待時間和生產批量時間等因素加入模型考慮。透過四個因素分析，了解此模型可以因應不同情境作出合理的規劃，在面對需求不穩定的狀況做出合適的規劃。

在未來展望方面，主要有兩點：一點在於目前研究只限縮於一條生產線，但在現實中食品公司都有多條生產線，而且可能會有不同生產線使用相同工作站的狀況，未來可以朝向規劃多條生產線，並考慮共用工作站的狀況。另一點是現行模型針對人員配置只考慮聘雇全職和兼職人員，未考慮加班的狀況，這也是未來可以加入模型的部分。

參考文獻

- Pinedo, M. (2012), "Scheduling," *New York: Springer*, vol. 29.
- Brown, G., Keegan, J., Vigus, B., & Wood, K. (2001), "The Kellogg company optimizes production, inventory, and distribution," *Interfaces*, vol. 31, no. 6, pp. 1-15.
- Brown, G. G., Dell, R. F., Davis, R. L., & Duff, R. H. (2002), "Optimizing plant-line schedules and an application at Hidden Valley Manufacturing Company," *Interfaces*, vol. 32, no. 3, pp.1-14.
- Sullivan, R. S., & Secrest, S. C. (1985), "A simple optimization DSS for production planning at Dairyman's Cooperative Creamery Association. *Interfaces*", vol.15, no.5, pp. 46-53.
- Gunn, E. A., MacDonald, C. A., Friars, A., & Caissie, G. (2014), "Scotsburn dairy group uses a hierarchical production scheduling and inventory management system to control its ice cream production," *Interfaces*, vol. 44, no. 3, pp. 253-268.
- Caixeta-Filho, J. V., van Swaay-Neto, J. M., & Wagemaker, A. D. P. (2002), "Optimization of the production planning and trade of lily flowers at Jan de Wit Company. *Interfaces*," vol. 32, no. 1, pp. 35-46.
- Portougal, V. (1997), "Production scheduling in the snack-food industry," *Interfaces*, vol. 27, no. 6, pp. 51-64.