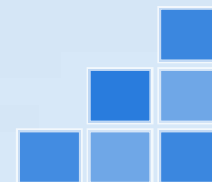


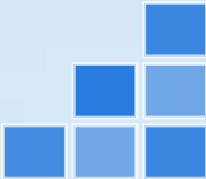
3.5.3 离散对称信道



(1) 几种对称信道的定义

定义1: 信道 $r \times s$ 转移矩阵 $[P_{Y|X}]$ 每一行 s 个元素，都由同一组元素 $\{p'_1, p'_2, \dots, p'_s\}$ 的不同排列组成，则称为**行排列阵**，此类信道称为**离散输入对称信道**。

例：
$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}$$


$$\text{例: } [P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$H(Y | a_i) = H(p'_1, p'_2, \dots, p'_s) \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$H(Y | X) = \sum_{i=1}^r P(a_i) H(Y | a_i) = H(Y | a_i) \sum_{i=1}^r P(a_i) = H(p'_1, p'_2, \dots, p'_s)$$

$$\begin{aligned} C &= \max_{P_X} I(X; Y) \\ &= \max_{P_X} \{H(Y) - H(Y | X)\} \\ &= \max_{P_X} \{H(Y)\} - H(p'_1, p'_2, \dots, p'_s) \end{aligned}$$

将平均互信息量的最大值
问题转换成输出熵的最大
值问题。

定义2: 信道 $r \times s$ 转移矩阵 $[P_{Y|X}]$ 每一列 r 个元素, 都由同一组元素 $\{q'_1, q'_2, \dots, q'_r\}$ 的不同排列组成, 则称为**列排列阵**, 此类信道称为**离散输出对称信道**。

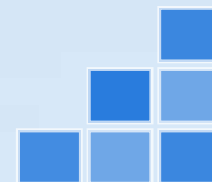
例:
$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

定义3: 若信道转移矩阵 $[P_{Y|X}]$ 既是行排列阵又是列排列阵, 则称为**行列排列阵**, 此类信道称为**离散对称信道**。

例:
$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

定义4: 若信道转移矩阵 $[P_{Y|X}]$ 的列可被划分成若干个互不相交的子集, 且每个子集所组成的子阵是行列排列阵, 则称此类信道称为离散准对称信道。

例:
$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$



- 要判断一个信道是否为离散准对称信道，必须对该信道的转移矩阵进行适当的调整，即按列重排再按列分块；
- 对转移矩阵调整的过程，就是定义中所说的将转移矩阵的列划分成子集再组成子阵的过程；
- 转移矩阵的列与输出符号对应，把列划分成互不相交的子集，相当于把信道的输出符号划分成互不相交的子集。

BEC的转移矩阵的重排和分块过程

