2.8 离散有记忆信源的熵

一、*N*阶平稳信源的熵为联合熵

$$H(X^N) = H(X_1 X_1 \cdots X_N)\, bit / \text{N长符号串}$$

或 $$H_{\mathrm{N}}(X) = \frac{1}{N} H(X^N)$$

$$= \frac{1}{N} H(X_1 X_1 \cdots X_N)\, bit / \text{符号}$$

二、对于离散有记忆信源，一般考虑其极限熵

$$H_{\infty}(X)=\lim_{N\to\infty}H_N(X)$$
$$=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}H(X_1X_2\cdots X_N)bit/符号$$

三、熵的性质

1、$H_N(X)$是非增的，有界的

$$0 \le \mathrm{H}_N(X) \le \mathrm{H}_{N-1}(X) \le \cdots \le \mathrm{H}_1(X)$$
$$\le \mathrm{H}_0(X) < \infty$$

(证明见姜丹，信息论于编码第二版，中国科技大学出版社)

其中，

$H_1(X)=H(X)$，是X为DMS时的熵；

$H_0(\mathrm{X})=H_{\max}(X)$，是$X$为等概分布时的熵，即最大熵

推论1： 信源内部有关联（也称有记忆），会使熵降低，当然实在信息也会降低。

推论2： $\boldsymbol{H_\infty(X)}$存在；

若X是无记忆的，有

$$H_\infty(X) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}H(X^N) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}NH(X) = H(X)$$

因为信源的实在信息在数值上等于其平均不确定性，因此，

一般有$I(X) = H_\infty(X)$;