离散无记忆信源的扩展

武汉理工大学

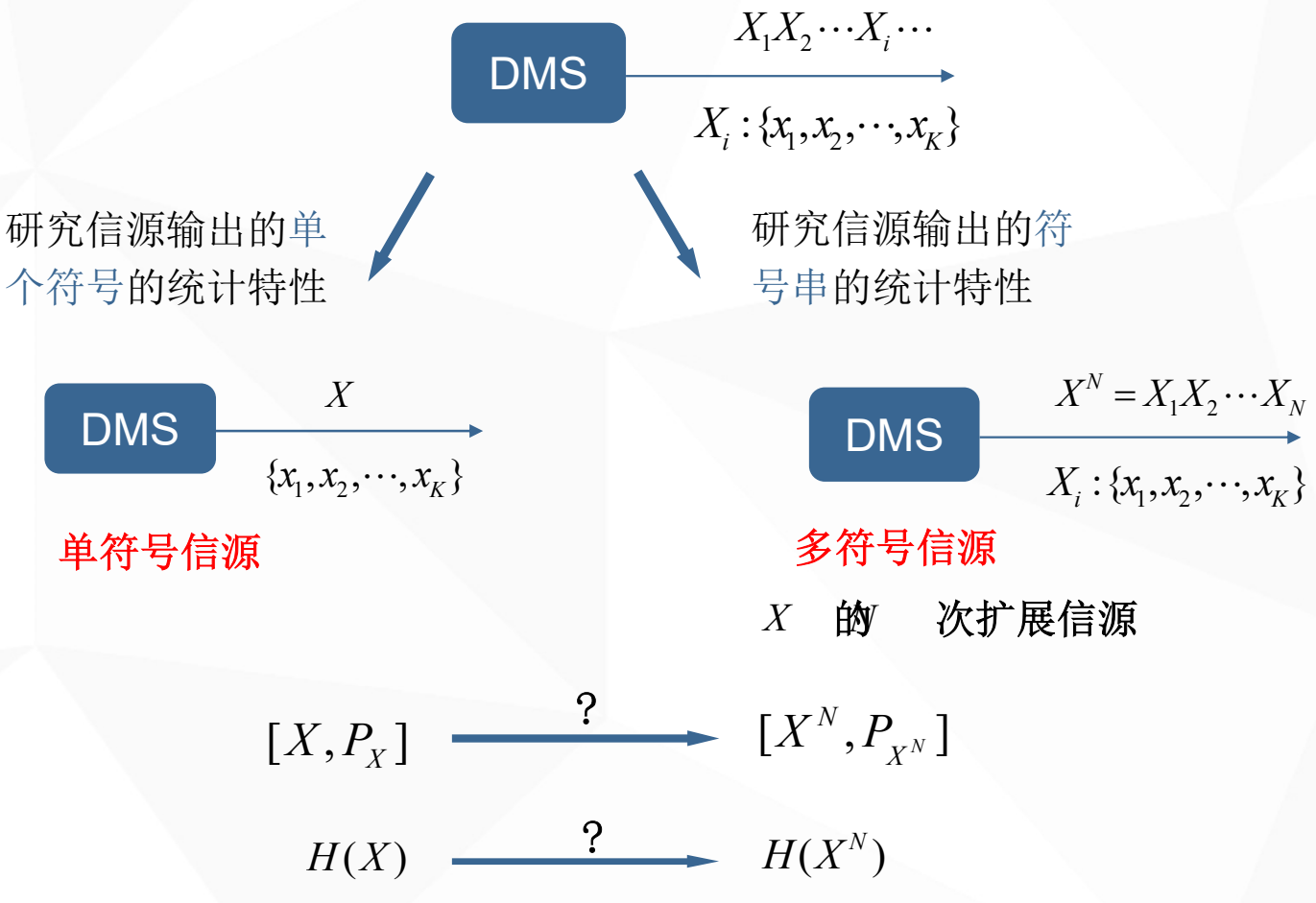
Information theory

and

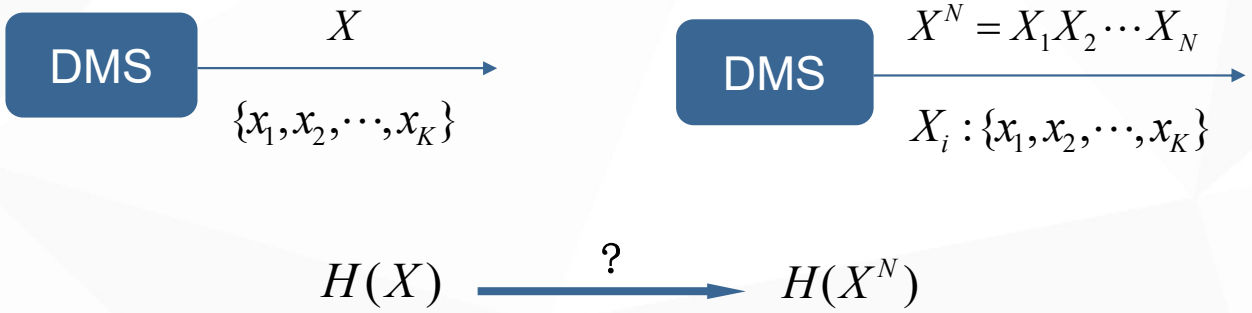
coding

武漢理工大學

离散无记忆信源的扩展


DMS
$X_1X_2\cdots X_i\cdots$
$X_i:\{x_1,x_2,\cdots,x_K\}$
研究信源输出的单个符号的统计特性
研究信源输出的符号串的统计特性
DMS
X
$\{x_1,x_2,\cdots,x_K\}$
单符号信源
DMS
$X^N=X_1X_2\cdots X_N$
$X_i:\{x_1,x_2,\cdots,x_K\}$
多符号信源
X 的 次扩展信源
$[X,P_X]$
?
$[X^N,P_{X^N}]$
$H(X)$
?
$H(X^N)$

扩展信源的熵



因为是DMS，故 $\{X_1, X_2, \cdots, X_N\}$ 独立同分布，所以

$$H(X^N) = H(X_1 X_2 \cdots X_N) = H(X_1) + H(X_2) + \cdots + H(X_N) = NH(X)$$

即：离散无记忆信源的信源熵为各单个符号的符号熵之和。

当各个符号同分布时信源熵为某个符号的符号熵的N倍。N为序列长度。

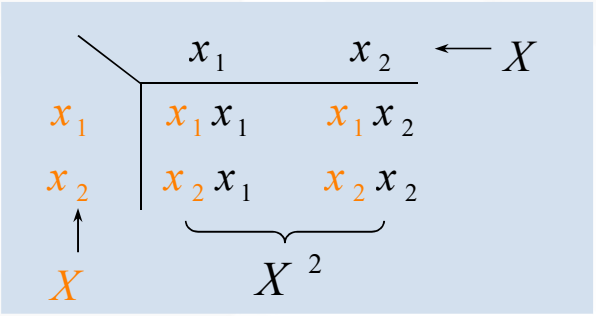
扩展信源的概率空间

例　设有离散无记忆信源 $X=\{x_1,x_2\}$,$P(x_1)=p$ 。

（1）求 $[X^3,P_{X^3}]$　　$[X^2,$和$P_{X^2}]$ ；

（2）当 $p=1/2$ 时，$H($算$)$ 。

解　（1）求2次扩展信源的符号表:



$$X^2=\{x_1x_1,x_1x_2,x_2x_1,x_2x_2\}$$

例　扩展信源模型的求法(续一)

求概率：

$$X=\{x_1,x_2\} \qquad P(x_1)=p \qquad P(x_2)=q=1-p$$

$$X^2=\{x_1x_1,x_1x_2,x_2x_1,x_2x_2\}$$

根据信源的无记忆特性，有

$$P(x_1x_1)=P(x_1,x_1)=P(x_1)P(x_1)=p^2$$
$$P(x_1x_2)=P(x_1,x_2)=P(x_1)P(x_2)=pq$$
$$P(x_2x_1)=P(x_2,x_1)=P(x_2)P(x_1)=qp=pq$$
$$P(x_2x_2)=P(x_2,x_2)=P(x_2)P(x_2)=q^2$$

概率空间：

$$\begin{bmatrix} X^2 \\ P_{X^2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1x_1 & x_1x_2 & x_2x_1 & x_2x_2 \\ p^2 & pq & pq & q^2 \end{bmatrix}$$

例　扩展信源模型的求法(续一)

求3次扩展信源的符号表：

X \ X^2	x_1x_1	x_1x_2	x_2x_1	x_2x_2
x_1	$x_1x_1x_1$	$x_1x_1x_2$	$x_1x_2x_1$	$x_1x_2x_2$
x_2	$x_2x_1x_1$	$x_2x_1x_2$	$x_2x_2x_1$	$x_2x_2x_2$

X^3

$$X^3=\{x_1x_1x_1,x_1x_1x_2,x_1x_2x_1,x_1x_2x_2,x_2x_1x_1,x_2x_1x_2,x_2x_2x_1,x_2x_2x_2\}$$

概率空间：

$$\begin{bmatrix}X^3\\P_{X^3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1x_1x_1 & x_1x_1x_2 & x_1x_2x_1 & x_1x_2x_2 & x_2x_1x_1 & x_2x_1x_2 & x_2x_2x_1 & x_2x_2x_2\\ p^3 & p^2q & p^2q & pq^2 & p^2q & pq^2 & pq^2 & q^3\end{bmatrix}$$

例　扩展信源模型的求法(续二)

（2）当 $p=1/2$ 时，计算 $H(X^3)$ 。有两种求法。

方法一：$H(X)=H(p,1-p)=H(\frac{1}{2},\frac{1}{2})=\log 2=1$ Bit/符号

$H(X^3)=3H(X)=3\times 1=3$ Bit/三元符号

方法二：$p=1/2$　$q=1-p=1/2$

$$\begin{bmatrix} X^3 \\ P_{X^3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1x_1x_1 & x_1x_1x_2 & x_1x_2x_1 & x_1x_2x_2 & x_2x_1x_1 & x_2x_1x_2 & x_2x_2x_1 & x_2x_2x_2 \\ p^3 & p^2q & p^2q & pq^2 & p^2q & pq^2 & pq^2 & q^3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X^3 \\ P_{X^3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1x_1x_1 & x_1x_1x_2 & x_1x_2x_1 & x_1x_2x_2 & x_2x_1x_1 & x_2x_1x_2 & x_2x_2x_1 & x_2x_2x_2 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \end{bmatrix}$$

$H(X^3)=\log 8=3$ Bit/三元符号

感谢观看！

Information theory

and

coding

武漢理工大學