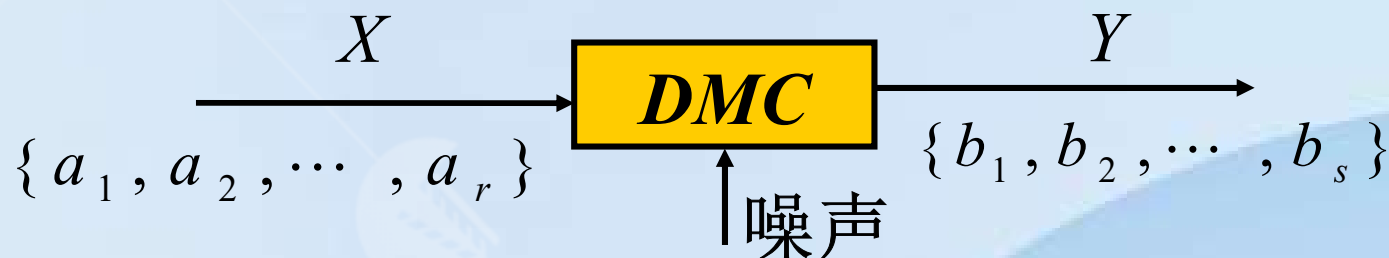


3.4 信道的疑义度、散布度和平均互信息



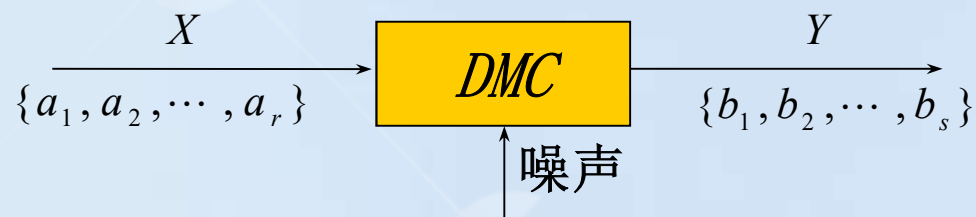
$$\begin{aligned} I(X; Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(Y) - H(Y|X) \end{aligned}$$

疑义度
损失熵

平均互信息量

散布度
噪声熵

3.4.1 信道的疑义度



$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$

$H(X|Y)$: 信道的疑义度或损失熵。

无损信道: 损失熵为零的信道。

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s P(a_i, b_j) \log \frac{1}{P(a_i | b_j)} = \sum_{j=1}^s P(b_j) \sum_{i=1}^r P(a_i | b_j) \log \frac{1}{P(a_i | b_j)} \\ &= \sum_{j=1}^s P(b_j) H(X|Y=b_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(X|b_j) &= H(X|Y=b_j) = - \sum_{i=1}^r P(a_i | b_j) \log P(a_i | b_j) \\ &= H[P(a_1 | b_j), P(a_2 | b_j), \dots, P(a_r | b_j)] \end{aligned}$$

后验概率矩阵 $[P_{X|Y}]$ 第 j 列 r 个后验概率

$$H(X | b_j) = H(X | Y = b_j) = - \sum_{i=1}^r P(a_i | b_j) \log P(a_i | b_j)$$

$$= H[P(a_1 | b_j), P(a_2 | b_j), \dots, P(a_r | b_j)]$$

后验概率矩阵 $[P_{X|Y}]$ 第j列r个后验概率

如果后验概率矩阵每列元素都组成确定性概率分布，即后验概率矩阵各列r个后验概率中，只有一个为1，其余均为0，则

$$H(X | b_j) = H(1, 0, \dots, 0) = 0 \quad \text{对所有} j$$

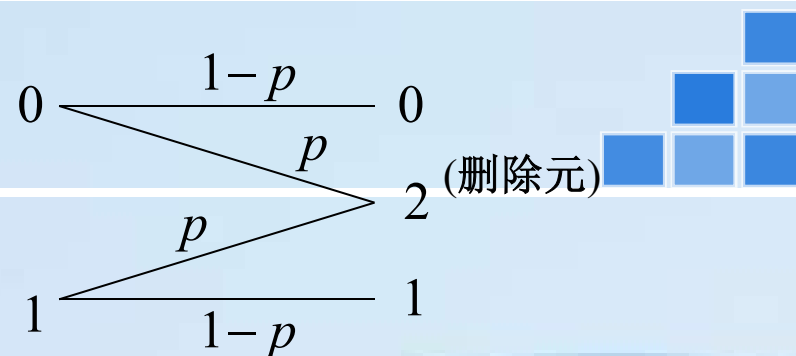
$$H(X | Y) = \sum_{j=1}^s P(b_j) H(X | b_j) = 0$$

例：2进制删除信道(BEC)

输入概率为： $P(a_1)=0.2$ ， $P(a_2)=0.8$ 。

转移概率 $p=0.2$ 。

求疑义度和平均互信息量。



解： $[P_X] = [0.2 \ 0.8]$ $[P_Y] = [0.16 \ 0.64 \ 0.2]$ $[P_{X|Y}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0.8 \end{bmatrix}$

$$H(X) = H(0.2, 0.8)$$

$$= -0.2 \times \log 0.2 - 0.8 \times \log 0.8 = 0.7219 \text{ bit/符号}$$

$$H(X | b_1) = H(1, 0) = 0 \quad H(X | b_2) = H(0, 1) = 0$$

$$H(X | b_3) = H(0.2, 0.8) = 0.7219 \text{ bit/符号}$$

$$H(X | Y) = \sum_{j=1}^3 P(b_j) H(X | b_j) = 0.16 \times 0 + 0.64 \times 0 + 0.2 \times 0.7219$$

$$= 0.1444 \text{ bit/符号}$$

$$I(X; Y) = H(X) - H(X | Y) = 0.7219 - 0.1444 = 0.5775 \text{ bit/符号}$$