平均互信息量及其性质

武汉理工大学

Information theory and coding



>>> 内容提要

第2章 信息的度量

2.6 平均互信息量及其性质

知识要点: 定义

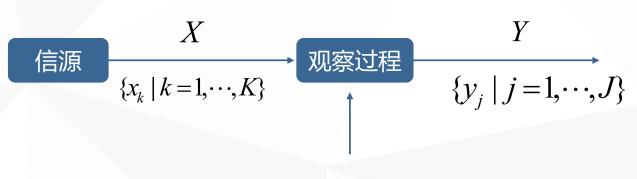
物理意义

性质

各类熵与平均互信息量的关系



>>> 回顾:不确定性与信息



自信息 (不确定性)

 $I(x_k)$, $I(x_k|y_j)$, $I(y_j|x_k)$, $I(x_k,y_j)$

统计平均

熵 (平均不确定性)

H(X), H(X|Y), H(Y|X), H(XY)

互信息量 (信息)

 $I(x_k; y_j)$

统计平均

>>> 平均互信息量的定义

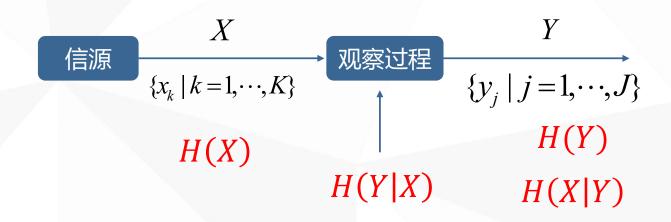
联合概率空间:
$$[XY, P_{XY}] = [(x_k, y_j), P(x_k, y_j) | k = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, J]$$

互信息量:
$$I(x_k; y_j) = \log \frac{P(x_k, y_j)}{P(x_k)P(y_j)}$$
 $k = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, J$



平均互信息量:
$$I(X;Y) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{J} P(x_k, y_j) I(x_k; y_j)$$
$$= \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{J} P(x_k, y_j) \log \frac{P(x_k, y_j)}{P(x_k) P(y_j)} \quad \text{bit/符号}$$

>>> 平均互信息量的物理解释



1.I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) ——从输入端看

物理意义:从Y中获得的关于X的信息I(X;Y)等于X的先验(平均)不确定性H(X)减去X的后验(平均)不确定性H(X|Y)。

2. I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X) ——从输出端看

物理意义:输出Y包含的全部信息H(Y)包含了来自输入X的有用信息I(X;Y)和噪声引入的无用信息H(Y|X)。