3.5.3 离散对称信道

（1）几种对称信道的定义

定义1：信道r×s转移矩阵$[P_{Y|X}]$每一行s个元素，都由同一组元素$\{p_1', p_2', \cdots, p_s'\}$的不同排列组成，则称为行排列阵，此类信道称为离散输入对称信道。

例：$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}$$

例： $[P_{Y|X}]=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4\\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1\end{bmatrix}$

$$H(Y\mid a_i)=H(p_1',p_2',\cdots,p_s') \qquad i=1,2,\cdots,r$$

$$H(Y\mid X)=\sum_{i=1}^{r}P(a_i)H(Y\mid a_i)=H(Y\mid a_i)\sum_{i=1}^{r}P(a_i)=H(p_1',p_2',\cdots,p_s')$$

$$\begin{aligned}C&=\max_{P_X} I(X;Y)\\&=\max_{P_X}\{H(Y)-H(Y\mid X)\}\\&=\max_{P_X}\{H(Y)\}-H(p_1',p_2',\cdots,p_s')\end{aligned}$$

将平均互信息量的最大值问题转换成输出熵的最大值问题。

定义2：信道r×s转移矩阵$[P_{Y|X}]$每一列r个元素，都由同一组元素$\{q_1', q_2', \cdots, q_r'\}$的不同排列组成，则称为列排列阵，此类信道称为离散输出对称信道。

例： $$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

定义3：若信道转移矩阵$[P_{Y|X}]$既是行排列阵又是列排列阵，则称为行列排列阵，此类信道称为离散对称信道。

例： $$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

定义4：若信道转移矩阵[$P_{Y|X}$]的列可被划分成若干个互不相交的子集，且每个子集所组成的子阵是行列排列阵，则称此类信道称为离散准对称信道。

例：

$$[P_{Y|X}]=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6}\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6}\end{bmatrix}$$

- 要判断一个信道是否为离散准对称信道，必须对该信道的转移矩阵进行适当的调整，即按列重排再按列分块；
- 对转移矩阵调整的过程，就是定义中所说的将转移矩阵的列划分成子集再组成子阵的过程；
- 转移矩阵的列与输出符号对应，把列划分成互不相交的子集，相当于把信道的输出符号划分成互不相交的子集。

***BEC*的转移矩阵的重排和分块过程**