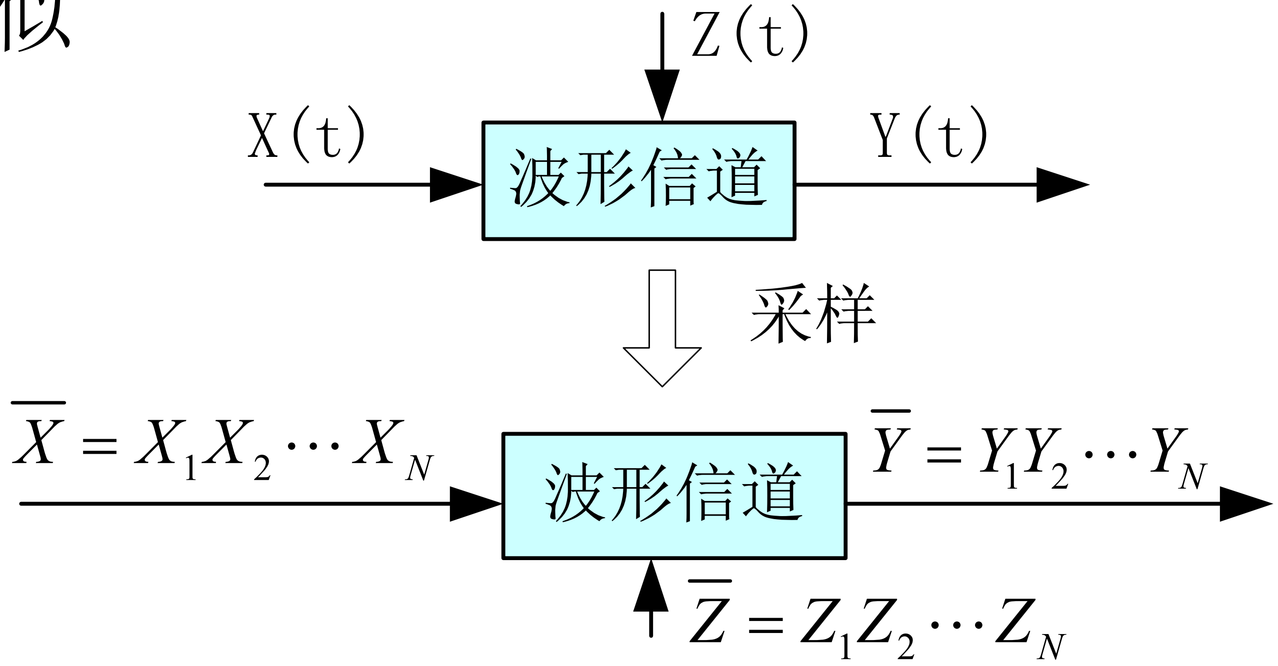
3.10 波形信道及其信道容量

一、波形信道（waveform channel）的概念：

输入/输出随时间连续取值、且取值集合是连续区间的信道，也称为模拟信道。在波形信道的输入和输出分别用随机过程$X(t)$和$Y(t)$来描述。

二、近似处理

在波形信道的持续时间*T*内对其输入和输出进行采样，采样所得的信道可以用一个*N*维连续信道来近似



一般来说，波形信道是无穷维连续信道，所以，当$N\rightarrow\infty$时，N维连续信道的平均互信息的极限就是波形信道的平均互信息

$$I(X(t);Y(t)) = \lim_{N\to\infty} I(\overline{X};\overline{Y})$$

$$= \lim_{N\to\infty} I(X_1X_2\cdots X_N;Y_1Y_2\cdots Y_N)$$

三、信道容量：持续时间为*T*的波形信道的信道容量为

$$C_T(P_S)=\lim_{N\to\infty}\max_{f_{\overline{X}}(x)}\left\{I(\overline{X};\overline{Y});E(\overline{X^2})\le P_S\right\}$$

波形信道是无穷维连续信道，信道容量的一般性研究在数学上存在相当大的困难。我们只讨论一种简单的波形信道————带限、加性高斯白噪声信道，对该信道的研究在理论与实用上都有很大意义。

带限、加性高斯白噪声信道：频带限制在一定范围之内、受加性高斯白噪声干扰的波形信道

	白噪声	有色噪声
噪声功率谱密度	在整个频域内均匀分布	在整个频域内分布不均匀

带限白噪声：白噪声$Z(t)$的频带限制为B，即$f \leqslant |B|$,则称之为带限白噪声，其功率谱密度为

$$P_Z(f)=\frac{N_0}{2} \quad -B \le f \le B,$$

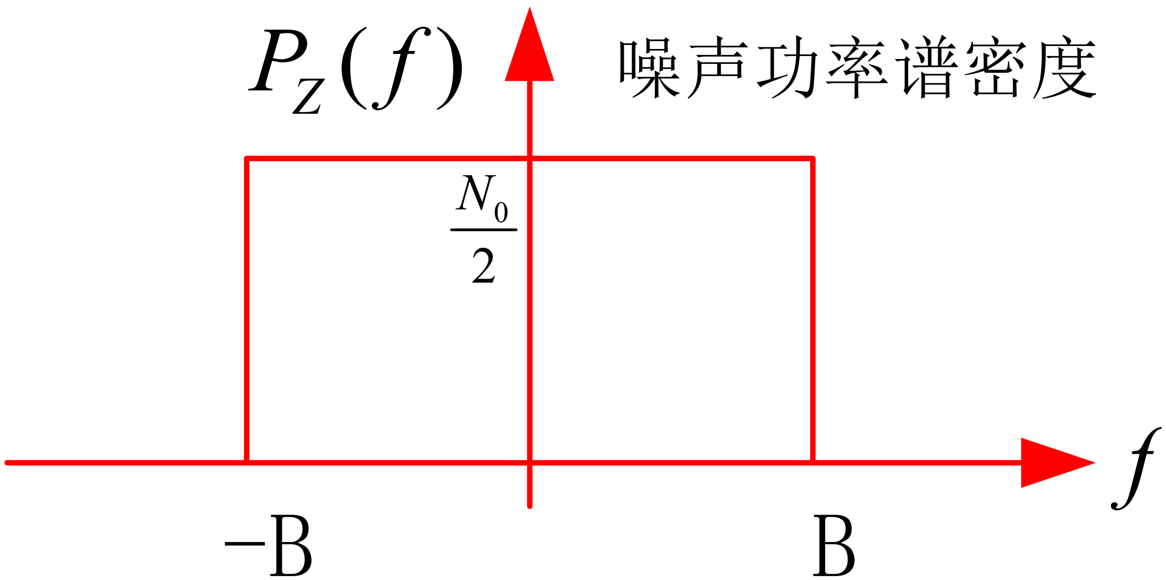
N_0为一个常数，单位是“W/Hz?（瓦/赫）

白噪声是一种理想噪声信号，实际并不存在，但如果噪声功率谱密度均匀分布的频率范围远大于所研究系统的带宽，则此噪声可认为是白噪声，

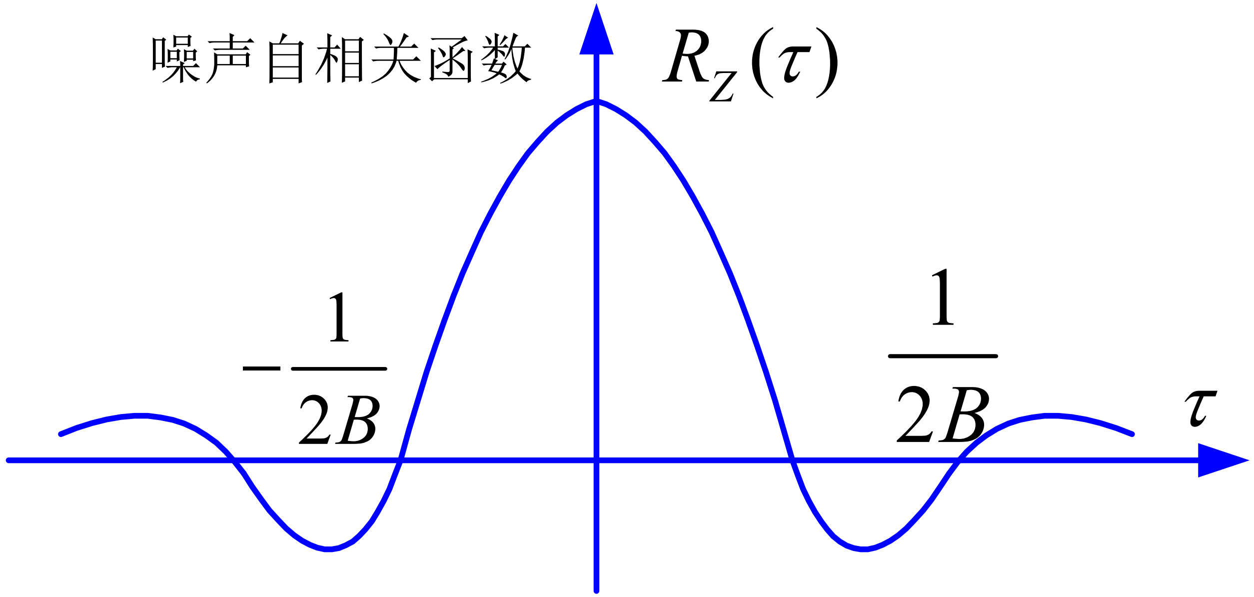
白噪声经滤波变为带限白噪声。服从高斯分布的带限白噪声称为带限高斯白噪声。带限白噪声的相关函数是其功率谱密度的傅立叶反变换：

$$R_Z(\tau) = \int_{-B}^{B} \frac{N_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df = N_0 B \frac{\sin(2\pi B\tau)}{2\pi B\tau}$$

其平均功率为 $\boldsymbol{P_N = R_Z(0) = N_0 B}$



$$R_Z(\tau)=\int_{-B}^{B}\frac{N_0}{2}e^{j2\pi f\tau}df=N_0B\frac{\sin(2\pi B\tau)}{2\pi B\tau}$$



当$\tau=k/2B$(k=1,2,…)时，自相关函数$R_Z(\tau)=0$,即

从这些点上得到的所有随机变量{$Z(k/2B)$, k=1,2,…}互不相关

根据采样定理，带限为B的随机信号$Z(t)$可用一组独立随机变量序列$\{Z(k/2B), k=1,2,\ldots\}$来近似表示。另外，工程中所遇到的信号通常是限时信号，即只在有限的时段起作用。

如果$Z(t)$的作用时段为$[0,T]$，在此时段内以频率$f=2B$进行采样，只能取$N=2BT$个点。若记$Z_k=Z(k/2B)$,则上述结论可归纳为：

带限为B、限时为T的随机信号$Z(t)$可用$N=2BT$个相互独立的随机变量组成的序列$\bar{Z}=Z_1Z_2\cdots Z_N$来近似表示。

如果$Z(t)$服从均值为0的高斯分布，采样之后所得的$2BT$个独立分量也都服从均值为0的高斯分布，各独立分量的平均功率等于$[0,T]$时段内的总功率除以分量个数：

$$\mathrm{P}_{N_k} = \frac{P_N T}{N} = \frac{N_0 BT}{2BT} = \frac{N_0}{2}, \quad k = 1,2,\cdots N$$