r 进制霍夫曼编码

- 每次求缩减信源时，求r个最小概率之和，即将r个概率最小的符号缩减为一个新符号，并分别用1,2,…r-1码元表示，直到最后一次缩减时，r 个概率之和为1终止。
- 新问题：缩减到最后时剩下不到r 个符号了。
- 为保证平均码长最小，希望缩减到最后刚好还剩下r 个符号。为达到此目的，可给信源添加几个无用的符号（概率为0的符号），使得添加符号后的信源符号数 q 满足：

$$q = (r-1)\theta + r$$

信源缩减的次数

$$\begin{bmatrix} U \\ P_U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \\ 0.32 & 0.22 & 0.18 & 0.16 & 0.08 & 0.04 \end{bmatrix}$$

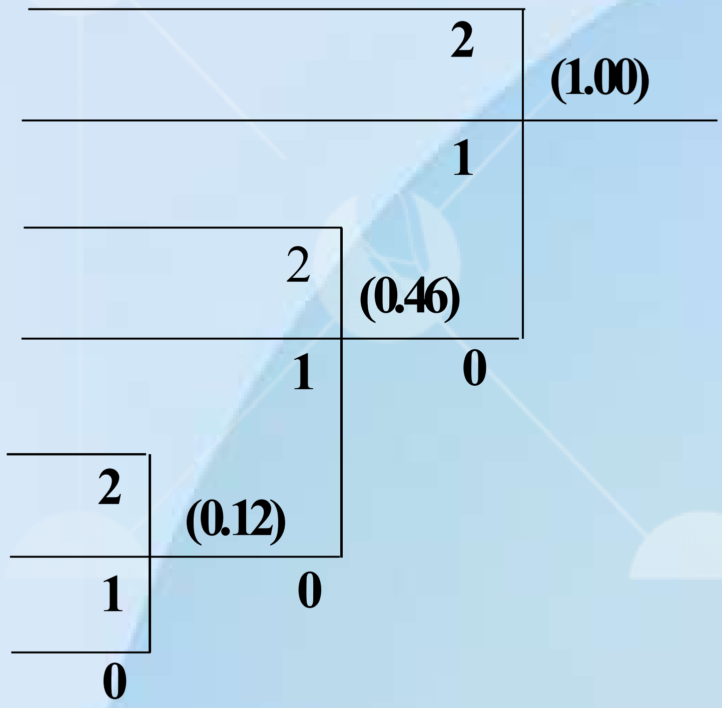
3进制霍夫曼编码。

码元集：$X=\{0, 1, 2\}$

$$q = (r-1)\theta + r = 2\theta + 3 \qquad \therefore\ q = 7$$

$$\eta_c = \frac{H(U)}{\bar{l}\log r} = \frac{2.35}{1.58 \times \log 3} \approx 93.8\%$$

符号 u_i	概率 $P(u_i)$	码字 W_i	码长 l_i
u_1	0.32		
u_2	0.22		
u_3	0.18		
u_4	0.16		
u_5	0.08		
u_6	0.04		
u_7	0.00		



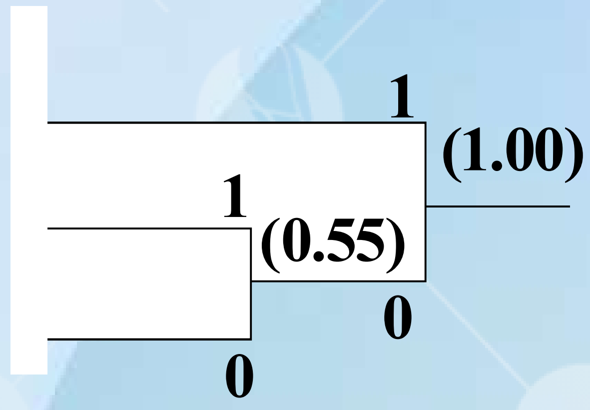
$$\bar{l} = 0.32\times1 + 0.22\times1 + 0.18\times2 + 0.16\times2 + 0.08\times3 + 0.04\times3 = 1.58$$ 码元/符号

符号串的霍夫曼编码

例：对如下*DMS*进行2进制霍夫曼编码，分别对单个符号和二元符号串进行编码。

对单个符号进行编码

$$\begin{bmatrix} U \\ P_U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ 0.45 & 0.35 & 0.20 \end{bmatrix} \qquad H(U) = 1.518 \ \text{bit/符号}$$

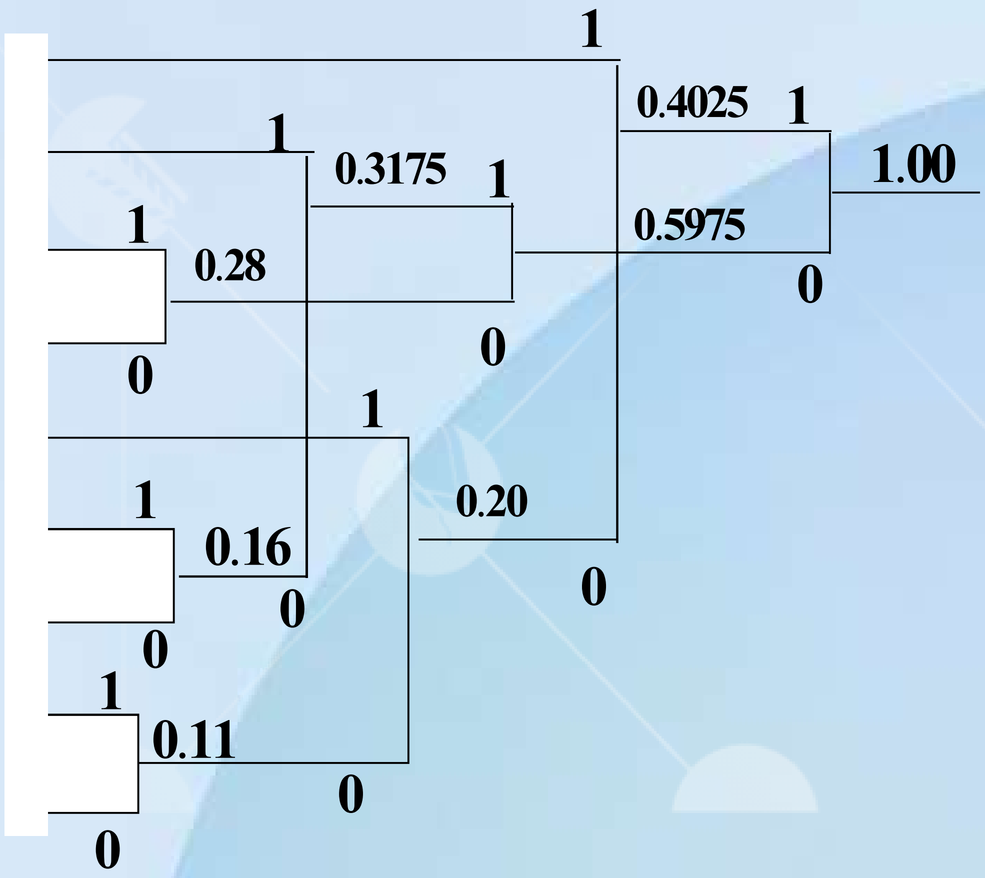
符号	概率		码字	码长
u_1	0.45			
u_2	0.35			
u_3	0.20			

$$\bar{l} = \sum_{i=1}^{3} P(u_i) l_i = 0.45\times 1 + 0.35\times 2 + 0.20\times 2 = 1.55 \quad \text{码元/符号}$$

$$\eta_c = \frac{H(U)}{\bar{l}\log r} = \frac{1.518}{1.55\times\log 2} = 97.9\%$$

对二元符号串进行编码

符号	概率	码字	码长
u_1u_1	0.2025		
u_1u_2	0.1575		
u_2u_1	0.1575		
u_2u_2	0.1225		
u_1u_3	0.09		
u_3u_1	0.09		
u_2u_3	0.07		
u_3u_2	0.07		
u_3u_3	0.04		



$$\bar{l}_2 = \sum_{j=1}^{9} P(\bar{u}_j) l_j = 3.0675 \text{ 码元/符号} \qquad \eta_c = \frac{H(U^2)}{\bar{l}_2 \log r} = \frac{2 \times 1.518}{3.0675 \times \log 2} = 99.0\%$$