联合自信息量与条件自信息量

武汉理工大学

Information theory

and

coding

武漢理工大學

联合自信息量

$$\boxed{\text{DMS}} \xrightarrow[\{(x_k, y_j) | k = 1,2,\cdots,K; j = 1,2,\cdots,J\}]{Z = XY}$$

$$[XY, P_{XY}] = \left[(x_k, y_j), P(x_k, y_j) \middle| k = 1,\cdots,K; j = 1,\cdots,J\right]$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J} P(x_k, y_j) = 1$$

联合符号 (x_k, y_j)**的先验不确定性称为联合自信息量：**

$I(x_k, y_j) = -\log P(x_k, y_j)$ **bit/二元符号**

多元联合符号的联合自信息量

三元符号的自信息量为：

$$I(x_k, y_j, z_l) = -\log P(x_k, y_j, z_l) \quad \text{bit/三元符号}$$

多元联合符号的联合自信息量

例题：同时掷两个正常的骰子，也就是各面呈现的概率都是1/6。

（1） “3和5同时出现”这事件的自信息量?

（2） “两个1同时出现”这事件的自信息量?

（3）两个点数中至少有一个是1的自信息?

条件自信息量

对于联合随机变量: $XY = [(x_k, y_j)|k = 1,2,\cdots,K; j = 1,2,\cdots,J]$

存在两种条件概率: $P(x_k|y_j)$, $P(y_j|x_k)$

x_k 在条件 y_j 下的条件自信息量 $I(x_k|y_j)$:

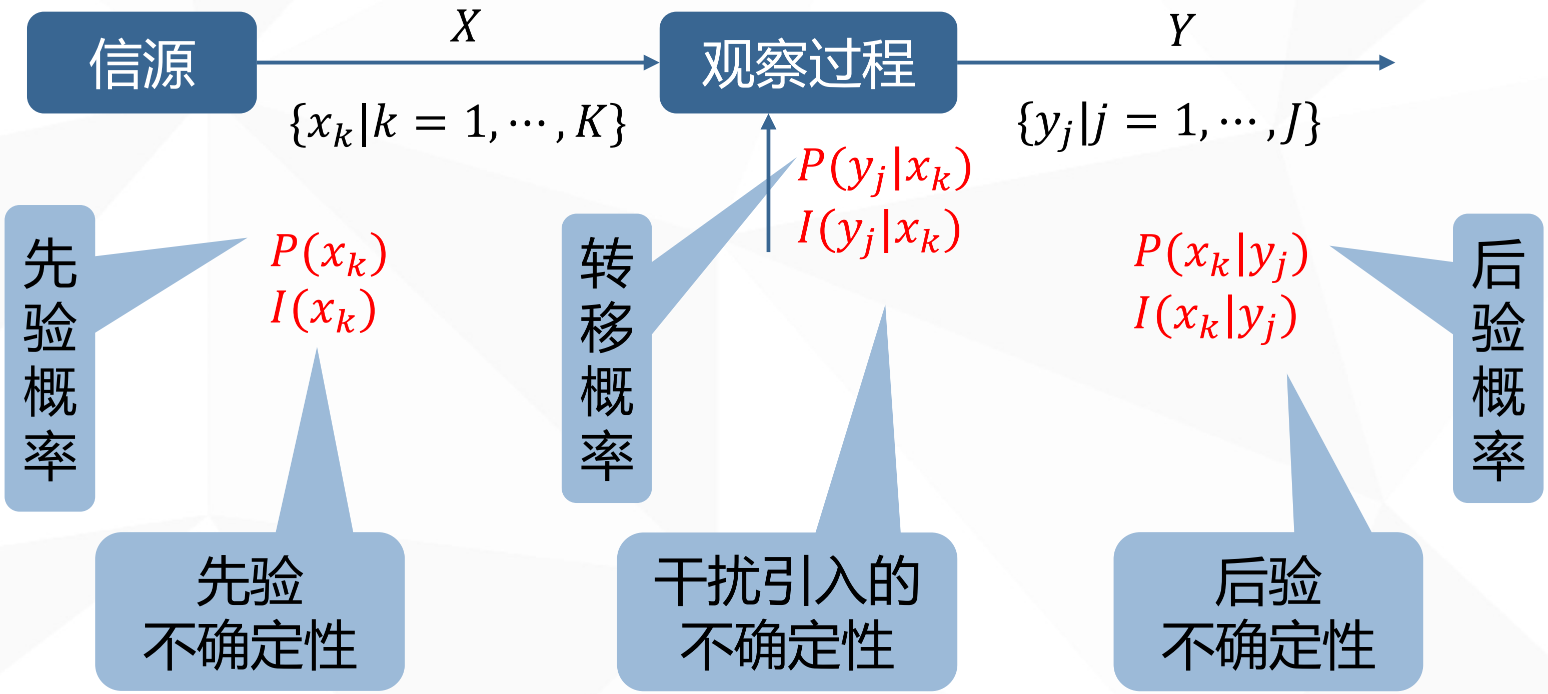
$$I(x_k|y_j) = -\log P(x_k|y_j) \quad \text{bit/符号}$$

物理意义：$I(x_k|y_j)$利用后验概率，表示观察到y_j后对x_k剩下的不确定性。

思考: $I(y_j|x_k) = ?$

物理意义：$I(y_j|x_k)$利用转移概率，表示输入x_k且观察到y_j时干扰引入的不确定性。

自信息量的物理解释



信源
X
$\{x_k|k=1,\cdots,K\}$
观察过程
Y
$\{y_j|j=1,\cdots,J\}$
$P(y_j|x_k)$
$I(y_j|x_k)$
先验概率
$P(x_k)$
$I(x_k)$
转移概率
$P(x_k|y_j)$
$I(x_k|y_j)$
后验概率
先验不确定性
干扰引入的不确定性
后验不确定性

自信息量的物理解释

例题：甲在一8×8的方格棋盘上随意放入一个棋子，在乙看来棋子落入的位置是不确定的。

（1）在乙看来，棋子落入某方格的不确定性为多少？

（2）若甲告知乙棋子落入方格的行号，这时，在乙看来棋子落入某方格的不确定性为多少？

解 棋格按顺序编号 $Z=\{z_l|l=1,2,\cdots,64\}$

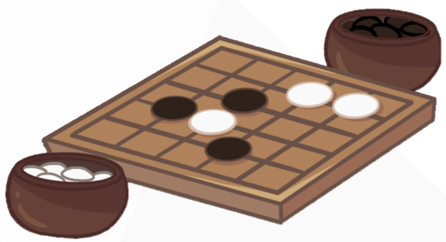
棋格行号 $X=\{x_k|k=1,2,\cdots,8\}$

$$P(z_l)=\frac{1}{64}\qquad l=1,2,\cdots,64$$

$$P(z_l|x_k)=\frac{1}{8}\qquad l=1,2,\cdots,64;k=1,2,\cdots,8$$

(1) $I(z_l)=-\log P\,(z_l)=-\log\frac{1}{64}=6$ bit/符号

(2) $I(z_l|x_k)=-\log P\,(z_l|x_k|)=-\log\frac{1}{8}=3$ bit/符号



感谢观看！

Information theory

and

coding