离散熵的定义

武汉理工大学

Information theory

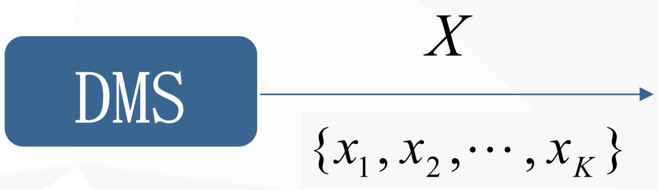
and

coding

武漢理工大學

离散熵的定义

- 自信息量只表示单个符号的不确定性，不能表示信源总体的不确定性。
- 对信源的所有符号的自信息量进行统计平均，从而得到的平均不确定性，即熵。



$$[X, P_X] = [x_k\ , p_k \mid k = 1\ ,\ 2\ , \cdots, K]$$

$$\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$$

熵的定义

$$\text{DMS} \xrightarrow[\{x_1, x_2, \cdots, x_K\}]{X}$$

$$[X, P_X] = [x_k \ , p_k \mid k = 1, 2, \cdots, K]$$

$$\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$$

$I(x_k)$：x_k 的（先验）不确定性，也称为 x_k 的自信息量。

$$I(x_k) = \log \frac{1}{p_k} = -\log p_k \qquad k = 1, 2, \cdots, K$$

统计平均

（香农）熵

$$H(X) = \sum_{k=1}^{K} p_k I(x_k) = \sum_{k=1}^{K} p_k \log \frac{1}{p_k} = -\sum_{k} p_k \log p_k$$

熵 $H(X)$ 的物理意义：信源X的平均不确定性。

关于熵的几点说明

熵公式：$$H(X)=\sum_{k=1}^{K} p_k \log\frac{1}{p_k} = -\sum_{k} p_k \log p_k$$

（1）熵公式中，$H(X)$ 只是一个记号，代X表 的熵，不X能把 看作函数的自变量。

（2）熵函数的自变量是先验概率 ：$p_k,\ k=1,2,\cdots,K$ 的K-1元函数。

$$H(p_1,p_2,\cdots,p_K)=-\sum_{k} p_k \log p_k$$

（3）熵的单位与自信息量的单位相同，与熵公式中所用对数的底有关，根据不同的对数底，单位可为bit/符号，nat/符号，dit/符号，r进制单位/符号。

（4）$p_k=0$ ，规定“0log0=0”。因为 $\lim_{x\to 0} x\log x = 0$

例题

例1：计算下列信源的熵

（1）信源一：

$$\begin{bmatrix} X \\ P_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ 0.99 & 0.01 \end{bmatrix}$$

熵 $H(X) = -0.99\log 0.99 - 0.01\log 0.01 = 0.08$（比特/符号）

（2）信源二：

$$\begin{bmatrix} X \\ P_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

熵 $H(X) = -0.5\log 0.5 - 0.5\log 0.5 = 1$（比特/符号）

例2：见课本P27例2.4

感谢观看！

Information theory

and

coding

武漢理工大学