

2、汉明距离与码的纠、检错能力

- **检错**：译码器能检测到是否有错误发生，码的检错能力用检测到的错误位数 t_d 描述；
- **纠错**：译码器不但能检测到是否有错误发生，而且能纠正发生的错误，码的纠错能力用纠正错误的位数 t_c 描述。
- **无法检出或纠正的错误**：码字出错而变为另一码字。这种情况最易发生在较为相似的码字之间。
- 码的纠、检错能力与码的**最小汉明距离**关系：
 - (1)一个码能够检测出 t_d 个错误的充要条件： $d_{min} \geq t_d + 1$
 - (2)一个码能够纠正 t_c 个错误的充要条件： $d_{min} \geq 2t_c + 1$
 - (3)一个码能够纠正 t_c 个错误，同时又能够检测出 t_d 个错误的充要条件：

$$d_{min} \geq t_c + t_d + 1 \quad (t_d > t_c)$$

二元线性分组码的最小汉明距离

结论：二元线性分组码的最小汉明距离等于该码非零码字的最小汉明重量。

例： $C=\{00000,01101,10111,11010\}$ ，求最小汉明距离。

$$W_{min}=3$$

$$d_{min}=W_{min}=3$$

例 “重复2次” 编码的检错和纠错能力

“重复2次” 编码: $0 \rightarrow 000$,
 $1 \rightarrow 111$

码字: $C = \{000, 111\}$, $d_{\min} = 3$

检错: $d_{\min} \geq t_d + 1$

$$d_{\min} = 3 = 2 + 1$$

接收序列	译码
000	0
001	Error
010	Error
011	Error
100	Error
101	Error
110	Error
111	1

纠错: $d_{\min} \geq 2t_c + 1$

$$d_{\min} = 3 = 2 \times 1 + 1$$

接收序列	译码
000	0
001	0
010	0
011	1
100	0
101	1
110	1
111	1

例 比较(5, 2)线性码和“重复2次”码

(5, 2)线性码: $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$c = mG$$

$$d_{\min} = 3$$

信息组 m	码字 c
00	00000
01	01101
10	10111
11	11010

与“重复2次”码的最小汉明距离相同, 因此, 检、纠错能力相同:
能检出2个错误或纠正1个错误。

“重复2次”码: $P_e = 3 \times 10^{-4}$ $R = 1/3$ bit/符号

(5, 2)线性码: $P_e = 7.86 \times 10^{-4}$ $R = 2/5$ bit/符号