《大数据优化建模与算法》练习题

一、简算题

1. 求 $f(x_1 x_2 x_3) = x_1^2 e^{x_2} + x_2^2 e^{x_3} + x_3^2 e^{x_1}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的最速下降方向和牛顿方向。

2. 求 $f(x)$ 在 $\bar{x}$ 处沿方向 d 的方向导数，其中 $x, d \in R^n$。

二、计算题

1. 用最速下降法求 $f(x_1, x_2) = x_1{}^2 + x_2{}^2$ 的最小值.取初始点 $x^1 = (1,1)^T$.

2. 用最速下降法求解 $\min\ f(x) = x_1^2 + 25x_2^2$ 时, 其中 $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, 初始点 $x^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, 求出经一次迭代得到的点 x^1。

3. 用牛顿法求解 $\min\ f(x) = x_1^2 + 25x_2^2$ 时, 其中 $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, 初始点 $x^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$， $\varepsilon = 10^{-3}$。

4. 用牛顿法求解 $\min f(x) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$， 其中 $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, 初始点 $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \varepsilon = 10^{-6}$。

5. 用外点法求解下列非线性规划问题 $\begin{cases} \min f(x) \triangleq (x_1 - 1)^2 + x_2{}^2 \\ s.t.\ g(x) = x_2 - 1 \geq 0 \end{cases}$。

6. 用外点法求解非线性规划 $\begin{cases} \min\ f(x) = x_1 + x_2 \\ s.t.\ \begin{array}{l} g_1(x) = -x_1^2 + x_2 \geq 0 \\ g_2(x) = x_1 \geq 0 \end{array} \end{cases}$。

7. 用内点法解 $\begin{cases} \min \quad x_1^2 + x_2^2 \\ s.t \quad x_1 + x_2 - 1 \geq 0 \end{cases}$。

8. 用内点法求 $\begin{cases} \min\ f(x) = x_1 + x_2 \\ s.t.\ \begin{array}{l} g_1(x) = -x_1^2 + x_2 \geq 0 \\ g_2(x) = x_1 \geq 0 \end{array} \end{cases}$。