

Wilson-θ 法计算步骤表

1.0 初始计算

编号	内容	公式
1.1	初始加速度	$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m}$
1.2	选择参数	$\theta > 1$ (常用 $1.4 \sim 1.5$)

2.0 常数计算 (一次性)

编号	内容	公式
2.1	等效质量系数	$a_0 = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2}$
2.2	等效阻尼系数	$a_1 = \frac{3}{\theta \Delta t}$
2.3	等效刚度	$\hat{k} = k + a_0 m + a_1 c$

3.0 对每一个时间步 $i = 0, 1, 2, \dots$

3.1 外力外推到延伸时间点

编号	内容	公式
3.1	外力外推	$p_{i\theta} = p_i + \theta(p_{i+1} - p_i)$

3.2 延伸时间点平衡方程

编号	内容	公式
3.2	延伸点平衡	$m\ddot{u}_{i\theta} + c\dot{u}_{i\theta} + ku_{i\theta} = p_{i\theta}$

3.3 等效荷载

编号	内容	公式
3.3	等效荷载	$\hat{p}_{i\theta} = p_{i\theta} - c \left(\dot{u}_i + \frac{\theta \Delta t}{2} \ddot{u}_i \right) - k \left(u_i + \theta \Delta t \dot{u}_i + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{3} \ddot{u}_i \right)$

3.4 求延伸点加速度

编号	内容	公式
3.4	延伸点加速度	$\ddot{u}_{i\theta} = \frac{\hat{p}_{i\theta}}{\hat{k}}$

3.5 求延伸点位移、速度

编号	内容	公式
3.5	延伸点位移	$u_{i\theta} = u_i + \theta \Delta t \dot{u}_i + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{6} (2\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i\theta})$
3.6	延伸点速度	$\dot{u}_{i\theta} = \dot{u}_i + \frac{\theta \Delta t}{2} (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i\theta})$

3.6 插值回真实时间点 t_{i+1}

编号	内容	公式
3.7	加速度插值	$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \frac{1}{\theta} (\ddot{u}_{i\theta} - \ddot{u}_i)$
3.8	速度更新	$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})$
3.9	位移更新	$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + \frac{\Delta t^2}{6} (2\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})$

4.0 时间推进

编号	内容
4.1	$i \leftarrow i + 1$, 重复 3.1-3.9