第 1章 量子力学的发展

1.1 普朗克能量子假说

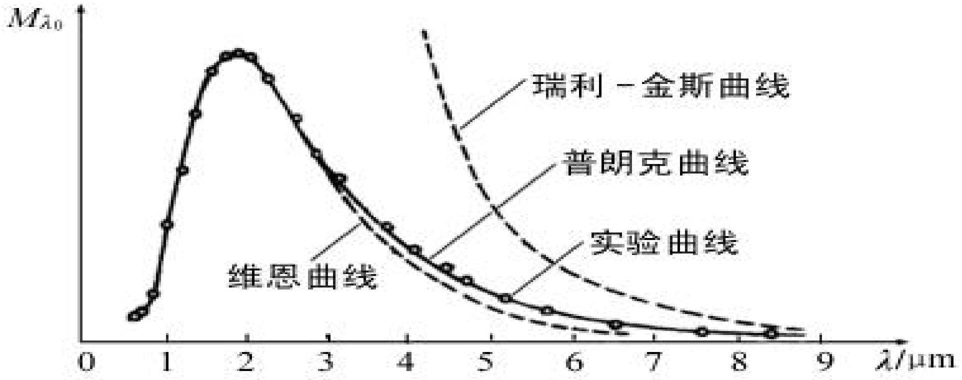
1.2 爱因斯坦光量子假设

1.3 Bohr 理论

1.0　普朗克能量子假说

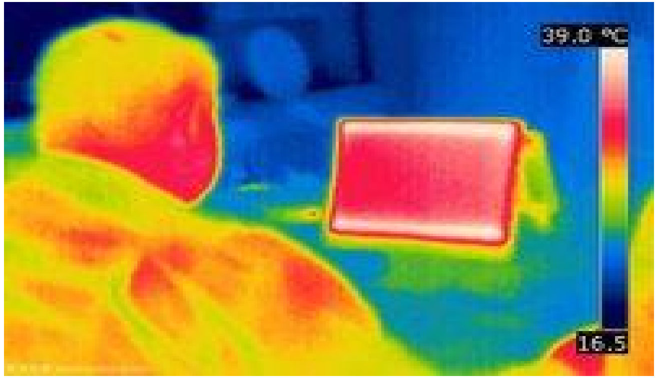
第一朵乌云：以太说 破灭

第二朵乌云：黑体辐射与“紫外灾难”



1.　热辐射的基本概念

① 定义：所有物体在任何温度下都要发射电磁波，这种与温度有关的辐射称为热辐射. 如图

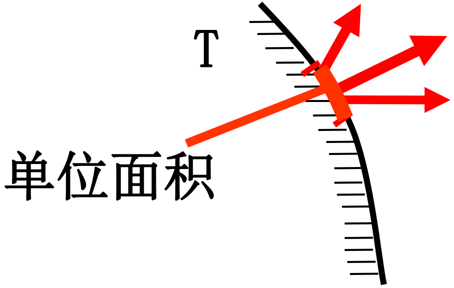


② 影响因素：热辐射电磁波的波长、强度与物体的温度有关，还与物体的性质表面形状有关。

2. 描述热辐射的物理量

① 光谱辐射出射度$M_\nu(T)$

温度为T时，单位时间内从物体单位表面发出的频率 在ν 附近单位频率区间内的电磁波的能量，称为光谱辐射出射度$M_\nu(T)$



$$M_\nu(T)=\frac{dE_\nu}{d\nu}\quad\left\{\begin{array}{l}T\\ \nu\\ \text{物 质 种 类}\\ \text{表 面 情 况}\end{array}\right.$$

M_ν的SI单位为$W/(m^2\cdot Hz)$

dE_ν 温度为T时，单时间内从物体单位表面发出的频率在 $\nu\to\nu+d\nu$间隔内的电磁波的能量

$M_\nu(T)$ 描述热辐射能量按频率的分布。

② 总辐出度M(T)

$$M(T)=\int_0^{\infty} M_{\nu}(T)\,d\nu$$

M的单位为W/m^2

③ 吸收比：当辐射从外界入射到物体表面时，吸收能量与入射总能量之比：

$$\alpha(T)=\frac{E^{吸收}}{E^{入射}}$$

吸收能力的量度

④ 单色吸收比:当辐射从外界入射到物体表面时，在λ到λ+dλ的波段内吸收的能量$E_{\lambda}^{吸收}$ dλ与入射的总能量$E_{\lambda}^{入射}$ dλ之比:

$$\alpha(\lambda,T)=\frac{E_{\lambda}^{吸收}}{E_{\lambda}^{入射}}$$

⑤ 基尔霍夫定律

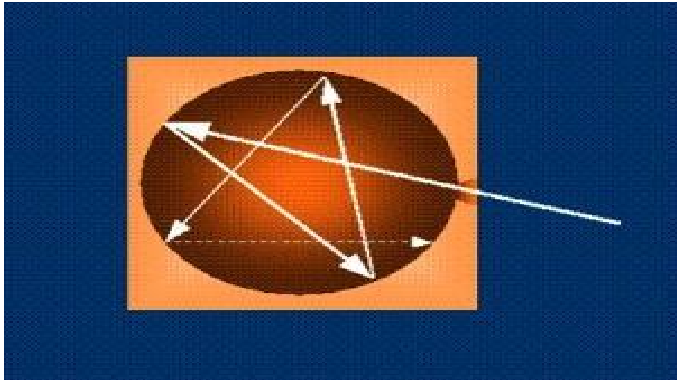
基尔霍夫定律：在温度一定时物体在某波长 λ 处的单色辐出度与单色吸收比的比值与物体及其物体表面的性质无关，即

$$\frac{M_1(\lambda,T)}{\alpha_1(\lambda,T)}=\frac{M_2(\lambda,T)}{\alpha_2(\lambda,T)}=M_0(\lambda,T)$$

就是说：说明一个好的发射体一定也是好的吸收体。

基尔霍夫定律的极端形式-黑体：能完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体

显然，黑体的吸收比和单色吸收比为100%，黑体能吸收各种频率的电磁波，也能辐射各种频率的电磁波。



思考：黑色的物体是黑体吗？

黑体是理想模型，在不透明材料围成的空腔上开一个小孔,该小孔可认为是黑体的表面。

2. 黑体的辐射定律

- 斯特藩—玻耳兹曼定律

实验证明，黑体的总辐出度$M_0(T)$（每条曲线下的面积）与温度的四次方成正比

$$M(T)=\sigma T^4$$

$\sigma=5.67\times10^{-8}$

W/m^2K^4-Stefen恒量

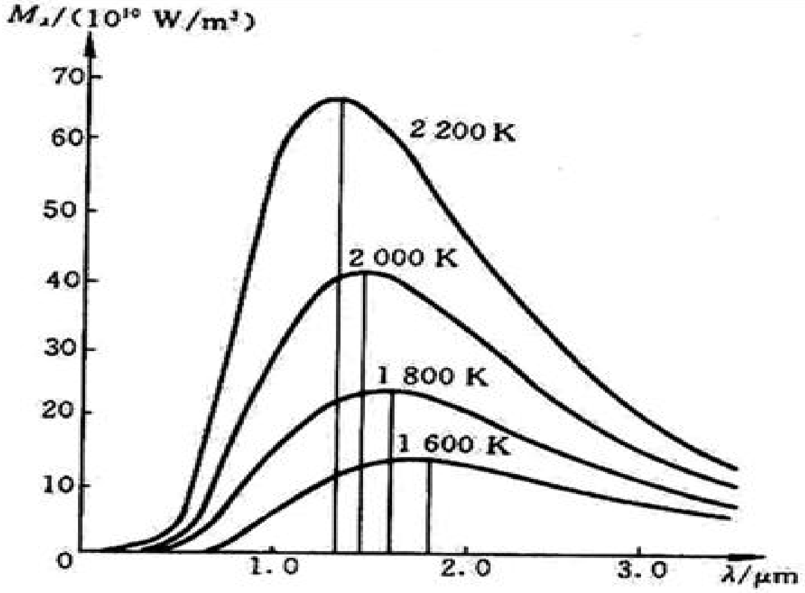


图 21-2

- 维恩位移定律（W. Wien）

黑体辐射中单色辐出度的极值波长λ_m与黑体温度T 之积为常数

$$T\lambda_m = b$$

其中$b=2.898\times10^{-3}$ m·K 为Wien 常数

以上两个实验定律是遥感、高温测量和红外追踪等技术的物理基础。

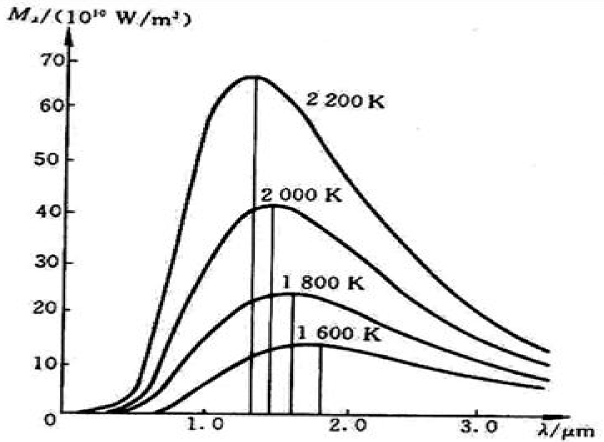


图 21-2

例. 测得太阳辐射谱的峰值在490nm处。试估计太阳表面的温度、辐出度和地球接收到的总辐射能。

解　　将太阳视为黑体，由维恩位移定律，得：

$$T = b/\lambda_m = 5.9\times10^3\,K$$

由斯忒藩-玻耳兹曼定律有：

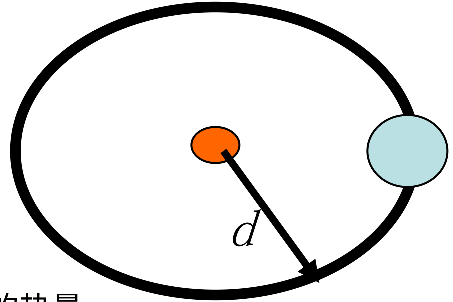
$$M_0(T) = \sigma T^4 = 6.9\times10^7\,W/m^2$$

太阳辐射的总功率为：

$$R_s = 7\times10^8\,m,\qquad P = M_0 4\pi R_S^2 = 4.2\times10^{26}\,J/s$$

地球接收到的总辐射能为：

$$w = \frac{P}{4\pi d^2}\pi r_E^2 = 1.9\times10^{17}\,J/s$$



d远远大于r_e,所以直接使用面积占比代表地球分配到的热量

例. 假设恒星表面的特性和黑体等效，测得天狼星表面单色辐出度的最大值所对应的波长为257nm（该波长属紫外区域，所以天狼星呈紫色）

试估计天狼星表面的温度和单位面积上的辐射功率

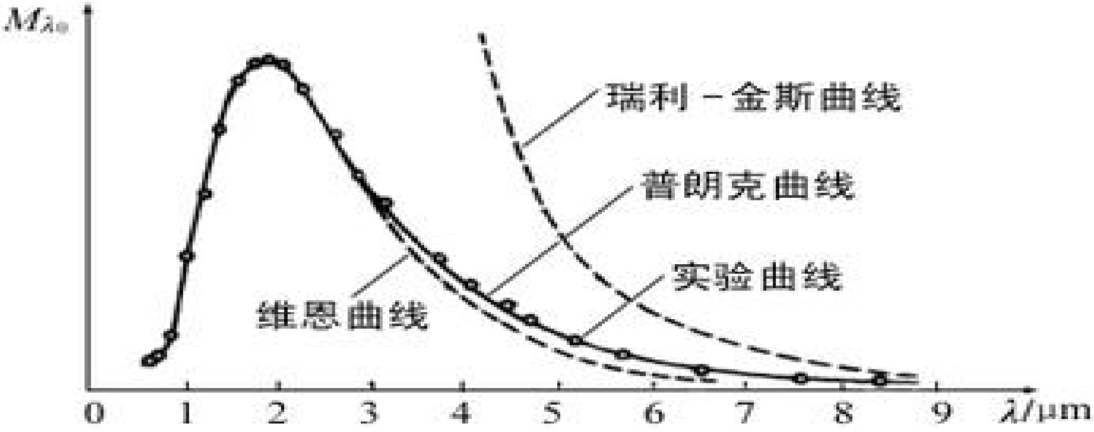
解：$$\lambda_m T = b$$

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = 1.128 \times 10^4 k$$

$$M(T) = \sigma T^4 = 9.129 \times 10^8 W/m^2$$

3. 瑞利—琼斯公式:

$$M(\lambda,T)=\frac{4\pi c}{\lambda^4}KT$$



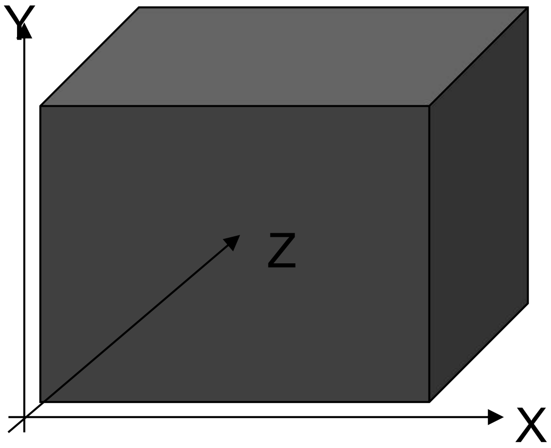
1.1. 普朗克的能量子假说

$$a = l\frac{\lambda_x}{2}$$

l是整数

$$\rightarrow \begin{cases} a = l\dfrac{\lambda_x}{2} \\ a = m\dfrac{\lambda_y}{2} \\ a = n\dfrac{\lambda_z}{2} \end{cases}$$

其中l，m，n皆为整数。



$$\nu\lambda = c$$

设传播方向与 X, Y, Z 轴的夹角分别为α,β,γ

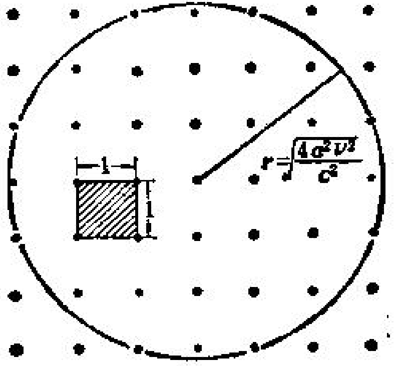
$$\begin{cases}\lambda_x=\dfrac{\lambda}{\cos\alpha}\\ \lambda_y=\dfrac{\lambda}{\cos\beta}\\ \lambda_z=\dfrac{\lambda}{\cos\gamma}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dfrac{c\cos\alpha}{\lambda}=\dfrac{c}{\lambda_x}\\ \dfrac{c\cos\beta}{\lambda}=\dfrac{c}{\lambda_y}\\ \dfrac{c\cos\gamma}{\lambda}=\dfrac{c}{\lambda_z}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\nu_x=\dfrac{c}{\lambda_x}\\ \nu_y=\dfrac{c}{\lambda_y}\\ \nu_z=\dfrac{c}{\lambda_z}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\nu_x=\nu\cos\alpha\\ \nu_y=\nu\cos\beta\\ \nu_z=\nu\cos\gamma\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=l\dfrac{\lambda_x}{2}\\ a=m\dfrac{\lambda_y}{2}\\ a=n\dfrac{\lambda_z}{2}\end{cases}\text{代入}\rightarrow\begin{cases}\nu_x=\dfrac{c}{\lambda_x}\\ \nu_y=\dfrac{c}{\lambda_y}\\ \nu_z=\dfrac{c}{\lambda_z}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\nu_x=\dfrac{c}{\lambda_x}=\dfrac{cl}{2a}\\ \nu_y=\dfrac{c}{\lambda_y}=\dfrac{cm}{2a}\\ \nu_z=\dfrac{c}{\lambda_z}=\dfrac{cn}{2a}\end{cases}$$

$$\nu=\sqrt{\nu_x^2+\nu_y^2+\nu_z^2}$$

则由 此可知，对于被允许的波有

$$\begin{cases} \nu_x = \dfrac{c}{\lambda_x} = \dfrac{cl}{2a} \\ \nu_y = \dfrac{c}{\lambda_y} = \dfrac{cm}{2a} \\ \nu_z = \dfrac{c}{\lambda_z} = \dfrac{cn}{2a} \end{cases} \text{代入} \rightarrow \nu = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2} \rightarrow \nu = \frac{c}{2a}\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$$



$$\nu = \frac{c}{2a}\sqrt{l^2 + m^2 + n^2} \qquad \rightarrow l^2 + m^2 + n^2 = \frac{4a^2\nu^2}{c^2}$$

频率从零到 ν 的自由度数为： $N'(\nu) = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{a^3}{c^3}\nu^3.$

考虑到电磁波有两个偏振态，总的状态数应该乘2

$$N(\nu) = 2 \times \frac{4}{3}\pi \frac{a^3}{c^3}\nu^3 = \frac{8}{3}\pi \frac{a^3}{c^3}\nu^3.$$

$$N(\nu)=2\times\frac{4}{3}\pi\frac{a^3}{c^3}\nu^3=\frac{8}{3}\pi\frac{a^3}{c^3}\nu^3.$$

从ν 到$\nu+\Delta\nu$ 之间的自由度数 $\Delta N(\nu)$

$$\Delta N(\nu)=dN(\nu)=8\pi\frac{a^3}{c^3}\nu^2\Delta\nu$$

$$i=\frac{1}{2}KT$$

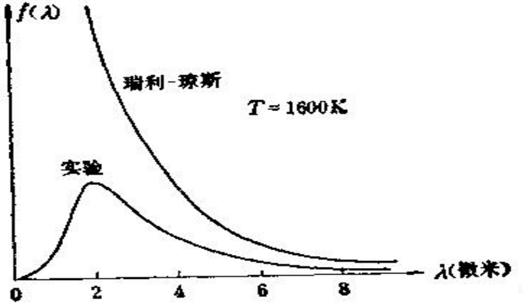
$$\rightarrow \Delta \mathrm{M}(\nu)=\frac{4\pi V}{c^3}kT\nu^2\Delta\nu$$

$$\rightarrow M=\frac{\Delta M(\nu)}{V\Delta\nu}=\frac{4\pi}{c^3}kT\nu^2$$

物理意义：黑体空腔在频率处单位频率间隔内的能量，亦即能量密度按频率的分布。

借助于$\nu = c/\lambda$　可得 $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2$

由此可用波长表示的能量：



$$M = \frac{\Delta M(\nu)}{V\Delta\nu} = \frac{4\pi}{c^3}kT\nu^2$$

$$M(\lambda,T) = 4\pi kT\frac{1}{\lambda^4}$$

该式被称为瑞利—琼斯公式

2. 普朗克量子假说

每份能量的大小与振子振动的频率成正比为：

$$\varepsilon_0 = h\nu$$

$$E_n = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

几率随能态遵从玻耳兹曼分布：$p(E_n) = Ce^{-E_n/kT}$

将E_n代入该式，得 $$p(E_n) = Ce^{-nh\nu/kT}$$

式中C为归一化因子，它应取得使总的概率为1。

$$p(E_n) = Ce^{-nh\nu/kT} \rightarrow C\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT} = 1$$

其中求和项为等比级数，利用等比级数求和公式得

$$C\frac{1}{1-e^{-h\nu/kT}} = 1 \quad \rightarrow C = 1 - e^{-h\nu/kT}$$

$$p(E_n) = Ce^{-nh\nu/kT} \rightarrow p(E_n) = \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right)e^{-nh\nu/kT}$$

$$\overline{E}(n)(\text{平 均 能 量}) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n p(E_n) = \sum_{n=0}^{\infty} nh\nu\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right)e^{-nh\nu/kT}$$

$$\beta = \frac{1}{kT} \rightarrow \overline{E}(n) = \sum_{n=0}^{\infty} nh\nu\left(1 - e^{-\beta h\nu}\right)e^{-\beta nh\nu}$$

$$-\frac{d}{d\beta}e^{-nh\nu\beta} = nh\nu e^{-nh\nu\beta}$$

$$-\frac{d}{d\beta}e^{-nh\nu\beta}=nh\nu e^{-nh\nu\beta}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}nh\nu e^{-nh\nu\beta}=-\frac{d}{d\beta}\sum_{n=0}^{\infty}e^{-nh\nu\beta}=-\frac{d}{d\beta}\left(\frac{1}{1-e^{-h\nu\beta}}\right)=\frac{h\nu e^{-h\nu\beta}}{\left(1-e^{-h\nu\beta}\right)^{2}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}nh\nu e^{-nh\nu\beta}=\frac{h\nu e^{-h\nu\beta}}{\left(1-e^{-h\nu\beta}\right)^{2}}\rightarrow\overline{E}(\nu)=\left(1-e^{-h\nu\beta}\right)\sum_{n=0}^{\infty}nh\nu e^{-nh\nu\beta}=\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$\Delta N(\nu)=dN(\nu)=8\pi\frac{a^{3}}{c^{3}}\nu^{2}\Delta\nu.$$

$\overline{E}(\nu)=\dfrac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$代入$\Delta N(\nu)=dN(\nu)=8\pi\dfrac{a^{3}}{c^{3}}\nu^{2}\Delta\nu$.得到$M=8\pi\dfrac{a^{3}}{c^{3}}h\nu^{3}\Delta\nu.\dfrac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$

$$\rightarrow M(\nu)=\frac{8\pi h\nu^{3}}{c^{3}}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

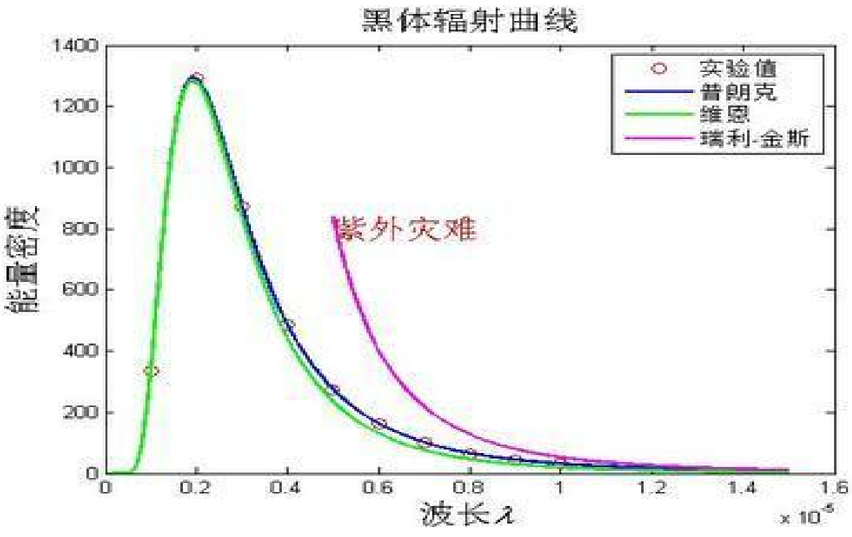
$$\overline{E}(\nu)=\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}\text{代入}\Delta N(\nu)=dN(\nu)=8\pi\frac{a^3}{c^3}\nu^2\Delta\nu.\text{得到}M=8\pi\frac{a^3}{c^3}h\nu^3\Delta\nu.\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$\nu=\frac{c}{\lambda},\Delta\nu=\left|\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda\right|\to M=8\pi\frac{a^3}{c^3}h\nu^3\Delta\nu.\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\to M=8\pi\frac{a^3}{c^3}\frac{c^3}{\lambda^3}h\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda.\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$M=8\pi\frac{a^3}{c^3}\frac{c^3}{\lambda^3}h\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda.\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\to M=8\pi\frac{a^3hc}{\lambda^5}\Delta\lambda.\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

$$\rho_{\text{单位体积单位波长间隔能量密度}}=\frac{M}{a^3\Delta\lambda}=8\pi\frac{hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

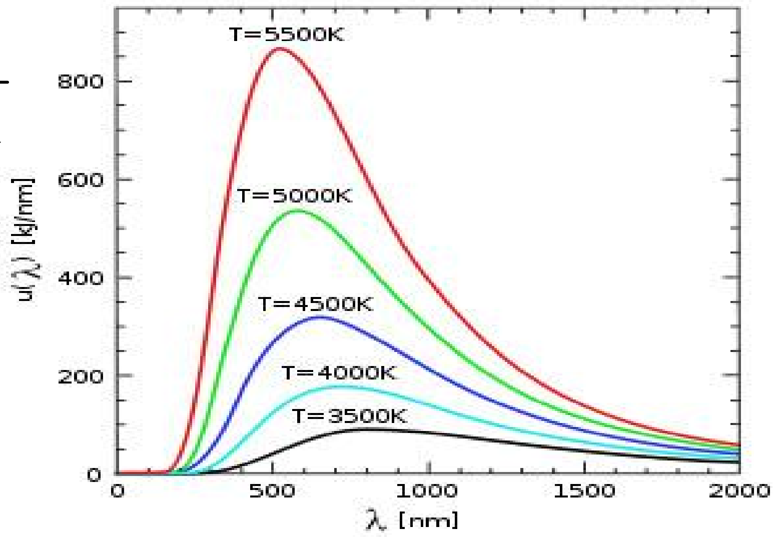
$$M(\lambda,T)=\frac{1}{4}c\rho_{\text{能量密度}}=2\pi\frac{hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$



$$M(\lambda,T)=\frac{1}{4}c\rho_{\text{能量密度}}=2\pi\frac{hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

基本规律理论证明：

$$M(\lambda,T)=\frac{1}{4}c\rho_{\text{能量密度}}=2\pi\frac{hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$



$$\frac{dM(\lambda,T)}{d\lambda}=0$$

$$\rightarrow \lambda_m=\frac{2896}{T}$$

$$M(T)=\int_0^\infty M_0(\lambda,T)d\lambda=\frac{2\pi^2k^2}{15c^2h^3}T^4=\sigma T^4$$

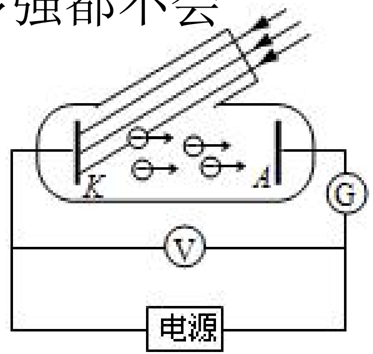
1.3. 爱因斯坦方程 光量子假说 1905

1. 光电效应实验

光照射在金属及其化合物的表面上发射电子的现象称为光电效应。

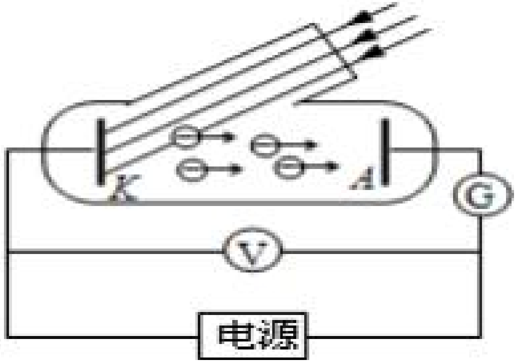
① 实验装置-光电管:在阴极金属表面逸出的电子称为光电子,电路中出现的电流形成光电流.

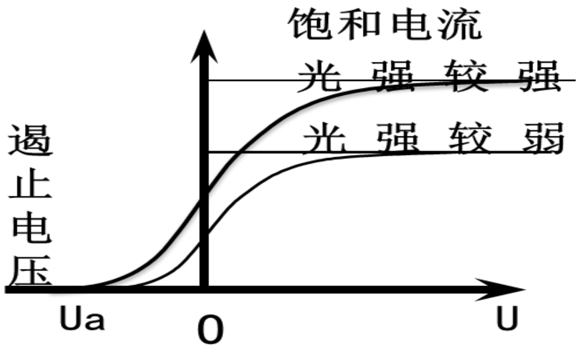
1) 截止频率(红限):实验存在截止频率（红限）对于给定的金属,当照射光频率小于某一数值（称为红限）时，无论照射多强都不会产生光电效应。



1） 截止频率(红限):实验存在截止频率（红限）对于给定的金属,当照射光频率小于某一数值（称为红限）时，无论照射多强都不会产生光电效应。

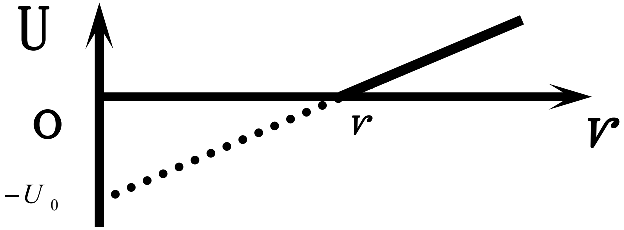
2） 在光强度一定的条件下,饱和光电流强度随光电管两端电压的增加而增加，随U的增大而达到一饱和值;如果改变光强度，饱和电流也会发生变化，其饱和电流与入射光强I成正比。结论：单位时间内电极上逸出的光电子数和入射光光强成正比 .





3） 遏止电压将光电管上的电压反向，当反向电压大到一定数值Ua 时光电流完全变为零。称Ua为遏止电压。

4） 遏止电压和入射光频率有线性关系

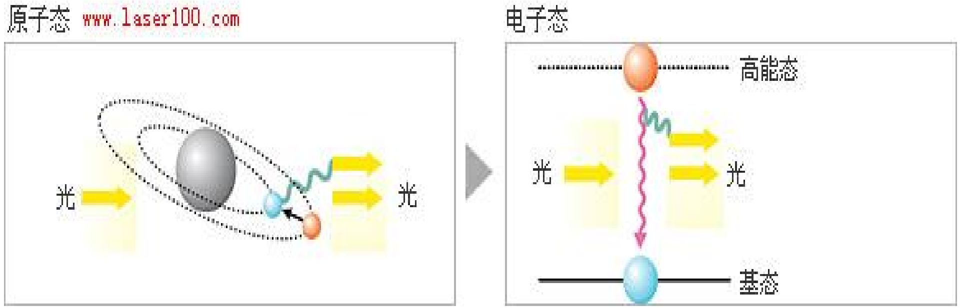


$$U = K\nu - U_0$$

爱因斯坦假设主要内容：

① 光是由一个个光子组成。每个光子的能量与其频率成正比，即

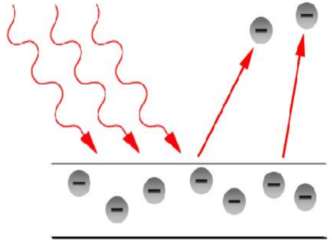
$$E = h\nu \qquad I = Nh\nu$$



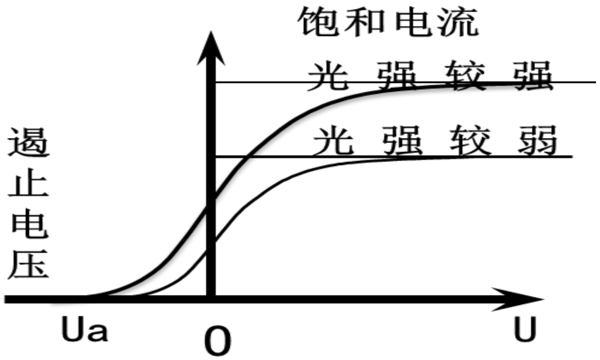
爱因斯坦假设主要内容：

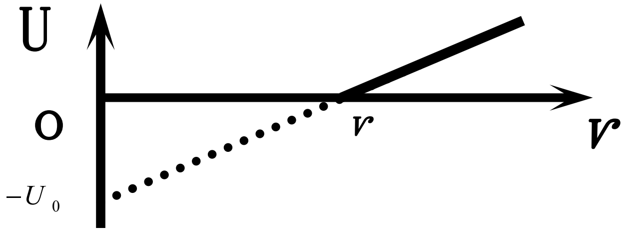
② 一个光子只能整个地被电子吸收或放出。光量子具有“整体性”。

③ 根据能量守恒定律，电子在离开金属面时具有初动能

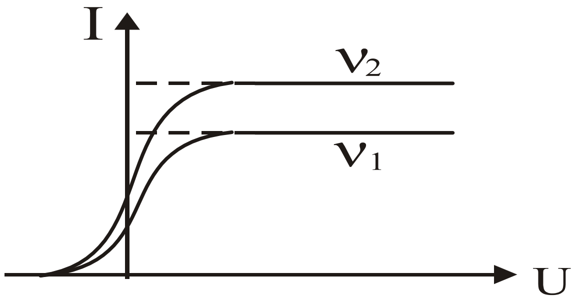


$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A = eU_a + A$$

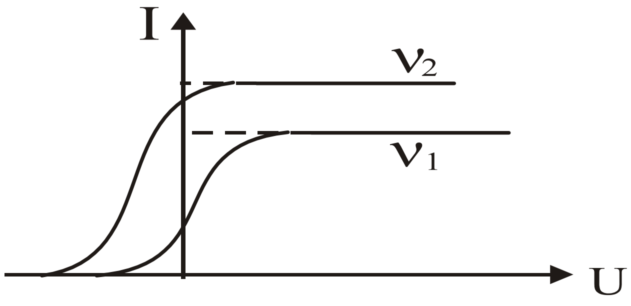




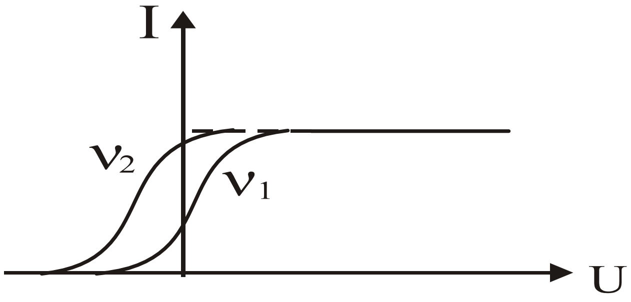
思考题：已知道一定频率的单色光照射在金属上，测量的光电流如图，然后在光强度不变的情况下增加光的频率，V_2大于V_1，问图中哪条曲线是正确的



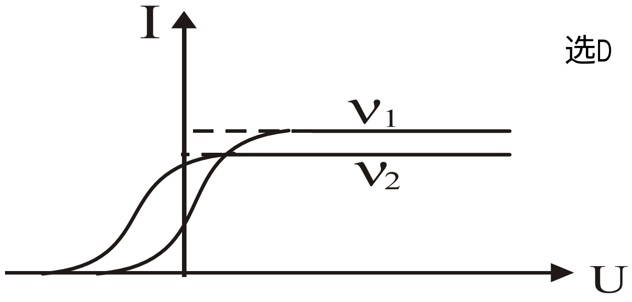
（A）



（B）



（C）

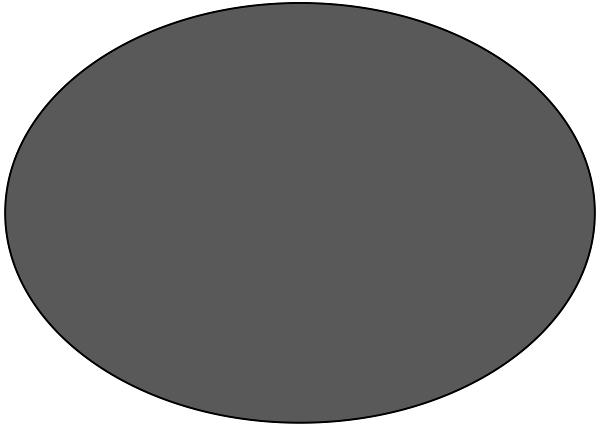


选D

（D）

思考题:已知一个金属球, 半径为R, 该金属材料的红限波长为 λ_0,

如以小于该波长的光照射, 问金属球最多能发射多少电子?



解:

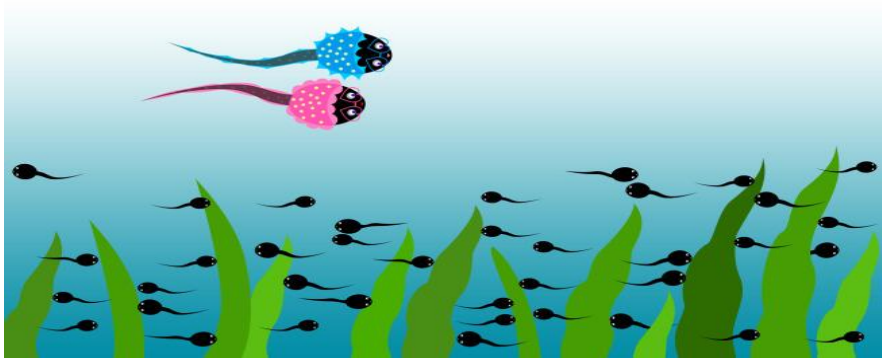
$$h\nu = \frac{1}{2}mu^2 + A$$

$$U_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} = \frac{Ne}{4\pi\varepsilon R}$$

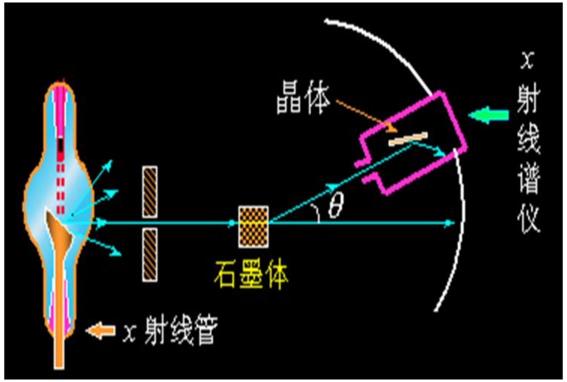
$$\frac{Ne^2}{4\pi\varepsilon R} = h\nu - h\frac{c}{\lambda_0}$$

$$N = \frac{4\pi\varepsilon R}{e^2}\left(h\nu - h\frac{c}{\lambda_0}\right)$$

三. 康普顿散射



1. 康普顿散射的实验装置与规律：



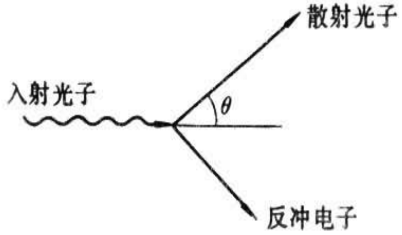
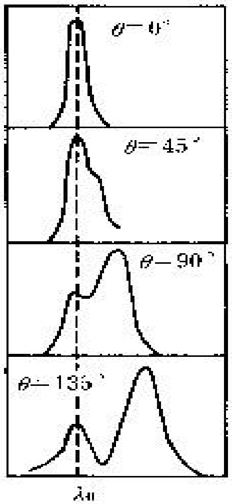


图 1　康普顿效应示意图
θ是散射角



① 除原波长λ_0外出现了移向长波方向的新的散射波长λ 。

② 新波长λ 随散射角的增大而增大。波长的偏移为$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$

③ 当散射角增大时，原波长的谱线强度降低，而新波长的谱线强度升高。

④ 波长的偏移只与散射角有关，而与散射物质种类及入射的X射线的波长λ_0 无关，

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c(1-\cos\theta)$$

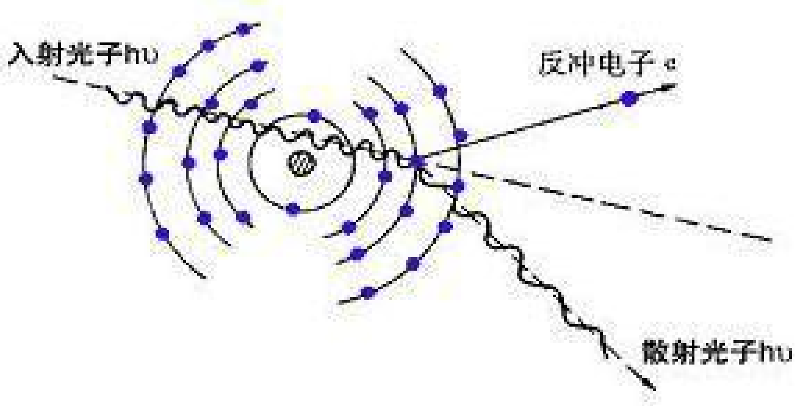
$\lambda_c = 2.41\times10^{-3}$nm（实验值）

称为电子的Compton波长

只有当入射波长λ_0与λ_c可比拟时，康普顿效应才显著，因此要用X射线才能观察到康普顿散射，用可见光观察不到康普顿散射。

X射线在石墨上的散射的解释

$$\begin{cases} h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + m c^2 \\ \dfrac{h}{\lambda_0}\vec{k} = \dfrac{h}{\lambda}\vec{k} + m\vec{v} \end{cases}$$



$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$$

$$= 0.0243\left(1-\cos\theta\right)$$

对康普顿散射的解释

定性分析：

- X射线光子与静止的自由电子发生碰撞。

  X光的光子能量很大，波长1Å的X射线， $\varepsilon \sim 10^{4}\ \mathrm{eV}$

- 石墨中的外层电子在原子中结合较弱，束缚能-eV，在室温下的热运动能量 kT-10^{-2}eV，可认为这些电子是静止的自由电子。

- X射线的光子与静止的自由电子之间是弹性碰撞，并假设在碰撞过程中能量守恒，动量守恒。

例．在康普顿效应中，入射光子的波长为3×10^{-3} nm，反冲电子的速度为光速的 60%，求散射光子的波长和散射角。

解：

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + m c^2$$

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} c^2$$

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda} + \frac{m_0 c}{h}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) \qquad u = 0.6c$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 1.25 \qquad \lambda' = 4.34\times10^{-12}\,m$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 0.0243(1-\cos\theta)$$

$$\theta = 65.7^\circ$$

例　具有1.0×10^{4}eV能量的光子，与一静止自由电子相碰撞，碰撞后光子的散射角为60^0，试问：

（1）光子的波长、频率和能量各改变多少 ？

（2）碰撞后，电子的动能动量和运动方向又如何？

解：（1）入射光子的频率 ν 和波长 λ 分别为

$$\nu_0 = \frac{E}{h} = \frac{10^4 \times 6 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} = 2.41 \times 10^{18} Hz$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{2.41 \times 10^{18}} = 0.124 nm$$

用康普顿散射公式可得

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 0.0243(1-\cos\theta)$$

$$= 0.0243\left(1-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1.22\times 10^{-3}\,nm$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_0} = -2\cdot 3\times 10^{16}\,Hz$$

$$\Delta E = h\nu - h\nu_0 = h\Delta\nu$$

$$= -1\cdot 525\times 10^{-17}\,J = -95\cdot 3\,eV$$

（2）反冲电子的动能 E_k 等于入射光子所失去的能量 ，即

$$E_k = 1.52\times10^{-17}J$$

电子的速度可由相对论的能量关系求出

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(1\bigg/\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}-1\right)$$

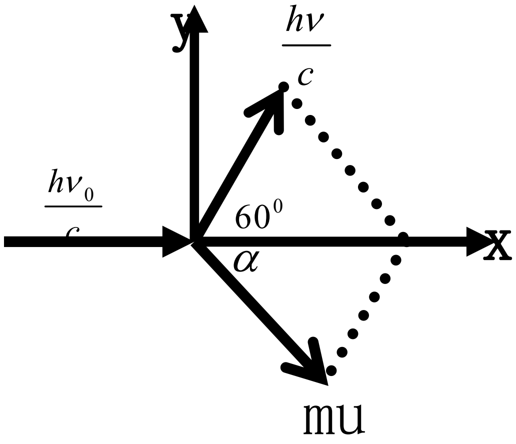
得 $$u = c\left(1-1\bigg/\left(\frac{E_k}{m_0c^2}+1\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3\times10^8\left(1-\frac{1}{\left(\dfrac{1\cdot525\times10^{-17}}{9\cdot11\times10^{-31}\times9\times10^{16}}+1\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 5\cdot79\times10^6\,m\cdot s^{-1}$$

电子的动量

$$p = mu = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}u = \frac{9\cdot11\times10^{-31}}{\sqrt{1-\left(\frac{5\cdot79\times10^{6}}{3\times10^{8}}\right)^2}}\times5\cdot79\times10^{6}$$

$$= 5\cdot30\times10^{-24}\,kg\cdot m\cdot s^{-1}$$



碰撞过程动量守恒 y分量

$$\frac{h\nu}{c}\sin 60^0 - mv\sin\alpha = 0$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h\nu}{pc}\sin 60^0\right)$$

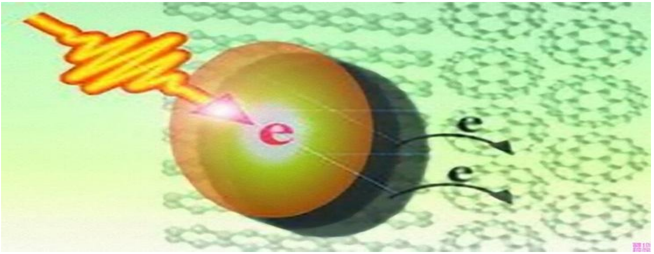
$$= \arcsin\left[\frac{6\cdot63\times10^{-34}\times(2\cdot41-0\cdot023)\times10^{16}}{5\cdot30\times10^{-24}\times3\times10^{8}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$= 59^0 32'$$

思考题：一个光子与一个自由电子完全非弹性相撞

$$\begin{cases} h\nu_0 + m_0 c^2 = m c^2 \\ \dfrac{h\nu_0}{c} = m u \end{cases}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$



$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{m_0 u}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \qquad h\nu_0 = \frac{m_0 u c}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

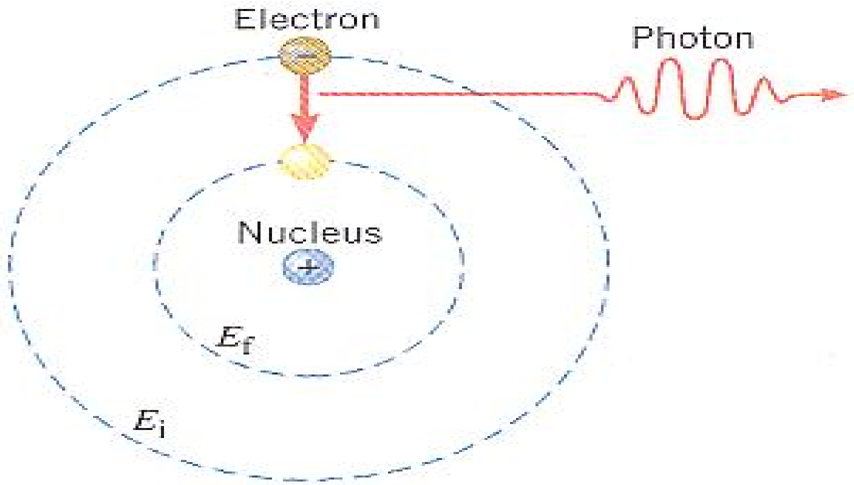
$$h\nu_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} c^2 - m_0 c^2 \qquad \frac{m_0 u c}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} c^2 - m_0 c^2$$

$$m_0 u c = m_0 c^2 - m_0 c^2 \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad u = c - c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 1 - \frac{u}{c} \qquad 1-\frac{u^2}{c^2} = 1 - 2\frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2} \qquad -2\frac{u}{c} + 2\frac{u^2}{c^2} = 0$$

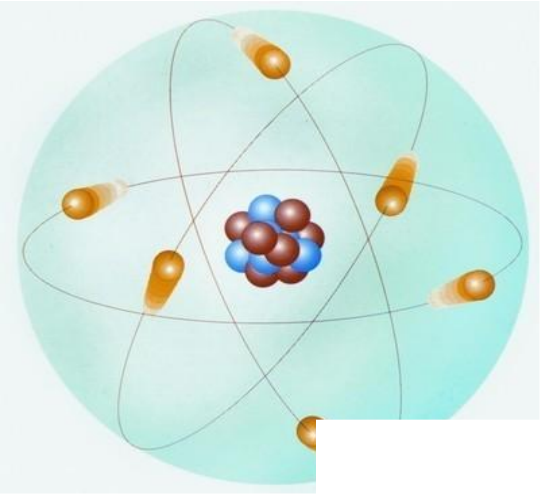
$$c = u$$

1.4 Bohr 理论



1. 原子结构之谜

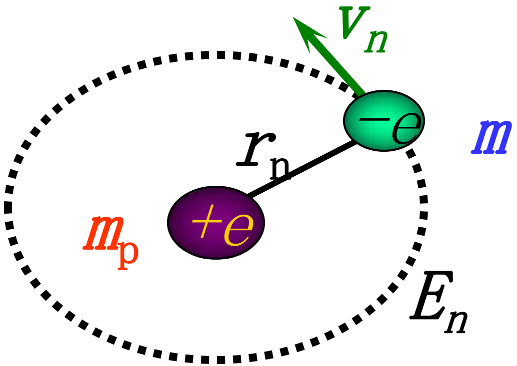
行星式模型



正电荷集中了原子的绝大多数质量，集中在原子中心极小的区域内，构成原子核，电子在外围绕原子核运转，就象行星绕太阳一样。

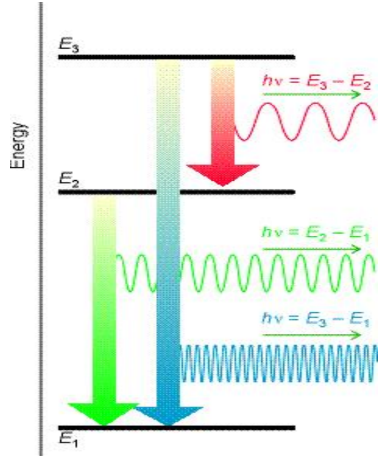
Bohr 理论：

① 定态条件：电子绕核作圆周运动，但不辐射能量，是稳定的状态—定态。每一个定态对应于电子的一个能级。



② 频率条件：当原子从某一能量状态跃迁到另一能量状态产生电磁辐射，且电磁波的频率满足条件

$$h\nu = E_m - E_n$$



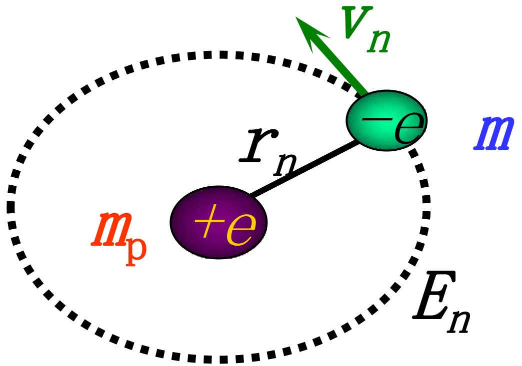
③ 角动量量子化条件：电子绕核作圆周运动时角动量是量子化的，取值为

$$m u_n r_n = n\hbar \qquad n= 1，2，3 \cdots$$

2). Bohr理论与电子能级

① 经典理论结合Bohr 理论

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = m\frac{u^2}{r} \qquad L = mur = n\frac{h}{2\pi}$$



② 氢原子的半径和玻耳半径

$$r_n = n^2\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = n^2 r_1 \qquad n = 1, 2, \ldots\ldots$$

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = a_0 = 0.053nm$$ Bohr半径

③ 氢原子的能量、 基态能（电离能）

电子能量

电子能量

$$E=\frac{1}{2}mu^2-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\qquad \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=m\frac{u^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}mu^2=\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}\qquad E=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}\qquad r_n=n^2\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

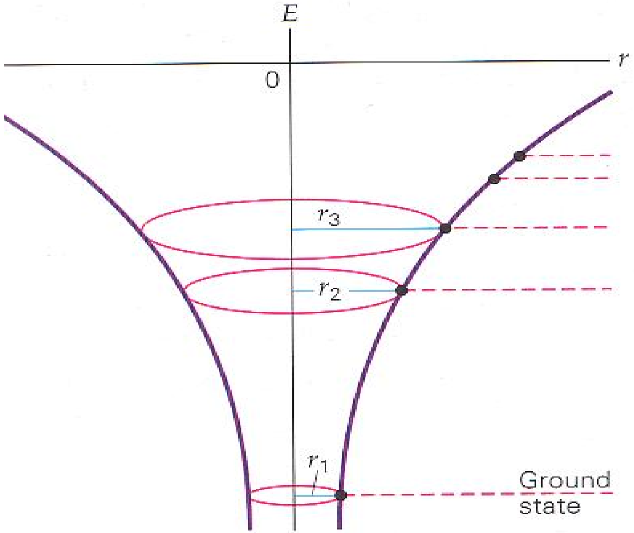
$$E=E_n=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}=-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}=\frac{E_1}{n^2}$$

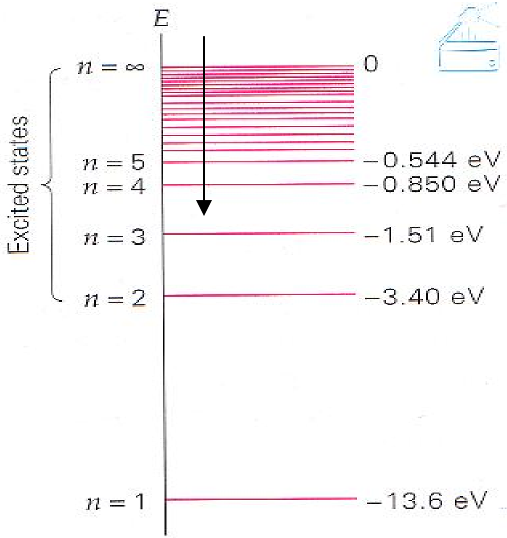
$$E_1=-13.6eV\qquad n=1,2,\cdots,n.$$

基态能（电离能）

$$E = E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{m e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

$$E_1 = -13.6\,eV \qquad n = 1, 2, \cdots, n.$$





例. 如用能量为12.6 eV的电子轰击氢原子，将产生那些光谱线？

解：

$$\Delta E = E_n - E_1$$

$$E_1 = -13.6eV$$

$$12.6 = 13.6\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$n = \sqrt{\frac{13.6}{13.6 - 12.6}} \approx 3.69$$ 可取 $n = 3$

可能的能级跃迁：　3→1 ，3→2 ，2→1

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 0.975\times10^7$$

$$\lambda_1 = 1.025\times10^{-7}\,m$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 0.975\times10^7$$

$$\lambda_2 = 1.216\times10^{-7}\,m$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 0.152 \times 10^7$$

$$\lambda_3 = 6.579 \times 10^{-7}\, m$$

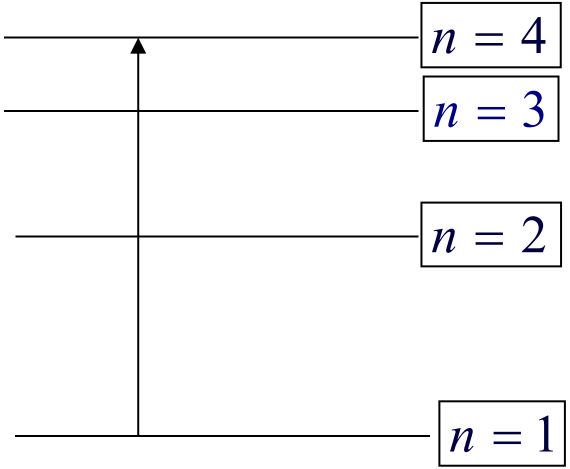
例:将一个氢原子从基态激发到n=4的激发态需要多少能量？处于n=4的激发态的氢原子可发出多少条谱线？其中多少条为可见光谱线，其光波波长各多少？

解：（1）使一个氢原子从基态激发到 n=4 激发态需提供能量为

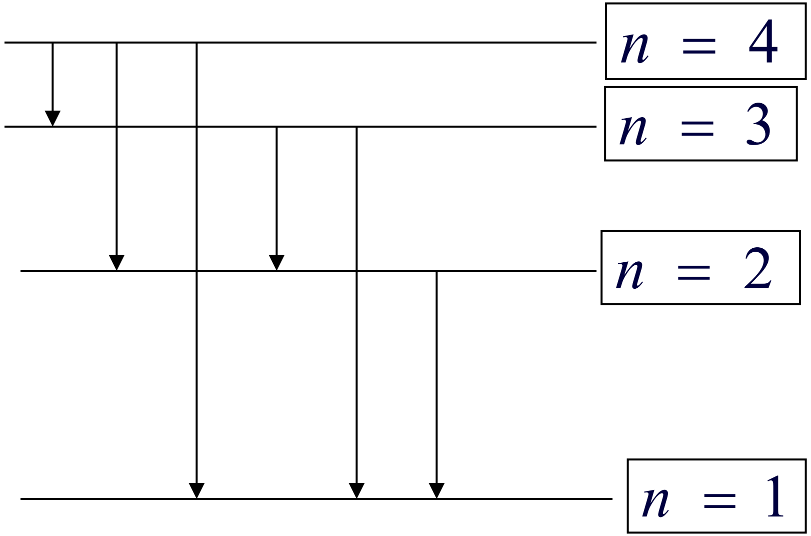
$$\Delta E = E_4 - E_1 = \frac{E_1}{4^2} - E_1$$

$$= \frac{-13.6}{4^2} - (-13.6)$$

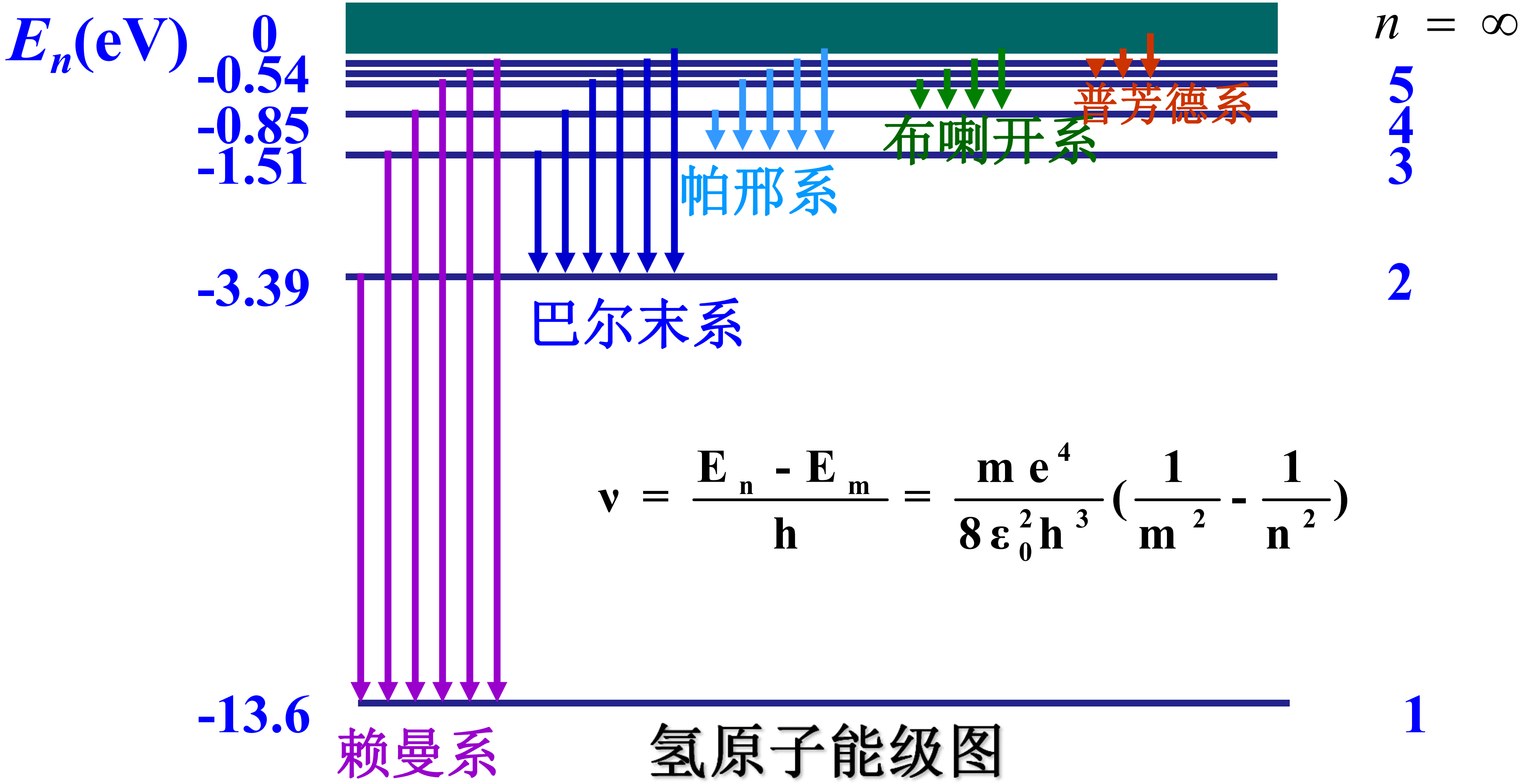
$$= 12.75 eV \approx 2 \times 10^{-18} J$$



在某一瞬时，处于某一能级的一个氢原子只能发射一定频率的一个光子。但处于某一能级的大量氢原子同时存在时，可在一段时间内发出多种频率的多个光子。如图所示。



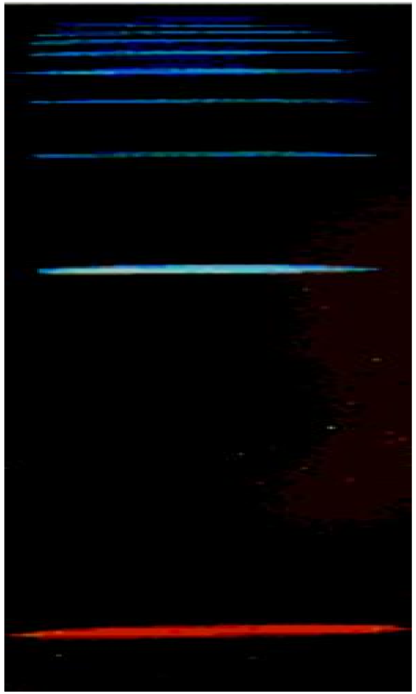
共可有6条谱线。



$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

氢原子能级图

Bohr理论与氢原子光谱



4340.5Å

4861.3Å

6562.8Å

玻尔理论的缺陷

① 把电子看作是一经典粒子，推导中应用了牛顿定律，使用了轨道的概念，所以玻尔理论不是彻底的量子论。

② 角动量量子化的假设以及电子在稳定轨道上运动时不辐射电磁波的是十分生硬的。

③ 无法解释光谱线的精细结构。

④ 不能预言光谱线的强度。

能成功解释氢原子光谱！