

算法作业6:

8-3=

证明:

①= 对于任意 SAT 问题给出^出了一个条件, 因为因此 问题是一个搜索问题。即为一个 NP 问题

②= 当 $k =$ 变量个数的 时候, 任意 SAT 问题^就变为一个 SAT 问题。所以可有: SAT \rightarrow 任意 SAT, 而 SAT 为一个 NP, 所以任意 SAT 也为一个 NP 问题

8-9=

证明:

①= 对于碰撞集问题^题, 若已知^知一个解, 只需与 V, S_i 取交集即可验证只需多项式时间, 而且是一个搜索问题 因而是个 NP 问题。

②= 设 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是集合 S_1, S_2, \dots, S_n 中包含的所有变量。对于集合 $S_i (1 \leq i \leq n)$ 中~~一~~两个变量 v_m, v_n , 在 v_m, v_n 间加一条边。则此图中所有边~~相~~表示了不同变量集合之间的交集关系。

所以一个顶点个数上限为 b 的, 对于此图的一个顶点覆盖问题则可~~转~~化为顶点上限为 b 的一个碰撞集问题。

而 SAT \rightarrow 3SAT, 3SAT \rightarrow 独立集^{最大}, 独立集又与最小顶点覆盖等价。

所以最小顶点覆盖^{最大}为一个优化问题, 且为一个 NP 问题

而将此优化问题可转化为一个等价的搜索问题, 只需将 b

改为 n 结果的一个值即可。故 budget 为 b 的顶点覆盖也是个

NP 问题, 而此问题可归纳为 budget 为 b 的碰撞集问题,

故碰撞集问题为 NP 问题。



8-142

证明:

①: 对于给出的一个团和独立集的结果, 可在多项式时间内验证是否满足团/独立集定义, 故为搜索问题, 也即一个 NP 问题。

②: 对于一个最大独立集的优化问题, 可将其转化为一个独立集问题。设 k 为 k 的搜索问题。设 G 为原图, 对应图 G' , 在 G' 中加 k 个额外点, 这 k 个点两两相连, 但这 k 个点与原图 G 中任一点都不相连, 因而这 k 个点为原图 G 的一个大小为 k 的团, G' 中的 k 个点的独立集在 G 中仍为独立集, 因而将顶点覆盖的最大独立集一个实例变为 8.14 所说问题一个实例。而在输出时, 只需将新加 k 个点删除, 就得到了原图 G 的顶点覆盖独立集。所以可以将最大顶点覆盖归约到 8.14 中问题。

而 $SAT \rightarrow 3SAT$, $3SAT \rightarrow$ 独立集, 且 SAT 为 NP 问题, 故由传递性知道 8.14 中所说问题也为一个 NP 问题。

8-19:

证明:

①: 对于一个给定的含有 29 个节点的子图, 可在多项式时间内验证该图是否是一个“风筝图”, 因而是一个搜索问题, 也即一个 NP 问题。

②: 可将最大团问题归约到“风筝图”问题。对于一个图 G , 将其最大团问题的优化问题等价到一个 $budget \neq 9$ 的一个搜索问题。之后在图 G 中加 9 个新顶点, 使这 9 个



顶点构成路径满足“尾巴”的定义，因而新图 G' 中最大团仍为原图 G 中最大团。所以可以将最大团问题归约到风筝图问题。而由于最大团问题为 NP 问题，故“风筝图”为 NP 问题。

