

# АЛГОРИТМИ ВІДТИНАННЯ

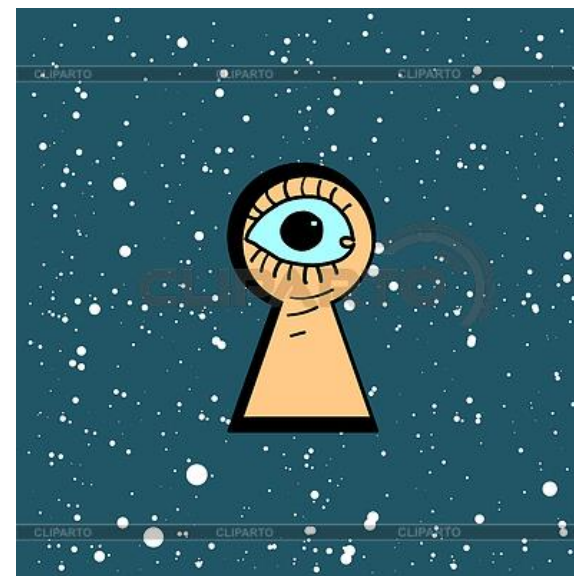
Слайди до лекцій з дисципліни  
«Математичні та алгоритмічні основи комп'ютерної графіки»

Лектор: к.т.н., доцент Сулема Є.С.

Каф. ПЗКС, ФПМ, КПІ ім. Ігоря Сікорського

2019/2020 навч. рік

**Які бувають вікна  
відтинання :)**



# Типи алгоритмів відтинання відрізків

## 1. Алгоритми з кодуванням

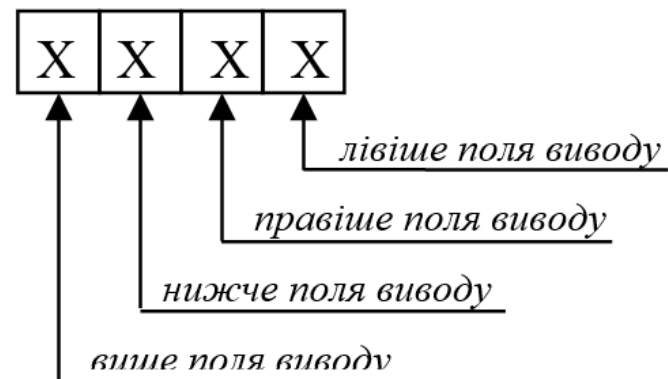
- Алгоритми, які використовують кодування кінців відрізка:
  - алгоритм Коена-Сазерленда – Cohen-Sutherland, CS-алгоритм;
- Алгоритми, які використовують кодування всього відрізка:
  - Fast Clipping-алгоритм – FC-алгоритм;

## 2. Алгоритми, які використовують параметричне представлення відрізків, що відтинаються, та вікна відтинання:

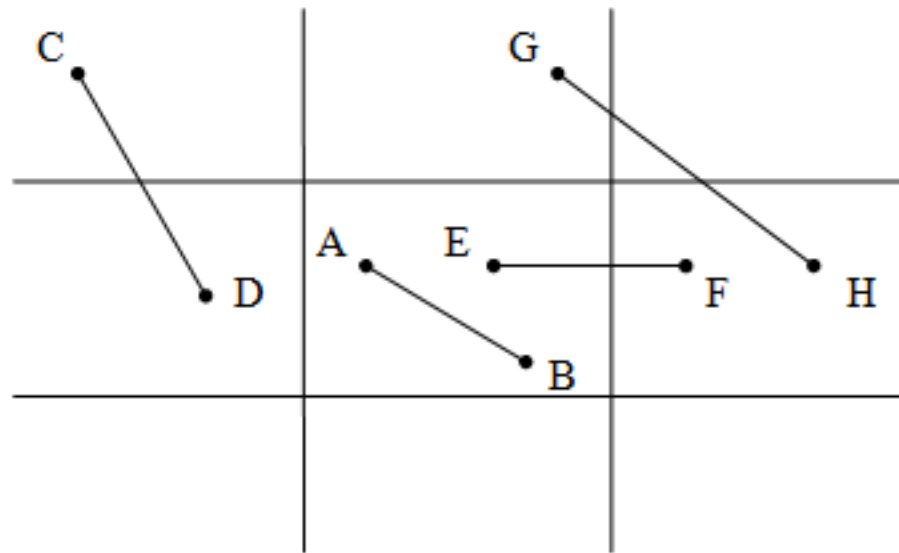
- алгоритм Кіруса-Бека – Cyrus-Beck, CB-алгоритм,
- алгоритм Ліанга-Барськи – Liang-Barsky, LB-алгоритм.

# АЛГОРИТМИ З КОДУВАННЯМ: CS-алгоритм

1001	1000	1010	$y$ верхн.
0001	0000	0010	
0101	0100	0110	$y$ нижн.
$x$ лів.	$x$ пр.		

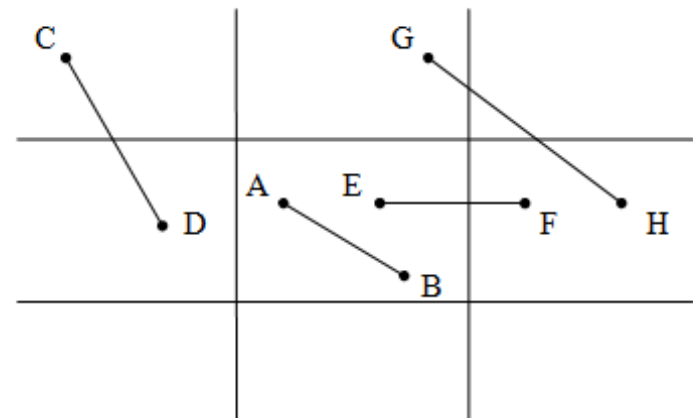


# Варіанти місцезнаходження відрізка

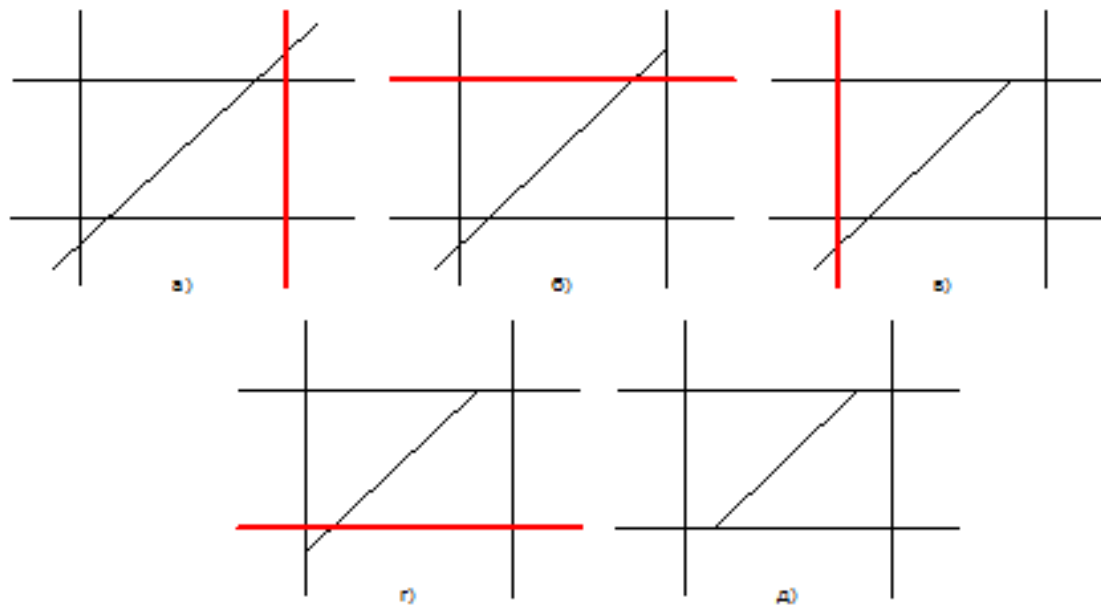


# Перевірка місцезнаходження відрізка

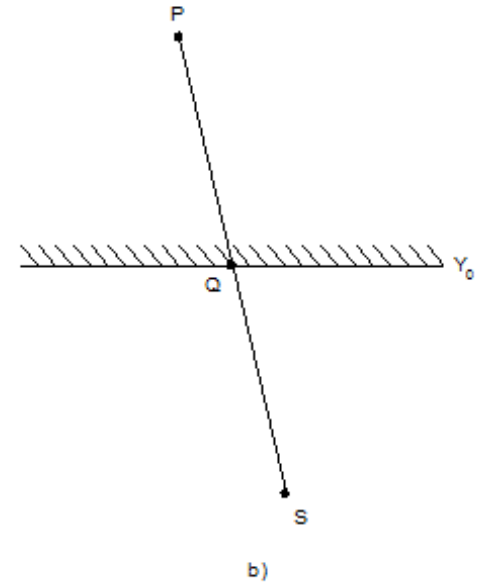
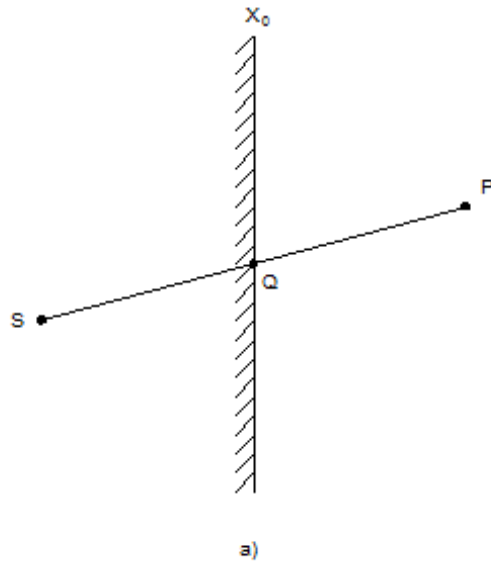
- 1) Для будь-якого відрізка розраховуються коди кінців  $k_1, k_2$ .
- 2) Якщо  $k_1 = k_2 = 0$ , то відрізок повністю усередині вікна, відсікання не потрібне і відрізок приймається як видимий (відрізок AB).
- 3) Якщо  $k_1 \wedge k_2 \neq 0$ , то відрізок знаходиться повністю поза вікном, він відкидається як невидимий (відрізок CD).
- 4) Якщо  $k_1 \wedge k_2 = 0$  відрізок може бути частково-видимим (відрізок EF) або невидимим (відрізок GH).



# Порядок відтинання



# Обчислення нових координат



$$y_Q = y_S + \frac{x_0 - x_S}{x_P - x_S} \cdot (y_P - y_S)$$

$$x_Q = x_S + \frac{y_0 - y_S}{y_P - y_S} \cdot (x_P - x_S)$$



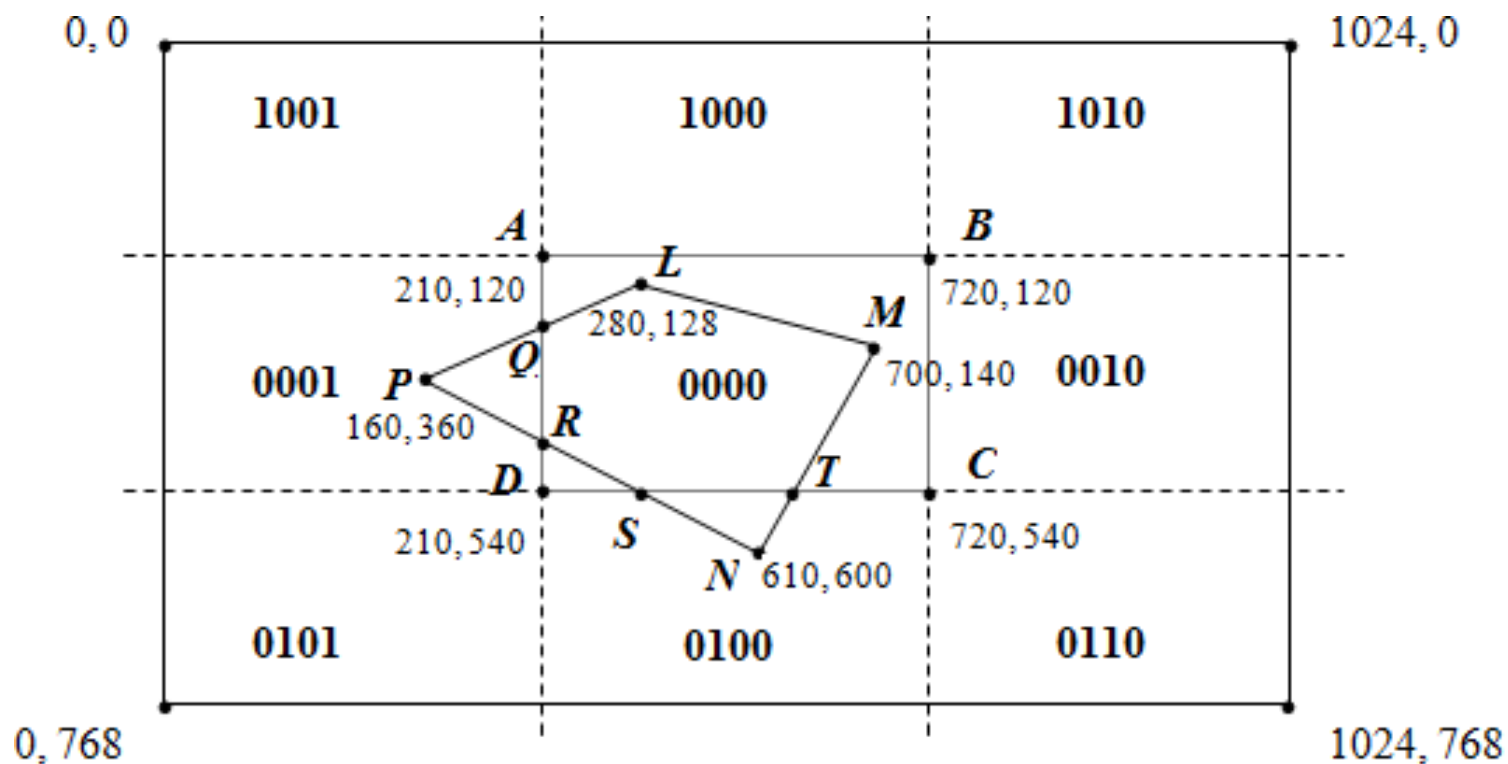
# CS-алгоритм

1. визначення кодів  $k_1$  та  $k_2$  кінцевих точок відрізка, що відтинається;
2. якщо  $k_1 = k_2 = 0$ , то відрізок візуалізується;
3. інакше, якщо  $k_1 \wedge k_2 \neq 0$ , то відрізок відкидається;
4. інакше (тобто  $k_1 \wedge k_2 = 0$ ), якщо  $k_1 = 0$ , тобто початкова точка знаходиться всередині вікна, то вона міняється з кінцевою точкою (тобто тепер „нова” початкова точка має код  $k_1 \neq 0$ , а „нова” кінцева точка має код  $k_2 = 0$ );
5. аналізується код  $k_1$  початкової точки для визначення сторони вікна, з якою є перетин, та виконується розрахунок координат точки перетину;
6. початкова точка замінюється обчисленою точкою перетину (код чергової „нової” точки  $k_1 = 0$ );
7. перехід на пункт 2

# Приклад

- Нехай прямокутне координатно-орієнтоване вікно відсікання задане двома точками з координатами  $(210, 120)$  та  $(720, 540)$ . Візуалізувати в цьому вікні багатокутник, що заданий точками з координатами  $(280, 128)$ ,  $(700, 140)$ ,  $(610, 600)$  та  $(160, 360)$ .

# Розв'язок (1)



# Розв'язок (2)

1. Визначаємо коди точок багатокутника:

$$\underline{\text{точка Р}} \begin{cases} x_P < x_A \\ y_A < y_P < y_D \end{cases} \Rightarrow k_P = 0001$$

$$\underline{\text{точка L}} \begin{cases} x_A < x_L < x_B \\ y_A < y_L < y_D \end{cases} \Rightarrow k_L = 0000$$

$$\underline{\text{точка М}} \begin{cases} x_A < x_M < x_B \\ y_A < y_M < y_D \end{cases} \Rightarrow k_M = 0000$$

$$\underline{\text{точка N}} \begin{cases} x_A < x_N < x_B \\ y_N > y_D \end{cases} \Rightarrow k_M = 0100$$

# Розв'язок (3)

## 2. Відрізок PL

а) Аналізуємо коди:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_P \neq 0 \\ k_L = 0 \end{array} \right\} - \text{потребує відтинання лівою стороною вікна}$$
$$k_P \wedge k_L = 0$$

б) Визначаємо координати точки перетину:

$$x_Q = x_A = 210$$

$$y_Q = y_P + \frac{x_Q - x_P}{x_L - x_P} \cdot (y_L - y_P) = 360 + \frac{210 - 160}{280 - 160} \cdot (128 - 360) = 263$$

в) Замінюємо точку Р точкою Q (210,263), яка має код  $k_Q=0000$ .

## 3. Відрізок QL

Аналізуємо коди:  $k_Q=k_L=0$  – відрізок QL візуалізується.

## 4. Відрізок LM

Аналізуємо коди:  $k_L=k_M=0$  – відрізок LM візуалізується.

# Розв'язок (4)

## 5. Відрізок MN

а) Аналізуємо коди:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_M = 0 \\ k_N \neq 0 \end{array} \right\} \text{ — } \begin{array}{l} \text{потребує відтинання (з заміною на відрізок NM)} \\ \text{нижньою стороною вікна} \end{array}$$
$$k_M \wedge k_N = 0$$

б) Визначаємо координати точки перетину:

$$y_T = y_D = 540$$

$$x_T = x_N + \frac{y_T - y_N}{y_M - y_N} \cdot (x_M - x_N) = 610 + \frac{540 - 600}{140 - 600} \cdot (700 - 610) = 621$$

в) Замінюємо точку N точкою T (621,540), яка має код  $k_T=0000$ .

## 6. Відрізок TM

Аналізуємо коди:  $k_T=k_M=0$  – відрізок TM візуалізується.

# Розв'язок (5)

## 7. Відрізок NP

а) Аналізуємо коди:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_N \neq 0 \\ k_P \neq 0 \\ k_N \wedge k_P = 0 \end{array} \right\} - \text{потребує відтинання нижньою та лівою сторонами вікна}$$

б) Визначаємо координати точки перетину з нижньою стороною вікна:

$$y_S = y_D = 540$$

$$x_S = x_N + \frac{y_S - y_N}{y_P - y_N} \cdot (x_P - x_N) = 610 + \frac{540 - 600}{360 - 600} \cdot (160 - 610) = 497$$

в) Замінюємо точку N точкою S (497,540), яка має код  $k_S=0000$ .

# Розв'язок (6)

## 8. Відрізок SP

а) Аналізуємо коди:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_S = 0 \\ k_P \neq 0 \\ k_S \wedge k_P = 0 \end{array} \right\} \text{ — потребує відтинання (з заміною на відрізок PS)} \\ \text{лівою стороною вікна}$$

б) Визначаємо координати точки перетину:

$$x_R = x_A = 210$$

$$y_R = y_P + \frac{x_R - x_P}{x_S - x_P} \cdot (y_S - y_P) = 360 + \frac{210 - 160}{497 - 160} \cdot (540 - 360) = 387$$

в) Замінюємо точку P точкою R (210,387), яка має код  $k_R=0000$ .

## 9. Відрізок RS

Аналізуємо коди:  $k_R=k_S=0$  – відрізок RS візуалізується.



# Алгоритми з параметричними рівняннями

- Відсікання параметрично заданого відрізка прямокутним вікном

Рівняння відрізка  $P_1P_2$  має вигляд:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot t, \quad (1)$$

де  $\vec{p}$  – вектор, що з'єднує початок координат і довільну точку  $P$  на прямій  $P_1P_2$ ,

$\vec{p}_1$  – вектор, що з'єднує початок координат та точку  $P_1$ ,

$\vec{p}_2$  – вектор, що з'єднує початок координат та точку  $P_2$ ,

$t$  — параметр,  $0 \leq t \leq 1$  (якщо  $-\infty \leq t \leq \infty$ , то отримуємо рівняння прямої).

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1 + (x_2 - x_1) \cdot t \\ y(t) &= y_1 + (y_2 - y_1) \cdot t \end{aligned}$$

$$0 \leq t \leq 1$$



$$t = \frac{\vec{p} - \vec{p}_1}{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}$$



для лівої сторони –

$$t = \frac{x_l - x_1}{x_2 - x_1}$$

для правої сторони –

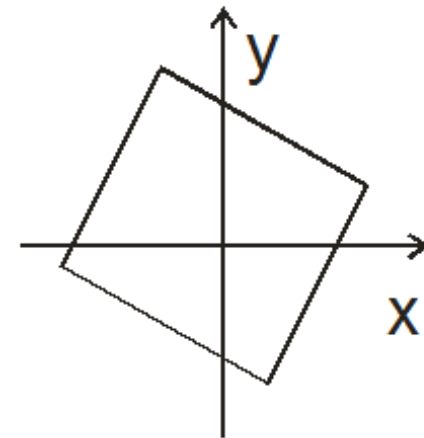
$$t = \frac{x_r - x_1}{x_2 - x_1}$$

для нижньої сторони –

$$t = \frac{y_b - y_1}{y_2 - y_1}$$

для верхньої сторони –

$$t = \frac{y_t - y_1}{y_2 - y_1}$$



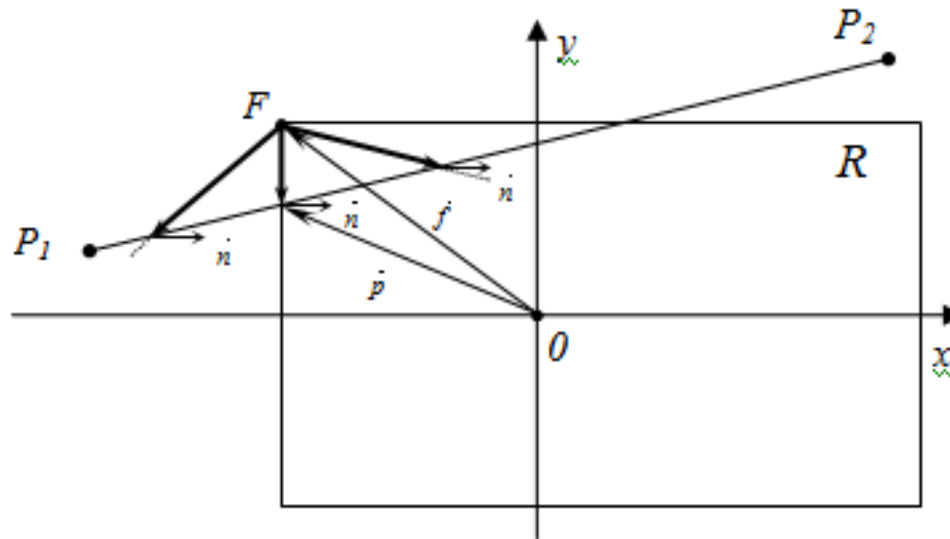
# СВ-алгоритм

Нехай даний відрізок  $P_1P_2$ , що заданий параметрично:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot t, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

та опукла область  $R$ .

Розглянемо граничну точку  $F$  опуклої області  $R$  та внутрішню нормаль  $\vec{n}$  до одного з відрізків прямих, що обмежують цю область:



# Визначення місцезнаходження точки

- $\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{f}) < 0$  – точка  $P$  знаходиться за межами вікна,
- $\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{f}) = 0$  – точка  $P$  належить границі вікна,
- $\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{f}) > 0$  – точка  $P$  знаходиться в середині вікна,

Знайдемо значення параметру  $t$  для випадку, коли точка  $P$  належить границі вікна:

$$\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{f}) = 0$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{p}_1 + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot t - \vec{f}) = 0$$

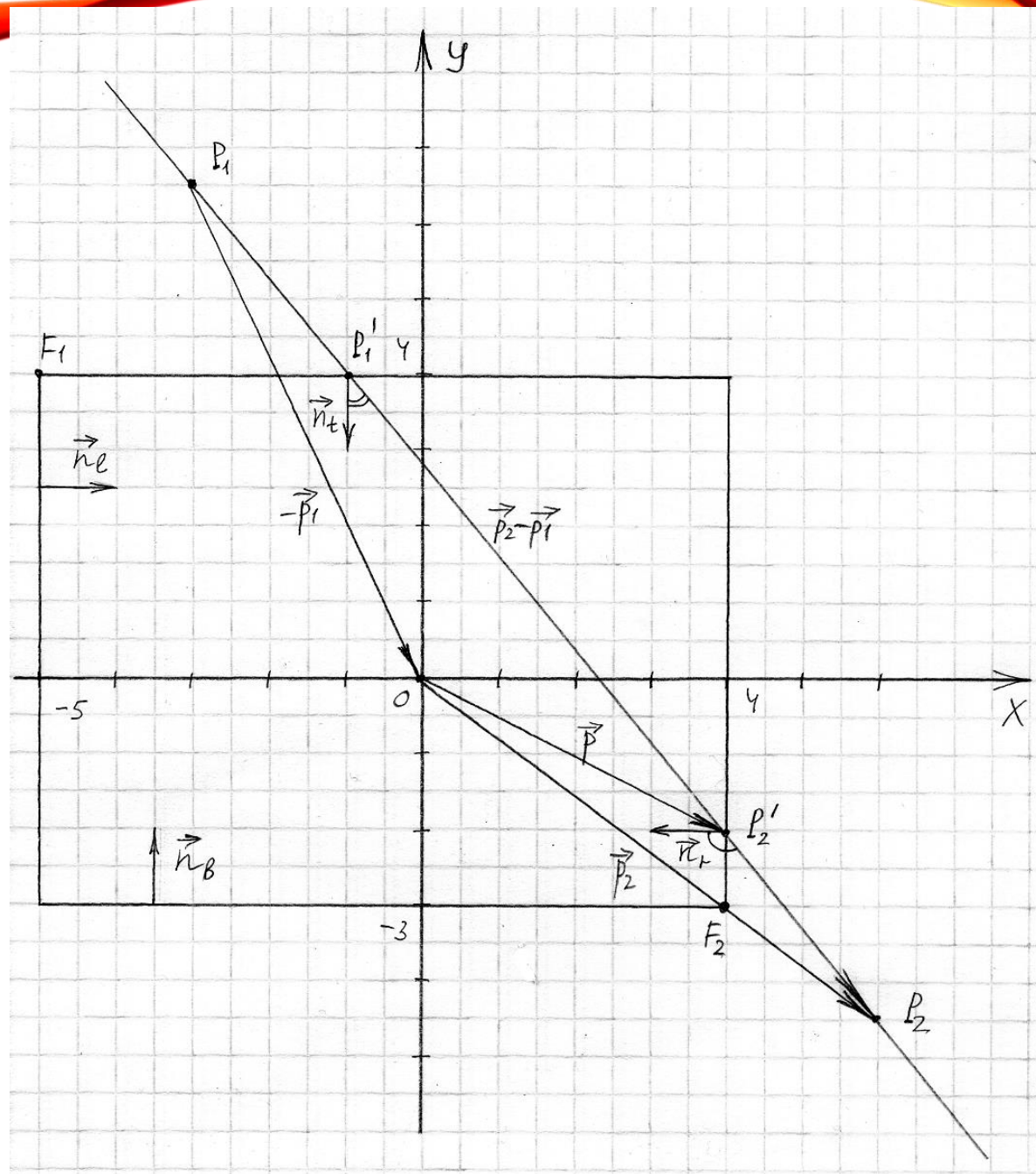
$$t = - \frac{\vec{n} \cdot (\vec{p}_1 - \vec{f})}{(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot \vec{n}}, \quad (2)$$

де  $(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \neq 0$ .

# Приклад

- Розглянемо приклад застосування СВ-алгоритму у випадку прямокутного вікна відсікання.
- Задані точки  $P_1 (-3, 6.5)$ ,  $P_2 (6, -4.5)$  і прямокутне вікно – точки  $F_1 (-5, 4)$ ,  $F_2 (4, -3)$ .

# Розв'язок (1)



# Розв'язок (2)

$$\vec{p} = [-3 \ 6.5] + [(6+3) (-4.5-6.5)] \cdot t = [-3 \ 6.5] + [9 \ -11] = (-3+9 \cdot t) \cdot \vec{i} + (6.5-11 \cdot t) \cdot \vec{j},$$

причому  $0 \leq t \leq 1$ .

Отже:

$$\vec{p} - \vec{f}_1 = (2 + 9 \cdot t) \cdot \vec{i} + (2.5 - 11 \cdot t) \cdot \vec{j},$$

$$\vec{p} - \vec{f}_2 = (-7 + 9 \cdot t) \cdot \vec{i} + (9.5 - 11 \cdot t) \cdot \vec{j},$$

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = [6 \ -4.5] - [9 \ -11] = 9 \cdot \vec{i} - 11 \cdot \vec{j}.$$

# Розв'язок (3)

Внутрішні нормалі до сторін відтинаючого вікна:

$$\vec{n}_l = \vec{i}, \quad \vec{n}_r = -\vec{i}, \quad \vec{n}_b = \vec{j}, \quad \vec{n}_t = -\vec{j}.$$

Умова перетину правої границі вікна:

$$\vec{n}_r \cdot (\vec{p} - \vec{f}_2) = 0$$

$$-7 + 9 \cdot t = 0$$

$$t_r = 7/9 \quad (\text{тобто } 0 \leq t \leq 1)$$

Перевіримо, якою („верхньою” чи „нижньою”) границею діапазону значень параметра  $t$  може бути знайдене значення:

$$(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot \vec{n}_r = -9 < 0, \text{ тобто це імовірна верхня границя.}$$



# Розв'язок (4)

Умова перетину нижньої границі вікна:

$$\vec{n}_b \cdot (\vec{p} - \vec{f}_2) = 0$$

$$9.5 - 11 \cdot t = 0$$

$$t_b = 19/22 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

Перевіримо, якою („верхньою” чи „нижньою”) границею діапазону значень параметра  $t$  може бути знайдене значення:

$$(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot \vec{n}_b = -11 < 0, \text{ тобто це можлива верхня границя.}$$

Для того, щоб визначити, яке з отриманих двох значень є верхньою границею, порівняємо їх та виберемо менше значення, тобто  $t_r = 7/9$ . Це означає, що відрізок  $P_1P_2$  відтинається правою стороною вікна в точці  $P_2'$  (4 -2.05).

Умова перетину лівої границі вікна:

$$\vec{n}_l \cdot (\vec{p} - \vec{f}_1) = 0$$

$$2 + 9 \cdot t = 0$$

$$t_l = -2/9 \quad (t < 0)$$

Оскільки значення параметру  $t < 0$ , воно відкидається.



# Розв'язок (5)

Умова перетину верхньої границі вікна:

$$\vec{n}_t \cdot (\vec{p} - \vec{f}_1) = 0$$

$$2.5 - 11 \cdot t = 0$$

$$t = 5/22 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

Перевіримо, якою („верхньою” чи „нижньою”) границею діапазону значень параметра  $t$  може бути знайдене значення:

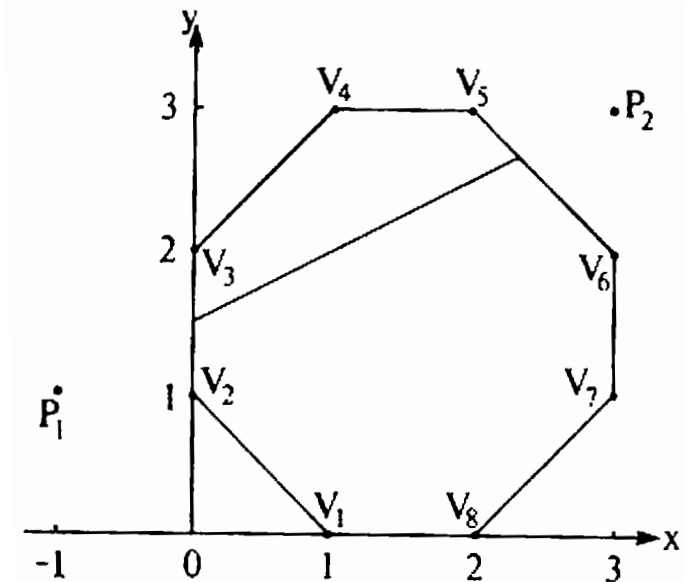
$$(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot \vec{n}_t = 11 > 0, \text{ тобто це нижня границя.}$$

Оскільки інших варіантів для нижньої границі діапазону немає, то робимо висновок, що відрізок  $P_1P_2$  відтинається верхньою стороною вікна в точці  $P_1' (-0.95 \ 4)$ .

Отже, видима частина відрізка  $P_1P_2$  обмежена значеннями параметру  $5/22 \leq t \leq 7/9$ . або від точки  $(-0.95 \ 4)$  до точки  $(4 \ -2.05)$ .

# СВ-алгоритм: вікно відтинання довільної форми

- Задані точки  $P_1 (-1, 1)$ ,  $P_2 (3, 3)$  та восьмикутне вікно.
- Отримати координати граничних точок видимої частини відрізка.
- Вирішення цієї задачі полягає в отриманні найменшого та найбільшого значень параметру  $t$ , які відповідають видимій частині відрізка, відповідно до СВ-алгоритму.



- Введемо такі позначення:  $\vec{D} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

$$\vec{w} = \vec{p}_1 - \vec{f}$$

- Тоді:

при  $\vec{D} \cdot \vec{n} < 0$  – верхня границя ( $t_B$ )

при  $\vec{D} \cdot \vec{n} > 0$  – нижня границя ( $t_H$ )

- Результати обчислень:

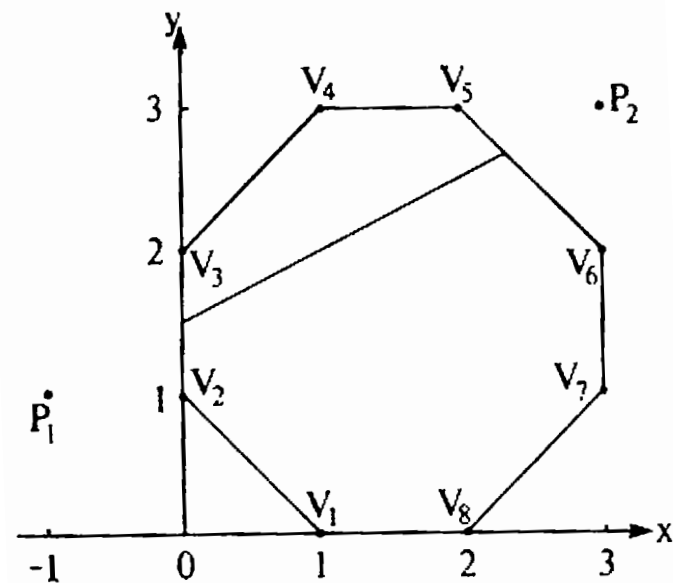
Ребро	$\vec{n}$	$f$	$\vec{w}$	$\vec{w} \cdot \vec{n}$	$\vec{D} \cdot \vec{n}$	$t_H$	$t_B$
$V_1V_2$	[ 1    1]	(1, 0)	[ 2    1]	-1	6	1/6	
$V_2V_3$	[ 1    0]	(0, 2)	[-1   -1]	-1	4	1/4	
$V_3V_4$	[ 1   -1]	(0, 2)	[-1   -1]	0	2	0	
$V_4V_5$	[ 0   -1]	(2, 3)	[-3   -2]	2	-2		1
$V_5V_6$	[-1   -1]	(2, 3)	[-3   -2]	5	-6		5/6
$V_6V_7$	[-1    0]	(3, 1)	[-4    0]	4	-4		1
$V_7V_8$	[-1    1]	(3, 1)	[-4    0]	4	-2		2
$V_8V_1$	[ 0    1]	(1, 0)	[-2    1]	1	2	-1/2	

Як приклад розглянемо ребро  $V_5V_6$ .

Згідно алгоритму  $\vec{D} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = [3 \ 3] - [-1 \ 1] = [4 \ 2]$ . Для граничної точки  $f(2,3)$  маємо  $\vec{w} = \vec{p}_1 - \vec{f} = [-1 \ 1] - [2 \ 3] = [-3 \ -2]$ .

Внутрішня нормаль до ребра  $V_5V_6 - \vec{n} = [-1 \ -1]$ . Отже  $\vec{D} \cdot \vec{n} = -6 < 0$ , тобто знайдена верхня границя. Оскільки  $\vec{w} \cdot \vec{n} = 5$ , то  $t_6 = -5/(-6) = 5/6$ .

Аналіз таблиці показує, що максимальне серед значень  $t_h$  дорівнює  $1/4$ , а мінімальне серед  $t_e$  дорівнює  $5/6$ . Це означає, що відрізок є видимим в інтервалі  $1/4 \leq t \leq 5/6$  або від точки  $(0, 3/2)$  до точки  $(7/3, 8/3)$ .



# Визначення опуклості багатокутників

- Факт опуклості або неопуклості двомірного полігонального вікна можна встановити шляхом обчислення векторних добутків його суміжних сторін. Виводи, які можна зробити за результатами аналізу знаків цих добутків, наступні:
  - Всі добутки дорівнюють нулю – багатокутник вироджується у відрізок.
  - Є як додатні, так і від'ємні добутки – багатокутник неопуклий.
  - Всі добутки додатні – багатокутник опуклий, а внутрішні нормалі орієнтовані ліворуч від його контуру.
  - Всі добутки від'ємні – багатокутник опуклий, а внутрішні нормалі орієнтовані праворуч від його контуру.

- Нормаль до сторони багатокутника можна обчислити виходячи з того, що скалярний добуток пари перпендикулярних векторів дорівнює нулю. Якщо  $n_x$  і  $n_y$  є невідомими компонентами нормалі до відомого вектору  $(V_x, V_y)$  сторони багатокутника, то:

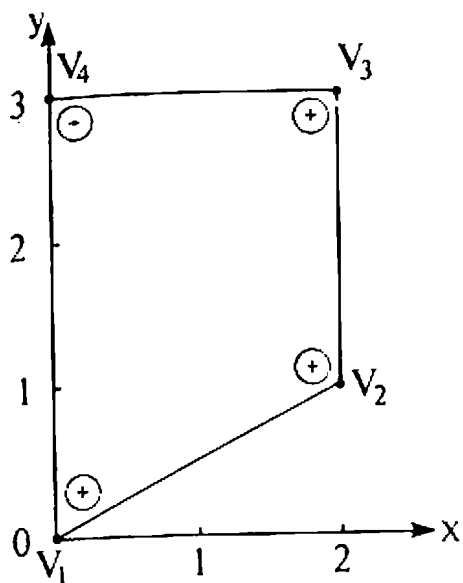
$$\bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{V}}_e = (n_x \bar{\mathbf{i}} + n_y \bar{\mathbf{j}}) \cdot (V_{e_x} \bar{\mathbf{i}} + V_{e_y} \bar{\mathbf{j}}) = n_x V_{e_x} + n_y V_{e_y} = 0$$

$$n_x V_{e_x} = -n_y V_{e_y}$$

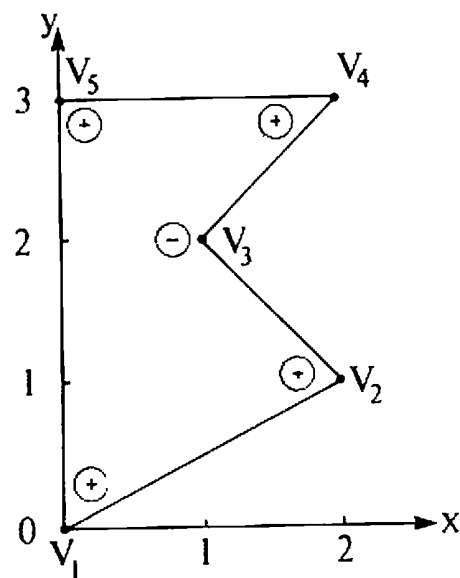
- Оскільки нас цікавить лише напрям нормалі, то припустимо, що  $n_y = 1$ . Тоді нормаль  $\bar{\mathbf{n}} = -V_{e_y} / V_{e_x} \bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}}$
- Якщо вектор сторони багатокутника утворений як різниця векторів пари суміжних його вершин  $V_{i-1}$  та  $V_i$ , і якщо скалярний добуток нормалі та вектору від  $V_{i-1}$  до  $V_{i+1}$  додатній, то  $\bar{\mathbf{n}}$  – внутрішня нормаль, інакше це зовнішня нормаль. Тоді внутрішню нормаль можна отримати, помноживши  $\bar{\mathbf{n}}$  на -1.

Розглянемо приклад.

а) Опуклий багатокутник



б) Неопуклий багатокутник



Розглянемо векторний добуток сторін, що є суміжними вершині  $V_2$ , та внутрішню нормаль до сторони  $V_1V_2$  для опуклого багатокутника (випадок „а”).

Вектори, що є суміжними до вершини  $V_2$ :

$$\overrightarrow{V_1V_2} = 2\bar{i} + \bar{j} \quad \overrightarrow{V_2V_3} = 2\bar{j}.$$

Їх векторний добуток дорівнює:

$$\overrightarrow{V_1V_2} \otimes \overrightarrow{V_2V_3} = 4\bar{k}$$

де  $\bar{k}$  – одиничний вектор, який є перпендикулярним до площини багатокутника.

Цей векторний добуток є додатним.



З таблиці для випадку „а” видно, що векторні добутки позитивні для всіх вершин цього багатокутника:

Випадок „а”

Вершина	Вектори	Векторний добуток
$V_1$	$\overline{V_4V_1} \otimes \overline{V_1V_2}$	$[ \ 0 \ -3 ] \otimes [ \ 2 \ 1 ] = +6$
$V_2$	$\overline{V_1V_2} \otimes \overline{V_2V_3}$	$[ \ 2 \ 1 ] \otimes [ \ 0 \ 2 ] = +4$
$V_3$	$\overline{V_2V_3} \otimes \overline{V_3V_4}$	$[ \ 0 \ 2 ] \otimes [ -2 \ 0 ] = +4$
$V_4$	$\overline{V_3V_4} \otimes \overline{V_4V_1}$	$[ -2 \ 0 ] \otimes [ \ 0 \ -3 ] = +6$

Тому цей багатокутник є опуклим.

У випадку „б” векторний добуток векторів, що є сторонами, які суміжні вершині  $V_3$ , від’ємний, в той час, як для всіх інших вершин він додатній:

Випадок „б”

Вершина	Вектори	Векторний добуток
$V_1$	$\overline{V_5V_1} \otimes \overline{V_1V_2}$	$[ \ 0 \ -3 ] \otimes [ \ 2 \ 1 ] = +6$
$V_2$	$\overline{V_1V_2} \otimes \overline{V_2V_3}$	$[ \ 2 \ 1 ] \otimes [ -1 \ 1 ] = +3$
$V_3$	$\overline{V_2V_3} \otimes \overline{V_3V_4}$	$[ -1 \ 1 ] \otimes [ \ 1 \ 1 ] = -2$
$V_4$	$\overline{V_3V_4} \otimes \overline{V_4V_5}$	$[ \ 1 \ 1 ] \otimes [ -2 \ 0 ] = +2$
$V_5$	$\overline{V_4V_5} \otimes \overline{V_5V_1}$	$[ -2 \ 0 ] \otimes [ \ 0 \ -3 ] = +6$

Тому цей багатокутник є неопуклим.

Нормаль до вектору сторони  $V_1V_2$ :

$$\bar{n} = -1/2\bar{i} + \bar{j}$$

або

$$\bar{n} = -\bar{i} + 2\bar{j}$$

Вектор  $V_1V_3$ :

$$2\bar{i} + 3\bar{j}.$$

Отже:

$$\bar{n} \cdot \overline{V_1V_3} = (-\bar{i} + 2\bar{j}) \cdot (2\bar{i} + 3\bar{j}) = 4 > 0,$$

Висновок: отримана нормаль є внутрішньою.

# Декомпозиція неопуклих багатокутників

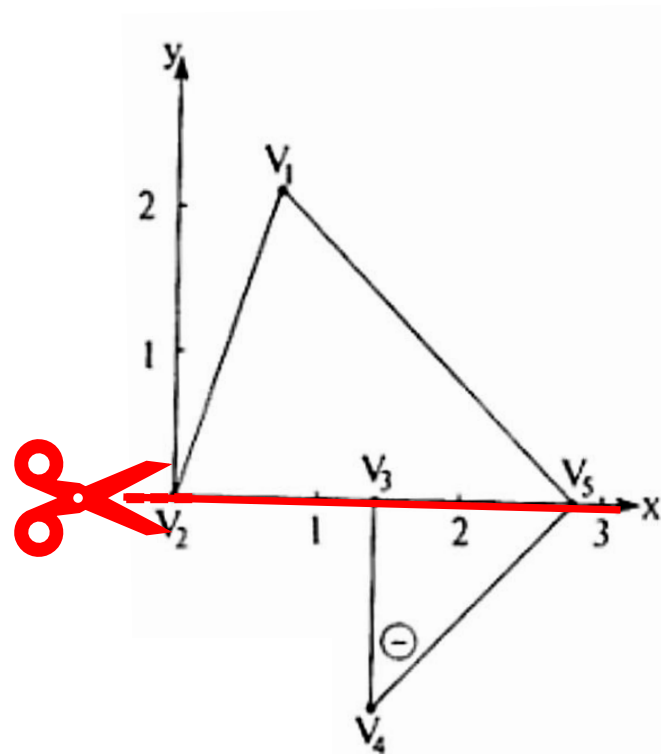
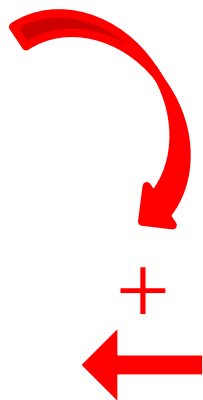
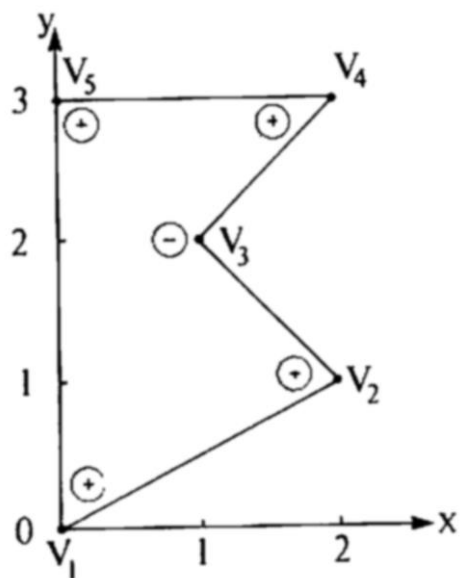
Нехай вершини неопуклого багатокутника перелічуються проти годинникової стрілки. Тоді:

1. Для кожної  $i$ -ї вершини багатокутника необхідно так його перенести, щоб ця вершина співпадала з початком координат.
2. Повернути багатокутник відносно початку координат по годинниковій стрілці так, щоб  $(i+1)$ -а його вершина опинилася на позитивній півосі  $x$ .
3. Проаналізувати знак ординати  $(i+2)$ -ї вершини. Якщо він позитивний, то багатокутник є опуклим в  $(i+1)$ -й вершині. Якщо ж цей знак негативний, то багатокутник є неопуклим; необхідно його розбити.

4. Багатокутник розрізається уздовж позитивної півосі  $x$ , тобто відшукуються всі такі його сторони, які перетинаються з віссю  $x$ . Як результат утворюються два нових багатокутника: один складається з вершин вихідного неопуклого багатокутника, починаючи з  $(i+1)$ -ї вершини і закінчуючи точкою перетину (цей багатокутник цілком знаходиться нижче за вісь  $x$ ), а другий утворений цією точкою перетину та всіма вершинами вихідного багатокутника, які не увійшли до складу першого багатокутника (цей другий багатокутник може перетинати вісь  $x$ ).

Алгоритм рекурсивно застосовується до отриманих багатокутників, поки всі вони не стануть опуклими.

Приклад:



# Питання?

## АЛГОРИТМИ ВІДТИНАННЯ

Слайди до лекцій з дисципліни  
«Математичні та алгоритмічні основи комп'ютерної графіки»

Лектор: к.т.н., доцент Сулема Є.С.

Каф. ПЗКС, ФПМ, КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2018/2019 навч. рік