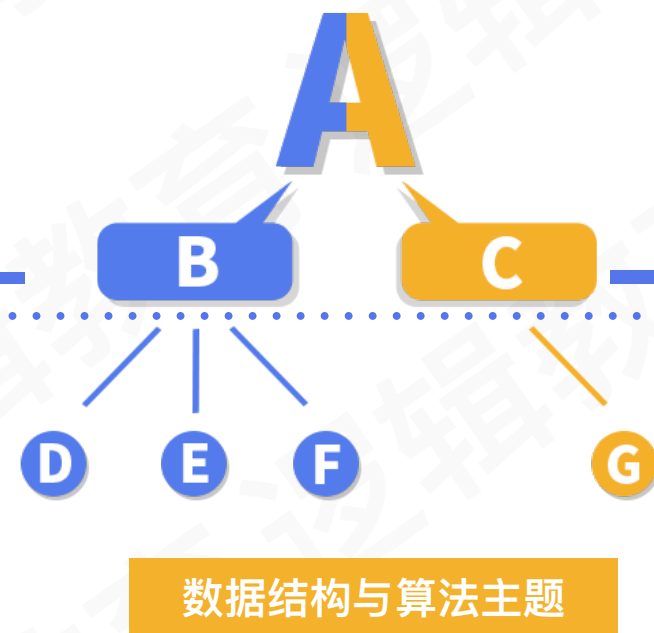




逻辑教育  
Logic education

# Hello 数据结构与算法

数据结构与算法 一串的理解与应用



@CC老师  
全力以赴·非同凡“想”

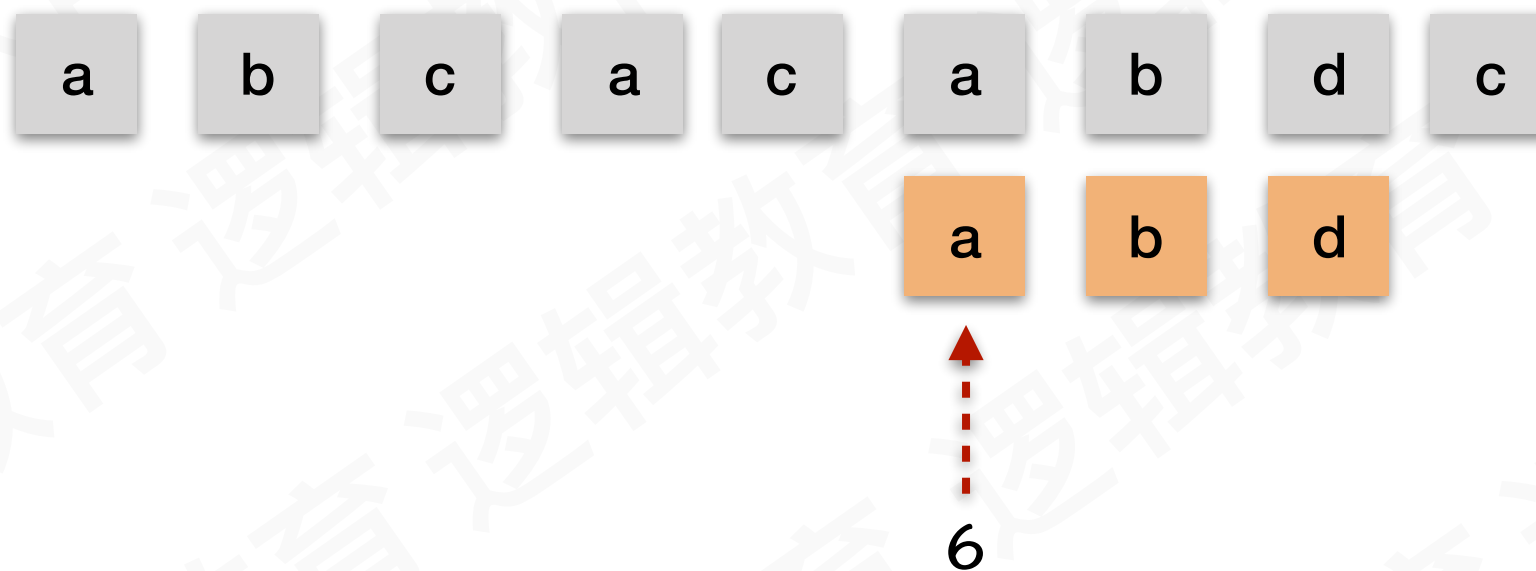
课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## 字符串匹配

题目: 有一个主串  $S = \{a, b, c, a, c, a, b, d, c\}$ , 模式串  $T = \{a, b, d\}$ ; 请找到模式串在主串中第一次出现的位置;

提示: 不需要考虑字符串大小写问题, 字符均为小写字母;



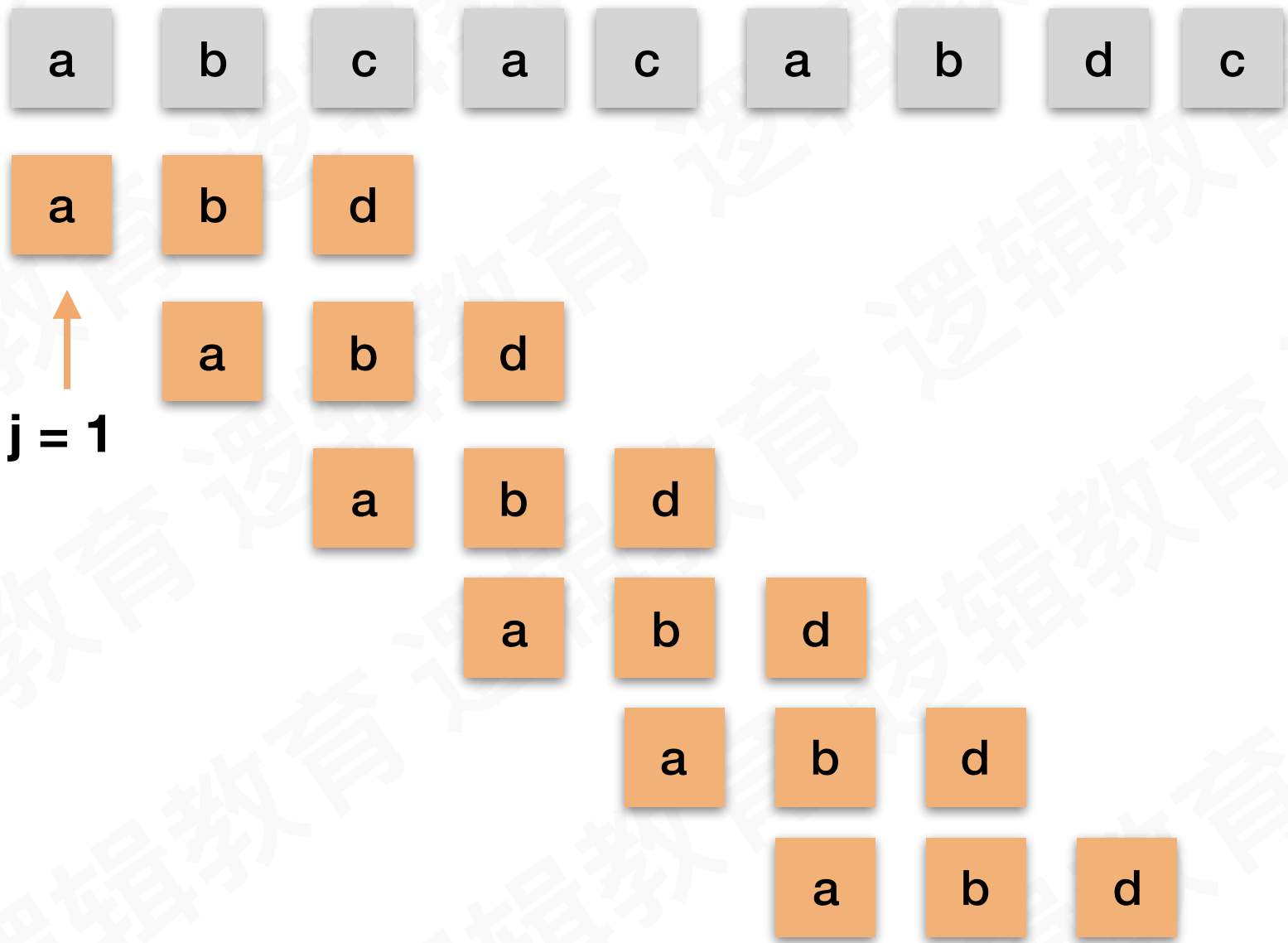


# BF 算法

$i = 1$



$j = 1$



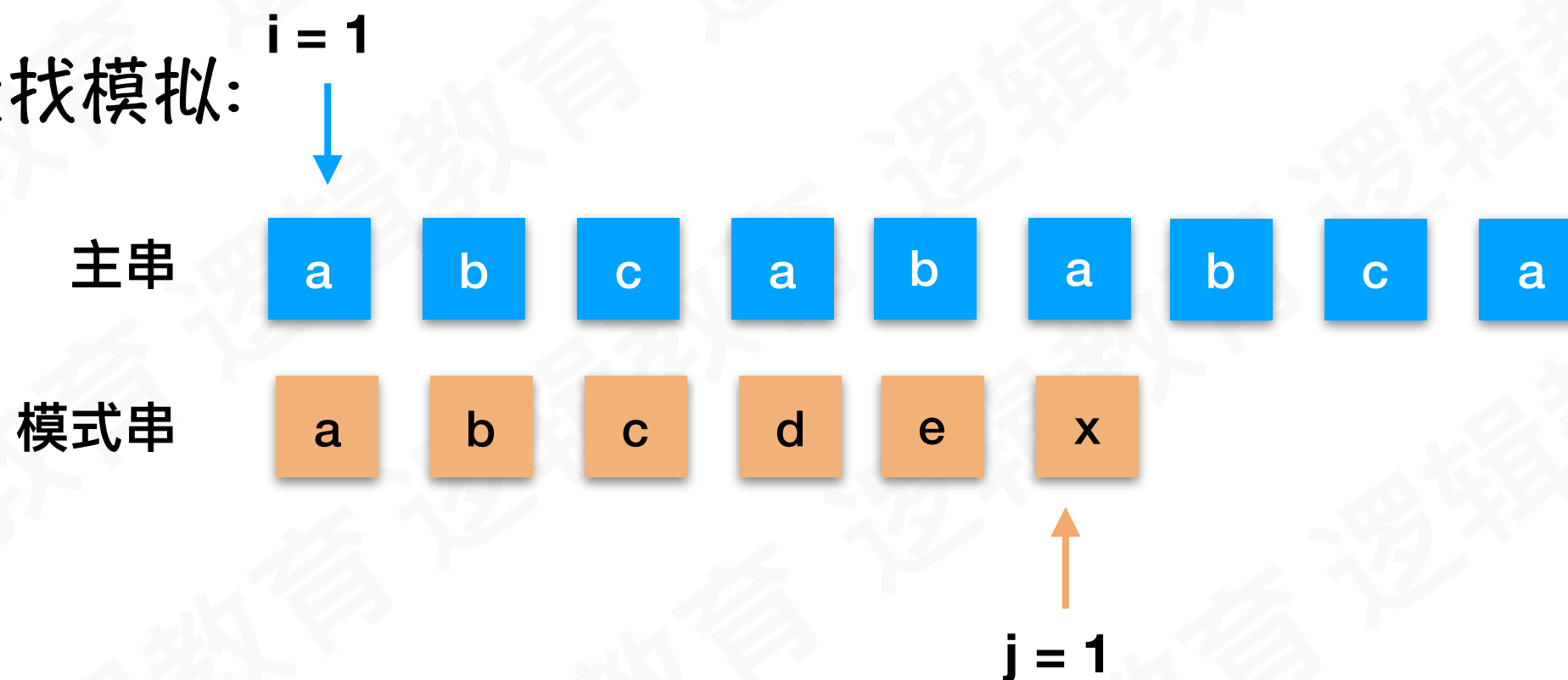
课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## BF 算法

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

BF算法查找模拟:

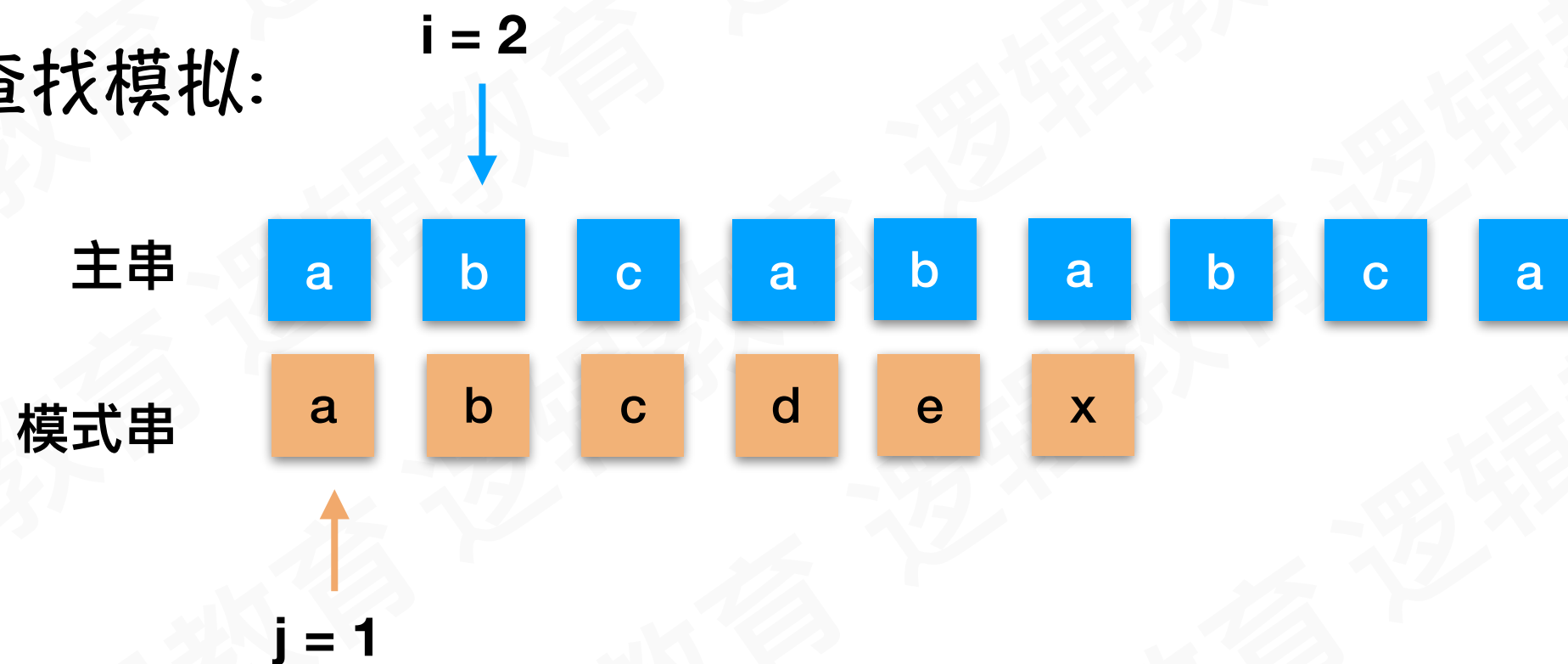




## BF 算法

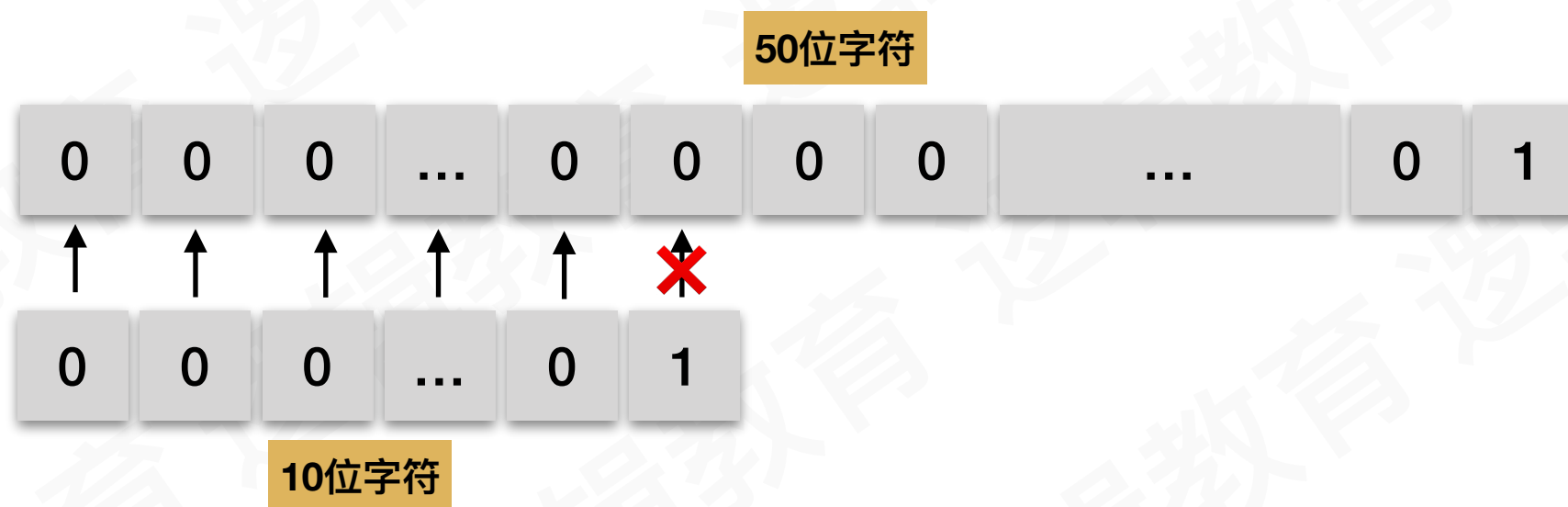
假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcdex"}$

BF算法查找模拟:





## BF 算法效率分析



T在第一个位置判断了10次发现字符串不匹配



逻辑教育  
Logic education

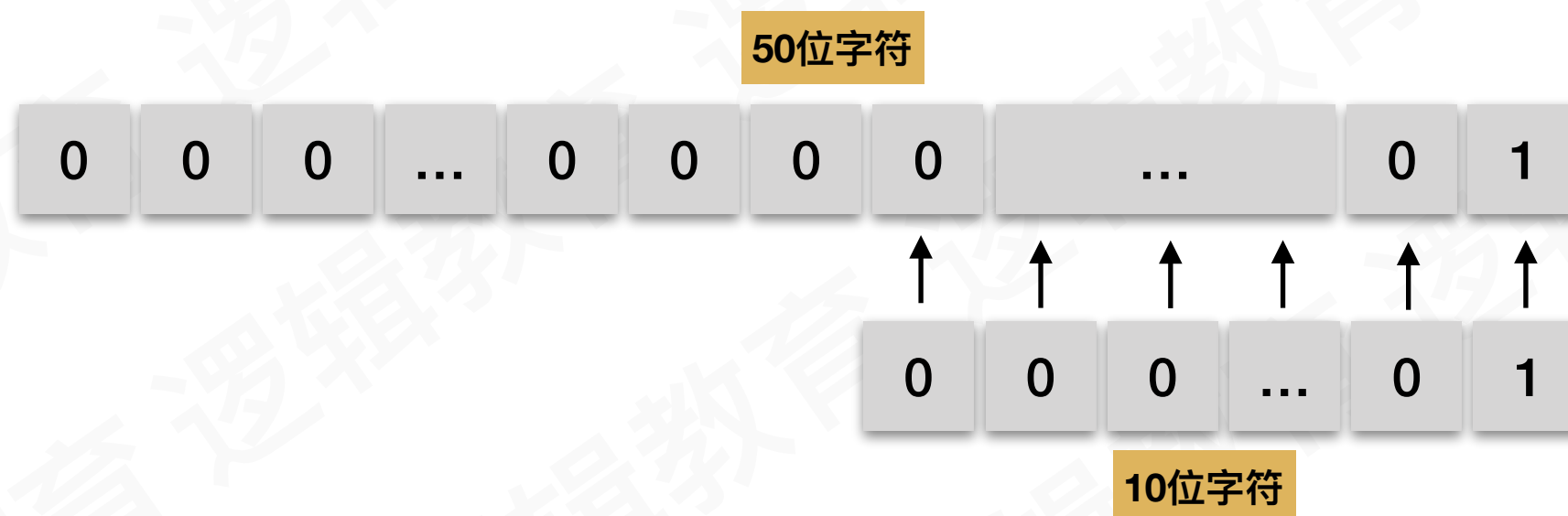
## BF 算法效率分析



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## BF 算法效率分析

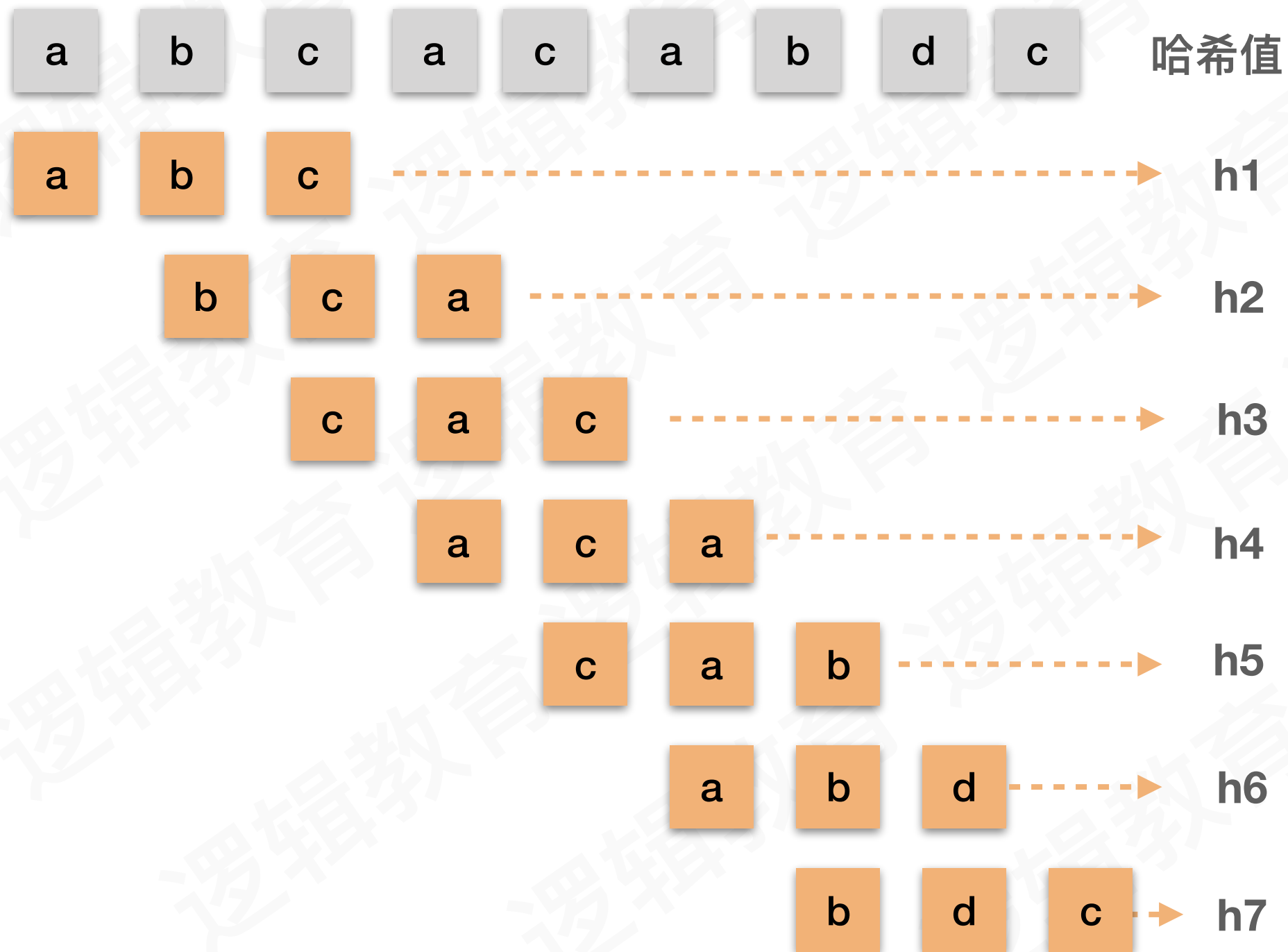


T在第41个位置判断了10次发现字符串终于匹配成功  
期间进行了 $(50-10+1)*10$ 次判断操作





## RK 算法核心思想



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

如何将模式串或者主串拆分后的子串换算成一个哈希值？

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## Hash (哈希算法)

Hash (哈希). 一般中文也翻译做“散列”; 也可以直接音译“哈希”; 散列在开发中是常见手段! 比如大家常用的MD5 算法就是哈希算法; 哈希算法在安全方面应用是非常多, 一般体现在如下这几个方面:

1. 文件校验
2. 数字签名
3. 鉴权协议



## Hash (哈希算法)

将不同的字符组合能够通过某种公式的计算映射成不同的数字!

例如

比较“abc”与“cde”; 比较 123 与 456; 是一样的吗?



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

$$657 = 6 * 10 * 10 + 5 * 10 + 7 * 1$$

$$657 = 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

# 字母换算成哈希值

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

转载需注明出处,不得用于商业用途.已申请版权保护



## RK 算法核心思想

将'当前字母' - 'a' = 数字

例如

$$a - a = 0;$$

$$b - a = 1;$$

$$c - a = 2;$$

$$d - a = 3;$$

$$e - a = 4;$$

...

课程研发:CC老师

课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

# 小写字母之间存在的进制

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

转载需注明出处,不得用于商业用途.已申请版权保护





## RK 算法核心思想

$$\begin{aligned}\text{"cba"} &= 'c' * 26 * 26 + 'b' * 26 + 'a' * 1 \\ &= 2 * 26 * 26 + 1 * 26 + 0 * 1 \\ &= 1378\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{"cba"} &= c \times 26^2 + b \times 26^1 + a \times 26^0 \\ &= 2 \times 26^2 + 1 \times 26^1 + 0 \times 26^0 \\ &= 1352 + 26 + 0 \\ &= 1378\end{aligned}$$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## RK 算法核心思想

为了让大家知道接下来推演过程,以数字为例,会更容易让大家理解,它的全集是  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ .  $d = 10$ ; 模式串  $p = 123$ , 主串  $s = 65127451234$

123

65127451234

651

512

127

274

745

451

512

123

234

求解 子串A的哈希值  $= 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$ . 代码实现!



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

# 主串拆解的子串与模式串的哈希值比较?

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

转载需注明出处,不得用于商业用途.已申请版权保护



## RK 算法核心思想

主串:  d b c e d b

主串: d  b c e d b

模式串:  c c c

课程研发:CC老师

课程授课:CC老师



## RK 算法核心思想

主串: d b c e d b

$$= 3 \times 26^2 + 1 \times 26^1 + 2 \times 26^0$$

主串: d b c e d b

$$= 1 \times 26^2 + 2 \times 26^1 + 4 \times 26^0$$



## RK 算法核心思想

### 子串哈希值求解规律:

相邻的2个子串  $s[i]$  与  $s[i+1]$  ( $i$ 表示子串从主串中的起始位置,子串的长度都为 $m$ ). 对应的哈希值计算公式有交集. 也就说我们可以使用 $s[i-1]$ 计算出 $s[i]$ 的哈希值;



## RK 算法核心思想

以数字为例, 它的全集是  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .  $d = 10$ ;  
模式串  $p = 123$ , 主串  $s = 65127451234$

123

65127451234								
651	512	127	274	745	451	512	123	234

$$s[i] = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

274

$$s[i+1] = 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$





## RK 算法核心思想

$$s[i] = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

$$s[i+1] = 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

$$s[i+1] = 10 \times (127 - 1 \times 10^2) + 4$$

$$s[i+1] = 10 \times (s[i] - 1 \times 10^2) + 4$$

$s[i+1]$  实现上是上一个  $s[i]$  去掉最高位数据,其余的  $m-1$  为字符乘以  $d$  进制. 再加上最后一个为字符得到;





## RK 算法核心思想

$m = 3; n = 8$

模式串:

1 2 3

循环结束位置 ← END



主串S:

1 2 7 4 5 1 2 3



注意:  $d$  指的是进制!  
 $d$  在数字里指的是十进制

$$274 = (127 - 1 \times d^2) \times d + 4$$

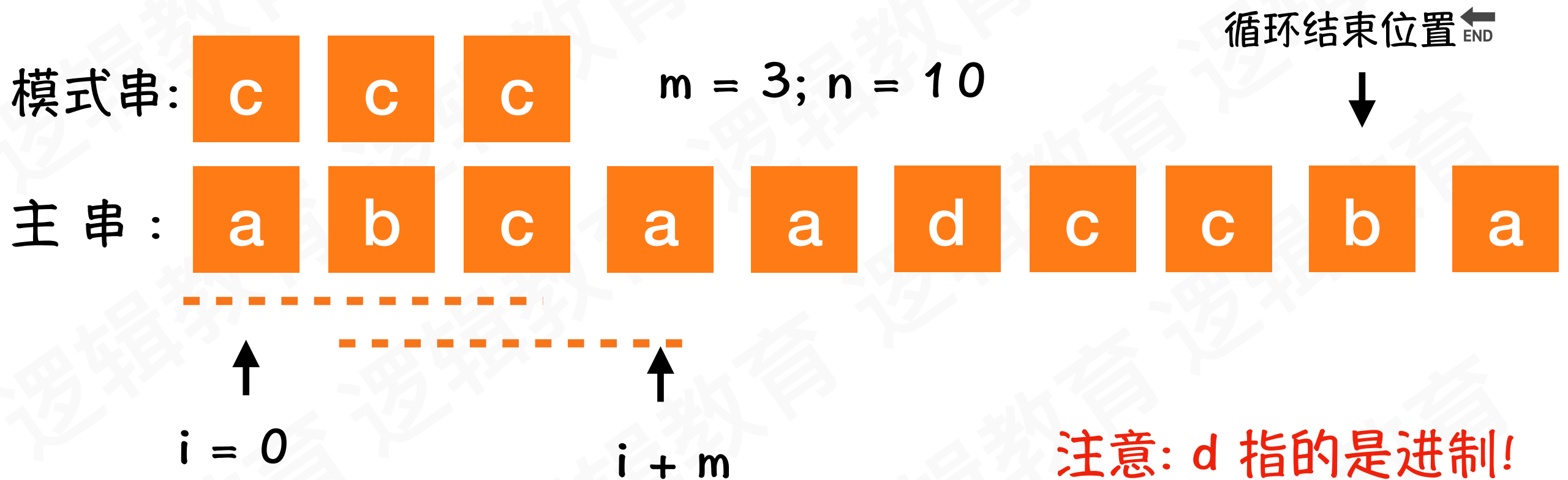
$$\text{主串分割后的哈希值: } St[i+1] = (st[i] - d^2 \times s[i]) \times d + s[i+m]$$

课程研发:CC老师

课程授课:CC老师



## RK 算法核心思想



$$bca = (abc - a \times d^2) \times d + a$$

$$St[i] = (st[i-1] - d^2 \times (s[i] - 'a') \times d + (s[i+m] - 'a'))$$



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

请用代码实现 刚刚关于主串与子串哈希值计算与比较的代码!

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

哈希冲突解决方案!

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

哈希冲突解决方案!

1. 设计更复杂的哈希公式; (后面课程会讲解关于哈希值的相关课程)

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## RK 算法核心思想

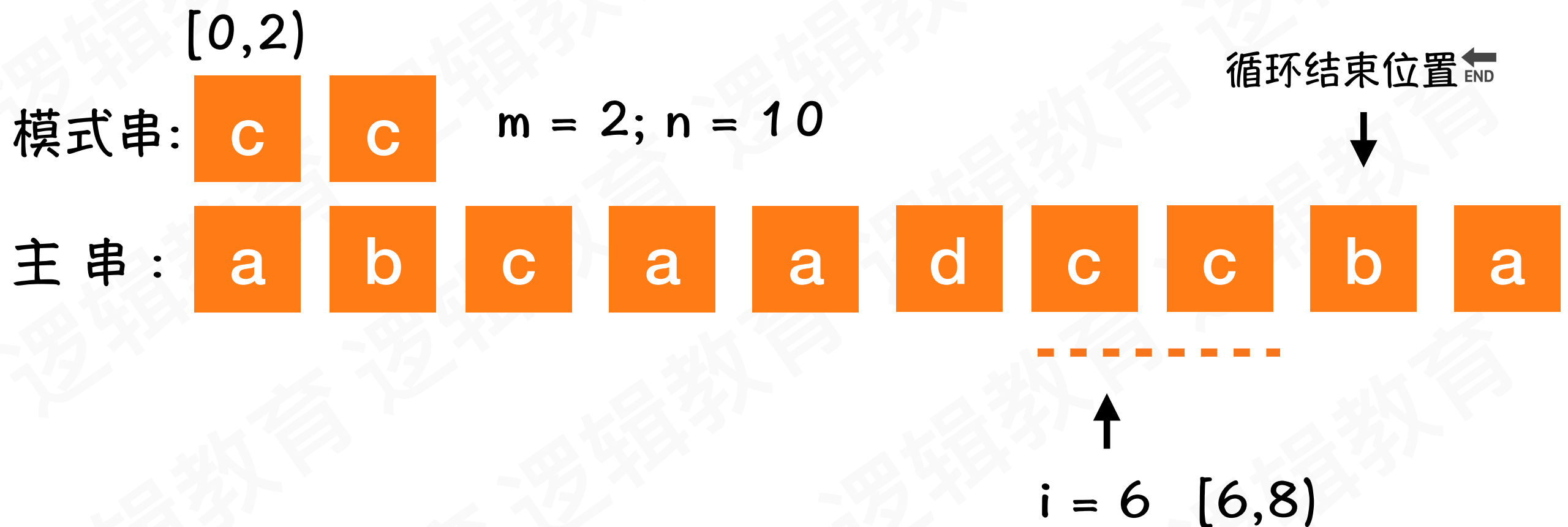
哈希冲突解决方案!

2. 如果相等时,不要直接返回结果. 而是重新核实!

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## RK 算法核心思想



请用代码实现 刚刚关于主串 $[i, i+m)$  的哈希值与子串 $(0, m)$ 哈希值相等时,二次核实函数!



## RK 算法核心思想

1. 如果不做哈希冲突二次核查 比较次数是 $n-m+1$ 次; 那么时间复杂度为 $O(n)$ ;
2. 但是要想解决冲突存在可能性.就需要添加二次核查! 那么就需要 $m$ 次比对; 那么时间复杂度为 $O(n*m)$ ;

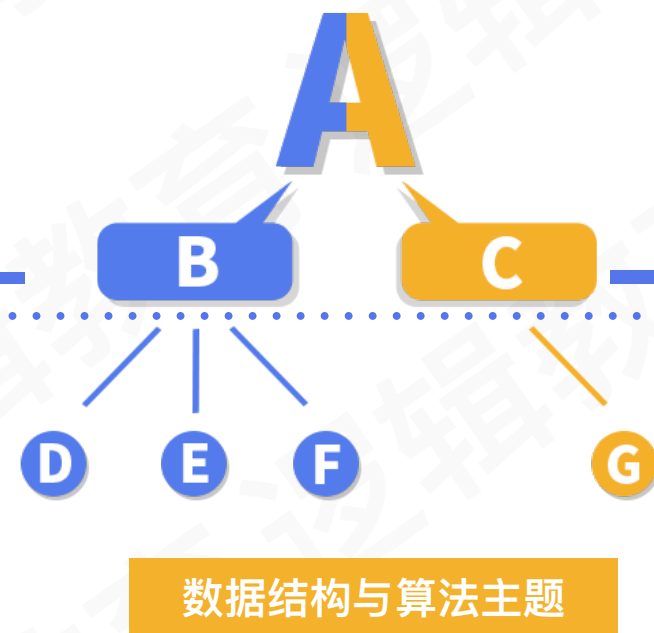




逻辑教育  
Logic education

# Hello 数据结构与算法

## 数据结构与算法 — KMP模式匹配算法



@CC老师  
全力以赴·非同凡“想”

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## KMP 模式匹配算法

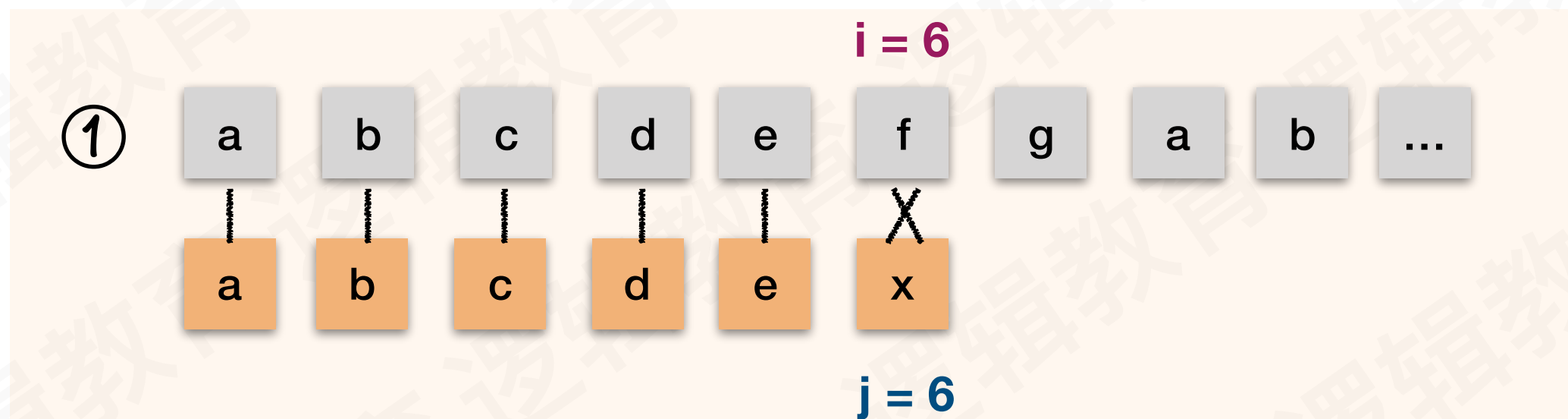
D.E.Knuth, J.H.Morris 和 V.R.Pratt 共同发表模式匹配算法, 称之为克鲁特-莫里斯-普拉特算法. 简称 KMP 算法.

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



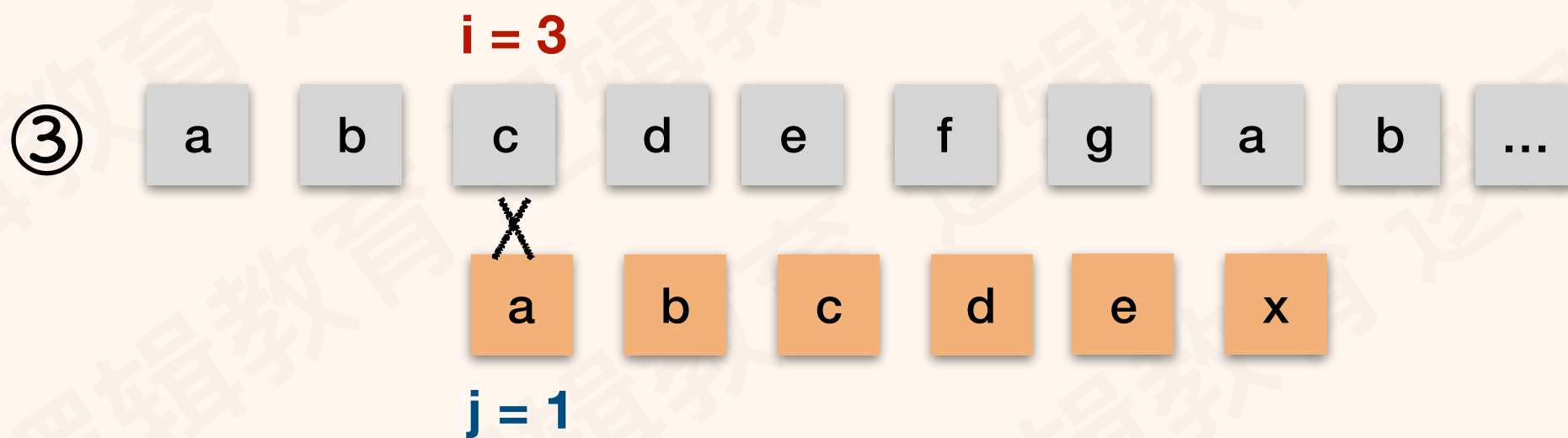
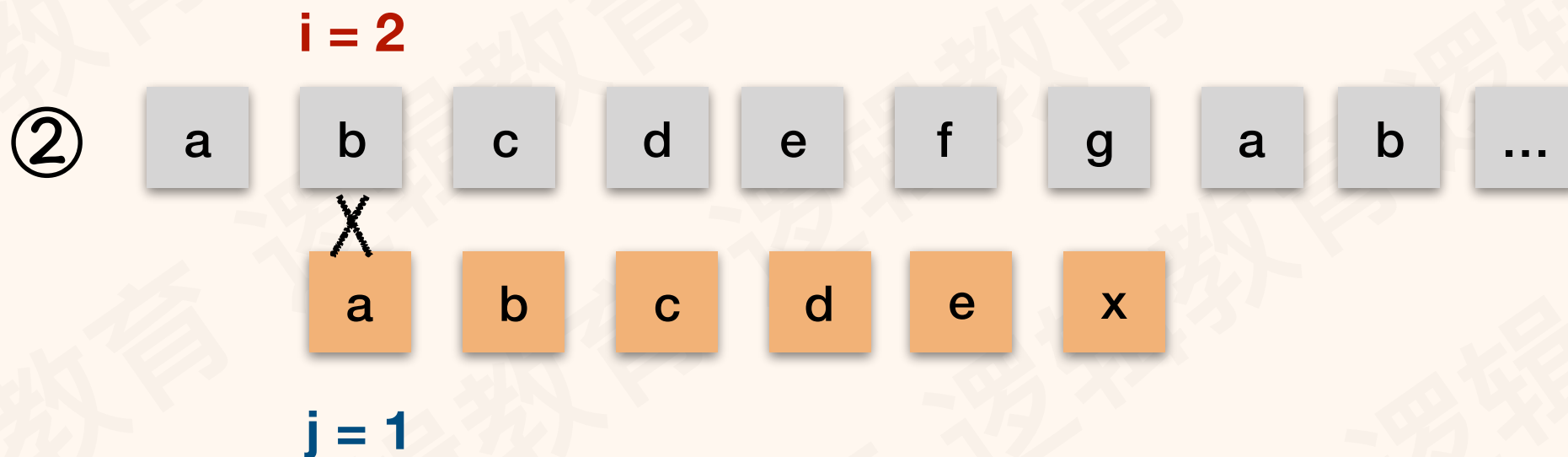
## KMP 模式匹配算法原理探索

假设, 主串  $S = \text{"abcdefgab"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcdex"}$





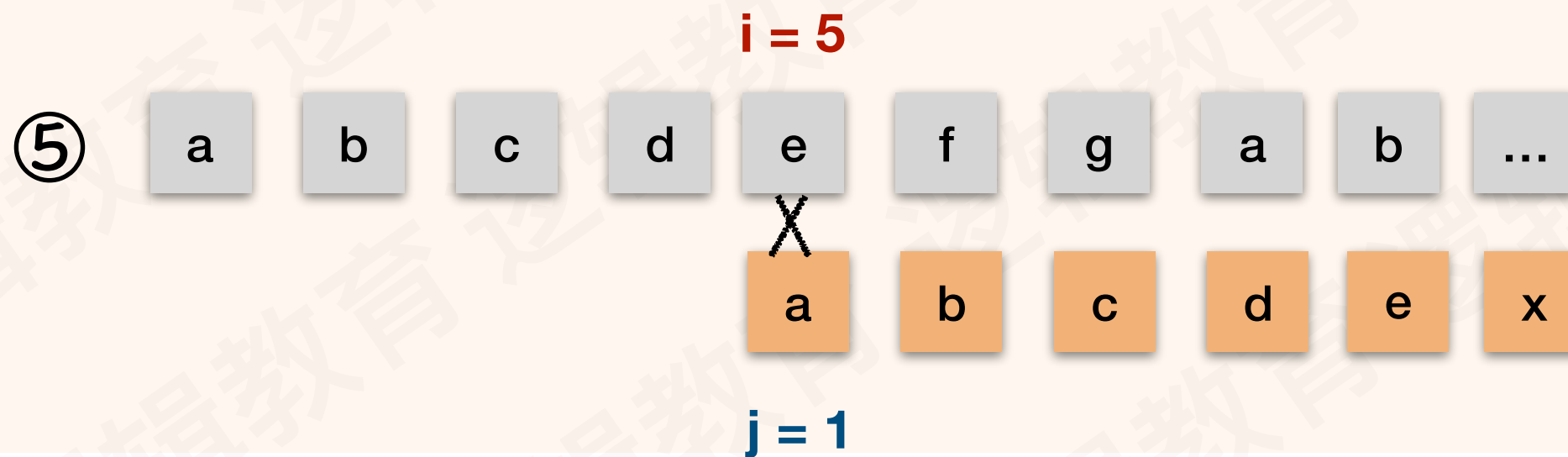
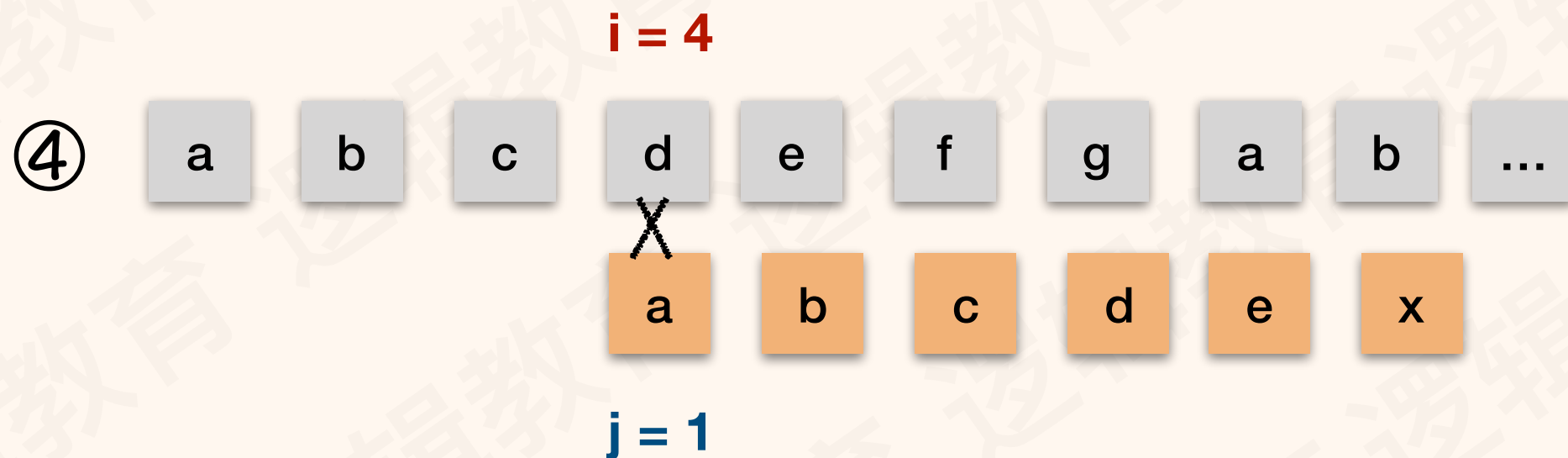
## KMP 模式匹配算法原理探索



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

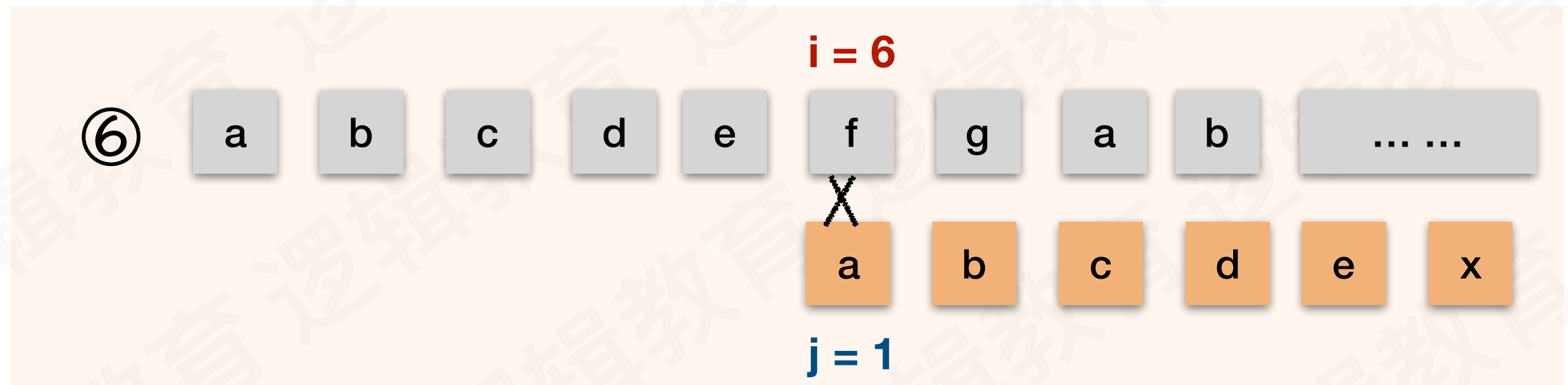


## KMP 模式匹配算法原理探索



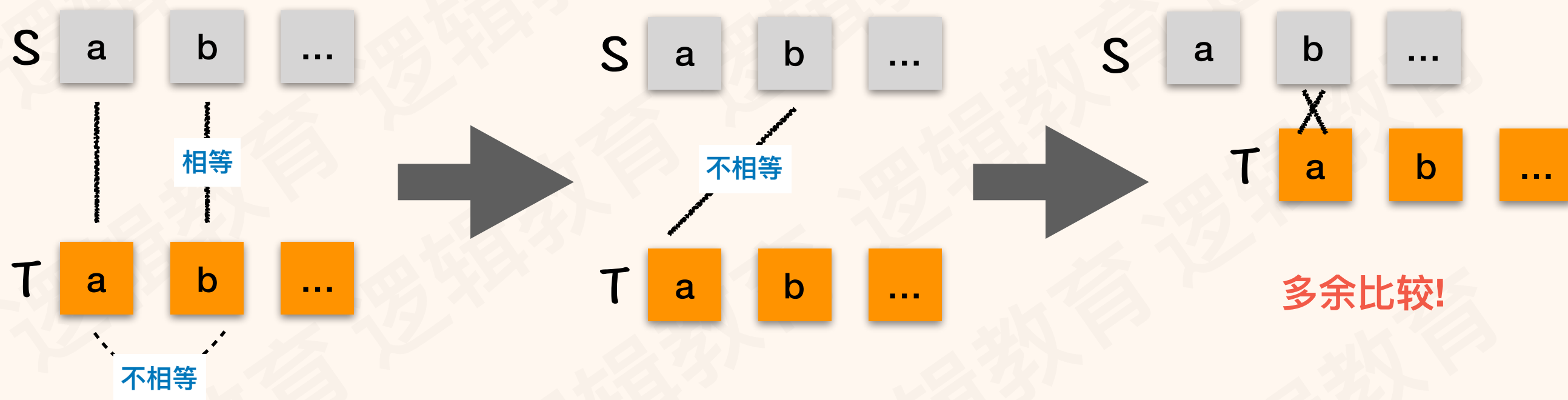


## KMP 模式匹配算法原理探索





## KMP 模式匹配算法原理探索



$T[1] = a; T[2] = b; S[2] = b;$   
显然  $T[1] \neq T[2], T[2] = S[2]$

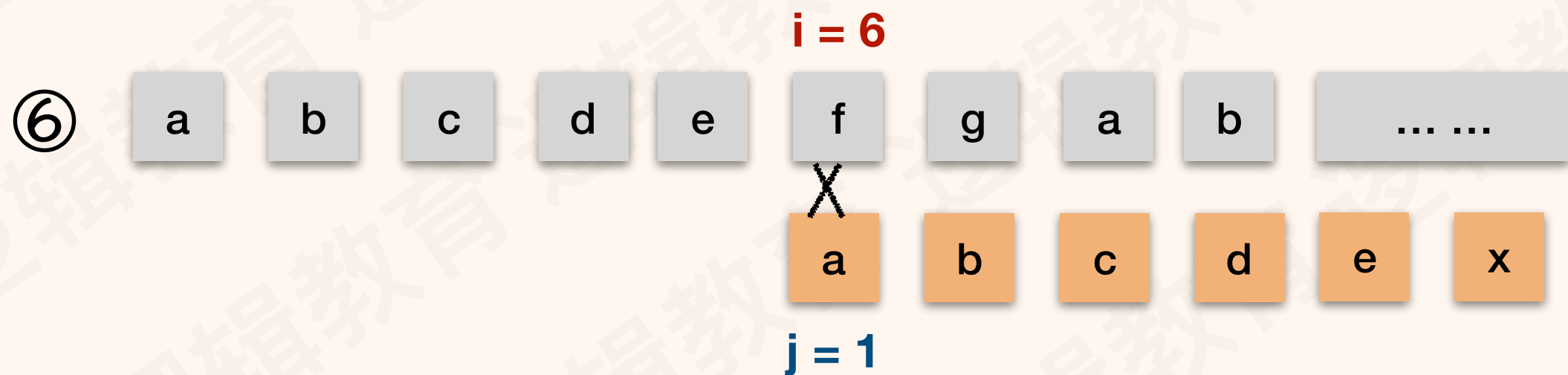
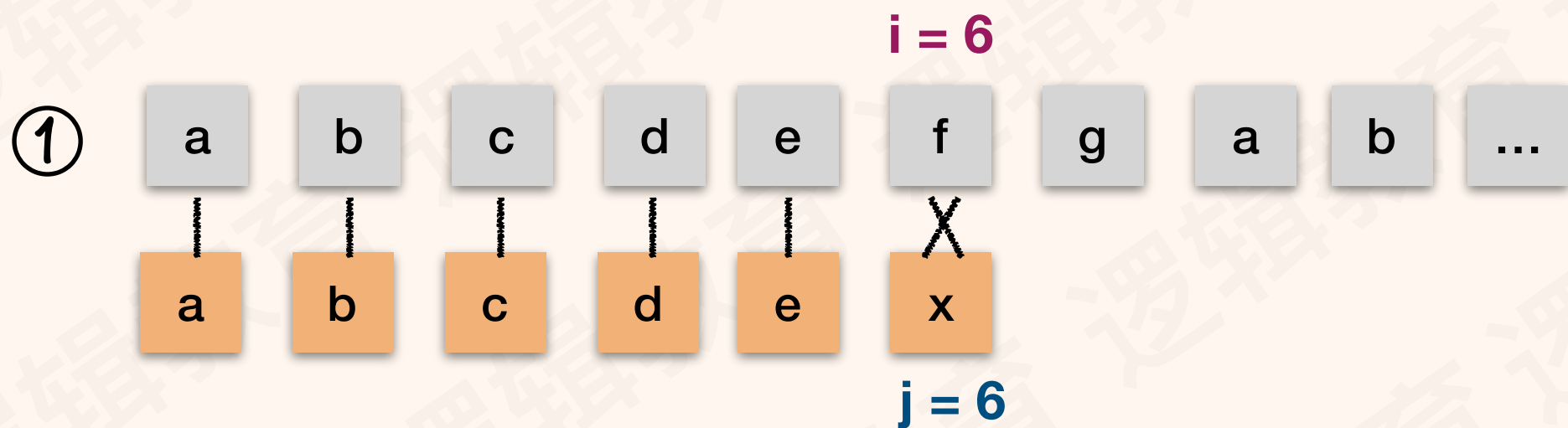
因此  $T[1] \neq S[2]$

因此判断  $T$  串第二位置的  
判断就根本不需要进行



## KMP 模式匹配算法原理探索

假设, 主串  $S = \text{"abcdefgab"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcdex"}$

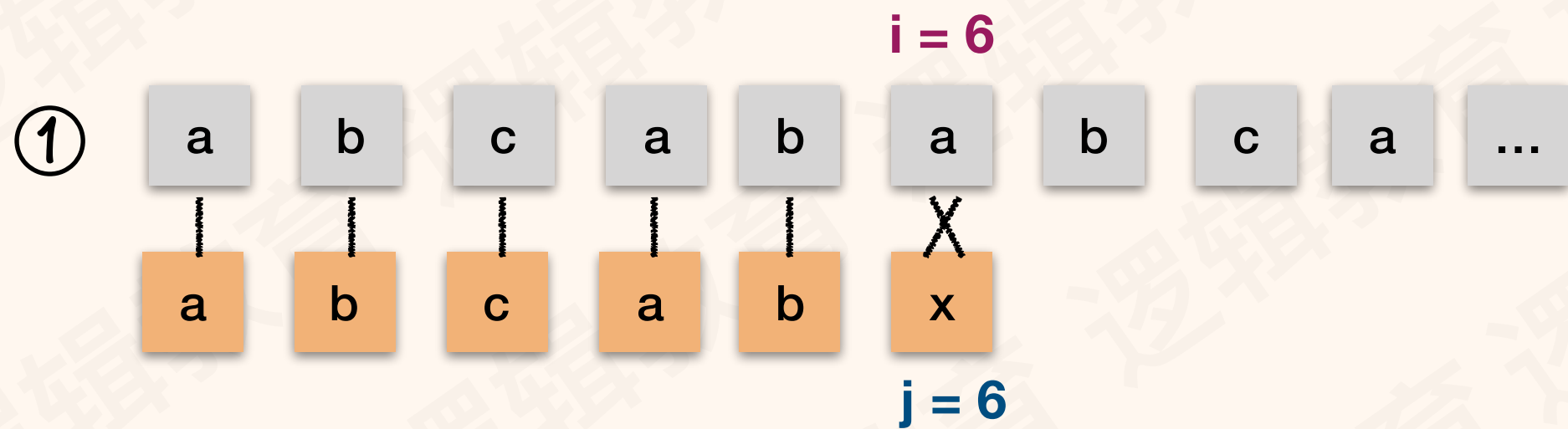






## KMP 模式匹配算法原理探索

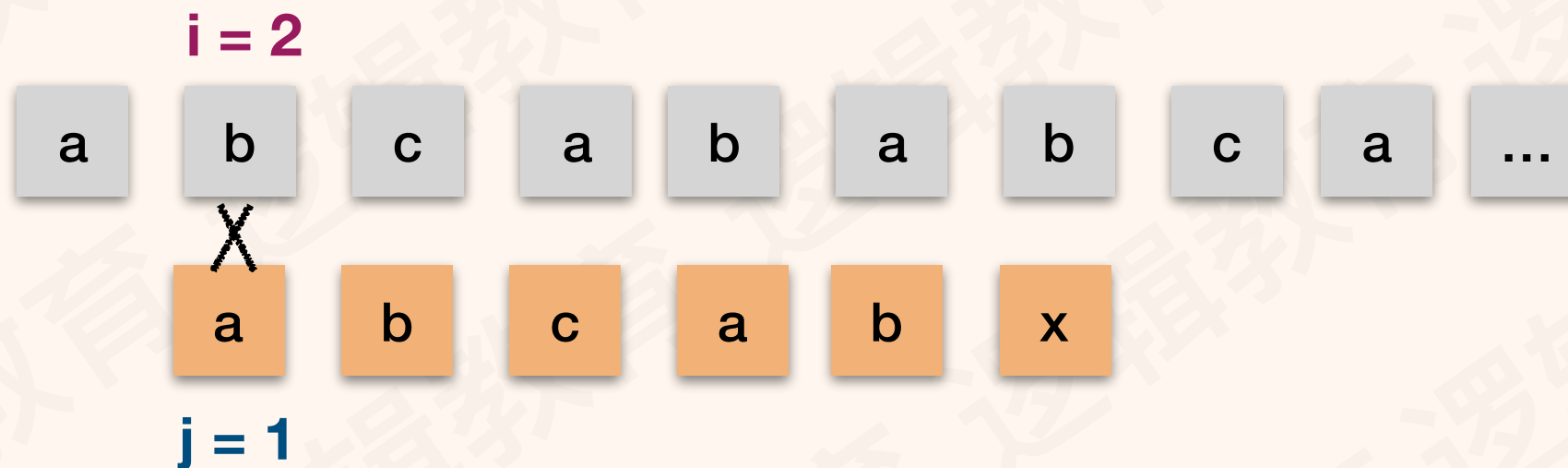
假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$



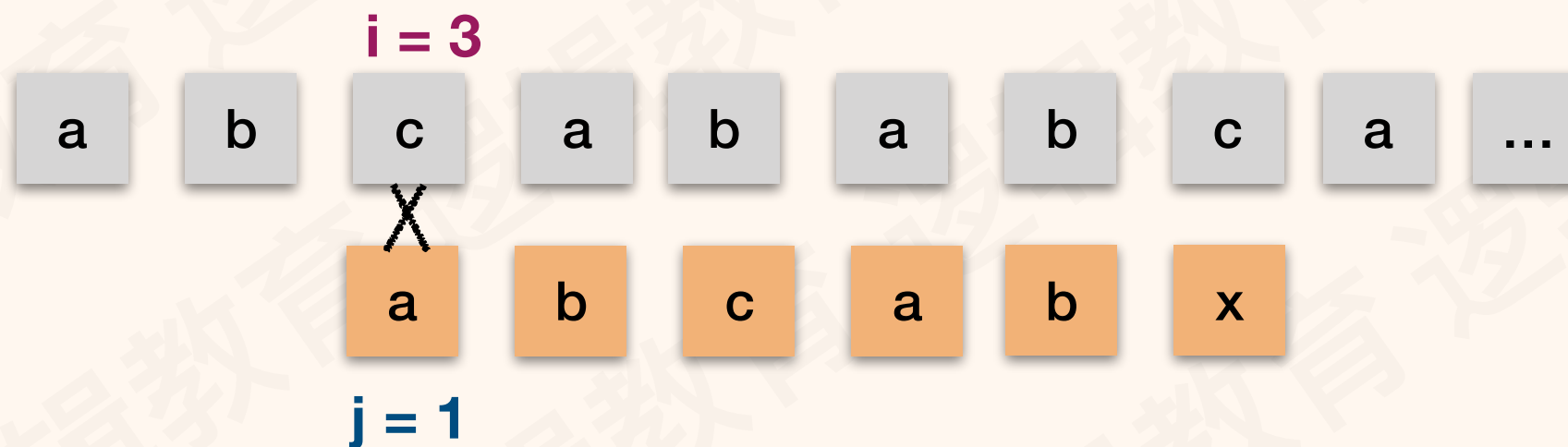


## KMP 模式匹配算法原理探索

②

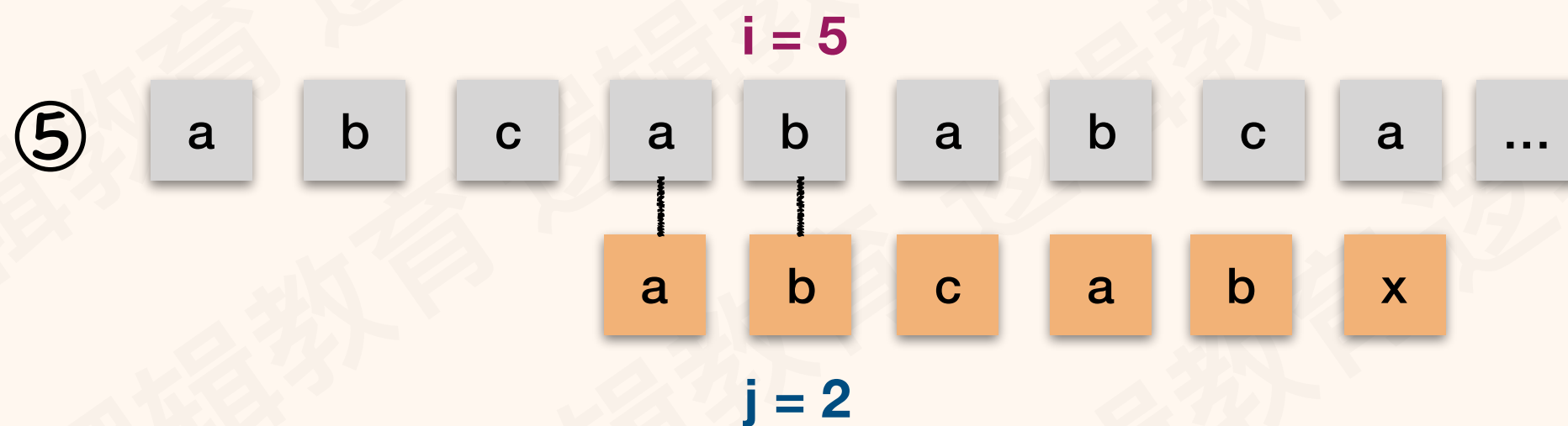
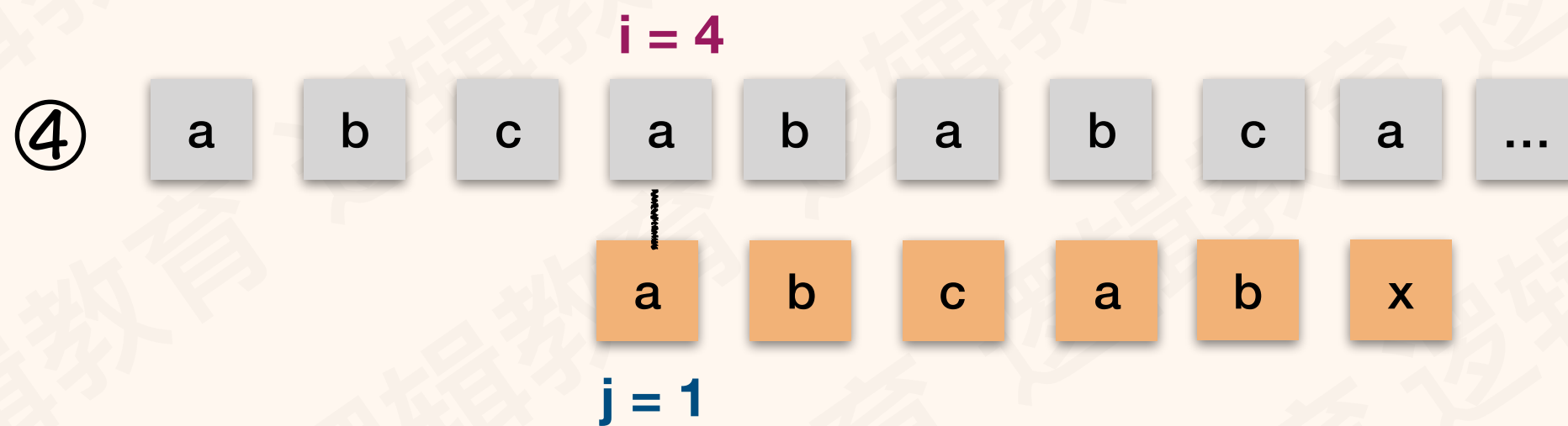


③



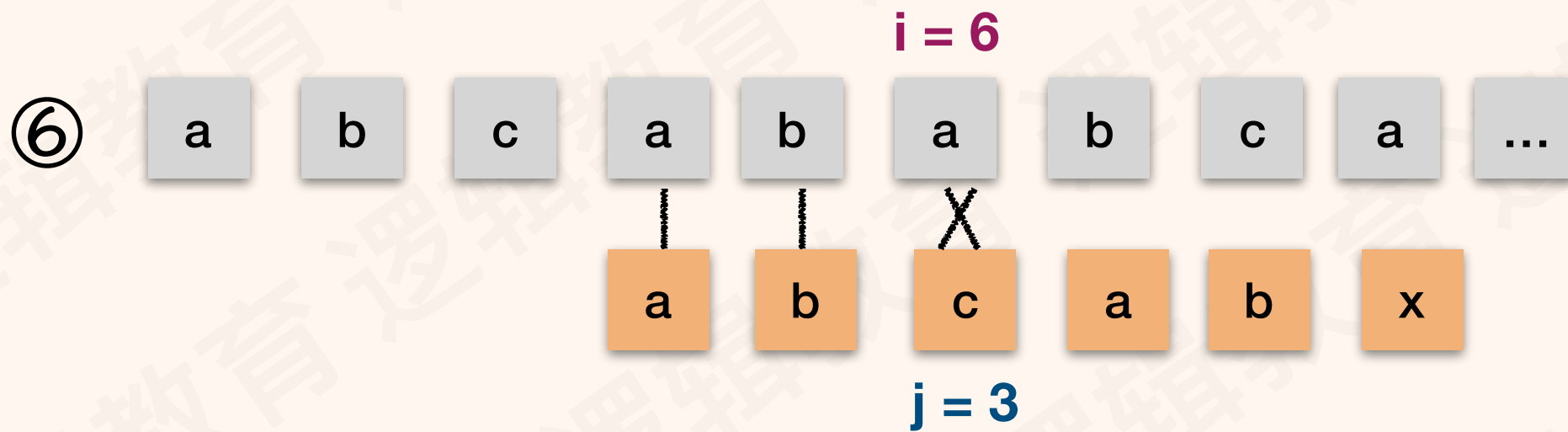


## KMP 模式匹配算法原理探索





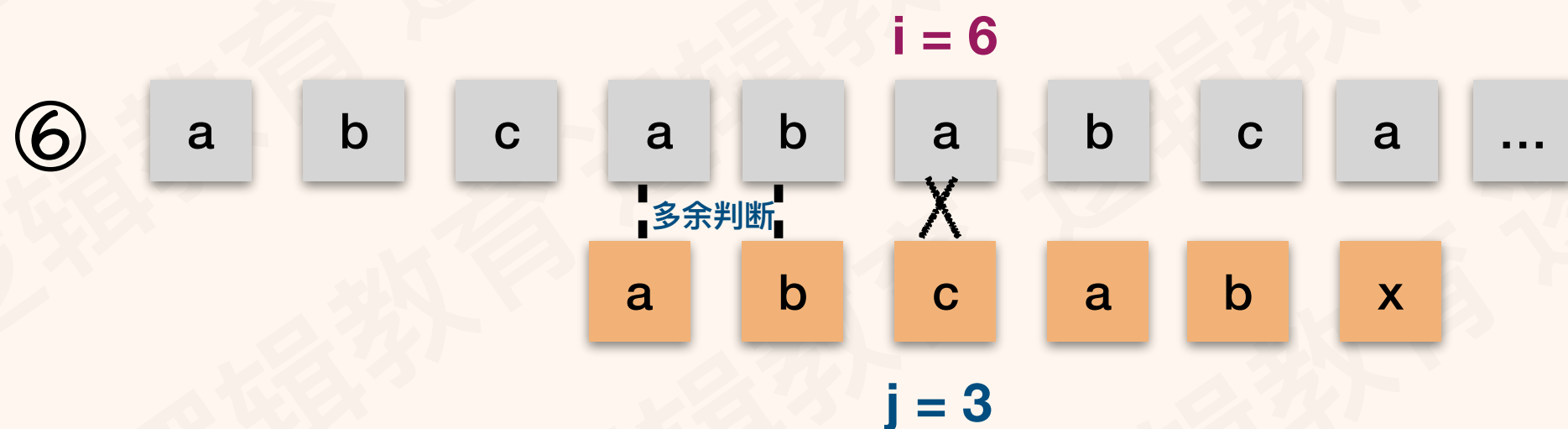
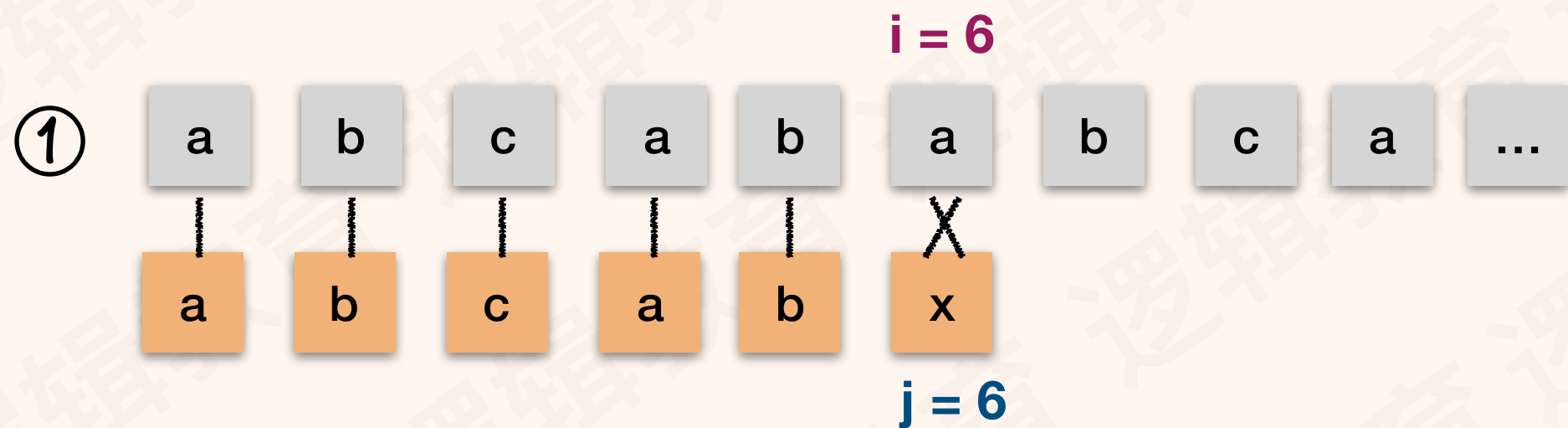
## KMP 模式匹配算法原理探索





## KMP 模式匹配算法原理探索

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$





## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

我们把 T 串各个位置 j 值变化定义为一个 next 数组; 那么 next 的长度就是 T 串的长度; 于是我们可以得出下面函数的定义:

$$\text{next}[j] = \begin{cases} 0, & \text{当 } j = 1 \text{ 时} \\ \text{Max} \{k \mid 1 < k < j, \text{ 且 } 'p_1 \cdots p_{k-1}' = 'p_{j-k+1} \cdots p_{j-1}'\} & \text{当此集合不为空时} \\ 1, & \text{其他情况} \end{cases}$$



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

$T = \text{"abcde"}$

j	123456
模式串T	abcde
next[j]	011111

- 当  $j=1$  时,  $\text{next}[1] = 0$
- 当  $j=2$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内只有字符 "a", 属于其他情况  $\text{next}[2] = 1$ ;
- 当  $j=3$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "ab", 显然  $a \neq b$ , 属于其他情况  $\text{next}[3] = 1$ ;
- 当  $j=4$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abc", 显然  $abc$  不存在相等情况, 则属于其他情况  $\text{next}[4] = 1$ ;
- 当  $j=5$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abcd", 显然  $abcd$  不存在相等情况, 则属于其他情况  $\text{next}[5] = 1$ ;
- 当  $j=6$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abcde", 显然  $abcde$  不存在相等情况, 则属于其他情况  $\text{next}[6] = 1$ ;



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

$T = \text{"abcabx"}$

j	123456
模式串T	abcabx
next[j]	011123

解读:

- 当  $j=1$  时,  $\text{next}[1] = 0$
- 当  $j=2$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内只有字符 "a", 属于其他情况  $\text{next}[2] = 1$ ;
- 当  $j=3$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "ab", 显然  $a \neq b$ , 属于其他情况  $\text{next}[3] = 1$ ;
- 当  $j=4$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abc", 显然  $abc$  不存在相等情况, 则属于其他情况  $\text{next}[4] = 1$ ;



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

j = 5的情况

主串S: abcad

模式串: abcab

j = 6的情况

主串S: abcabc

模式串: abcabx

T = "abcabx"

j	1	2	3	4	5	6
模式串T	a	b	c	a	b	x
next[j]	0	1	1	1	2	3

解读:

- 当  $j=5$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abca", 显然 abca 前缀字符 "a" 与 后缀字符 "a" 相等; (由于 ' $p_1 \cdots p_{k-1}$ ' = ' $p_{j-k+1} \cdots p_{j-1}$ ', 得到  $p_1 = p_4$ ) 因此可以推算出  $k$  值为 2; 因此  $\text{next}[5] = 2$ ;
- 当  $j=6$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abcab", 显然 abcab 前缀字符 "ab" 与 后缀字符 "ab" 相等; (由于 ' $p_1 \cdots p_{k-1}$ ' = ' $p_{j-k+1} \cdots p_{j-1}$ ', 得到  $[p_1, p_{3-1}] = [p_{6-3+1}, p_5]$ ) 推导  $k$  值为 3, 因此  $\text{next}[6] = 3$ ;

经验: 如果前后缀一个字符相等,  $k$  值是 2; 两个字符相等是 3;  $n$  个相等  $k$  值就是  $n+1$ ;



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

$T = \text{"ababaaaba"}$

j	123456789
模式串T	ababaaaba
next[j]	011234223

j = 4的情况  
主串S: abadd  
模式串: ababa

j = 5的情况  
主串S: ababe  
模式串: ababa

解读:

- 当  $j=1$  时,  $\text{next}[1] = 0$
- 当  $j=2$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内只有字符 "a", 属于其他情况  $\text{next}[2] = 1$ ;
- 当  $j=3$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "ab", 显然  $a \neq b$ , 属于其他情况  $\text{next}[3] = 1$ ;
- 当  $j=4$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aba", 显然 "aba", 前缀字符 "a" 与 后缀字符 "a" 相等, 所以  $k = 2$ ;  $\text{next}[4] = 2$ ;
- 当  $j=5$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "abab", 显然 "abab", 前缀字符 "ab" 与 后缀字符 "ab" 相等, 所以  $k = 3$ ;  $\text{next}[5] = 3$ ;

j = 6的情况  
主串S: ababag  
模式串: ababaa

j = 7的情况  
主串S: ababaax  
模式串: ababaaa

## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

T = "ababaaaba"

j	123456789
模式串T	ababaaaba
next[j]	011234223

j = 8的情况  
主串S: ababaaak  
模式串: ababaaab

j = 9的情况  
主串S: ababaaay  
模式串: ababaaab

解读:

- 当 j=6 时, j 由 1 到 j-1 范围内有字符 "ababa", 前缀 "aba" 与 后缀 "aba" 相等, 那么此时  $k = 4$ ;  $\text{next}[6] = 4$ ;
- 当 j=7 时, j 由 1 到 j-1 范围内有字符 "ababaaa", 前缀 "a" 与 后缀 "a" 相等, 那么此时  $k = 2$ ;  $\text{next}[7] = 2$ ;
- 当 j=8 时, j 由 1 到 j-1 范围内有字符 "ababaaa", 前缀 "a" 与 后缀 "a" 相等, 那么此时  $k = 2$ ;  $\text{next}[8] = 2$ ;
- 当 j=9 时, j 由 1 到 j-1 范围内有字符 "ababaaab", 前缀 "ab" 与 后缀 "ab" 相等, 那么此时  $k = 3$ ;  $\text{next}[9] = 3$ ;

课程授课: CC老师



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

$T = \text{"aaaaaaaaab"}$

j	123456789
模式串T	aaaaaaaaab
next[j]	012345678

解读:

- 当  $j=1$  时,  $\text{next}[1] = 0$
- 当  $j=2$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内只有字符 "a", 属于其他情况  $\text{next}[2] = 1$ ;
- 当  $j=3$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aa", 前缀 "a" 与 后缀 "a" 相等, 所以  $k = 2$ ;  $\text{next}[3] = 2$ ;
- 当  $j=4$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaa", 前缀 "aa" 与 后缀 "aa" 相等, 所以  $k = 3$ ;  $\text{next}[4] = 3$ ;
- 当  $j=5$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaaa", 前缀 "aaa" 与 后缀 "aaa" 相等, 所以  $k = 4$ ;  $\text{next}[5] = 4$ ;



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导

$T = \text{"aaaaaaaaab"}$

j	123456789
模式串T	aaaaaaaaab
next[j]	012345678

解读:

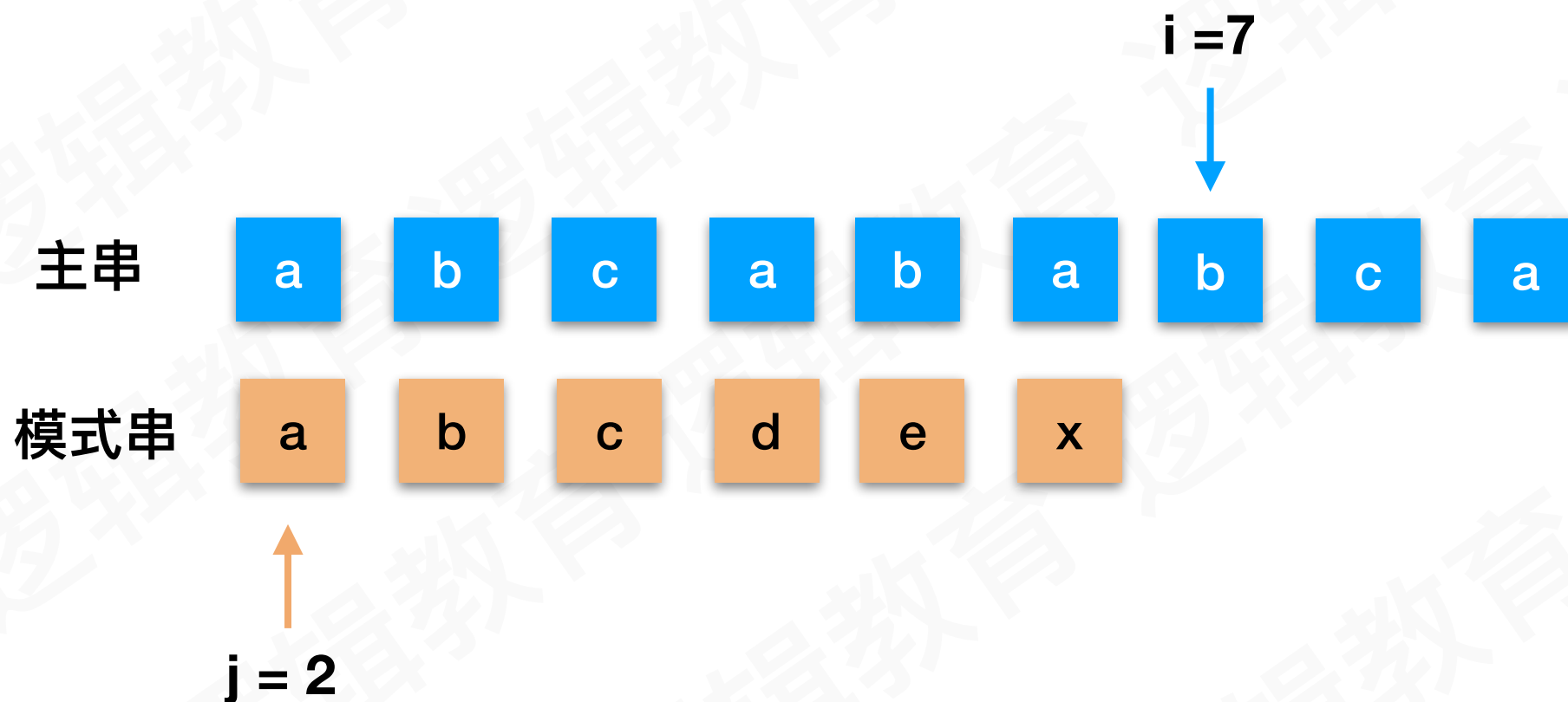
- 当  $j=6$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaaaa", 前缀 "aaaa" 与 后缀 "aaaa" 相等, 所以  $k = 5$ ;  $\text{next}[6] = 5$ ;
- 当  $j=7$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaaaaa", 前缀 "aaaaa" 与 后缀 "aaaaa" 相等, 所以  $k = 6$ ;  $\text{next}[7] = 6$ ;
- 当  $j=8$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaaaaaa", 前缀 "aaaaaa" 与 后缀 "aaaaaa" 相等, 所以  $k = 7$ ;  $\text{next}[8] = 7$ ;
- 当  $j=9$  时,  $j$  由 1 到  $j-1$  范围内有字符 "aaaaaaaa", 前缀 "aaaaaaa" 与 后缀 "aaaaaaa" 相等, 所以  $k = 8$ ;  $\text{next}[9] = 8$ ;



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcde x

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1



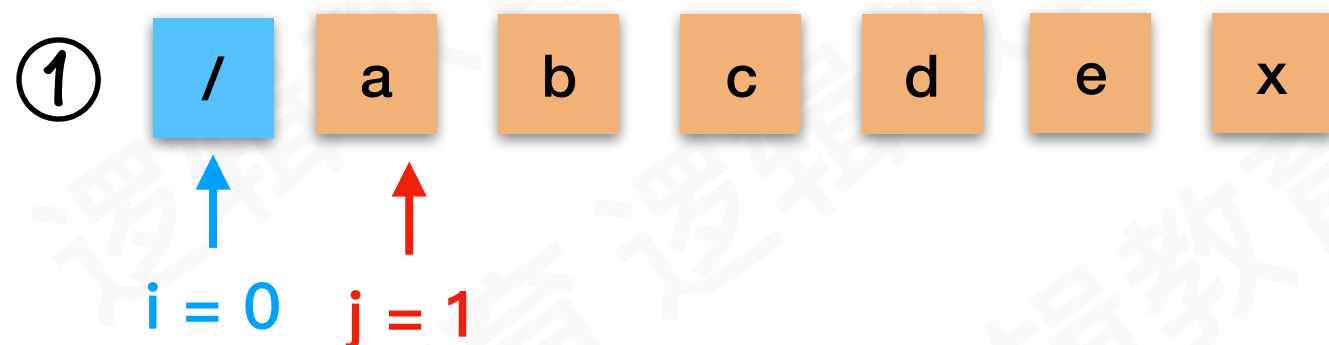




## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcde x

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	/	/	/	/	/

$j = 1$

- ① 默认  $\text{next}[1] = 0$
- ②  $i = 0, j = 1$  开始 遍历
- ③ 当  $j < T.\text{length}$   $j$  从1~length 遍历字符串;
- ④ 如果当  $i = 0$  表示  $[i, j]$  这个范围内没有找到相同的字符,所以  $i$  要回溯到1的位置; 表示  $\text{next}[j] = i$ ;
- ⑤ 如果当  $T[i] = T[j]$  相等,表示找到与其相同字符的位置,所以  $\text{next}[j] = i$ ;
- ⑥ 当以上2个条件都不满足,则将  $i$  回溯到前面记录的  $\text{next}[i]$  的位置;

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

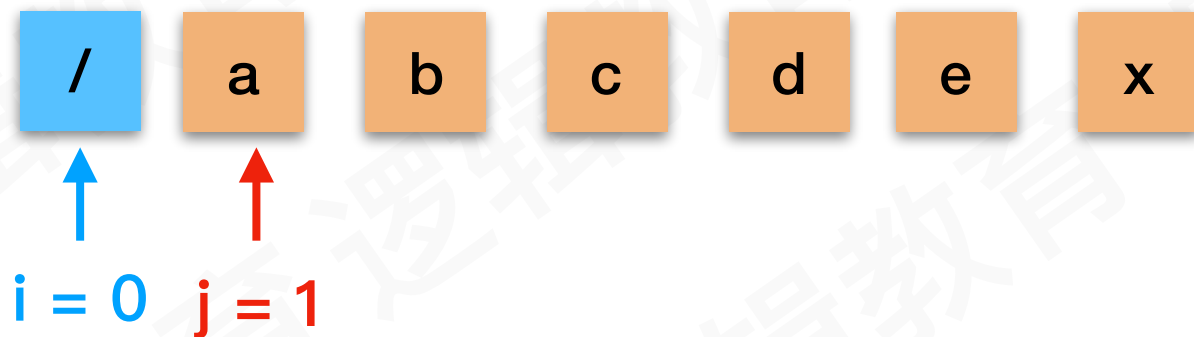


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

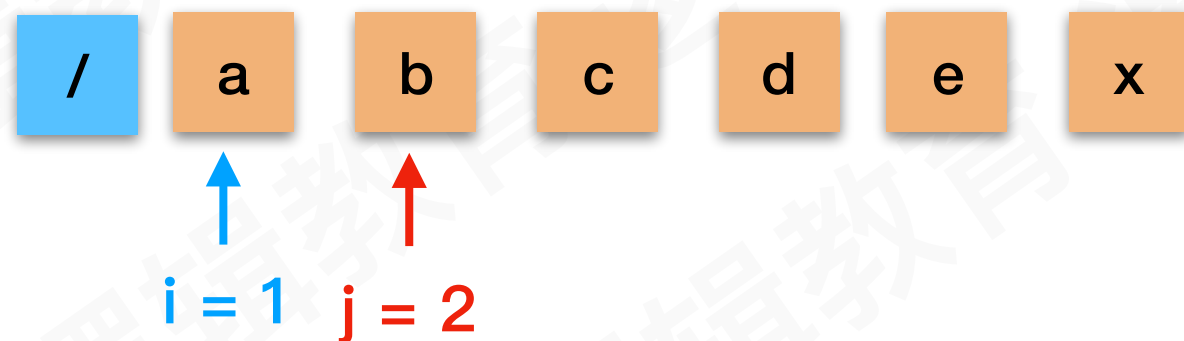
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 比较  $T[i] \neq T[j]$  但是  $i = 0$ ; 则表示  $[0,1]$  这个范围  $[a]$  只能从1的位置开始;
- $j++$ ,  $i++$ , 所以  $i = 1$ ,  $j = 2$ ;
- 并且更新  $\text{next}[j] = i$ ; 则  $\text{next}[2] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	/	/	/	/

$j = 2$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



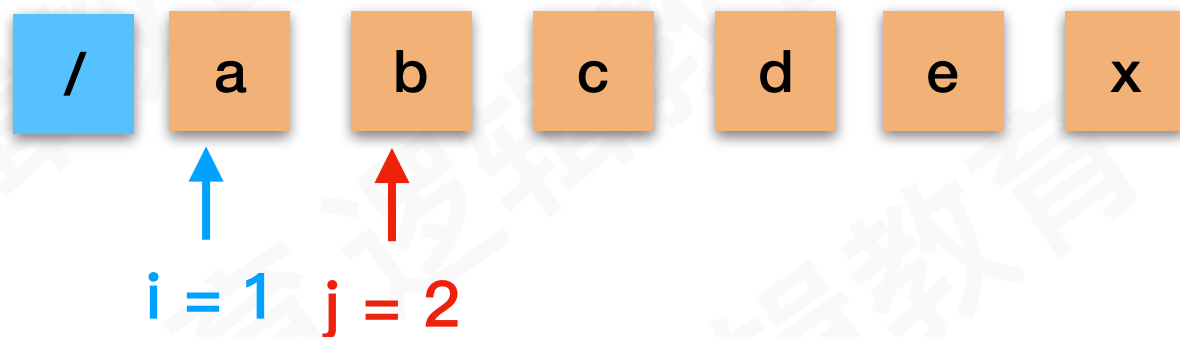


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

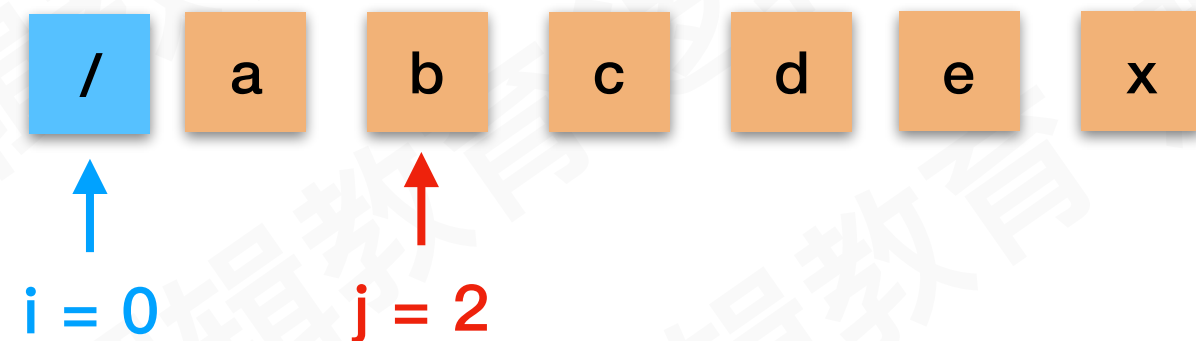
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 比较  $T[i] \neq T[j]$  所以将  $i$  的位置回退到  $a$  之后, 那么  $i = \text{next}[i]$ ; 即可  $i = \text{next}[1] = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	/	/	/	/

↑  
 $j = 2$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

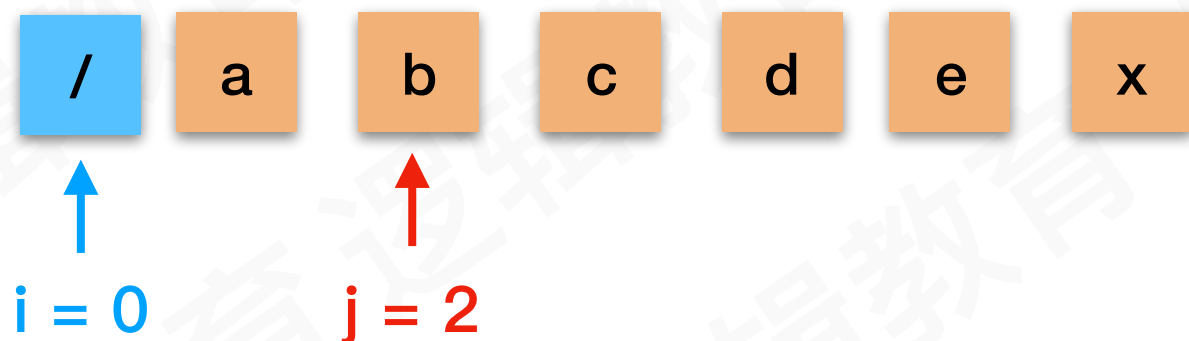


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcdex

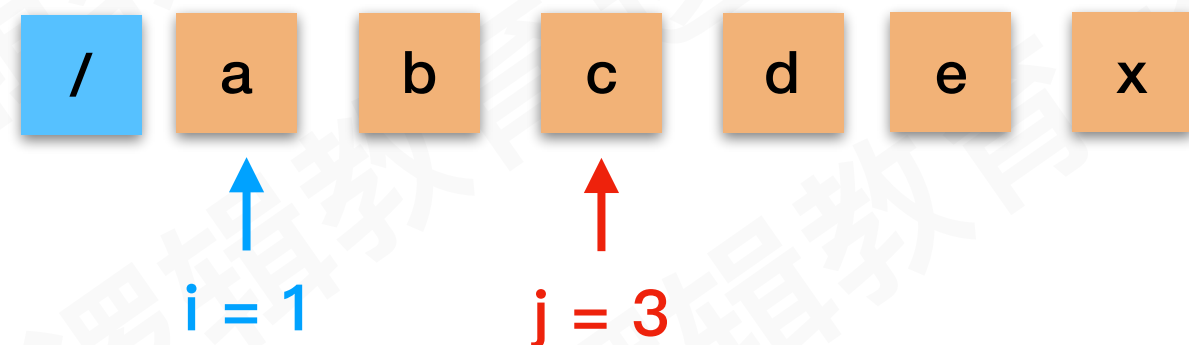
假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcdex"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



判断后



- 此时比较  $[0,2]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么由于  $i = 0$ , 所以此时的  $\text{next}[j]$  还是从第1个位置上的字符开始比较;
- $i++, j++;$   $\text{next}[j] = \text{next}[3] = 1;$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	/	/	/

$j = 3$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

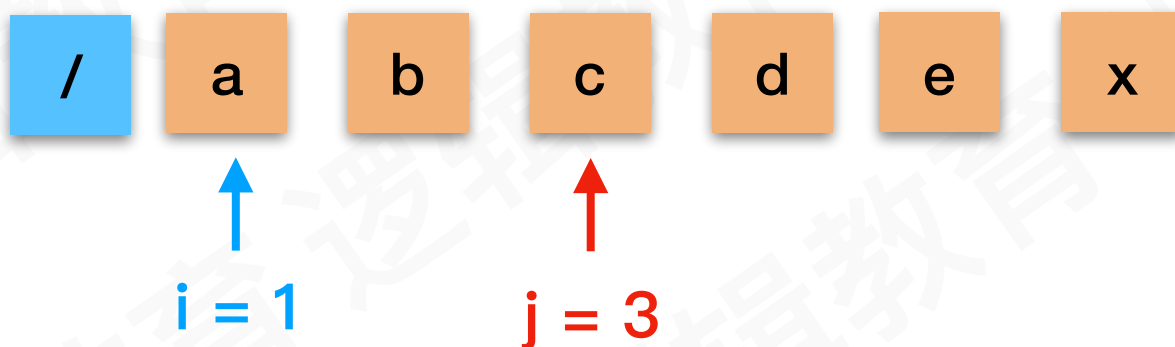


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

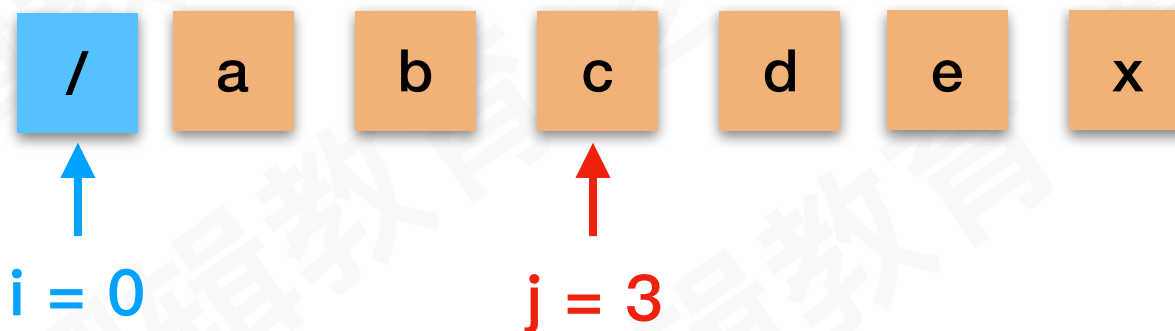
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[1,3]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- $T[i] \neq T[j]$  所以  $i$  的位置又要回退.
- $i = \text{next}[1] = 0$ ; 此时  $i = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	/	/	/

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

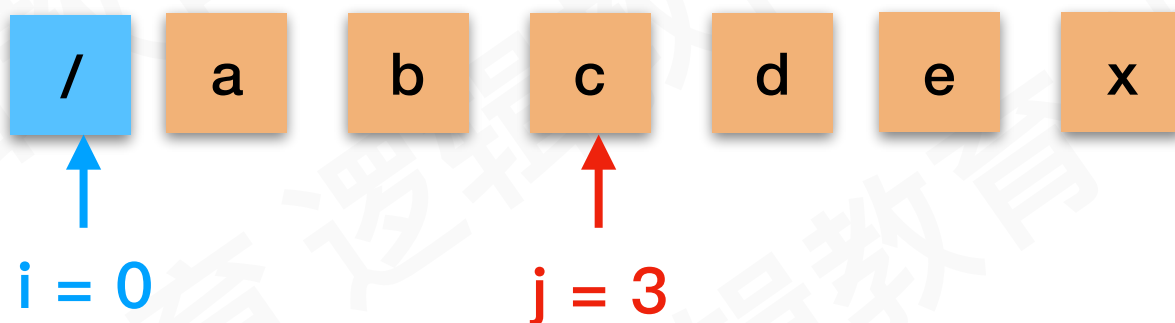


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

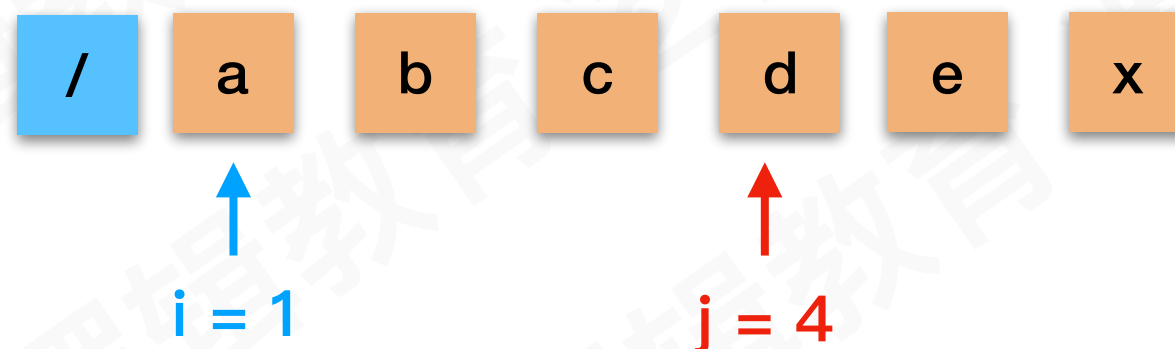
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[0,3]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 因为 出现  $i=0$ , 也就是字符串比较又要重头开始, 则  $i++, j++$ ;  $i=1, j=4$ ;
- $\text{next}[j] = i$ ;  $\text{next}[4] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	/	/

$j = 4$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

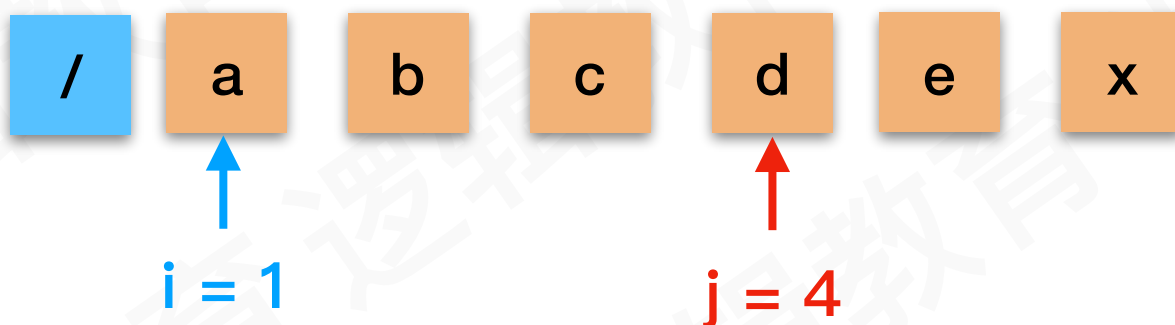


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

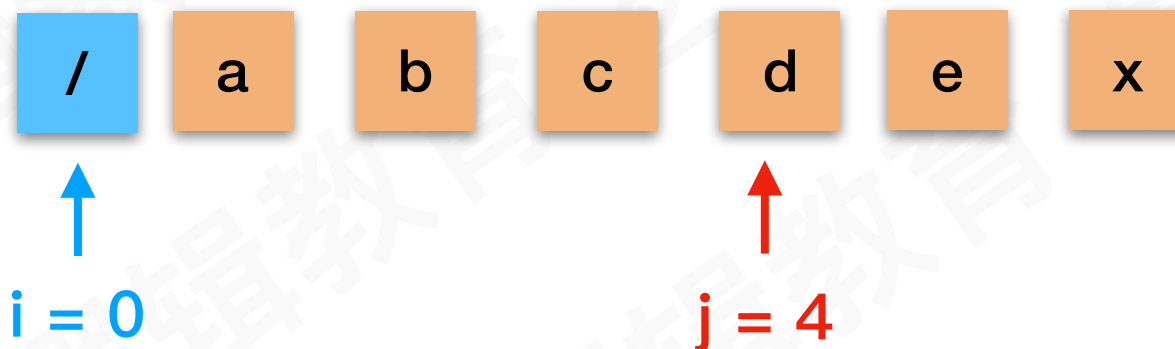
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[1,4]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] \neq T[j]$  所以  $i$  需要回溯.  $i = \text{next}[i] = \text{next}[1] = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	/	/

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

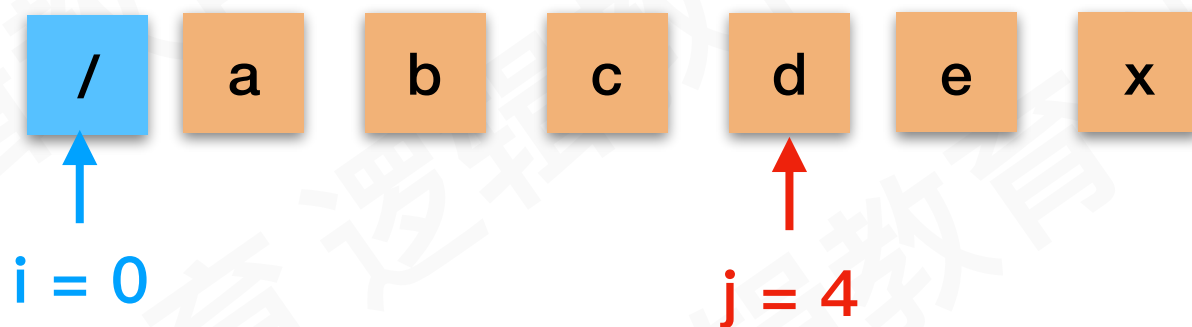


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"ab cababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abc dex"}$

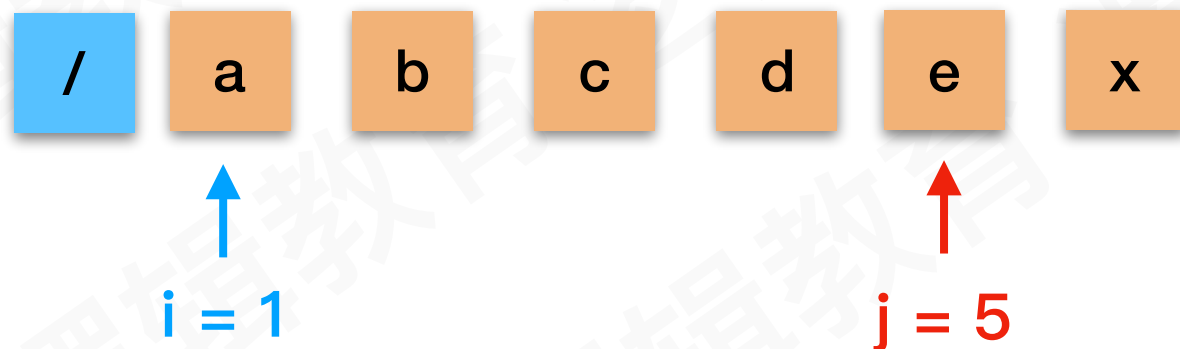
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[0,4]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 因为 出现  $i=0$ , 也就是字符串比较又要重头开始, 则  $i++, j++$ ;  $i=1, j=5$ ;
- $\text{next}[j] = i$ ;  $\text{next}[5] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	/

$j = 5$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

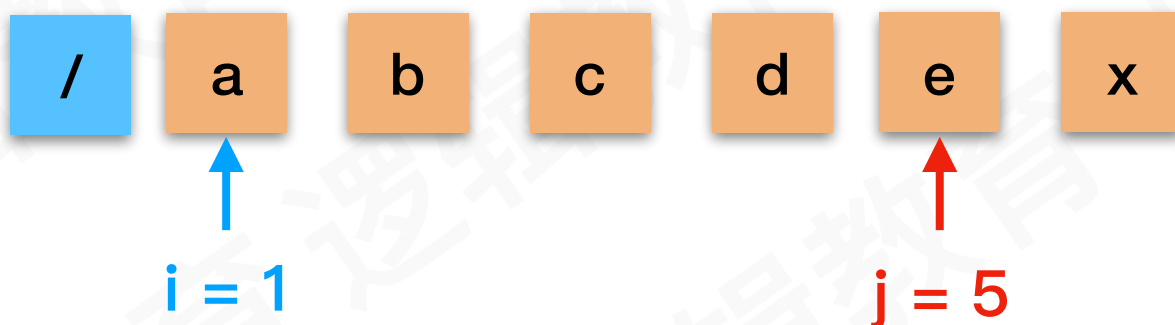


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

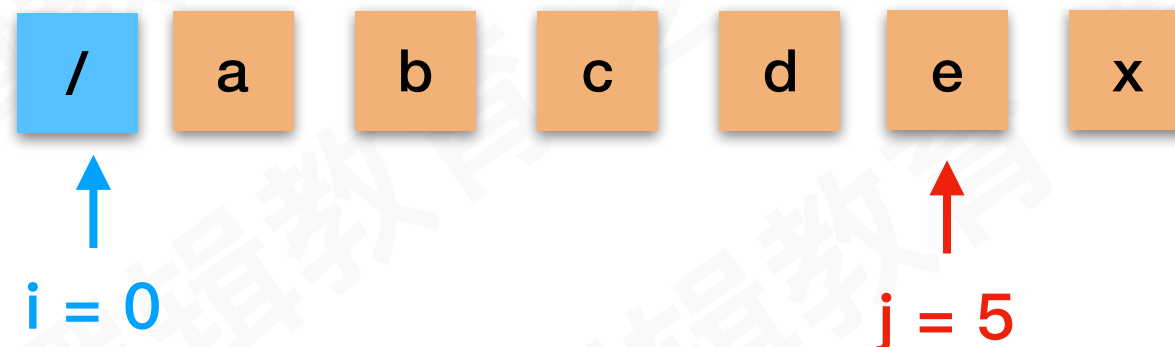
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[1,5]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] \neq T[j]$  所以  $i$  需要回溯.  $i = \text{next}[i] = \text{next}[1] = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	/

↑  
 $j = 5$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



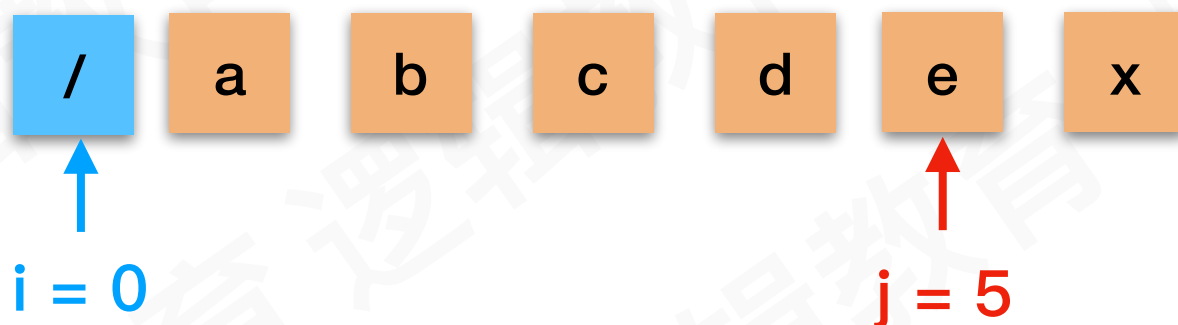


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

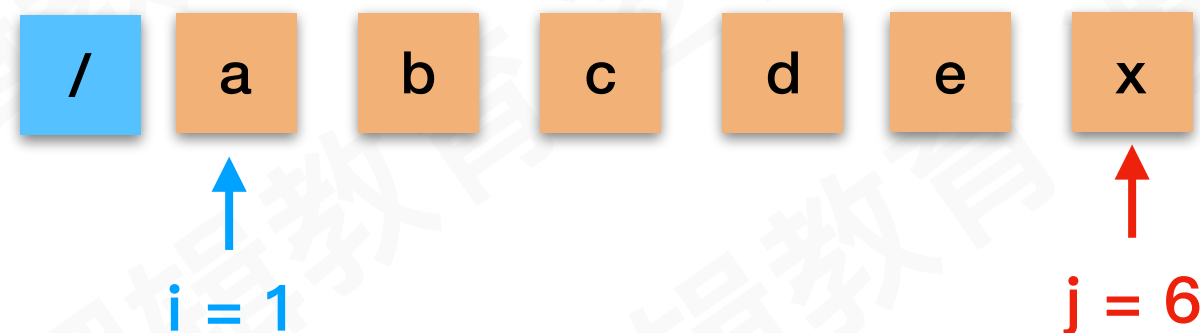
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



- 此时比较  $[0,5]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 但是由于  $i = 0$  也就是字符串比较又要重头开始, 则  $i++, j++$ ;  $i=1, j = 6$ ;
- $\text{next}[j] = i$ ;  $\text{next}[6] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

$j = 6$



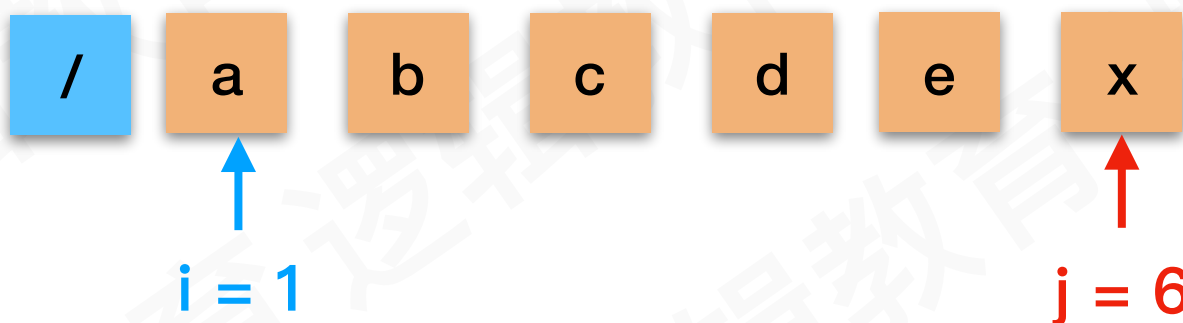


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

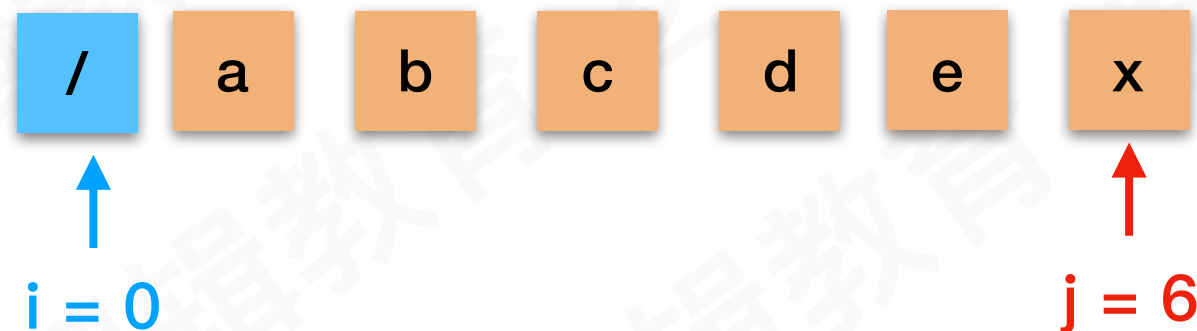
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

判断前



此时  $j = 6$  模式串已经处理完毕.则退出循环;  $j < S.length$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 总结

$i = 0$  ,表示比较过程中发现后面没有重复的字符,所以主串和模式串 $i=1$ 的位置开始一轮比较;

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

在求解next数组的4种情况:

1. 默认 $\text{next}[1] = 0$ ;
2. 当  $i=0$  时,表示当前的比应该从头开始.则 $i++,j++,\text{next}[j] = i$ ;
3. 当  $T[i] == T[j]$  表示2个字符相等,则 $i++,j++$ .同时 $\text{next}[j] = i$ ;
4. 当  $T[i] != T[j]$  表示不相等,则需要将 $i$  退回到合理的位置. 则  $i = \text{next}[i]$ ;

$T[i] != T[j]$  进行回退.  $[i,j]$ 范围有没有前缀和后缀;

$[\text{next}[i],j]$  范围有没有前缀和后缀;

最终直到 $[0,j]$ 范围有没有前缀和后缀;

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 总结

$i = 0$ , 表示比较过程中发现后面没有重复的字符, 所以主串和模式串  $i=1$  的位置开始一轮比较;

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1

表示“abca**bab**ca”与“abc**d**ex”

第一次 abca**b**abca 与 abc**d**ex 比较失败后;  $j = \text{next}[4] = 1$ ;

第二次 abca**b**abca 与 abc**d**ex 还是需要从1这个位置开始重新比较.;

第三次 abca**b**abca 与 abc**d**ex 还是需要从1这个位置开始重新比较.  $j = \text{next}[3] = 1$ ;

...

那么这个  $i$  是如何获取的就是从 next 数组中获取的;

遍历结束条件① 主串的索引  $i$  大于主串的长度;

② 模式串的  $j$  大于模式串的长度; 注意模式串的  $j$  如果不匹配是回退. 是不会一直递增的;

课程研发:CC老师

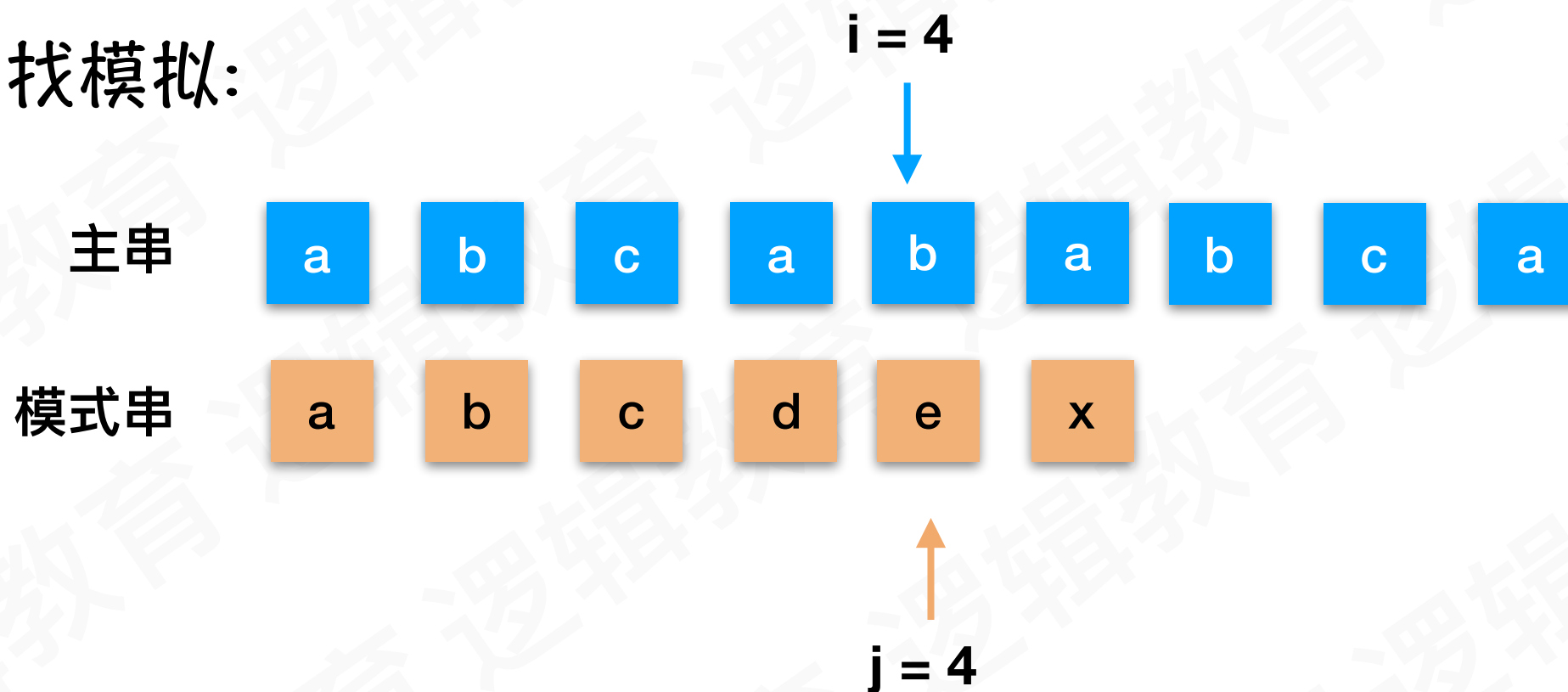
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcde x

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

BF算法查找模拟:

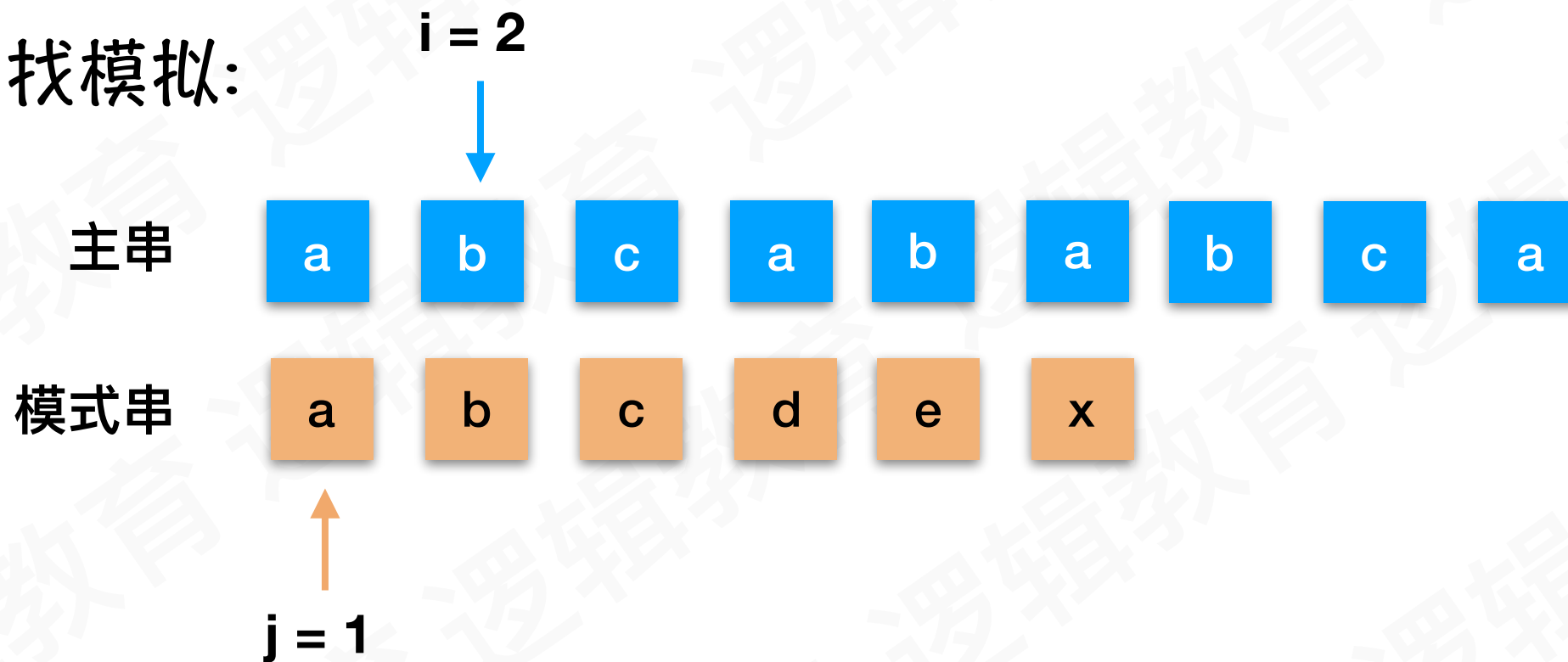




## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcde x

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

BF算法查找模拟:

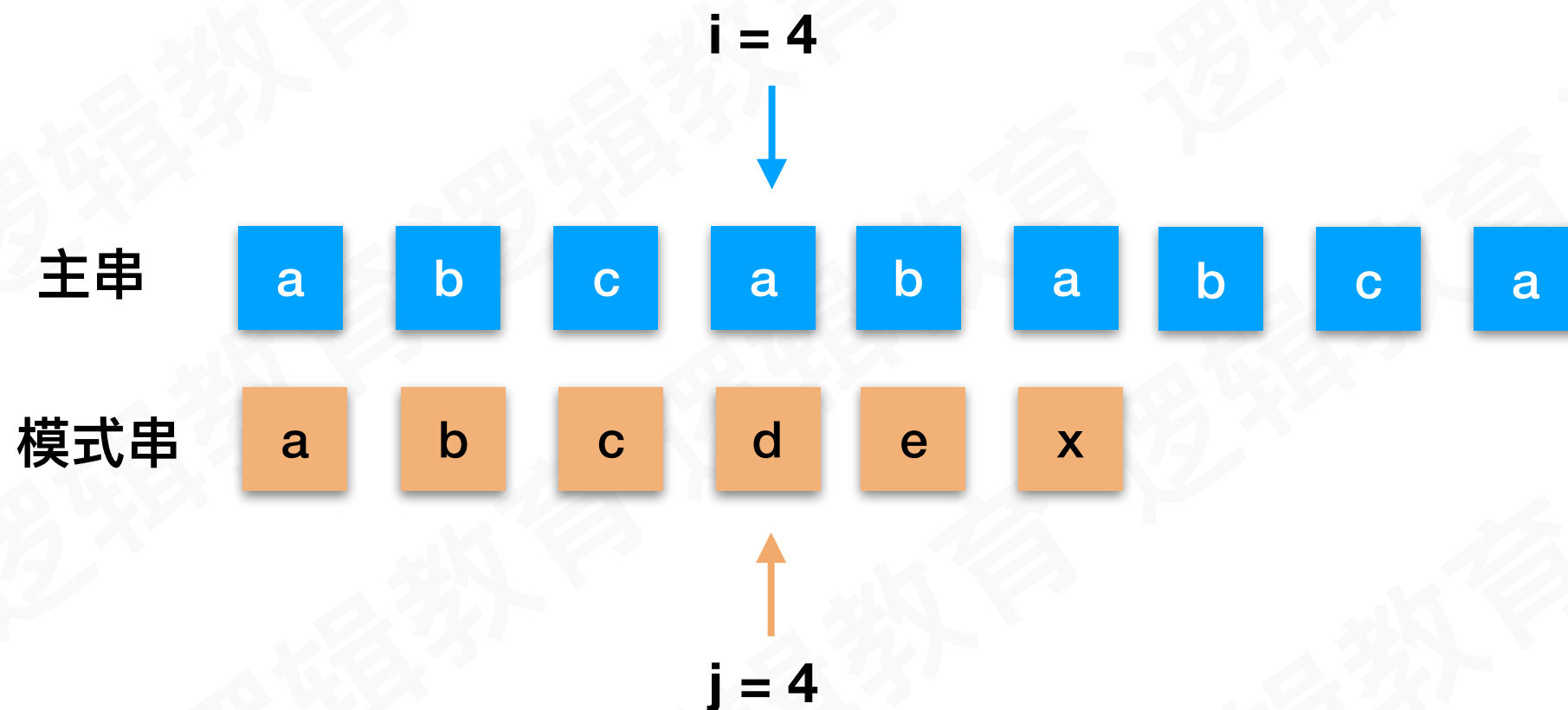




## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcde x

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcde x"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	1	1



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

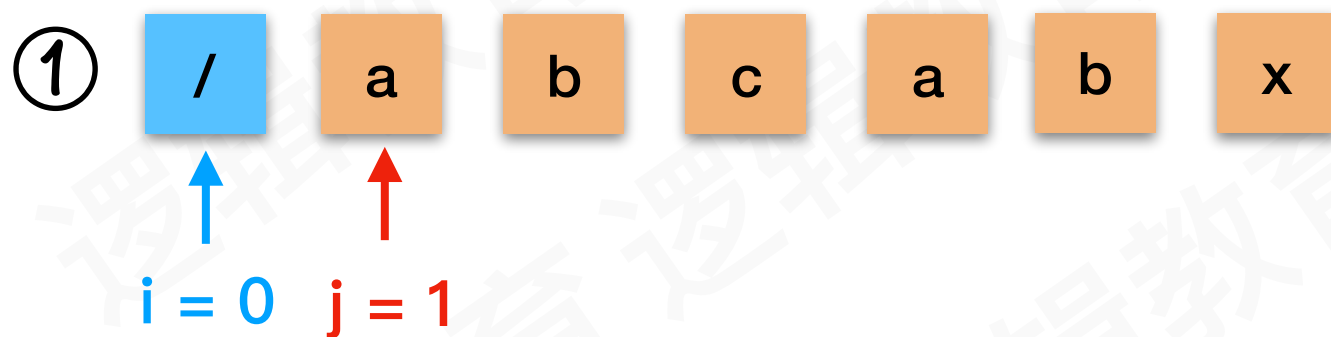




## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯 abcabx

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcbx"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	/	/	/	/	/

$j = 1$

- ① 默认  $\text{next}[1] = 0$
- ②  $i = 0, j = 1$  开始 遍历
- ③ 当  $j < S.\text{length}$   $j$  从  $1 \sim \text{length}$  遍历字符串;
- ④ 如果当  $i = 0$  表示  $[i, j]$  这个范围内没有找到相同的字符, 所以  $i$  要回溯到  $1$  的位置; 表示  $\text{next}[j] = i$ ;
- ⑤ 如果当  $T[i] = T[j]$  相等, 表示找到与其相同字符的位置, 所以  $\text{next}[j] = i$ ;
- ⑥ 当以上2个条件都不满足, 则将  $i$  回溯到前面记录的  $\text{next}[i]$  的位置;

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

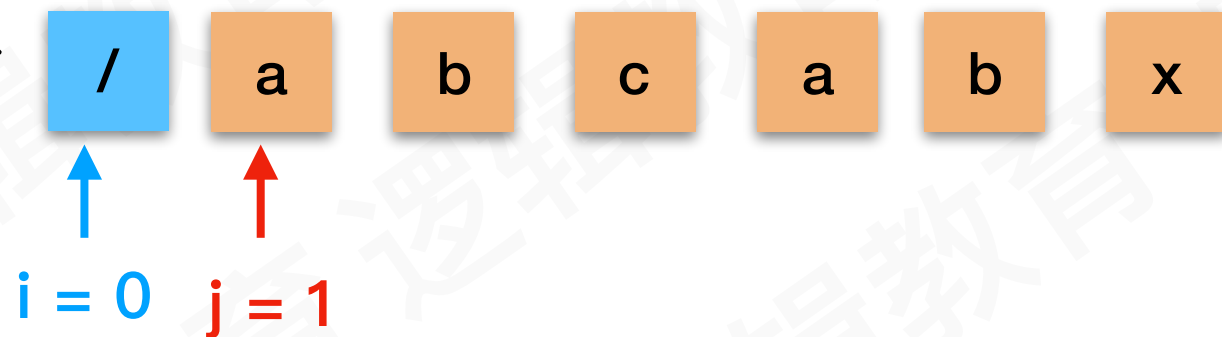


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

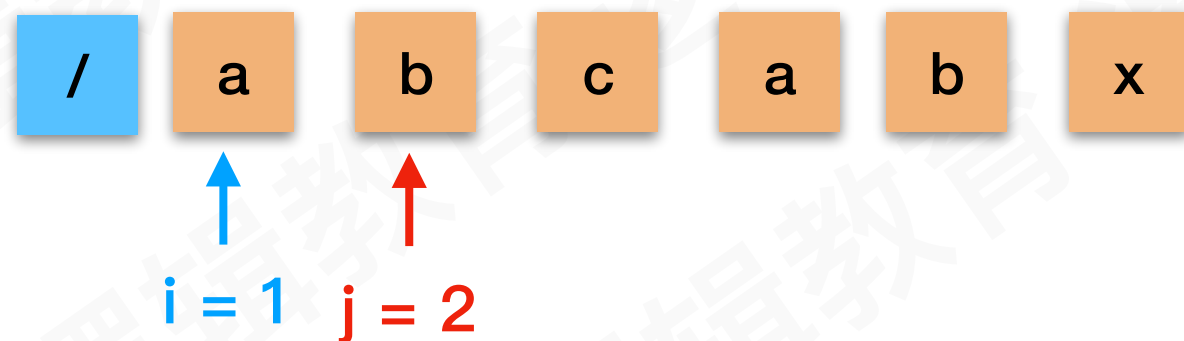
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 比较  $T[i] \neq T[j]$  但是  $i = 0$ ; 则表示  $[0,1]$  这个范围  $[a]$  只能从1的位置开始;
- $j++$ ,  $i++$ , 所以  $i = 1$ ,  $j = 2$ ;
- 并且更新  $\text{next}[j] = i$ ; 则  $\text{next}[2] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	/	/	/	/

↑  
 $j = 2$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



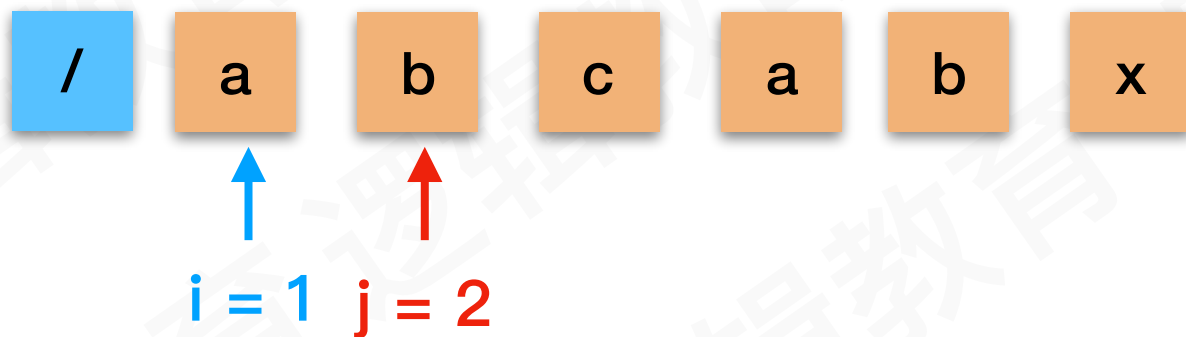


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

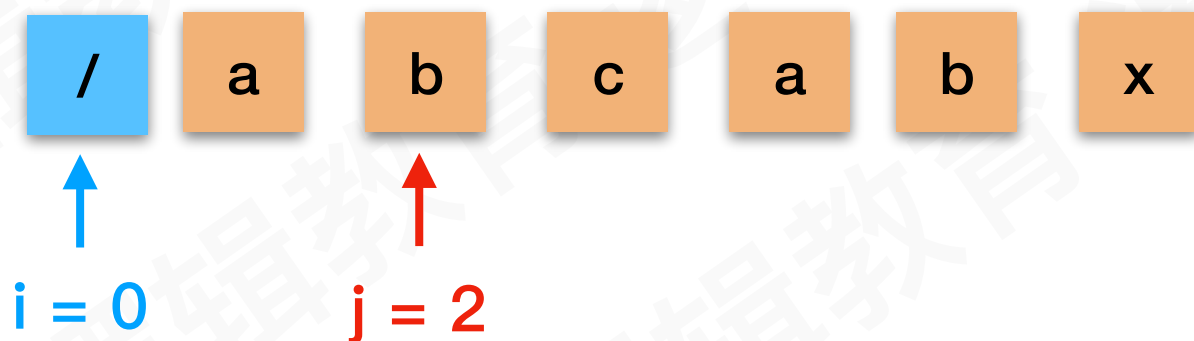
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 此时比较  $[1,2]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] \neq T[j]$  所以  $i$  需要回溯.  $i = \text{next}[i] = \text{next}[1] = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	/	/	/	/

$j = 2$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

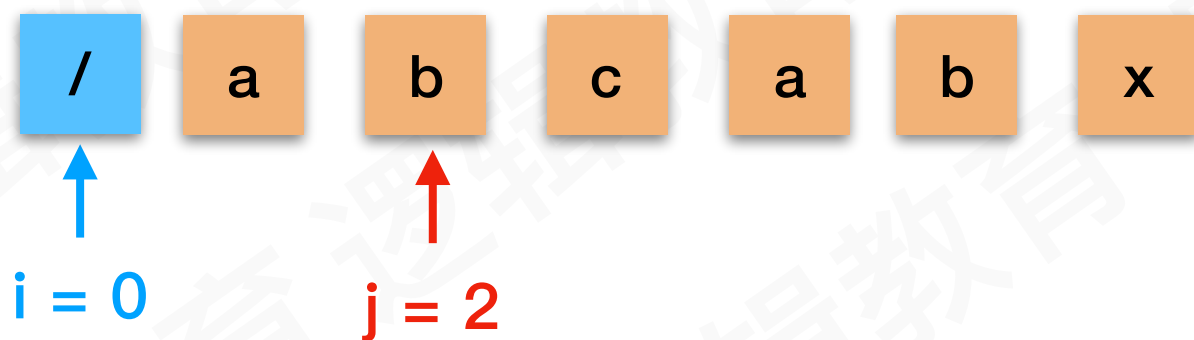


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

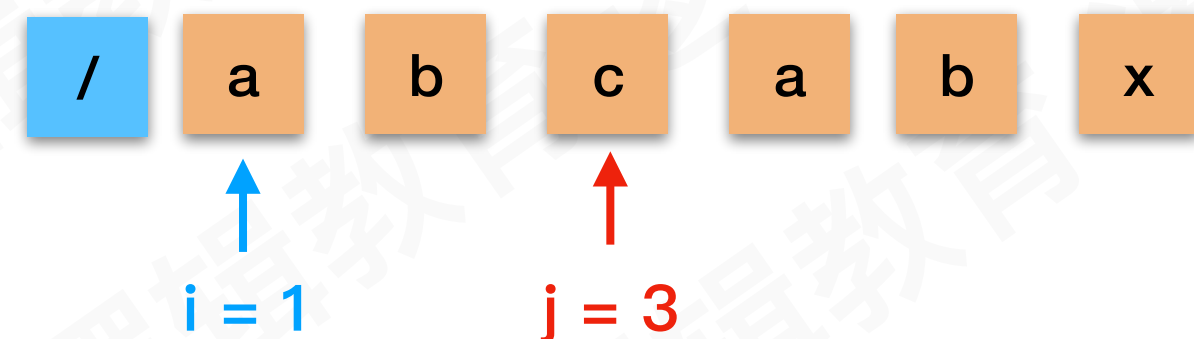
假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



判断后



- 此时比较  $[0,2]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 但是由于  $i = 0$  也就是字符串比较又要重头开始,则  $i++, j++$ ;  $i=1, j=3$ ;
- $\text{next}[j] = i$ ;  $\text{next}[3] = 1$ ;

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	/	/	/

$j = 3$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

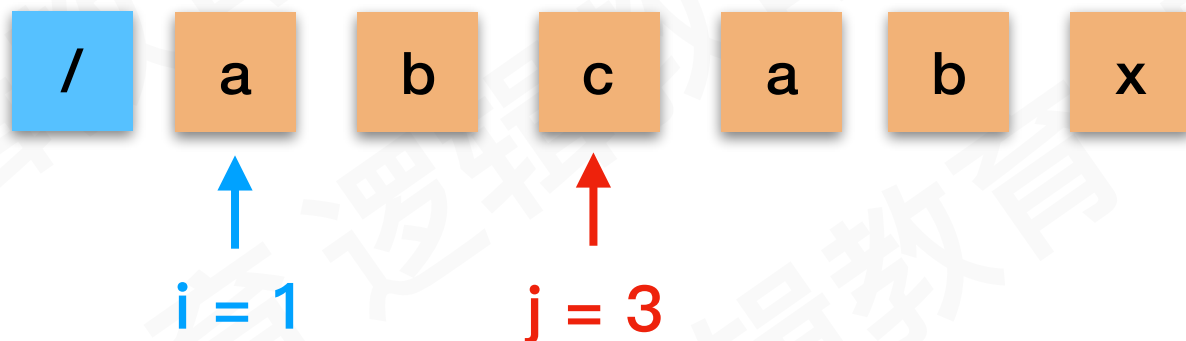


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

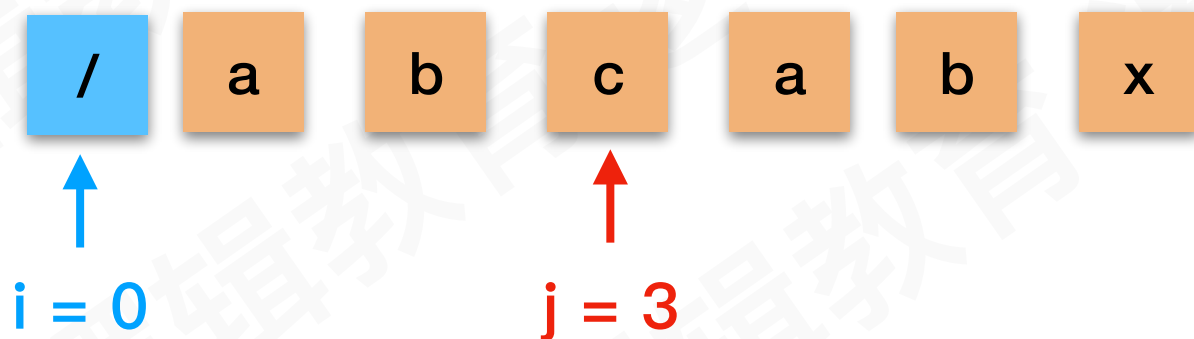
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 此时比较  $[1,3]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] \neq T[j]$  所以  $i$  需要回溯.  $i = \text{next}[i] = \text{next}[1] = 0$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	/	/	/

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

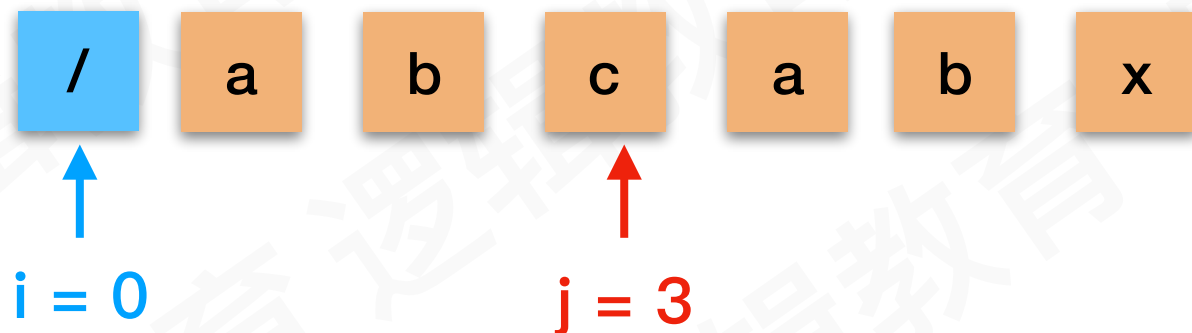


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

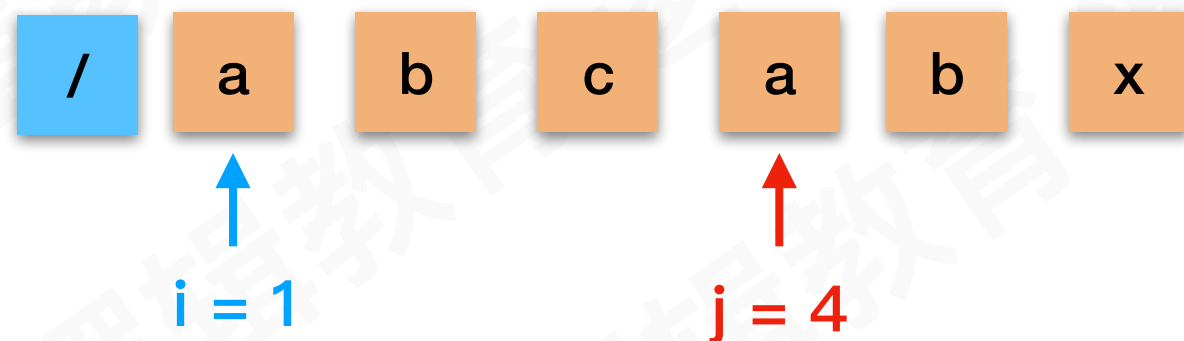
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 此时比较  $[0,3]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 但是由于  $i = 0$  也就是字符串比较又要重头开始, 则  $i++$ ,  $j++$ ;  $i=1$ ,  $j = 4$ ;
- $\text{next}[j] = i$ ;  $\text{next}[4] = 1$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	/	/

$j = 4$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

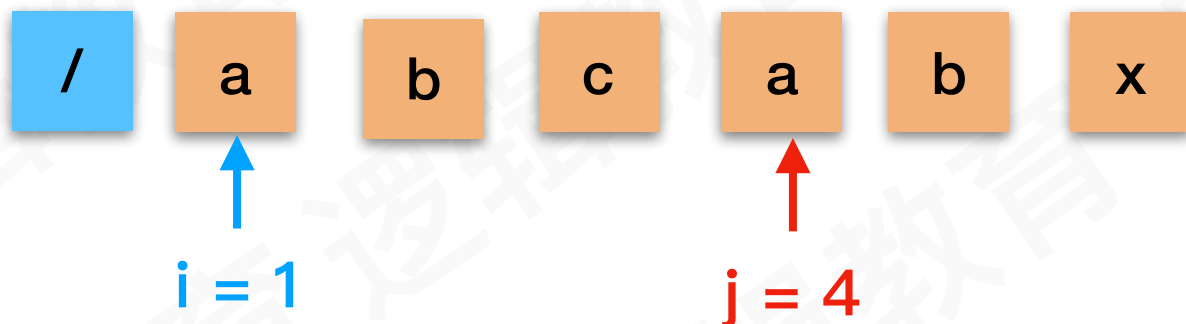


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

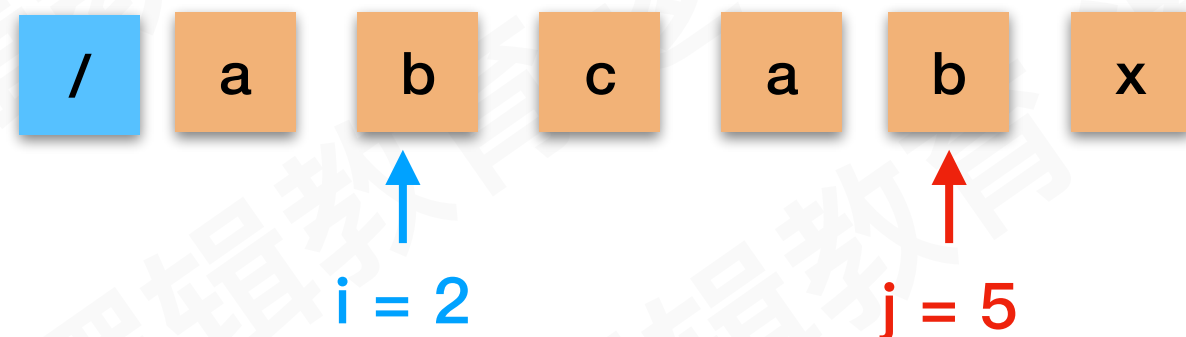
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 此时比较  $[1,4]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] == T[j]$  所以  $i++, j++$ ;  $i=2, j=5$ ;
- $\text{next}[5] = 2$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	/

$j = 5$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

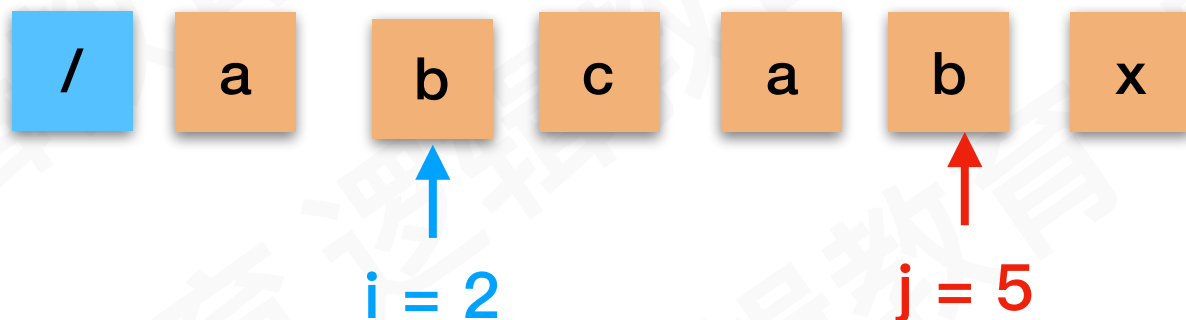


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

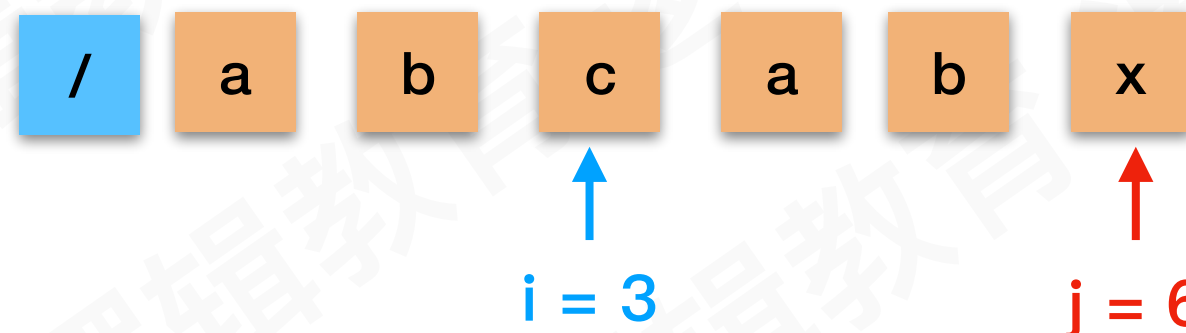
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



- 此时比较  $[2, 5]$  这个范围是否存在相等字符出现;
- 那么  $T[i] == T[j]$  所以  $i++, j++$ ;  $i=3, j=6$ ;
- $\text{next}[6] = 3$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

$j = 6$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

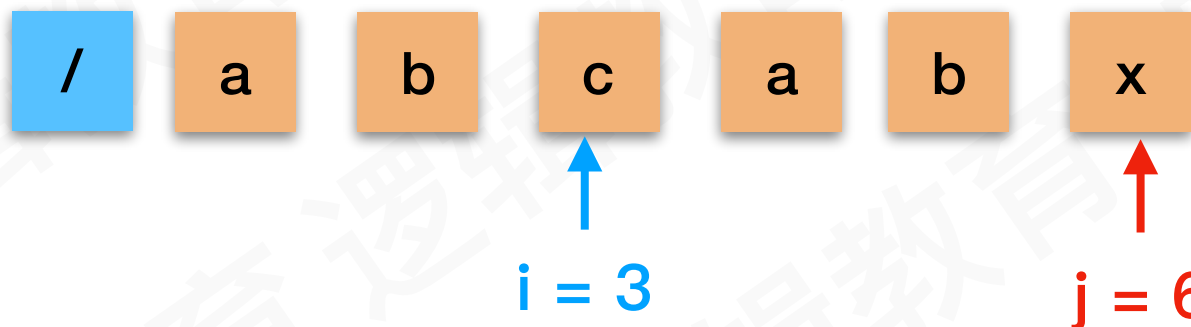


## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"abcababca"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

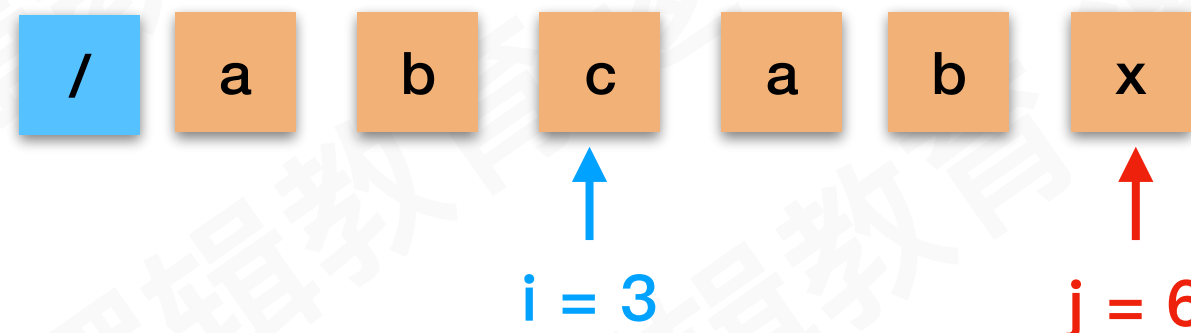
下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

判断前



此时  $j = 6$  模式串已经处理完毕.则退出循环;  $j < S.length$ ;

判断后



下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

$j = 6$

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师





## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

假设, 主串  $S = \text{"ab cab ab cab x"}$ ; 模式串  $T = \text{"ab cab x"}$

下标	0	1	2	3	4	5	6
next	/	0	1	1	1	2	3

表示"ab cab ab cab x" 与 "ab cab x"

第一次 **ab** cab ab cax 与 **ab** cab **x** 比较失败后;  $j = \text{next}[6] = 3$ ;

第二次 ab cab **a** b cax 与 ab cab **x** 比较失败后,  $j = \text{next}[3] = 1$ ;

第三次 ab cab **ab** cax 与 **ab** cab **x** 比较成功





逻辑教育  
Logic education

## KMP 模式匹配算法\_next 数组值推导 — 理解回溯

根据刚刚的过程,完成next数组的求解代码实现

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法 匹配函数的实现

假设, 主串  $S = \text{"abcababcbx"}$ ; 模式串  $T = \text{"abcabx"}$

KMP思路:

1. 遍历模式串  $S$ ,  $i$  是用来标记主串的索引; 遍历模式串,  $j$  是用来标记模式串的索引;
2. 结束条件是当  $i > S.length$  和  $j > T.length$ ;
  - 如果  $i > S.length$  但是  $j$  却小于  $T.length$  表示遍历了整个主串, 都没有找到与模式串匹配的情况
  - 只有1种可能, 就是  $j > T.length$  表示, 已经在主串中找到模式串了. 因为你已经顺利的把  $T$  模式串中的每个字符串正常的依次比较下去了, 直到它结束;
3. 当  $j = 0$  时, 表示此时你需要将模式串从1这个位置与主串  $i+1$  这个位置开始比较;
4. 当  $T[i] == T[j]$ , 表示此时当前模式串  $j$  与 主串  $i$  这个2个字符是相等, 则  $j++$ ,  $i++$ ;
5. 当  $j \neq 0$  并且  $T[i] \neq T[j]$  时, 表示此时需要移动模式串的  $j$ , 那么我们让  $j = next[j]$ ; 来节省重复的比较次数;

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

## KMP 模式匹配算法 完成KMP模式匹配查找

根据刚刚的过程,KMP 模式匹配算法(利用next数组)

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法 匹配函数的实现

假设, 主串  $S = \text{"aaaabcde"}$ ; 模式串  $T = \text{"aaaaax"}$

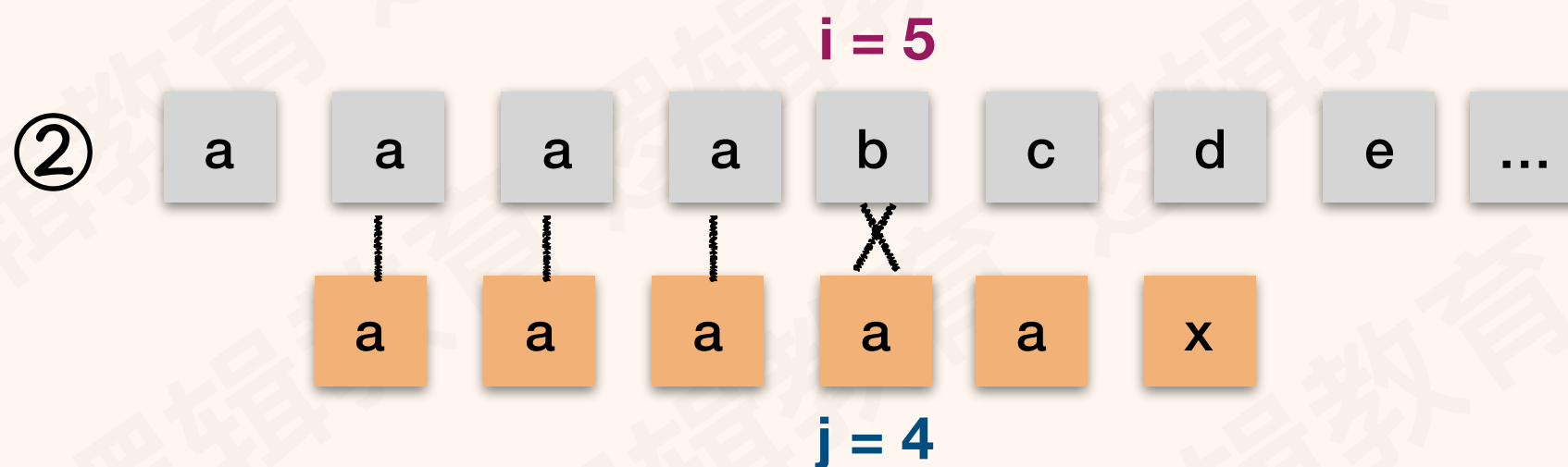
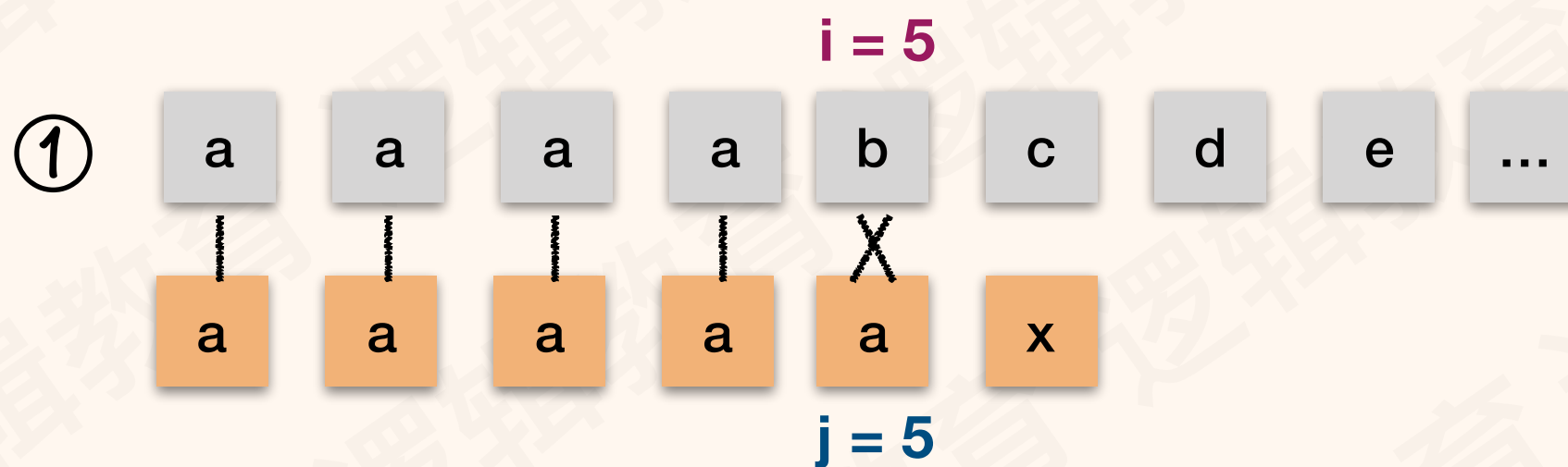
问题1: 此时模式串  $T$  的next 数组为?



0 1 2 3 4 5

## KMP 模式匹配算法

假设, 主串  $S = \text{"aaaabcde"}$ ; 模式串  $T = \text{"aaaaax"}$



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

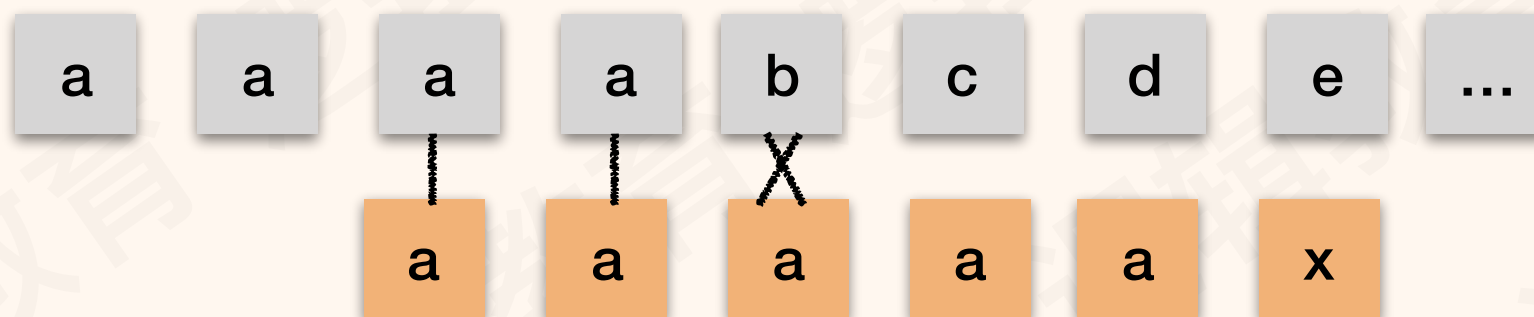


012345

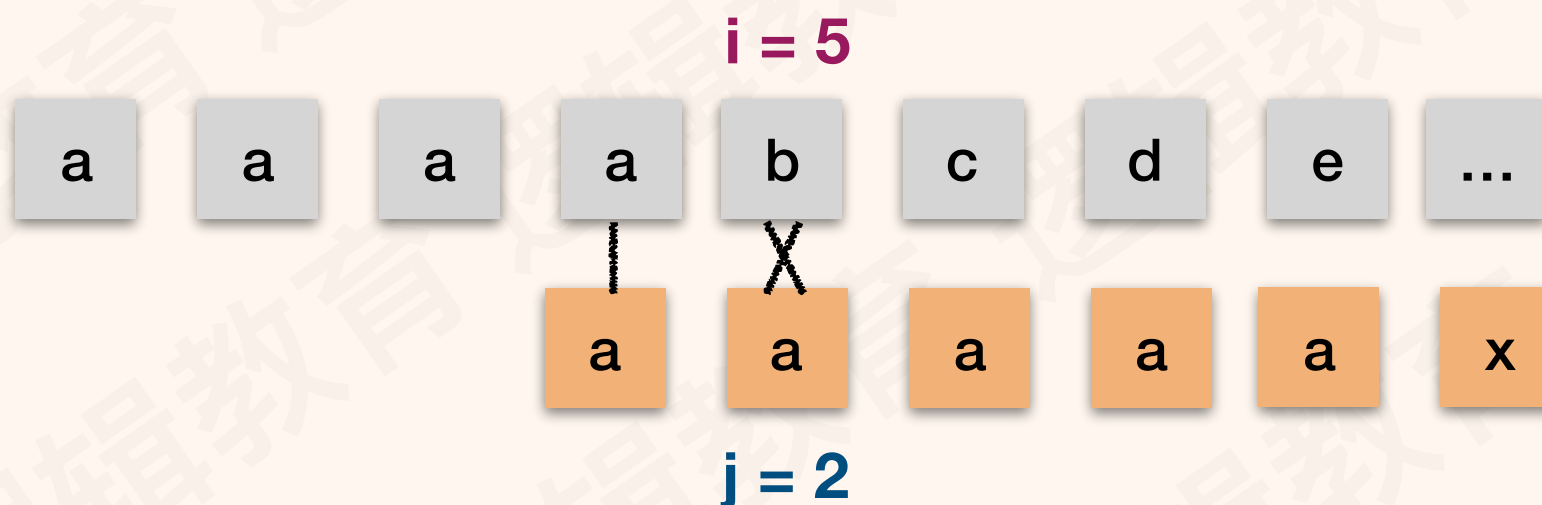
## KMP 模式匹配算法

假设, 主串  $S = \text{"aaaabcde"}$ ; 模式串  $T = \text{"aaaaax"}$

③



④

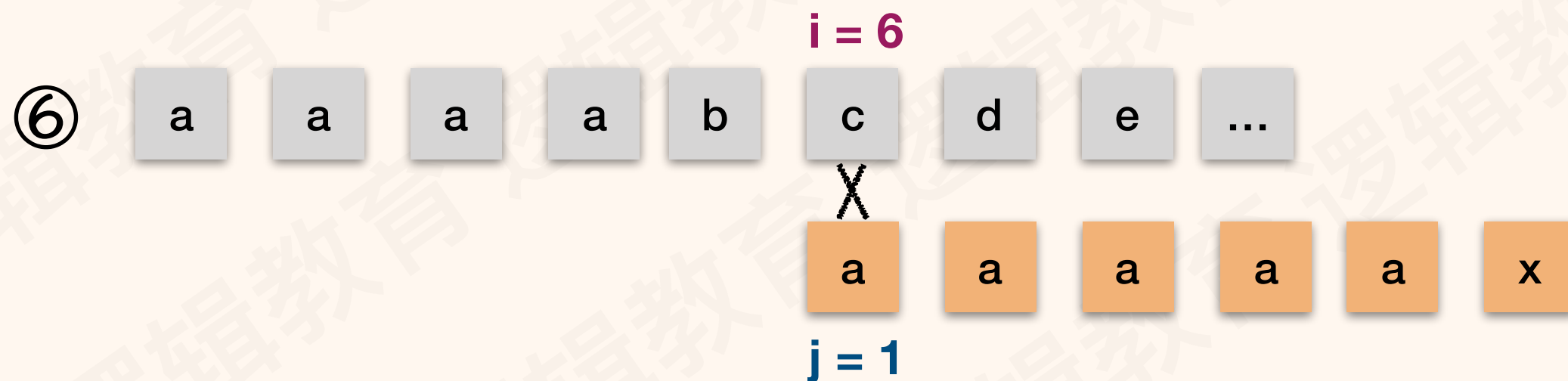
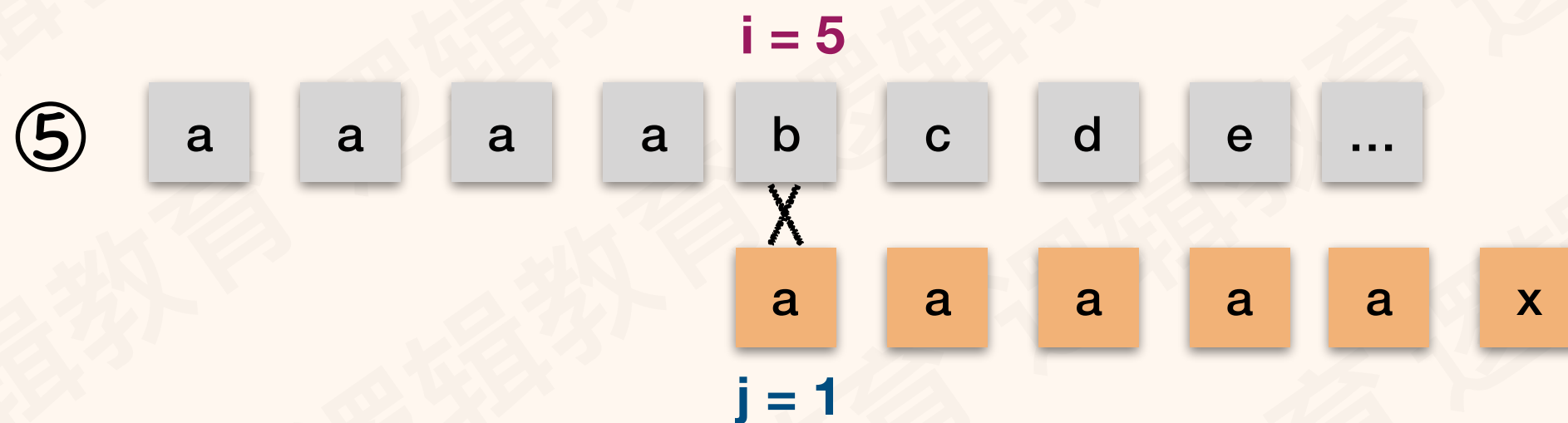


课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



## KMP 模式匹配算法

假设, 主串  $S = \text{"aaaabcde"}$ ; 模式串  $T = \text{"aaaaax"}$



课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师





## KMP 模式匹配算法 next 数组的优化

$T = \text{"ababaaaba"}$

j	123456789
模式串T	ababaaaba
next[j]	011234223
nextval[j]	010104210

解读:

- 当  $j = 1$ ,  $\text{nextVal} = 0$ ;
- 当  $j = 2$ , 因为第2个字符“b”的值next 值是1,而且第一个字符是“a”. 不相等. 所以  $\text{nextVal}[2] = \text{next}[2] = 1$ ;
- 当  $j = 3$ , 因为第3个字符“a”的next 值是1, 所以与第1位的“a”比较得知它们相等, 所以  $\text{nextval}[3] = \text{nextval}[1] = 0$ ;



## KMP 模式匹配算法 next 数组的优化

- 当  $j = 3$ , 因为第3个字符"a"的next值是1, 所以与第1位的"a"比较得知它们相等, 所以  $\text{nextval}[3] = \text{nextval}[1] = 0$ ;

j	1	2	3
T	a	b	a
next	0	1	1
nextval	0	1	0

next[3]为1, 查看T[1] 与本位置上T[3] 是否相等

因为T[1] = T[3], 所以nextVal[3] = nextVal[1] = 0;



## KMP 模式匹配算法 next 数组的优化

- 当  $j = 4$ , 因为第4个字符“b”的next 值是2, 所以与第2位的“b”比较得知它们相等, 所以  $\text{nextval}[4] = \text{nextval}[2] = 1$ ;

j	1	2	3	4
T	a	b	a	b
next	0	1	1	2
nextval	0	1	0	1

next[4]为2, 查看T[2] 与本位置上T[4] 是否相等

因为T[2] = T[4] . 所以nextVal[4] = nextVal[2] = 1;



## KMP 模式匹配算法 next 数组的优化

$T = \text{"ababaaaba"}$

j	123456789
模式串T	ababaaaba
next[j]	011234223
nextval[j]	010104210

解读:

- 当  $j = 5$  时, next 值为3 , 第5个字符"a" 与第3个字符"a" 相等, 则  $\text{nextVal}[5] = \text{nextVal}[3] = 0$ ;
- 当  $j = 6$  时, next 值为4 , 第6个字符"a" 与第4个字符"b" 不相等, 则  $\text{nextVal}[6] = 4$ ;
- 当  $j = 7$  时, next 值为2 , 第7个字符"a" 与第2个字符"b" 不相等, 则  $\text{nextVal}[7] = 2$ ;
- 当  $j = 8$  时, next 值为2 , 第8个字符"b" 与第2个字符"b" 相等, 则  $\text{nextVal}[8] = \text{nextVal}[2] = 1$ ;
- 当  $j = 9$  时, next 值为3, 第9个字符"a" 与第3个字符"a" 相等, 则  $\text{nextVal}[9] = \text{nextVal}[3] = 0$ ;



## KMP 模式匹配算法 next 数组的优化

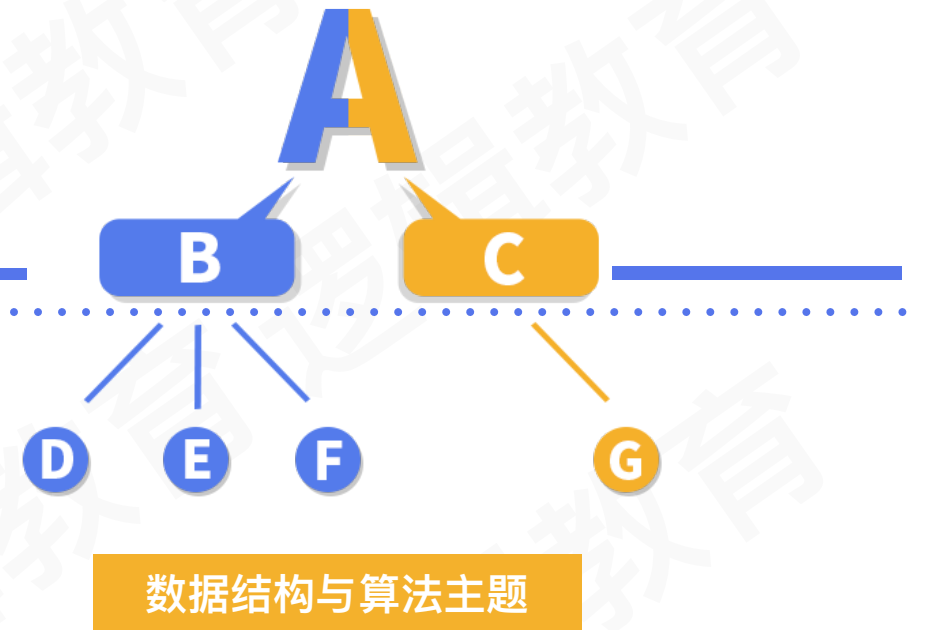
在求解nextVal数组的5种情况:

1. 默认 $\text{next}[1] = 0$ ;
2.  $T[i] == T[j]$  且  $++i, ++j$  后  $T[i]$  依旧等于  $T[j]$  则  $\text{nextval}[i] = \text{nextval}[j]$
3.  $i = 0$ , 表示从头开始  $i++, j++$  后, 且  $T[i] != T[j]$  则  $\text{nextVal} = j$ ;
4.  $T[i] == T[j]$  且  $++i, ++j$  后  $T[i] != T[j]$ , 则  $\text{nextVal} = j$ ;
5. 当  $T[i] != T[j]$  表示不相等, 则需要将  $i$  退回到合理的位置. 则  $i = \text{next}[i]$ ;



逻辑教育  
Logic education

*Class Ending !*  
*thanks, see you next time*



@CC老师

全力以赴·非同凡“想”

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师



逻辑教育  
Logic education

课程研发:CC老师  
课程授课:CC老师

转载需注明出处,不得用于商业用途.已申请版权保护