确定性推理

Owner	㊆ 柒柒在笔记
课程	人工智能原理

命题逻辑

定义：一套形式化规则对以符号表示对描述性陈述进行推理的系统

原子命题：一个或真或假的描述性陈述

复合命题：若干原子命题通过逻辑运算符构成

谓词逻辑

传统谓词逻辑主要研究性质命题与其推理的逻辑，主要有四种命题

1. A：所有的S都是P
2. E：所有的S都不是P
3. I：有的S是P
4. O：有的S不是P

现代谓词逻辑还研究关系命题与关系推理

- 个体词
    - 个体常元
    - 个体变元
- 谓词
    - 谓词常元
    - 谓词变元
- 量词
    - 全称量词
    - 存在量词

自然演绎推理方法

定义：从一组已知为真的事实出发，运用经典逻辑中的推理逻辑推出结论的过程称为自然演绎推理

推理规则：

- P规则
  - 在推理的任何步骤中都可以引入前提，继续推理
- T规则
  - 如果推理中有公式永真蕴含公式S，可以引入公式S
- 假言推理
  - P，P→Q,则Q
- 拒取式推理
  - -Q，P→Q,则-P
- 假言三段式
  - P→Q,Q→R,,,则，P→R

  需要拒绝两类错误：

  1. 肯定后件
     a. P→Q,Q,推出P
  2. 否定前件
     a. P→Q,-P.推出-Q

  ## 例题：4.6

  1. 先定义谓词
  2. 用推理式表述题干中信息
  3. 进行全称固化
  4. 利用假言推定

  ## 优缺点：

  1. 推理过程自然灵活
  2. 容易产生组合爆炸

归结推理方法

1.子句集

1.1 子句集的化简

- 原子谓词公式及其否定都统称为文字

$$例：P(x)、\ Q(x)、\neg P(x)$$

- 文字的析取式称为子句

$$P(x) \vee Q(x)$$

- 不含文字的子句称为空子句
  - 永假，记为NIL
- 由子句或空子句构成的集合称为子句集

化简流程：

1. 去除连接词

$$P \rightarrow Q \Longleftrightarrow P \vee Q \Longleftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

2. 减少否定符号的管辖

$$\neg(\forall x)P \Longleftrightarrow (\exists x)\neg P$$

$$\neg(\exists x)P \Longleftrightarrow (\forall x)\neg P$$

$$\neg(\neg P) \Longleftrightarrow P$$

$$\neg(P \wedge Q) \Longleftrightarrow \neg P \vee \neg Q$$

$$\neg(P \vee Q) \Longleftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

3. 变元标准化

   a. 在一个量词的管辖范围内，把所有受该量词约束的变元全都用一个没有出现过的任意变元替换

4. 化为前束式
    a. 把所有全称量词都挪到公式最前面
    b. 不改变其他相互顺序
5. 消去存在量词
    a. 当存在量词不在全称量词管辖内
        i. 用一个新的个体常量替换被变元约束的变元
    b. 当存在量词在全称量词管辖内
        i. 使用Skolem函数y=f(x1,x2,x3,,,xn)替换
6. 化为Skolem标准式

$$\forall(x_1)\cdots\forall(x_n)M(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

7. 消去全称量词
    a. 直接省略不写
8. 消去合取次
    a. 用子句集的形势把母式写出来
9. 变元名称标准化
    a. 对变元重新命名

例：4.7

$$(\forall x)\{(\forall y)P(x,y)\rightarrow\neg(\forall y)[Q(x,y)\rightarrow R(x,y)]\}$$

1. 消蕴含符号

$$(\forall x)\{\neg(\forall y)P(x,y)\vee\neg(\forall y)[\neg Q(x,y)\vee R(x,y)]\}$$

2. 减少管辖

$$(\forall x)\{(\exists y)\neg P(x,y)\vee(\exists y)[Q(x,y)\wedge\neg R(x,y)]\}$$

3. 标准化

$$(\forall x)\{(\exists y)\neg P(x,y)\vee(\exists z)[Q(x,z)\wedge\neg R(x,z)]\}$$

4. 前束式

$$(\forall x)\{(\exists y)(\exists z)\neg P(x,y) \vee [Q(x,z) \wedge \neg R(x,z)]\}$$

5. 消存在量词

$$(\forall x)\{\neg P[x,f(x)]\} \vee \{Q[x,g(x)] \wedge \neg R[x,g(x)\}$$

6. Skolem

$$(\forall x)\{\neg P[x,f(x)] \vee Q[x,g(x)]\} \wedge \{\neg P[x,f(x)] \vee \neg R[x,g(x)\}$$

7. 省全称量词

$$\{\neg P[x,f(x)] \vee Q[x,g(x)]\} \wedge \{\neg P[x,f(x)] \vee \neg R[x,g(x)\}$$

8. 消合取词

$$\neg P[x,f(x)] \vee \neg R[x,g(x)]$$

$$\neg P[x,f(x)] \vee Q[x,g(x)]$$

9. 标准化

$$\neg P[x,f(x)] \vee \neg R[x,g(x)]$$

$$\neg P[y,f(y)] \vee Q[y,g(y)]$$

2.鲁滨逊归结原理(消解原理）

2.1 命题逻辑归结原理

2.1.1 原理

- 若P为原子谓词公式，则称P与-P为互补文字
- 设C1，C2为子句集中任意两个子句，若
  - C1中的文字L1与C2中的文字L2互补
  - 则可以从C1，C2中分别消去L1与L2
  - 将剩下的部分按照析取关系合成一个新的子句

    - **这个过程即为归结**

例：4.8

$$C_1 = P \vee Q \vee R\,,\ C_2 = \neg P \vee S$$

$$L_1 = P，L_2 = \neg P$$

$$C_{12} = Q \vee R \vee S$$

此时，C12也为亲本子句C1，C2的逻辑结论

将C12代替C1，C2加入子句集S1或直接加入子句集S2，若S1/S2存在不可满足性，则原子句集S也存在

推论：想要证明子句集的不可满足性，只需要归结出一个空子句即可

2.1.2 归结反演

2.2 谓词逻辑归结原理

2.2.1 原理

$$C_{12} = (\{C_1\sigma\} - \{L_1\sigma\}) \cup (\{C_2\sigma\} - \{L_2\sigma\})$$

比命题逻辑要麻烦一些，详见书本例题

2.2.2 归结反演