

FLA2023 期末

一、写出下列语言的 RE 与 DFA, $\Sigma = \{0, 1\}$

1. $\{x \mid x \text{ 的第 } i \text{ 位 (从 1 开始计数) 为 0, 其中 } i \text{ 是 4 的倍数}\}$
2. $\{x \mid x \text{ 不以 01 结尾}\}$

二、考虑下面的 CFG

```
1 S -> SS | T
2 T -> aTb | ab
```

1. 描述这个语言
2. 该文法是否有歧义? 如果没有, 给出证明, 否则改成一个没有歧义的文法

三、用最朴素的图灵机实现输入二进制正整数得到结果为输入加一, 并写出状态转移表

四、 $\{0^n 1^i 2^j \mid n = i \vee i \neq j\}$ 是正则吗, 请证明

五、设 L 为非递归语言, R 为有限语言 (仅含有有限数量字符串), 证明或反驳:

1. $L - R$ 是否为非递归语言
2. $L \cup R$ 是否为非递归语言

六、设 i -PDA 表示有 i 个栈的 PDA

1. 2-PDA 与 1-PDA 表达能力是否一致
2. 2-PDA 与 3-PDA 表达能力是否一致

七、请利用规约证明 $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 不接受以 0 结尾的串}\}$ 是正则语言、上下文无关语言、递归语言、递归可枚举语言还是图灵不可判定语言?

八、用迁移系统建模以下时序逻辑电路, 输入为 x , r_0 和 r_1 为寄存器, 输出为 y

$$\begin{aligned}r_0^* &= r_0 \oplus x \\r_1^* &= r_1 \oplus (r_0 \wedge x) \\y &= r_0 \wedge r_1 \wedge x\end{aligned}$$

九、货车在车间待机, 装货完成后以平均速度 1km/min 开到距离 3km 的卸货点, 卸货时间 2-4min, 卸货完后返回车间待机

1. 请分析该系统建模时需要关注什么, 并使用一种建模语言对其建模
2. 请用 CTL 表达以下条件
 1. 货车只在车间待机
 2. 货车装载完货物后可能在 6min 内卸货完成并开始返回

解答例

一、DFA 略

1. $((0+1)(0+1)(0+1)0)^*(\epsilon + (0+1) + (0+1)(0+1) + (0+1)(0+1)(0+1))$
2. $(0+1)^*(00+10+11) + \epsilon + 0 + 1$

二、

1. $\{0^{a_1}1^{a_1}0^{a_2}1^{a_2}\dots 0^{a_n}1^{a_n} \mid n \geq 1, a_i \geq 1\}$

2. 歧义主要在于 S 展开到 T 时的任意性, 如

$$TTT \leftarrow SST \leftarrow ST \leftarrow SS \leftarrow S \rightarrow SS \rightarrow TS \rightarrow TSS \rightarrow TTT$$

任举一个类似上面的例子即可

通过将 S 的展开式修改为 $S \rightarrow ST \mid T$ 或 $S \rightarrow TS \mid T$ 来消歧义

三、略, 手动模拟进位即可

四、不是, 对 $0^n 1^n 2^n$ 泵一下即可

五、另 $R' = L \cap R$, 则 R' 仍然有限, 注意有限语言一定递归 (甚至一定正则), 递归在交并补差中封闭

1. 若 $L' = L - R$ 递归, 则 $L = L' \cup R'$ 仍然递归, 矛盾

2. 若 $L' = L \cap R$ 递归, 则 $L = (L' - R) \cup R'$ 仍然递归, 矛盾

六、

1. 证明可以用 2-PDA 模拟图灵机即可, 核心思想是用两边栈分别装袋头左 (以及袋头自己) 和袋头右的内容

2. 证明可以用图灵机模拟 2-PDA 和 3-PDA 即可, 这个很显然

七、图灵不可判定, 下面给出两种证法

1. 将 $E_{TM} = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$ 规约过来: 对于 E_{TM} 的输入 $\langle M \rangle$, 构造图灵机 M' : 如果输入末尾为 0, 则去掉后喂给 M , 否则直接拒绝

如此, $L(M') = \{x0 \mid x \in L(M)\}$, M' 不接受以 0 结尾的串等价于 M 为空

2. 将 co-halt 规约过来: 对于 co-halt 的输入 $\langle M, w \rangle$, 构造图灵机 M' : 对于输入 $1^n 0$, 模拟 $\langle M, w \rangle$ 运行 n 步, 若停机则接受, 否则拒绝, 输入不是 $1^* 0$ 时直接拒绝

如此, $L(M') = \{1^i 0 \mid i \geq n\}$ if $\langle M, w \rangle$ 在第 n 步停机 else \emptyset , M' 不接受以 0 结尾的串等价于 $\langle M, w \rangle$ 不停机

八、略

九、略, 时间自动机谁勾巴会啊🤔