

# 2022算法回忆版

---

## 1

---

1. 三个互不相等的数排序，画出决策树
2. 已知A是NPC，怎么证明B是NPC，为什么能这么证明
3. 最大团的判定问题，证明它是NP
4. 证明跨切最小边如果唯一一定在MST中

## 2

---

SELECT-WLINER如果换成7个一组

1. 证明比 $m^*$ 小的数不小于 $\frac{2n}{7} - 8$ 个
2. 证明 $W(n) \leq W(\lceil \frac{n}{7} \rceil) + W(\frac{5n}{7} + 8) + O(n)$
3. 证明 $W(n) = O(n)$

## 3

---

一组任务 $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$ ，两台机器 $M1$ 和 $M2$ ，对于每个任务 $j$ ， $same(j)$ 表示必须和 $j$ 同一个机器的任务， $diff(j)$ 表示必须和 $j$ 不同机器的任务， $\sum_{j \in J} (|same(j)| + |diff(j)|) = m$ ，要求 $O(n + m)$ 时间把任务分配给两台机器，或者判定不可分配

## 4

---

一组软件 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ， $Dep(a_i)$ 表示安装 $a_i$ 需要依赖的软件， $\sum |Dep(a_i)| = m$ ，保证没有循环依赖，现在要安装 $a_1$

1.  $O(n + m)$ 输出一个合法安装序列
2. 若这之中只有 $A$ 个软件没有被安装，每个软件最多有 $D$ 个依赖，可以以 $O(1)$ 判断某个软件有无被安装，证明可以 $O(A + AD)$ 输出一个合法安装序列

## 5

---

有向图，用dijkstra在 $O(n^3)$ 输出最小权环的权值或无环

## 6

---

集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，元素和为 $S$ ，是否存在一个 $A$ 的子集 $B$ 使得 $\sum_{a \in B} a = \sum_{a \in A \setminus B} a$

1. 设计一个动态规划算法
2. 这个算法是不是多项式时间的，为什么