

注：都需要分析正确性和复杂度（渐进增长率）  
设计的算法应尽量高效

## 1

k个n/k大小的有序数列合并

### 1)

第一问采取的方法是先合并1,2，再合并3、4、...、k，求复杂度；

### 2)

第二问已知叶子结点至少有  $\frac{n!}{((n/k)!)^k}$ ，已知  $(\frac{n}{e})^n \leq n! \leq n^n$

并允许使用课上决策树的结论，证明下界是  $\Omega(n \log k)$

## 2

### 1)

给n个元素和足够的空间，求建堆的代价

### 2)

给足够的空间，元素一个一个给，要求维护堆的性质，求建堆代价

### 3)

同上，但是空间不给，需要 array doubling，求建堆代价

## 3

### 1)

给一个数组，它是先递增然后递减的，设计算法找到最大的元素

### 2)

定义峰值元素：

$A[i]$  是峰值元素当且仅当  $A[i-1] < A[i] \wedge A[i] > A[i+1]$  ( $2 \leq i \leq n-1$ )，  
或者  $A[1] > A[2]$  或者  $A[n-1] < A[n]$

设计算法找到数组中的一个峰值元素

## 4

给定有序数组  $B, C$ , 将其所有元素插入到新数组  $A$  中, 要求  $B$  中所有元素的相对位置在  $A$  中保持 ( $C$  也是)

### 1)

给这样的数组  $A$ , 设计  $O(n)$  的算法把它分为数组  $D$  和  $E$ , 要求  $D, E$  有序

( $D, E$  不一定等于  $B, C$ )

正确性要求用数学归纳法证明

### 2)

给一个  $O(n)$  的算法将  $A$  排序

## 5

给一系列区间  $[s_i, f_i]$ , 每两个区间有重合长度, 求这些区间的最大重合长度

要求  $n \log n$

## 6

给一个请求序列  $r_1, \dots, r_n$ , 他们各自有对应的服务器标识  $s$  (可能相同), 设计算法找出从  $r_1$  开始的第一个对应标识符  $s_i$  是唯一的  $r_i$

### 1) $n \log n$

### 2) $n$

假设有完美的哈希函数