

### **Cyclic Redundancy Check**

Рассмотрим сообщение как последовательность битов (элеметов GF(2)) и сопоставим ему многочлен из GF(2)[X]:

$$a_{n-1}a_{n-2}...a_0 \iff M(X) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + ... + a_0$$

Возьмём многочлен  $C \in GF(2)[X]$  степени m, посчитаем r(X) – остаток от деления  $M(X) * X^m$  на C(X).

Теперь построим многочлен

$$M(X) * X^m + r(X)$$

В чём отличие от построения кода Рида-Соломона?

### **Cyclic Redundancy Check**

Рассмотрим сообщение как последовательность битов (элеметов GF(2)) и сопоставим ему многочлен из GF(2)[X]:

$$a_{n-1}a_{n-2}...a_0 \iff M(X) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + ... + a_0$$

Возьмём многочлен  $C \in GF(2)[X]$  степени m, посчитаем r(X) – остаток от деления  $M(X) * X^m$  на C(X). Теперь построим многочлен

$$M(X) * X^m + r(X)$$

В чём отличие от построения кода Рида-Соломона?

- Другая цель: проверить, что сообщение при передаче не было изменено,
- Более простые коэффициенты (GF(2) вместо GF(256)), что упрощает аппаратную реализацию (из арифметических операций остаётся только XOR).

Многочлен С(X) подбирается так, чтобы обеспечить обнаружение определённых типов ошибок.

# Ошибки, которые находит CRC (упражнения)

- Если С(X) имеет два и более ненулевых коэффициентов, то он определяет изменение любого одного бита.
- Если в разложении C(X) на неприводимые множители есть многочлен степени m, то C(X) определяет изменение любых двух бит, расположенных на расстоянии, меньшем m.
- Если С(X) делится на X+1, то он определяет любую ошибку, меняющую нечётное число бит.

## Примеры CRC

Название	Где применяется	Порождающий многочлен*
CRC-16-CCITT	Bluetooth	0x1021
CRC-16-IBM	USB	0x8005
CRC-32	Ethernet, SATA, MPEG-2, gzip, bzip2, PNG	0x04C11DB7
CRC-32C (Castagnoli)	iSCSI, SCTP, SSE4.2, btrfs, ext4, Ceph	0x1EDC6F41

<sup>\*</sup> Отдельные биты числа рассматриваются как коэффициенты порождающего многочлена.

### Криптографические хеши

CRC очень просты в вычислении и обнаруживают простые ошибки. Но их легко обмануть намеренными ошибками.

Для надёжной проверки того, что блок данных не был повреждён или изменён, применяются криптографические хеши:

- MD4, MD5
- SHA1, SHA-256, SHA-384, SHA-512.

На них полагаются, поскольку сейчас не известно алгоритмов поиска коллизий этих хешей, кроме перебора:

- Для MD4, MD5 и SHA1 большого числа вариантов,
- Для SHA-256 и старше полного перебора.

### Примерная скорость вычисления хешей и CRC\*

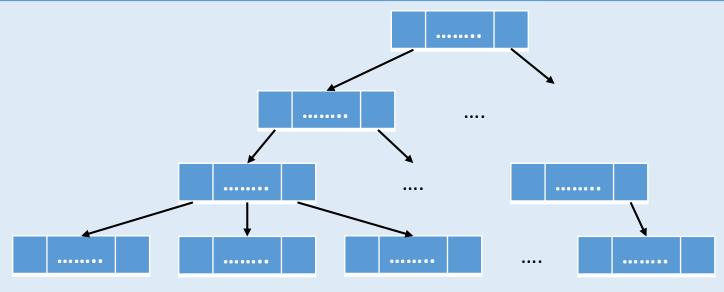
Алгоритм	MB/sec	Cycles/byte
CRC32	253	6.9
Adler32**	920	1.9
MD5	255	6.8
SHA-1	153	11.4
SHA-512	99	17.7

SSE4.2 содержит инструкции для вычисления SHA. Одно ядро Haswell 2.2GHz считает SHA-512 со скоростью 300MB/sec. Оно же научилось быстрее считать CRC32: примерно 2.5GB/sec.

<sup>\*</sup> Измерено на Core 2 1.83GHz

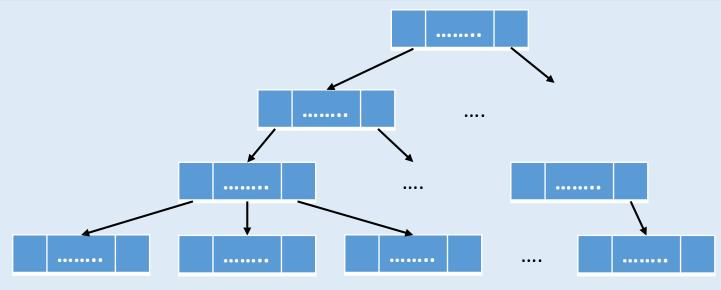
<sup>\*\*</sup> Не является CRC; используется в zlib

### В-деревья



- В узлах хранятся массивы пар (ключ, ссылка),
- Массивы имеют ограниченную длину: от k до 2k элементов,
- Указатели на страницы данных хранятся в листьях, во внутренних узлах ссылки на страницы с узлами-потомками,
- Все листья расположены на одной глубине,
- Пара  $(k_i, p_i)$  ссылается на поддерево, все ключи которого находятся в диапазоне  $[k_i, k_{i+1})$ ,
- Если при вставке происходит переполнение узла, то он разделяется на два узла длины k, а средний элемент перемещается в родительский узел.

#### В-деревья

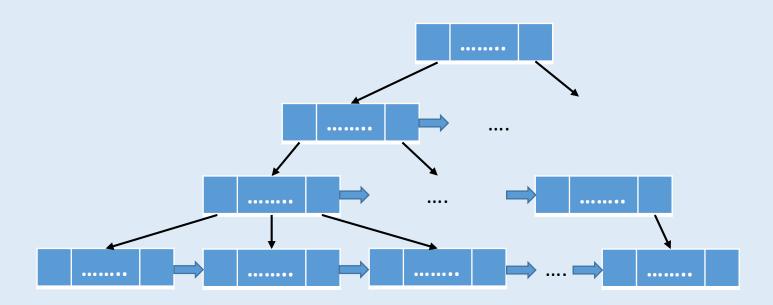


- В узлах хранятся массивы пар (ключ, ссылка),
- Массивы имеют ограниченную длину: от k до 2k элементов,
- Указатели на страницы данных хранятся в листьях, во внутренних узлах – ссылки на страницы с узлами-потомками,
- Все листья расположены на одной глубине,
- Пара  $(k_i, p_i)$  ссылается на поддерево, все ключи которого находятся в диапазоне  $[k_i, k_{i+1})$ ,
- Если при вставке происходит переполнение узла, то он разделяется на два узла длины k, а средний элемент перемещается в родительский узел.

#### Есть проблемы:

- Вставки и удаления создают случайное IO,
- Удаление зачастую реализуется нетривиально, или оставляет много мусора,
- В многопоточной среде надо брать блокировки сразу на весь путь до листа.

### B<sup>link</sup>-деревья (Lehman, Yao)\*



При расщеплении узла не обязательно модифицировать родителя – хватит проставить ссылку на правого соседа, а родительский узел можно модифицировать потом.

В итоге, в каждый момент времени достаточно держать блокировку только на одном узле.

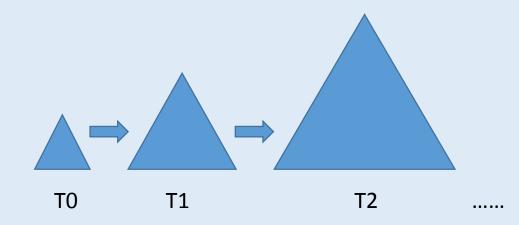
https://www.csd.uoc.gr/~hy460/pdf/p650-lehman.pdf

<sup>\*</sup> Используются, например, в PostgreSQL.

### **Log-Structured Merge Tree**

LSM-дерево – это иерархия В-деревьев.

- Дерево  $T_0$  (возможно, несколько первых) располагается в RAM, гарантируя быструю вставку.
- При переполнении дерева  $T_i$  оно сливается с деревом  $T_{i+1}$ ; полученное дерево объявляется новым  $T_{i+1}$ .
- Поиск элемента делается по очереди в деревьях  $T_0$ ,  $T_1$ , ...
- Удаление элемента реализуется как вставка элемента, помеченного флагом «удалённый». Фактическое удаление произойдёт при слиянии деревьев.



#### Преимущества такого подхода:

- Деревья в RAM гарантируют очень быстрые вставки и удаления,
- Процедура слияния деревьев генерирует последовательное Ю.

Факт: оптимальная производительность вставок в LSM-дерево (наименьшие накладные расходы на слияния) достигается, если число элементов в деревьях  $T_0$ ,  $T_1$ , ... образует геометрическую прогрессию.

http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.44.2782&rep=rep1&type=pdf http://www.benstopford.com/2015/02/14/log-structured-merge-trees/

### Домашнее задание

- 1. Написать В-дерево, которое хранит пары из 64-битного ключа и 64-битного значения. Удаление сделать как вставку маркера удаления.
- 2. Написать функцию для слияния двух В-деревьев.
- 3. Померять скорость вставки элементов со случайными ключами.
- 4. Написать программу, которая обходит домашний каталог, режет файлы на куски по 1Кb, и от этих кусков считает
  - CRC32 (можно взять в zlib),
  - Fletcher32 или Adler32,
  - MD5 (см. документацию на openssl),
  - SHA-256.

Построить гистограмму распределения полученных значений контрольных сумм и хешей.

