

- Talstelsels
 - Decimale stelsel
 - Binaire stelsel
 - Hexadecimale stelsel
 - Octale stelsel
- Negatieve binaire getallen
 - Teken/grootte notatie
 - Plus n-notatie
 - Een- en tweecomplementnotatie
 - Overflow
- **Niet-gehele binaire getallen**
 - 'Floating point'-getallen
 - IEEE-notatie
- BCD-getallen



- **Algemene formule**

$$G = \sum \text{SYMBOL} \times \text{Grondtal}^{\text{Positie}}$$

- **BINAIR**

- GROND TAL: 2

BIT nr	7	6	5	4	3	2	1	0
Gewicht	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	128	64	32	16	8	4	2	1



Exponent achter de komma

	MSB								LSB
Bitpositie	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	
	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	
	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	
				$1 / 2$	$1 / 4$	$1 / 8$	$1 / 16$	$1 / 32$	

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

1011 1101, 101

$$1011\ 1101 = 128 + 32 + 16 + 8 + 4 + 1 = 189$$

$$\begin{aligned} 0,101 &= 1 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} \\ &= 1/2 + 0/4 + 1/8 = 4/8 + 1/8 = 5/8 \\ &= \mathbf{0,625} \end{aligned}$$

$$\rightarrow 189 + 5/8 = 189,625$$

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

13,125₍₁₀₎ = ?

13	/2 (rest)		x2	0,125
6	1	↑	0	25
3	0		0	5
1	1		1	0
0	1			
		MSB	LSB	

13,125₍₁₀₎ = 1101,001

48,46484375₍₁₀₎ = ?

48	/2 (rest)		X2	0,46484375
24	0		0	9296875
12	0		1	859375
6	0		1	71875
3	0		1	4375
1	1		0	875
0	1		1	75
			1	5
			1	0

48,46484375₍₁₀₎ = 0011 0000 , 0111 0111

3261,169921875₍₁₀₎ = ?

3261	/16 (rest)		X16	0,169981275
203	13 -> D		2,	718750
12	11 -> B		11,	5
0	12 -> C		8	0
		MSB	LSB	

3261,169921875₍₁₀₎ = CBD, 2B8
 = 1100 1011 1101, 0010 1011 1000

Naar binair:

- 123,5 = ...
- 85,125 = ...
- 32,625 = ...
- 48,578125 = ...
- 5,12345 = ...

Naar decimaal:

- 0001, 01 = ...
- 1, 001 = ...
- 1010, 1010 = ...
- 1, 1101 1011 = ...
- 1001, 0101 1101 1001 = ...
- 0,111 1111 1111 = ...

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

123,5

$$123 = 0111\ 1011$$

$$0,5 = 1 * \frac{1}{2}$$

$$= 0111\ 1011,1$$

85,125

$$85 = 0101\ 0101$$

$$0,125 = 0,001$$

$$= 0101\ 0101,001 \quad (= 85 + 1/8)$$

X2	0,125
0	25
0	5
1	0

32,625

32 = 0010 0000

0,625 = 0,101

= 0010 0000,101

x2	0,625
1	25
0	5
1	0

0001, 01

= $1 + 1/4 = 1,25$

0001, 001

$1 + 1/8 = 1,125$

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

1010, 10101

$$\begin{aligned} &= 10 + 1/2 + 1/8 + 1/32 = \\ &= 10 + (16+4+1)/32 = \\ &= 10 + 21/32 \\ &= 10,65625 \end{aligned}$$

1, 1101 1011

$$\begin{aligned} &= 1 + 1/2 + 1/4 + 1/16 + 1/32 + 1/128 + 1/256 = \\ &= 1 + (1+2+8+16+64+128) / 256 \\ &= 1 + 219/256 \\ &= 1,8554687 \end{aligned}$$

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

48,578125

48 = 0011 0000

0,578125 = 0,100101

= 0011 0000 , 1001 0100

x16	0, 578125
9	25
4	0

x2	0, 578125
1	15625
0	3125
0	625
1	25
0	5
1	0

Controle:

= $1/2 + 1/16 + 1/64$

= $(32+4+1)/64$

= **37/64**

= 0,578125

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

5,12345

5 = 0101

0,12345= ?

5 = 0101

0,12345 = 0, 1F9A6 ...

= 0, 0001 1111 1001 1010 0110

5,12345 = 0101, 0001 1111 1001 1010 0110

= 5 + 129446/2²⁰ = 5 + 129446/1048576

= 5,1234493

Optie1: via HEX:

X16	0, 12345
1	9725
F	6032
9	6512
A	4192
6	7072

Optie2: via BIN:

X2	0, 12345
0	2469
0	4938
0	9876
1	9752
1	9504
1	9008
1	8016
1	6032
1	2064
0	4128
0	8256
1	6512

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

1001, 0101 1101 1001

$$= 9 + 1/4 + 1/16 + 1/32 + 1/64 + 1/256 + 1/512 + 1/4096$$

$$= 9 + (1 + 8 + 16 + 64 + 128 + 256 + 1024) / 4096$$

$$= 9 + (1497 / 4096)$$

$$= 9,3654785$$

0, 111 1111 1111

$$= 0 + 2047 / 2048$$

$$= 0,9995$$

- **Probleem:**

- “Er kan geen komma geplaatst worden in een bit.”

- **Oplossing:**

- Toch komma plaatsen en daarna wegwerken
- Wetenschappelijke notatie !

GETAL = **toestandsteken** x mantisse x **grondtal**^{positie}

Waarbij $1 < \text{mantisse} < \text{grondtal}$

Voorbeeld van decimale wetenschappelijke notatie:

$$+ 6452_{(10)} = + 6,452 \cdot 10^{+3}$$

$$- 0,006452_{(10)} = - 6,452 \cdot 10^{-3}$$

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

- **Wetenschappelijke notatie !**

GETAL= **toestandsteken** x mantisse x **grondtal**^{positie}

Waarbij $1 < \text{mantisse} < \text{grondtal}$

- **Voorbeeld (binair):**

$$11001001,01 = + 1,100100101 \cdot 2^{+7}$$

$$1010,00101 = + 1,01000101 \cdot 2^{+3}$$

$$0,101 = + 1,01 \cdot 2^{-1}$$

$$0,0010101 = + 1,0101 \cdot 2^{-3}$$

De fictieve notatie is een 'floating point'-getal van één byte

⇒ Als tussenstap voor een 32bit floating point!

Bit 7 = MSB = teken:

0 : +

1 : -

Bit 6 – 5:

- Het exponent in een **plus 2** – notatie

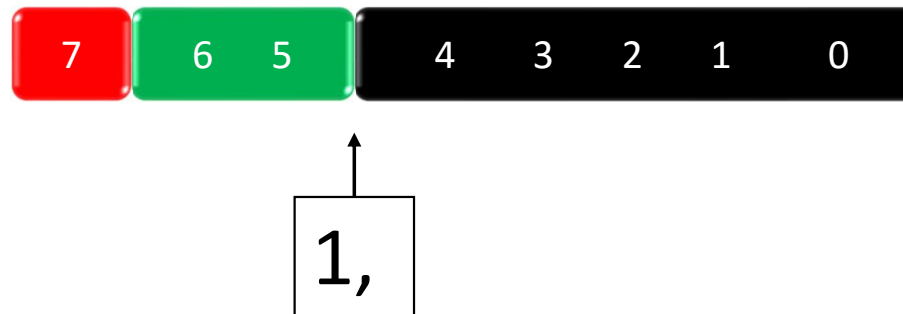


Bit 4 – 0:

- De mantisse
- Verborgen één (hidden one)

- ‘Floating point’ naar decimaal

1. Bit 7 → positief of negatief
2. Absolute waarde binair bepalen.
3. Omvormen naar de decimale waarde.



+ /- 1, mantisse x 2^{exponent}

‘Floating point’ naar decimaal



Voorbeeld:

1 **0** **1** **1** **0** **1** **0** **1**

Teken=	1	→ negatief	
Exponent=	01	→ plus2notatie (dus $1 - 2$) =	-1
Fractie=	10101		

-1,10101 $\times 2^{-1}$

= **-0,110101**

= - (0 + 1/2 + 1/4 + 1/16 + 1/64)

= - [(32 + 16 + 4 + 1) / 64] = - 53/64

= - 0,828125



Decimaal naar ‘Floating point’

Notatie:

+/- 1,mantisse x 2^{exponent}



→ Binaire waarde:

0,828125	*16
13	25
4	0

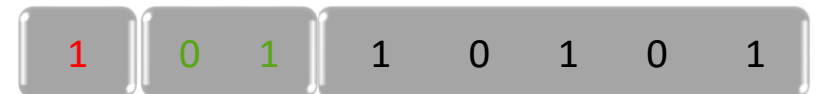
Hex= - 0,D4

Binair= - 0,1101 0100

Wetenschappelijke notatie:

0,110101= - 1, 10101 x 2⁻¹ = - 1, 10101 x 2⁻¹

Bit 7 ⇒ negatief getal ⇒ 1
 Bit 6-5 ⇒ Exponent = -1 ⇒ 0 1 (-1 + 2 = 1)
 Bit 4-0 ⇒ Fractie ⇒ 1 0 1 0 1



Oefeningen wetenschappelijke notatie

- 0,00253 =
- 46,32 =
- 0,067 =
- $8,3 \cdot 10^2$ =
- $9,4 \cdot 10^{-3}$ =
- $3,1023 \cdot 10^2$ =
- 1001,01 =
- 0,0001 =
- 10001,1 =
- 0,0101 =
- 1000 =
- $1,1001 \cdot 2^{-2}$ =
- $1,1001 \cdot 2^{+3}$ =
- $1 \cdot 2^{+4}$ =
- $1,001 \cdot 2^{-2}$ =
- $1,01101 \cdot 2^1$ =

Oefeningen wetenschappelijke notatie

- $0,00253 = 2,53 \cdot 10^{-3}$
- $46,32 = 4,632 \cdot 10^1$
- $0,067 = 6,7 \cdot 10^{-2}$
- $8,3 \cdot 10^2 = 830$
- $9,4 \cdot 10^{-3} = 0,0094$
- $3,1023 \cdot 10^2 = 310,23$

- $1001,01 = 1,00101 \cdot 2^3$
- $0,0001 = 1 \cdot 2^{-4}$
- $10001,1 = 1,00011 \cdot 2^4$
- $0,0101 = 1,01 \cdot 2^{-2}$
- $1000 = 1,000 \cdot 2^3$

- $1,1001 \cdot 2^{-2} = 0,011001$
- $1,1001 \cdot 2^{+3} = 1100,1$
- $1 \cdot 2^{+4} = 10000$
- $1,001 \cdot 2^{-2} = 0,01001$
- $1,01101 \cdot 2^1 = 10,1101$

Oefeningen

- 0 10 01011 = ...
- 1 01 01101 = ...
- 0 11 10101 = ...
- 1 10 00010 = ...
- -3, 375 = ...
- +0, 421875 = ...
- +1, 75 = ...
- -3, 875 = ...

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

0 10 01011

Teken = 0 → +

Exponent = 10 → $(2 - 2) = 0$

Fractie = 01011

+ 1, 01011 . 2⁰

= 1, 0 1 0 1 1

= $1 + (1/4 + 1/16 + 1/32)$

= $1 + [(1+2+8) / 32]$

= $1 + 11/32$

= 1,34375

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

1 01 01101

Teken = 1 → -

Exponent = 01 → $(1 - 2) = -1$

Fractie = 01101

- 1, 01101 . 2⁻¹

= -0, 101101

= - [0 + (1/2+1/8+1/16+1/64)]

= - (1+4+8+32)/64

= - 45/64

= - 0,703125

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

0 11 10101

Teken = 0 → +

Exponent = 11 → $(3 - 2) = +1$

Fractie = 10101

+ 1, 10101 . 2⁺¹

= +11, 0101

= +3 + $(1/4 + 1/16)$

= +3 + $((4+1)/16)$

= +3 + 5/16

= +3, 3125

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

1 10 00010

Teken = 1 → -

Exponent = 10 → $(2 - 2) = 0$

Fractie = 00010

- 1, 00010 . 2⁰

= - 1, 0001

= - (1 + 1/16)

= -1,0625

DEC = - 3,375

$$= - 11,011 \quad = - (3 + 0,25 + 0,125)$$

$$= - 1,1011 \cdot 2^1$$

Teken = - \rightarrow 1

Exponent = 1 $\rightarrow (1 + 2 = 3) = 11$

Fractie = 10110

\rightarrow **1 11 10110**

DEC = 0,421875

= **0,011011**

= $1/4 + 1/8 + 1/32 + 1/64$

= $(1+2+8+16)/64 = 0,421875$

= **+ 1, 1011 . 2⁻²**

X2	0,421875
0	84375
1	6875
1	375
0	75
1	5
1	0

Teken = + → 0

Exponent = -2 → $(-2 + 2 = 0) \rightarrow 00$

Fractie = 10110

→ **0 00 10110**



DEC = + 1, 75

= + 1,11

= + 1, 11 . 2 ⁰

Teken = + → 0

Exponent = 0 → (0 + 2 = 2) → 10

Fractie = 11000

→ **0 10 11000**

X2	0, 75
1	5
1	0

DEC = -3,875

$$\begin{aligned}
 &= - 11,111 \\
 &= - (3 + 1/2 + 1/4 + 1/8) \\
 &= - (3 + 7/8)
 \end{aligned}$$

$$= - 1, 1111 . 2^1$$

Teken = - → 1

Exponent = 1 → (1 + 2 = 3) → 11

Mantisse = 1111

→ **1 11 11110**

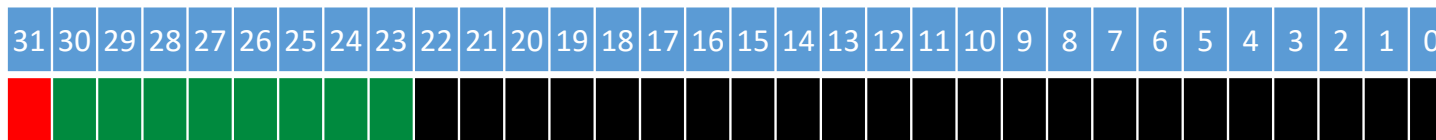
X2	875
1	75
1	5
1	0

- **Vier veelgebruikte getaltypes:**
 - Enkelvoudige precisie(32 bits): float
 - Dubbele precisie (64 bits): double
 - Dubbele uitgebreide precisie (80 bits)
 - Viervoudige precisie (128 bits)
- **De exponent wordt opgeslagen in een plus n-notatie.**



IEEE 754 (32 bits): single precision

Drijvend kommagetal met enkelvoudige precisie, meestal **float** genoemd



Tekenbit:0=positief, 1=negatief

Exponent van 8 bits in plus-127 notatie

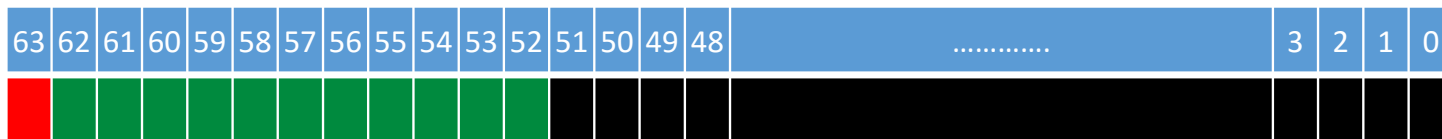
Mantisse van 23 bits, met precisie van

24 bits



IEEE 754 (64 bits): double precision

Drijvend kommagetal met dubbele precisie, meestal **double** genoemd



Tekenbit:0=positief, 1=negatief

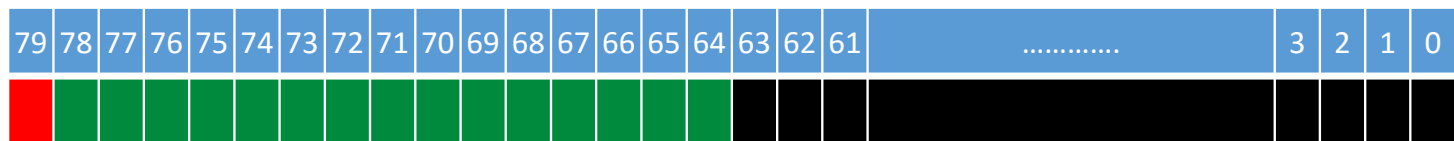
Exponent van 11 bits in plus-1023 notatie

Mantisse van 52 bits, met precisie van 53 bits



IEEE 754 (80 bits): extended precision

Drijvend kommagetal met dubbele uitgebreide precisie



Tekenbit:0=positief, 1=negatief

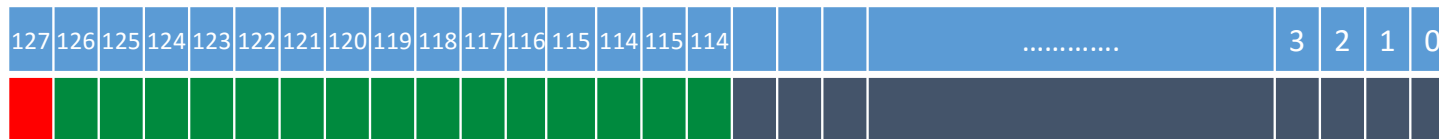
Exponent van 15 bits in plus-16383 notatie

Mantisse van 64 bits, met precisie van 65 bits



IEEE 754 (128 bits): quadruple precision

Drijvend kommagetal met viervoudige precisie, **binary128** genoemd



Tekenbit:0=positief, 1=negatief

Exponent van 15 bits in plus-16383 notatie

Mantisse van 112 bits, met precisie van 113 bits



Voorstelling van oneindig

- Tekenbit bepaalt $+\infty$ of $-\infty$
- De exponent met allemaal 1'en
- Fractie = 0000...000

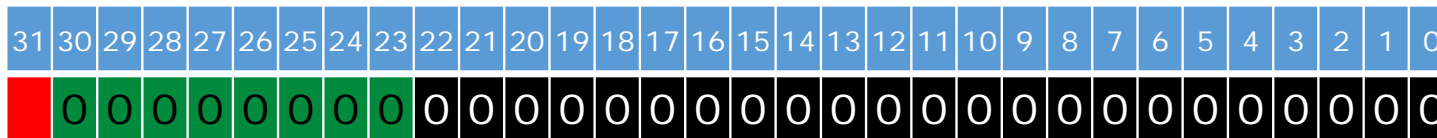
31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0





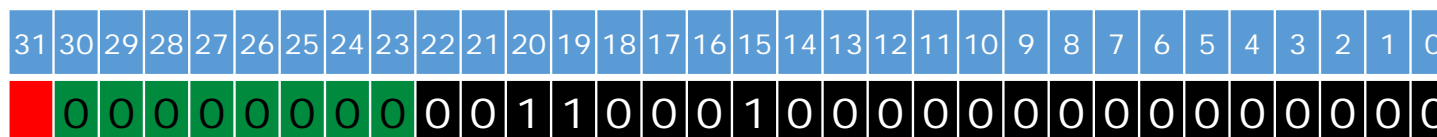
- **Getal nul**

- Niet mogelijk door hidden one
- = getal 0 !

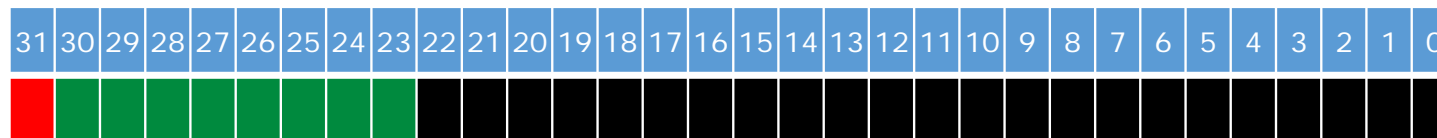


- **Gedenormaliseerde getallen**

- Als: De exponent = 0 en fractie $\neq 0$
- Dan: 'Hidden 1' valt weg!



1. Binaire waarde met kommanotatie
2. Normalisatie (wetenschappelijke notatie)
3. Floating point:
 1. Tekenbit (1 = -, 0 = +)
 2. Exponent (plus 127 notatie)
 3. Mantisse



Decimaal naar float, voorbeeld: 128,03125

- Binaire waarde met kommanotatie:
= 1000 0000,0000 1
→ $128 + 1/32 = 128,03125$
- Normalisatie (wetenschappelijke notatie):
= 1,0000 0000 0001 x 27
- Float →
 1. Tekenbit = 0
 2. Exponent = $(127 + 7 = 134) \Rightarrow 1000\ 0110$
 3. Mantisse = 000000000001

0 10000110 000000000000100000000000

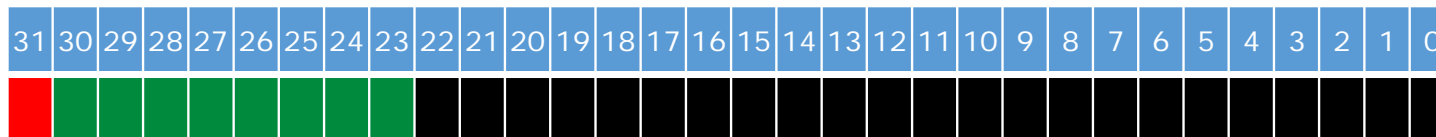
Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

Binary32 naar decimaal

- 1. Normalisatie van Floating point =
 - Tekenbit (1 = -, 0 = +)
 - Exponent (plus 127 notatie)
 - Mantisse



- 2. Binair naar decimaal



Voorbeeld: Binary32 naar decimaal

0 10000110 000000000000100000000000

- Bit 31: 0 \Rightarrow Het is een positief getal
- Exponent \Rightarrow in plus127-notatie = 10000110 $\Rightarrow 134 - 127 = + 7$
- Mantisse \Rightarrow 0000000000001

= + 1,0000 0000 0001 $\times 2^7$

= 1000 0000,0000 1

= 128 + 1/32

= 128,03125

5.875

0.8364868

-320.4125

10.105713

0 10000011 110001100000000000000000

0 10000010 010001100001000000000000

0 01111100 110001001100000000000000

0 11111111 00101010011001000011010

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

5.875 =

$$= 0101, 111$$
$$= 1,01\ 111 * 2^2$$

Teken = + $\rightarrow 0$

Exponent = 2 $\rightarrow (127 + 2 = 129)$
 $\rightarrow 1000\ 0001$

Fractie = 01111

*2	875
1	75
1	5
1	0

0 **1000** **0001** 01111000000000000000000000000000

0.8364868 =

0,8364868

=> 0, D 6 2 4

=> 0, 1101 0110 0010 0100

X16	8364868
13	3837888
6	1406222
2	2499
4	0

= 0,1101 0110 0010 0100

= 1, 101 0110 0010 0100 * 2⁻¹

Teken = + → 0

Exponent = -1

→ (127 + (-1) = 126)

→ 0111 1110

0 0111 1110 101011000100100000000000

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

-320.4125 =

320 = 1 0100 0000 (= 256 + 64)

Optie 2: via BIN:

320	/2
160	0
80	0
40	0
20	0
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1

Optie 1: via HEX:

*16	4125
6	6
9	6
9	6
9	6

*2	4125
0	825
1	65
1	3
0	6
1	2
0	4
0	8
1	6
1	2
0	4
0	8
1	6

0,4125 = 0, 0110 0110 0110 0110 ...

-320.4125 =

= - 1 0100 0000, 01100110011001

= - 1,0100 0000 01110110011001 * 2^8

Teken = - \rightarrow 1

Exponent = 8 \rightarrow (127 + 8 = 135)

\rightarrow 1000 0111

Fractie= 01000000 01110110011001

1 1000 0111 01000000011101100110011001100110

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

10.105713 =

Optie via BIN:

*2	105713
0	211426
0	422852
0	845704
1	691408
1	382816
0	765632
1	531264
1	062528
0	126056
0	25011
0	50022
1	00045

Optie via HEX:

*16	105713
1	6914
11	062528
1	000448

$$\begin{aligned}
 10.105713 &= A, 1 \quad B \quad 1 \quad (16) \\
 &= 1010, 0001 \ 1011 \ 0001 \quad (2)
 \end{aligned}$$

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

10.105713 =

= 1010, 0001 1011 0001 (\rightarrow = 10,1057128)

= **1, 010 0001 1011 0001 . 2³**

Teken = + \rightarrow 0

Exponent = 3 \rightarrow (127 + 3 = 130)
 \rightarrow 1000 0010

Mantisse = 0100 0011 0110 0010

0 1000 0010 010000110110001 0000 0000

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

0 10000011 110001100000000000000000

Teken = 0 → +
Exponent = 1000 011 = 131
→ 131-127 = 4

= + 1, 110001100000000000000000 * 2⁴

= + 1 1100,011

= (16+12)+(1/4+1/8)

= 28 + 3/8

= + 28,375

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie

0 10000010 010001100001000000000000

Teken = 0 → +
Exponent = 1000 0010 = 130
→ 130-127 = 3

= + 1, 010001100001 * 2³

= + 1010, 001100001

= 10 + 1/8 + 1/16 + 1/256 + 1/512

= 10 + (1+2+32+64)/512

= + 10 + 97/512

0 01111100 110001001100000000000000

Teken = 0 → +

Exponent = 0111 1100 = 124
→ 124 - 127 = -3

= + 1, 110001001100000000000000 * 2⁻³

= + 0, 0 0111 0001 0011

= $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{512} + \frac{1}{4096} + \frac{1}{8096}$

= (1 + 2 + 16 + 256 + 512 + 1024) / 8096

= 1811 / 8096 = 0,22367

Binair kommagetal

Fictieve float

IEEE-notatie