2022-2023学年广东省深圳中学初中部七年级（下）期中数学试卷

一、选择题（每小题只有一个正确选项，每题3分，共30分）

1. 如图3-1，已知直线 $a // b$，$\angle 1=70^{\circ}$，则$\angle 2$等于（　　）

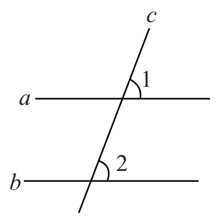


图3-1

A. 110°　　B. 90°　　C. 70°　　D. 60°

2. 下列各组数不可能是一个三角形三边的边长的是（　　）

A. 3，4，5　　B. 1，3，4　　C. 6，8，10　　D. 3，3，3

3. 下列运算正确的是（　　）

A. $a+a^2=a^3$　　B. $a^2\cdot a^3=a^6$

C. $(a^4)^3=a^7$　　D. $a^5\div a^3=a^2$

4. 蚕丝是大自然中的天然纤维，是中国古代文明产物之一，也成为散发着现代科学技术魅力的新材料. 某蚕丝的直径大约是0.000016米，0.000016用科学记数法表示为（　　）

A. 0.16×10^{-4}　　B. 1.6×10^{-4}　　C. 1.6×10^{-5}　　D. 16×10^{-4}

5. 要画一个面积为 $30\ \mathrm{cm}^2$ 的长方形，其长为 x cm，宽为 y cm，在这一变化过程中，常量与变量分别为（　　）

A. 常量为30，变量为 x，y　　B. 常量为30，y，变量为 x

C. 常量为30，x，变量为 y　　D. 常量为 x，y，变量为30

6. 下列各式中，可以运用平方差公式计算的是（　　）

A. $(-a+c)(a-c)$　　B. $(-a-1)(-a+1)$

C. $(x-2y)(2x+y)$　　D. $(-x-y)(x+y)$

7. 下列说法不正确的是（　　）

A. 同角的余角相等

B. 对顶角相等

C. 三角形三条高所在的直线一定交于一点，并且该点位于三角形内部

D. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

8. 某地区用电量与应缴电费之间的关系如下表：

用电量（千瓦·时）	1	2	3	4	…
应缴电费（元）	0.55	1.10	1.65	2.20	…

则下列叙述错误的是（　　）

A. 用电量每增加1千瓦·时，电费增加0.55元

B. 若用电量为8千瓦·时，则应缴电费4.4元

C. 若应缴电费为2.75元，则用电量为5千瓦·时

D. 若小明的应缴电费比小红多2元，则小明的用电量比小红的用电量多1.1千瓦·时

9. 如图3-2，有正方形卡片A类，B类和长方形卡片C类若干张，如果要拼一个长为 $(a+3b)$，宽为 $(a+b)$ 的大长方形，那么需要C类卡片张数为（　　）

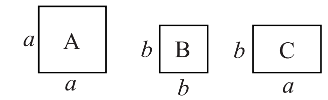


图3-2

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

10. 已知 $a_1,a_2,\cdots,a_{2023}$ 均为正数，且满足 $E=(a_1+a_2+\cdots+a_{2022})(a_2+a_3+\cdots+a_{2022}-a_{2023})$，$F=(a_1+a_2+\cdots+a_{2022}-a_{2023})(a_2+a_3+\cdots+a_{2022})$，则 E，F 之间的关系是（　　）

A. $E<F$　　B. $E=F$

C. $E>F$　　D. 视 $a_1,a_2,\cdots,a_{2023}$ 具体取值而定

二、填空题（每题3分，共15分）

11. 如图3-3，一条公路两次拐弯后，与原来的方向相同，第一次拐的角是 130°，那么第二次拐的角是________.

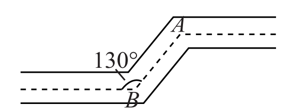


图3-3

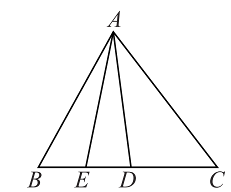


图3-4

12. 如图3-4，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，AE 是 $\triangle ABD$ 的中线，若 $BE=3$，则 $BC=$________.

13. 若 $a^m=8$，$a^n=2$，则 a^{m-n} 的值是________.

14. 小刚计算一道整式乘法：$(3x+a)(2x+3)$，得到的结果为 $6x^2+bx-6$，则 $a+b=$________.

15. 小明要到距家1680米的学校上学，一天，小明从家出发匀速步行去学校上学. 10分钟后，小明爸爸发现小明忘带数学书，立即拿起数学书匀速骑车去追小明，5分钟后追上小明后以原速原路回家，小明拿到书后以原速的 $\frac{6}{5}$ 倍快步赶往学校，到达学校时小明爸爸也同时到家. 若拿书时两人交流时间忽略不计，两人相距的路程 y（米）与小明出发的时间 x（分）之间的关系图象如图3-5所示，则小明爸爸骑车的速度是________米/分.

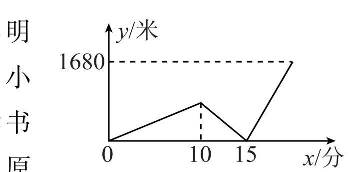


图3-5

三、解答题（本题共7小题，其中第16题9分，第17题6分，第18题7分，第19题7分，第20题8分，第21题9分，第22题9分，共55分）

16. （9分）计算：

(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-(-2)^2+(\pi-2023)^0$；

(2) $(-3xy)^2\cdot(-4xy^3)\div(-12x^2y)$；

(3) $(x-2)^2-(x-2)(x+1)$.

17. （6分）先化简，再求值：$(2a+b)^2-2(3ab+b^2)+(2a+b)(-2a+b)$，其中 $a=1$，$b=-2$.

18. （7分）问题探究：

尺规作图：作一个角等于已知角.

如图3-6ⓐ，已知：$\angle AOB$. 求作：$\angle A'O'B'$，使 $\angle A'O'B'=\angle AOB$.

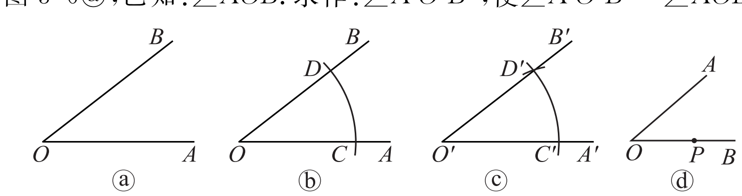


图3-6

(1)作法：

步骤1：如图ⓑ，以点________为圆心，任意长为半径画弧，交 OA，OB 于点 C，D；

步骤2：如图ⓒ，作射线 $O'A'$，以点 O' 为圆心，________长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C'；

步骤3：以点 C' 为圆心，________长为半径画弧，与步骤2中所画的弧相交于点 D'；

步骤4：过点 D' 画射线 $O'B'$，则 $\angle A'O'B'=\angle AOB$.

完成以上填空.

(2)实践应用：如图ⓓ，P 为 $\angle AOB$ 的边 OB 上一点.

①求作：过点 P 作 $\angle CPB$，且点 C 在 $\angle AOB$ 内部，使得 $\angle CPB=\angle AOB$；（要求保留作图痕迹）

②直线 CP 和 OA 的位置关系是________.

19. (7 分)如图 3-7,$EF\parallel AD$,$\angle 1=\angle 2$.试说明:$\angle DGA+\angle BAC=180°$.请将说明过程填写完整.

解:因为 $EF\parallel AD$,(已知)

所以$\angle 2=$________.(________________)

又因为$\angle 1=\angle 2$,(已知)

所以$\angle 1=$________,(________________)

所以________________,(________________)

所以$\angle DGA+\angle BAC=180°$.(________________)

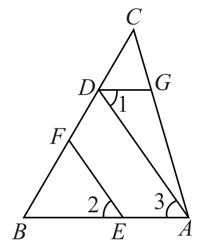


图 3-7

20. (8 分)如图 3-8,M,N 两地相距 50 千米,甲、乙两人于某日下午从 M 地前往 N 地,图中的折线 ABC 和线段 EF 分别表示甲与乙所行驶的路程和时间的关系.根据图象回答下列问题:

(1)图中自变量是________,因变量是________;

(2)甲出发________小时后,乙才出发;

(3)甲在 BC 段路程中的平均速度是________千米/时,乙的平均速度是________千米/时;

(4)图中点 D 表示________________;

(5)根据图象上的数据,乙出发后经过________小时追上甲.

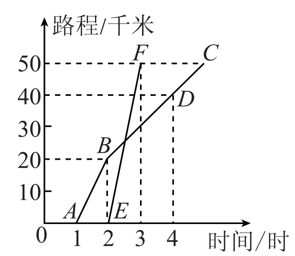


图 3-8

21. (9 分)【知识生成】通常情况下,通过用两种不同的方法计算同一个图形的面积,可以得到一个恒等式.如图 3-9①,在边长为 a 的正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形($a>b$).把余下的部分沿虚线剪开拼成一个长方形(如图②).图①中阴影部分面积可表示为 a^2-b^2,图②中阴影部分面积可表示为$(a+b)(a-b)$.因为两个图中的阴影部分面积是相同的,所以可得到等式:$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

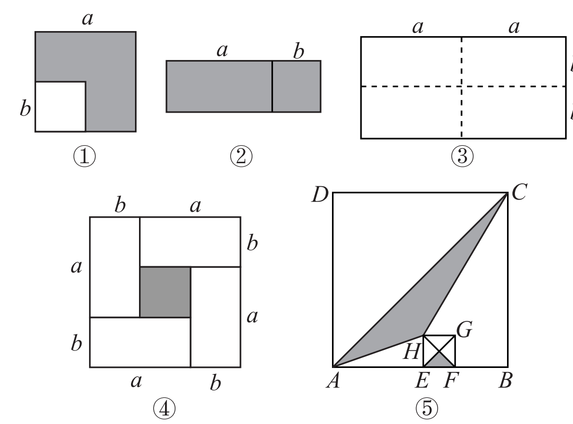


图 3-9

【拓展探究】图③是一个长为 $2a$,宽为 $2b$ 的长方形,沿图中虚线用剪刀平均分成四个小长方形,然后按图④的形状拼成一个正方形.

(1)用两种不同的方法表示图④中阴影部分的面积:

方法 1:________,方法 2:________;

(2)由(1)可得到一个关于$(a+b)^2$,$(a-b)^2$,ab 的等量关系式是________________;

(3)若 $a-b=5$,$ab=2$,则$(a+b)^2=$________;

【知识迁移】

(4)如图⑤,正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 的边长分别为 a,$b(a>b)$,若 $a+b=6$,$ab=5$,E 是 AB 的中点,则图中的阴影部分面积的和是________.

22. (9 分)【背景】在同一平面内,两条直线的位置关系有两种,分别是平行和相交,在相交这种位置关系中,包括垂直这种特殊的位置关系.

【应用】

(1)如图 3-10ⓐ,$PQ\parallel MN$,点 A,B 分别在 PQ,MN 上,AC 平分$\angle PAB$ 交 MN 于点 C,D 是直线 MN 上一点,AE 平分$\angle BAD$ 交 MN 于点 E.

①当点 D 在点 B 的右侧,且$\angle ADC=30°$,$\angle AEC=50°$时,求$\angle BAD$ 和$\angle PAC$ 的度数;

②过点 E 作 $EF\perp AC$,垂足为 F,记$\angle AEF=x$,$\angle ADB=y$,直接写出 y 与 x 之间的关系式.

【拓展】

(2)中欧班列是高质量共建"一带一路"的互联互通大动脉,中欧班列为了安全起见在某段铁路两旁安置了 A,B 两座可旋转探照灯.如图ⓑ,假定主道路是平行的,即 $PQ\parallel MN$,连接 AB,且$\angle ABN=45°$.灯 A 发出的射线 AC 自 AQ 顺时针旋转至 AP 便立即回转,灯 B 发出的射线 BD 自 BM 顺时针旋转至 BN 便立即回转,两灯不停交叉照射巡视.灯 A 转动的速度是 3 度/秒,灯 B 转动的速度是 9 度/秒.若它们同时开始转动,设转动时间为 t 秒,当灯 A 发出的射线 AC 从 AQ 转至 AP 的过程中,直线 AC 与直线 BD 互相垂直时,请直接写出此时 t 的值.

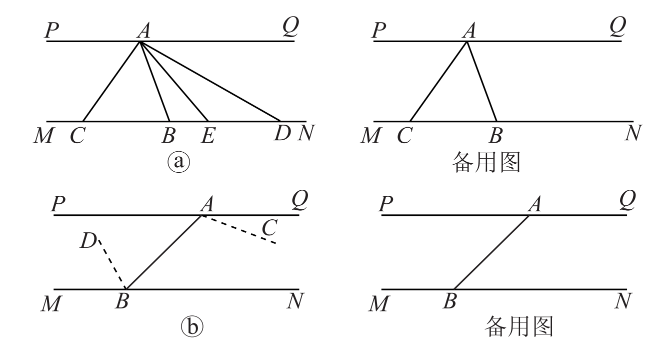
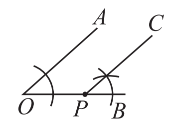


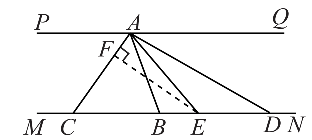
图 3-10

2022-2023 学年广东省深圳中学初中部七年级（下）期中数学试卷

1. C
2. B
3. D
4. C
5. A
6. B
7. C
8. D
9. C
10. A ［解析］设 $a_2+a_3+\cdots+a_{2022}=x$,
即 $E=(a_1+a_2+\cdots+a_{2022})(a_2+a_3+\cdots+a_{2022}-a_{2023})$
$=(a_1+x)(x-a_{2023})$
$=a_1x-a_1a_{2023}+x^2-xa_{2023}$,
$F=(a_1+a_2+\cdots+a_{2022}-a_{2023})(a_2+a_3+\cdots+a_{2022})$
$=(a_1+x-a_{2023})x$
$=a_1x+x^2-a_{2023}x$,
则有 $E-F=a_1x-a_1a_{2023}+x^2-xa_{2023}-(a_1x+x^2-a_{2023}x)=-a_1a_{2023}$.
因为 a_1,a_{2023} 均为正数,
所以 $E-F=-a_1a_{2023}<0$,
所以 $E<F$.
故选 A.
11. 130°
12. 12
13. 4
14. 3
15. 240 ［解析］由题意及图象可知,小明家距学校 1680 米.
因为小明爸爸骑车 5 分钟追上小明,且以原速回家,同时小明到达学校,
所以小明拿到书后 5 分钟到达学校.
设小明原速度为 a 米/分,则拿到书后的速度为 $\frac{6}{5}a$ 米/分,
则可得 $15a+5\times\frac{6}{5}a=1680$,
解得 $a=80$,
则小明爸爸骑车的速度为 $\frac{80\times15}{5}=240$(米/分).
故答案为 240.
16. 解:(1)原式 $=3-4+1=0$.
(2)原式 $=9x^2y^2\cdot(-4xy^3)\div(-12x^2y)$
$=-36x^3y^5\div(-12x^2y)$
$=3xy^4$.
(3)原式 $=x^2-4x+4-(x^2+x-2x-2)$
$=-3x+6$.
17. 解:原式 $=4a^2+4ab+b^2-6ab-2b^2+b^2-4a^2=-2ab$.
当 $a=1,b=-2$ 时,原式 $=-2\times1\times(-2)=4$.
18. 解:(1)O OC(或 OD) CD
(2)①利用(1)的方法如图.

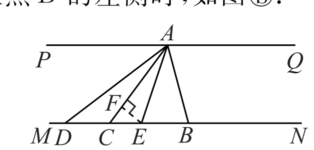


②平行
19. $\angle3$ 两直线平行,同位角相等 $\angle3$ 等量代换 $AB\parallel DG$ 内错角相等,两直线平行 两直线平行,同旁内角互补
20. 解:(1)时间 路程
(2)1
(3)因为 $\frac{40-20}{4-2}=10$, $\frac{50-0}{3-2}=50$,
所以甲在 BC 段路程中的平均速度是 10 千米/时,乙的平均速度是 50 千米/时.
故答案为 10,50.
(4)下午 4 时时,甲行驶的路程为 40 千米
(5)设乙出发后经过 t 小时追上甲.
依题意,得 $20+10t=50t$,
解得 $t=0.5$,
所以乙出发后经过 0.5 小时追上甲.
故答案为 0.5.
21. 解:(1)$(a+b)^2-4ab$ $(a-b)^2$
(2)$(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$
(3)因为 $a-b=5,ab=2$,
所以 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=25+8=33$.
故答案为 33.
(4)阴影部分面积的和等于 $\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}-S_{\triangle AHE}-S_{梯形HEBC}+\frac{1}{4}S_{正方形EFGH}$
$=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times b-\frac{1}{2}(a+b)\times\frac{1}{2}a+\frac{1}{4}b^2$
$=-\frac{ab}{2}+\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}$
$=\frac{1}{4}(a-b)^2$.
因为 $a+b=6,ab=5$,
所以 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=6^2-4\times5=16$,
所以阴影部分面积的和等于 $\frac{1}{4}\times16=4$.
故答案为 4.
22. 解:(1)①因为 $\angle AEC=\angle DAE+\angle ADC$,
所以 $\angle DAE=50^\circ-30^\circ=20^\circ$.
因为 AE 平分 $\angle BAD$,
所以 $\angle BAE=\angle DAE=20^\circ$,
所以 $\angle BAD=\angle BAE+\angle DAE=40^\circ$.
因为 $\angle ABC=\angle BAD+\angle ADC=40^\circ+30^\circ=70^\circ$, $PQ\parallel MN$,
所以 $\angle PAB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$.
又因为 AC 平分 $\angle PAB$,
所以 $\angle PAC=\frac{1}{2}\angle PAB=55^\circ$.
②当点 D 在点 B 的右侧时,如图ⓐ.



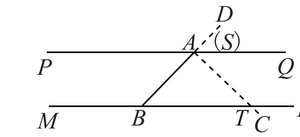
ⓐ

因为 AC 平分 $\angle PAB$ 交 MN 于点 C, AE 平分 $\angle BAD$ 交 MN 于点 E,
所以 $\angle DAE=\angle BAE$, $\angle PAC=\angle BAC$.
设 $\angle DAE=\angle BAE=\alpha$, $\angle PAC=\angle BAC=\beta$,记 $\angle AEF=x$, $\angle ADB=y$.
因为 $EF\perp AC$,
所以 $\angle AFE=90^\circ$, $\angle FAE+\angle AEF=90^\circ$,
即 $x+\alpha+\beta=90^\circ$,
所以 $x=90^\circ-(\alpha+\beta)$.
因为 $PQ\parallel MN$,
所以 $\angle PAD+\angle ADB=180^\circ$,
即 $2\alpha+2\beta+y=180^\circ$,
所以 $y=180^\circ-2(\alpha+\beta)$,
所以 $y=2x$;
当点 D 在点 B 的左侧时,如图ⓑ.



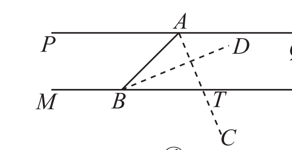
ⓑ

因为 AC 平分 $\angle PAB$ 交 MN 于点 C, AE 平分 $\angle BAD$ 交 MN 于点 E,
所以 $\angle DAE=\angle BAE$, $\angle PAC=\angle BAC$.
设 $\angle DAE=\angle BAE=\alpha$, $\angle PAC=\angle BAC=\beta$,记 $\angle AEF=x$, $\angle ADB=y$.
因为 $EF\perp AC$,
所以 $\angle AFE=90^\circ$, $\angle FAE+\angle AEF=90^\circ$.
因为 $\angle FAE=\angle CAB-\angle EAB=\beta-\alpha$,
所以 $x=90^\circ-\angle FAE=90^\circ-(\beta-\alpha)$.
因为 $\angle DAC=\angle DAB-\angle CAB=2\alpha-\beta$, $PQ\parallel MN$,
所以 $y=\angle PAD=\angle PAC-\angle DAC=\beta-(2\alpha-\beta)=2(\beta-\alpha)$,
所以 $y=180-2x$.
综上, y 与 x 之间的关系式为 $y=2x$ 或 $y=180-2x$.
(2)设射线 AC 交 MN 于点 T,射线 BD 交 PQ 于点 S.
①如图ⓒ,当 BD,AC 未相遇时,



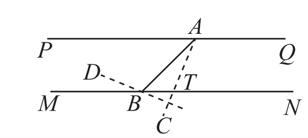
ⓒ

因为 AC 与 BD 互相垂直,
所以 $\angle SBT+\angle ATB=90^\circ$.
因为 $\angle SBT=180^\circ-\angle MBS=(180-9t)^\circ$, $\angle ATB=\angle QAT=3t^\circ$,
所以 $180-9t+3t=90$,
解得 $t=15$;
②如图ⓓ所示,当 BD 返回时, AC 与 BD 垂直,



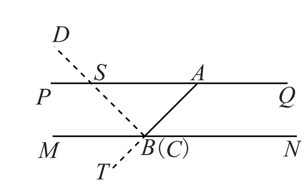
ⓓ

所以 $\angle TAB+\angle ABD=90^\circ$.
因为 $\angle ABN=45^\circ$, $PQ\parallel MN$,
所以 $\angle BAQ=135^\circ$, $\angle BAC=(135-3t)^\circ$, $\angle ABD=(225-9t)^\circ$,
所以 $135-3t+225-9t=90$,
解得 $t=22.5$;
或如图ⓔ所示,当 BD 返回时, AC 与 BD 垂直,



ⓔ

所以 $\angle ABD-\angle CAB=90^\circ$.
因为 $\angle ABN=45^\circ$, $PQ\parallel MN$,
所以 $\angle BAQ=135^\circ$, $\angle BAC=(135-3t)^\circ$, $\angle ABD=\angle ABM-\angle MBD=135^\circ-(360-9t)^\circ$,
所以 $135-(360-9t)-(135-3t)=90$,
解得 $t=37.5$;
③当 BD 第 2 次从 MB 出发,与 AC 垂直时,如图ⓕ所示,



ⓕ

所以 $\angle PAC+\angle ASB=90^\circ$.
因为 $PQ\parallel MN$,
所以 $\angle MBS=\angle ASB=(9t-360)^\circ$, $\angle PAC=(180-3t)^\circ$,
所以 $9t-360+180-3t=90$,
解得 $t=45$.
综上所述, t 的值为 15 或 22.5 或 37.5 或 45.