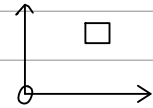
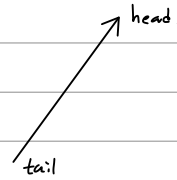


선형대수학.

등차 좌표계

Linear Algebra.
 { Vector, Matrix, Transformation. }



좌표계: 기준점이 원점이므로, 특정 거리를 정의할 수 있다.

Vector.

Magnitude + Direction.
 위치값이 아닌, 크기와 방향으로 정의되는 것.

→ 그러나 위치는 정의 불가능하다. (2차원에서 같은 거리를 가진 객체가 여러 개 있다.)
 → 이로 인해 기준점이 생겼다. 지점으로 끝나. 방향으로 끝나. 양자로 위치 파악 가능.

Usage) Force: Direction + Strength. (방향과 크기)

3차원인 지.상.공간으로 위치 설명 가능하다.

Displacement: Direction + Distance of moving object (방향과 이동지).

가속도 또한 벡터로 사용됨.

Velocities: Direction + Speed (방향과 속도).

속도 = (이동)' , 가속도 = (속도)'

Pure Direction.

looking in a 3D game.

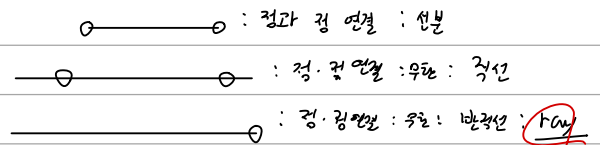
Polygon: 다각형

Polygon is facing.

→ 다각형이 바라보는 방향.

Which a ray of light travels.

빛방향의 반작용.



벡터는 위치값이 없기에, 같은 크기, 방향이면 같다고 볼 수 있다.

벡터를 3개 표현하여, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 로 3차원 표현이 가능하다.

point vs vector: 등차 좌표계.

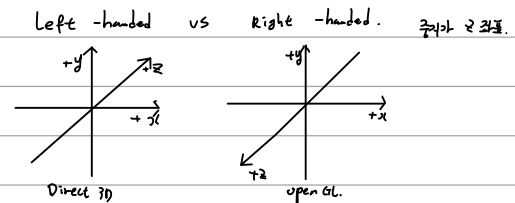
Geometric interpretations

Scalar multiplication. (상수곱은 벡터의 크기, 방향을 바꾼다.)

Addition. (벡터끼리 덧셈, 지름, 이동지의 여백.)

벡터의 뺄셈. 지름, 이동지의 반대.)

Subtraction = $\vec{B} = \vec{C} - \vec{A}$.



Dot product.

Dot product of two vectors.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y$ // 벡터 생성이지만 값이 같아만 나온다.

→ scalar.

unit vector: 길이가 1인 벡터. $\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$
 → making → Normalization. $\vec{v}' = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right)$

ex) $\vec{v} = (1, 3)$. Length = $\sqrt{1^2 + 3^2} \Rightarrow \sqrt{10}$.

각도

Using) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \theta$

if) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \cos \theta = 0, \theta = 90^\circ$

$|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ 는 0이 될 수 없다, 0이면 점.

$\cos \theta$ 코사인도 측정 가능.

if) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Rightarrow \cos \theta = 1$,

→ 계산법. 각도 구. 문제 기입은 1번.

→ \vec{u}, \vec{v} 는 서로 평행하다. (같은 방향).

if) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1 \Rightarrow \cos \theta = -1$,

→ 서로 반대를 본다.

if) $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \Rightarrow \cos \theta > 0$. (예각, $0 \sim 90^\circ$)

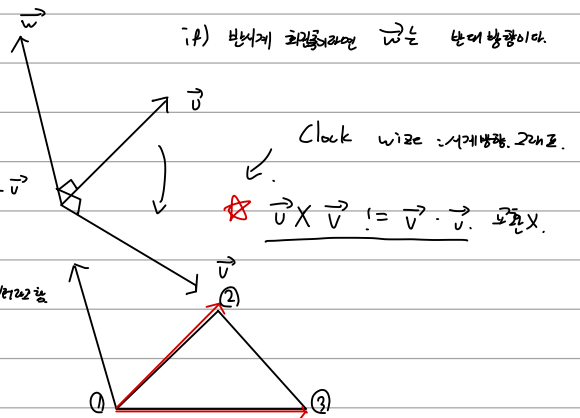
if) $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \Rightarrow \cos \theta < 0$ (둔각, $90^\circ \sim 180^\circ$).

result of cross product. \Rightarrow vector.

$\vec{w} \perp \vec{u}, \vec{w} \perp \vec{v}$

if) $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$ \vec{w} 는 \vec{u} 와 \vec{v} 의 외적이다.

평면이 바라보는 직선과 평면이 우회전 직각이며, 바라보는 직선은 normal. 방향 벡터라고 함.



Cross product.

계산법.

외적.

다각형의 외적!

RAY

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + t\vec{v} \quad (t > 0) \quad t \text{ 값이 커질수록 원점으로 가까워짐}$$

matrix.

graphics pipeline에 $[4][4]$ 행렬만 사용됨.

행렬

$$\vec{v} = [v_1, v_2, v_3]^T; \text{ Row vector. } \rightarrow \text{ column vector. } \quad \text{벡터는 대문자로 표시.} \quad \begin{matrix} 2 & 3 & 3 \\ & & 3 \end{matrix}$$

$$\text{곱셈 조건: } A[m][n], B[p][q]$$

$$n = p \text{ 일때 곱셈이 가능}$$

$$\text{곱셈후 } [m][q] \text{ 의 배열로 가져옴.}$$

곱셈,

$$\text{행렬 } A \cdot B \Rightarrow A_{\text{row}} \cdot B_{\text{col}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1,2,3) \cdot (1,4,7), (1,2,3) \cdot (2,5,8), (1,2,3) \cdot (3,6,9) \\ (4,5,6) \cdot (1,4,7), (4,5,6) \cdot (2,5,8), (4,5,6) \cdot (3,6,9) \end{bmatrix}$$

⊗ transpose. (시행)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 3 & 6 & -4 \end{bmatrix}^T \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \quad [1, 2, 3, 4]^T \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

identity matrix.

$$\text{Square matrix. } (Matrix) \times \text{Identity matrix} = \text{같이 처리}$$

OpenGL에 처리함.

inverse matrix.

$$\text{inverse matrix} \Rightarrow \text{matrix의 역, } M \times M^{-1} = \text{Identity matrix.}$$

Square matrix. inverse matrix의 곱셈을 위한 공식이 있음. 행, 열이 같아야 함.

모든 square matrix에 inverse를 곱함 X.

$$\hookrightarrow \text{invertable} \Leftrightarrow \text{singular.}$$

$$M^{-1} \text{이 존재, } M^{-1} \text{이 존재 X.}$$

1, 1 수식을 배열로 정리 가능함.

$$\begin{matrix} 2x + 3y = 7 \\ x - 4y = 5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

이것을 쓰지 못함.

1차식 3개로 inverse 처리.

3개의 회색선 값 구하기

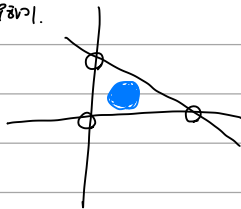
$$M \times P.$$

$$M^T \times M \times P = M^T P$$

 $M^T \times M$ 은 항상 square matrix.

$$(M^T \times M)^{-1} \times M^T \times M \times P = M^T P \times (M^T \times M)^{-1}$$

$$X = M^T P \times (M^T \times M)^{-1}, \quad \text{값을 구할 수 있게 됨. 근사치를 찾는 것}$$



$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\text{if) } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad \text{역행렬}$$

$$ad-bc \neq 0, \text{ 그러나 } ad-bc \text{가 만족하는 행렬이 있음}$$

 \hookrightarrow inverse matrix 불안정.