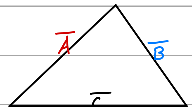
euclidean (rigid) : 강체 변형 : (hard) 한 물체를 변형 (이동) 시키는것.
body.
각각의 위치에 배치하는것 : 변형

Date : 2020 - 04 - 01

기하 변형

기하 (공간)



$C < a+b$ 현실같이 수치적으로 증명할수 있는것.

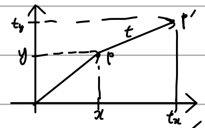
↳ 이로 인해 기하좌표계로 구현된다.

translation : 이동

Scaling : 크기변형.

2D translation

물체를 이동시키는 과정을 구현하는 과정.



$p(x, y)$ $p' = (x + t_x, y + t_y)$ Point : t_x, t_y

$t(t_x, t_y)$

$$p' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \end{bmatrix}$$ // (2D) translation matrix [2, 3]

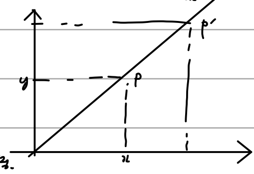
identity matrix. why?

Scaling.

모든 크기를 바꾸는 과정을 구현하는것.

원점을 정해서 크기가 변하는데,

(0, 0) 으로 결비 되어 있지 않다면, 이동하면서 커짐.



$p = (x, y)$ $p' = (sx, sy)$ Point : S

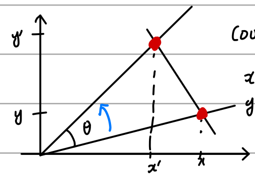
$$p' = s \times p = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$ // translation 과 matrix가 다르다.

[2, 2]

$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Point : θ

rotation Equations.



Counter-clock wise : 반시계.

$x' = \cos\theta \cdot x - \sin\theta \cdot y$

$y' = \sin\theta \cdot x + \cos\theta \cdot y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$ [2 · 2] [2, 1]

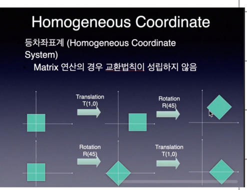
linear transformation.

$$p' = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

2 × 2 ⇒ Scaling, rotation 모두 사용가능하다. → 결국 곱해야하게 해야 된다

동차 좌표계

translation 이 linear 와 형태 불가능하기에 나왔다.



원점을 기준으로 rotation이 진행 되어서, transformation과 순서는 바뀔수 없다 (교환x) // 순서를 보장해준다.

$$p' = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

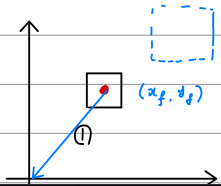
$$p' = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

[2, 2] → [3, 3] identity로 바꿔줌

$$p' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

Square matrix. → 역행렬.

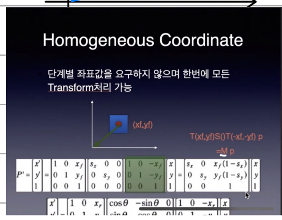
1개의 matrix로 표현가능하여 하나의 행렬로 여러 계산을



① 크기를 키우면 이동하여서, 크기는 유지하지 않는다. 원점으로 보낸다.

② 크기를 키운다.

③ 원래 위치로 보낸다.



$$\begin{bmatrix} S_x \cdot x + x \cdot x_f (1 - S_x) \\ S_y \cdot y + y \cdot y_f (1 - S_y) \\ 1 \end{bmatrix}$$

inverse transformation.

역행렬은 결국 반대되는 동작을 함. ⇒ $Rotation^{-1}(\alpha) \Rightarrow R(-\alpha)$

ex) translation $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$ // 반향과 역행렬은 다르다.

(clockwise) rotation $\begin{bmatrix} \cos & \sin & 0 \\ -\sin & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\cos^{-1}\alpha$ $\cos\theta = -\cos\theta$, $\sin\theta^{-1} = -\sin\theta$.

Scaling $\begin{bmatrix} \frac{1}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Composite transformations.

특정 점을 기준으로, 변형을 하였다. → 회전 할때 원점으로 이동 후 회전시켜줄 후 원위치.

Shear.

x 나 y 값에 의하여 값이 변형

$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Reflection. (반사) 반전.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ = x축 기준 반사 (y가 변한다)

$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ = y축기준 반사 (x가 변한다)

$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ = x, y축 기준반사 (x, y, 모두 변한다)

3D에서 Scaling, Reflection의 행렬은 2D와 같다.
[4, 4] [4, 4]

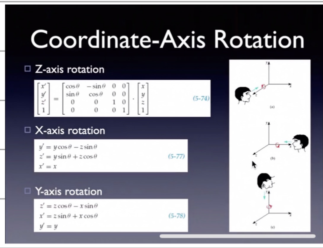
3D translation.

$[4, 4] / \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$

if) 3축 -1, x, y 평면 대칭.

Rotation.

x, y, z 축 기준 회전, 축에 따라 3차원 회전. 2D와 임의의 축으로 이를 시행할 수 있다.



임의축 회전 참고.