博弈论作业

1、解：

总产量，其中𝑞𝑖​是厂商𝑖的产量

价格函数为：

由于每个厂商的生产成本为0，因此厂商𝑖的利润𝜋𝑖只与它的产量𝑞𝑖​和市场价格𝑝(𝑄)有关，利润函数为：

为了求出均衡下每个厂商的利润，我们需要先确定均衡时各个厂商的产量。在古诺模型中，每个厂商会选择自己的产量以最大化自己的利润，考虑到其他厂商的产量。这是一个纳什均衡问题。

因为所有公司都是对称的，所以在均衡状态下，所有公司的产量相同，即。则总产量。

将总产量𝑄∗代入价格函数中，得到均衡价格：

厂商的利润函数变为：

要最大化利润，我们对𝑞∗求导并令其等于0：

解得均衡产量：

将均衡产量代入价格函数中得到均衡价格：

最终均衡下每个厂商的利润为：

当𝑛→∞时，每个厂商的利润趋近于：

因此，当公司数量趋于无穷大时，每个厂商的利润趋于0。

2、解：

（1）

当玩家A选择策略a1时，玩家B最佳响应是策略b3（标黄）；

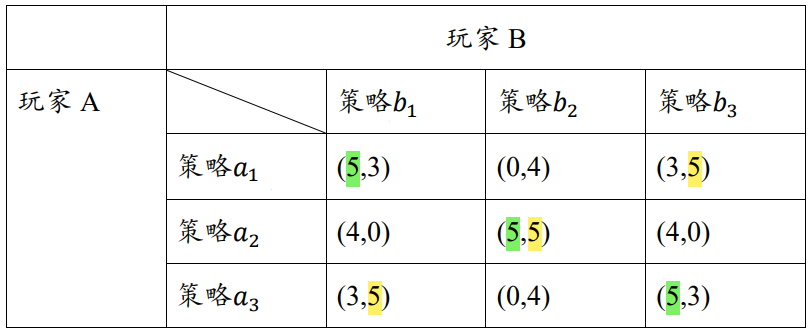
当玩家A选择策略a2时，玩家B最佳响应是策略b2（标黄）；

当玩家A选择策略a3时，玩家B最佳响应是策略b1（标黄）；

当玩家B选择策略b1时，玩家A最佳响应是策略a1（标绿）；

当玩家B选择策略b2时，玩家A最佳响应是策略a2（标绿）；

当玩家B选择策略b3时，玩家A最佳响应是策略a3（标绿）。



故纳什均衡点为（策略a2,策略b2）。

（2）

当玩家A选择策略a1时，玩家B最佳响应是策略b1（标黄）；

当玩家A选择策略a2时，玩家B最佳响应是策略b2（标黄）；

当玩家A选择策略a3时，玩家B最佳响应是策略b2（标黄）；

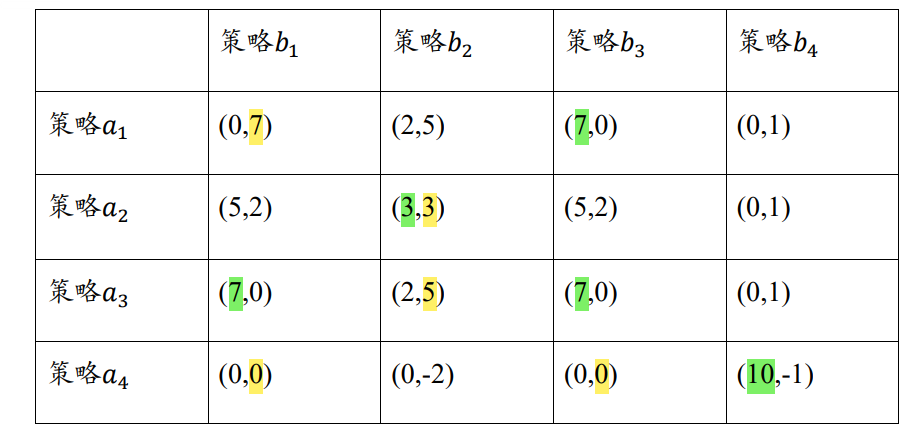
当玩家A选择策略a4时，玩家B最佳响应是策略b1、b3（标黄）；

当玩家B选择策略b1时，玩家A最佳响应是策略a3（标绿）；

当玩家B选择策略b2时，玩家A最佳响应是策略a2（标绿）；

当玩家B选择策略b3时，玩家A最佳响应是策略a1、a3（标绿）；

当玩家B选择策略b4时，玩家A最佳响应是策略a4（标绿）。



故纳什均衡点为（策略a2,策略b2）。

3、解：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | min | max |
|  | -5 | 2 | 1 | 19 | -5 |  |
|  | 6 | 4 | 4 | 8 | 4\* | 4\* |
|  | 5 | 4 | 0 | -6 | -6 |  |
| max | 6 | 4\* | 4\* | 19 |  |  |
| min |  |  | 4\* |  |  |  |

故纳什均衡点为a2,2=a2,3=4

4、解：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | min | max |
|  | 4 | 0 | 2 | 0\* |  |
|  | -2 | 7 | 1 | -2 | 0\* |
| max | 4 | 7 | 2 |  |  |
| min |  | 2\* |  |  |  |

显然该矩阵对策没有纯纳什均衡，这时可以求解其混合纳什均衡。

求解:

等价于

求解得纳什均衡点为2。

5、证：

定理1证明：

由于

所以

定理2证明：

由定义2：可知，鞍点即为博弈值。

再由定义1：可知，。