

## 题目一

### 1. 坐标系定义

世界坐标系 W: ENU。

机体坐标系 B: 前-左-上。

末端执行器坐标系 D: 固连在无人机底部，圆锥运动相对于 B 系。

### 2. 输入数据

tracking.csv 给出任意时刻  $t$  无人机本体在世界系的姿态四元数  $q_{WB} = [q_w, q_x, q_y, q_z]$ ，已归一化。

已知末端相对机体系的旋转矩阵

$${}^B R_D = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \cos \alpha & \sin \omega t \sin \alpha \\ \sin \omega t & \cos \omega t \cos \alpha & -\cos \omega t \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

### 3. 计算步骤

① 对每一时刻  $t$ :

把  $q_{WB}$  转为旋转矩阵  $R_{WB}$ 。

按上式计算  $R_{BD}(t)$ 。

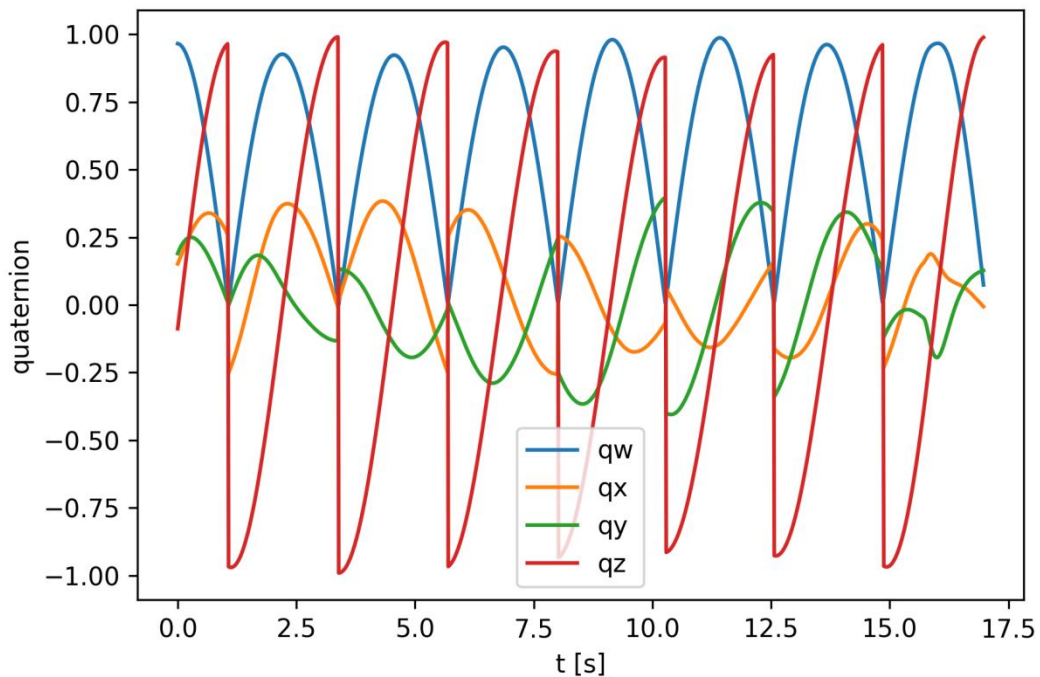
合成末端在世界系的姿态:  $R_{WD}(t) = R_{WB} \cdot R_{BD}(t)$ 。

② 把  $R_{WD}$  转回四元数  $q_{WD}$ ，并强制  $q_w \geq 0$  以保证时间连续性。

③ 输出  $q_{WD}(t)$  并绘图。

### 4. 结果

下图给出 20 s 仿真数据内末端执行器姿态四元数随时间变化曲线；四条曲线连续、无奇跳，且始终  $|q|=1$ 。



## 题目二

### 1. A\* 启发式与路径简化

现有  $\text{tie\_breaker} = 1 + 1e-3$  轻微放大启发值，打破“f 相同”时栅格优先顺序，减少不必要的“之”字形。若希望无人机更偏好水平飞行，可将启发式改为

$$h = (1 + \lambda \cdot |\Delta z| / (|\Delta x| + |\Delta y| + |\Delta z|)) \cdot (dx + dy + dz)$$

$\lambda \approx 0.1 - 0.3$ ,  $\Delta z$  越大则  $h$  越大，搜索优先扩展水平节点。该修正仍满足  $\text{admissible} (\lambda < 1)$ ，故可行，但最优性从“长度最优”变为“长度+高度”加权最优。

$\text{path\_resolution}$  过大：中间点稀疏， $\text{planner}$  给出的直线段在动力学上不可跟踪，出现“过冲-回拉”振荡；

过小：节点数爆炸，实时性下降，且 Douglas-Peucker 递归深度增加，可能因浮点误差把安全走廊过滤掉，导致贴近障碍物。

### 2. S0(3) 位置控制器

S03Control.cpp 中

$$F = -kx \cdot ep - kv \cdot ev + m \cdot g \cdot e3 + m \cdot a_{des} + ka \cdot a_{measure}$$

五项依次为：位置弹簧力、速度阻尼力、重力补偿、前馈加速度、机体实测加速度补偿。

弹簧项  $-kx \cdot ep$  提供回拉定位刚度，阻尼项  $-kv \cdot ev$  消耗动能抑制超调，重力补偿  $m \cdot g \cdot e3$  抵消自重基准，前馈  $m \cdot a_{des}$  实现零滞后跟踪，实测加速度反馈  $ka \cdot a_{measure}$  构成加速度环动态阻尼，对风扰与负载突变具瞬时修正能力；大误差或 IMU 噪声下  $ka$  被门限截断以防高频抖动，整体力向量经倾角保护后映射为机体  $z$  轴，再按期望偏航构造 S0(3) 最小旋转，输出归一化四元数与总推力指令。

大误差或噪声下  $ka \cdot a_{measure}$  会引入高频抖动，故需 clamp 到  $[-ka_{max}, ka_{max}]$ 。

若机体质量从  $m$  变为  $k \cdot m$ ，欲保持相同加速度跟踪，需把  $kx$ 、 $kv$  同比例放大  $k$  倍。推力幅值  $|F|$  也近似放大  $k$  倍，倾角不变，系统稳定性（相位裕度）基本不变。

### 3. 动力学建模与约束

(1) 建模简化及其对控制分配的影响

仿真器采用“刚体+重力+四推力”最小模型：质量  $m$  设为常数，惯量  $J$  为对角阵，气动阻尼被忽略。控制分配矩阵因而简化为

$$\tau = B \cdot F, \quad B \in \mathbb{R}^{6 \times 4} \text{ 仅与电机距质心几何有关。}$$

质量误差直接改变推力→加速度增益，惯量误差影响角加速度→力矩增益，忽略阻尼则导致高速段出现“加速度指令→实际加速度”比例衰减，分配律不再匹配真实动力学。

(2) 参数估计偏差的可观测现象

- 质量偏小：悬停油门基准降低，垂直段出现“上升滞后/下降超调”，稳态位置无偏，但峰值推力饱和风险上升。
- 阻尼偏小：速度回零阶段出现明显过冲与 0.5-1 Hz 低频振荡，阻尼比  $\zeta < 0.3$ ；高速巡航段跟踪相位超前，误差谷-峰值呈正弦拖尾。
- 综合表现：阶跃速度指令上升时间缩短，调节时间延长，IMU 实测加速度与  $a_{des}$  幅值差异  $> 15\%$ 。

(3) 加入气动阻力  $F_d = kv$  的策略对比

控制层 (S03Control) 注入：

优点：实时形成“加速度-速度”阻尼闭环，抗突发风，带宽高；

缺点：需准确  $k$  值，放大高频噪声，必须低通滤波；增益过大引起倾角抖动。

规划层 (轨迹限速) 注入：

优点：离线即保证  $v \leq v_{sat(k)}$ ，无需改飞控代码，零噪声；

缺点：无法应对在线风扰，保守限速降低任务效率。

(4) 推荐双层方案与参数整定

规划层先按 $k_{plan}=0.8 \cdot k_{true}$ 限速，控制层再用低通后 $k_{ctl}=0.2 \cdot k_{true}$ 做前馈抵消。

自整定步骤：悬停记录油门均值  $T_0$ ，人工施加已知风速 $v_{wind}$ ，测得额外油门 $\Delta T$ ，则

$$k \approx \Delta T \cdot mg / v_{wind}。$$

最终 $k_{plan}$ 取 0.8k， $k_{ctl}$ 取 0.2k 并过一阶 IIR（截止 10 Hz）即可兼顾安全性与抗扰性。