

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

2

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1
2006/2007 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $A(1,0)$ функции $f(x,y) = \ln \left(\operatorname{sh} \frac{y}{x} + 3 \right)$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $A(1,0)$ до $o((x-1)^2 + y^2)$.

2.③ Найти длину дуги кривой

$$y = \frac{1}{2} (\ln \cos x + \ln \sin x), \quad \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}.$$

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y) = \ln \left(2 + y + \sqrt[5]{x^2 y^4} \right).$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n!)^3}{(3n)!} \operatorname{sh}^2 n.$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{ch} x - 1 - \ln \left(1 + \frac{x^2}{2} \right)}{(e^x - 1 - x)(\sqrt{x} + \sqrt[6]{x})^\alpha} dx.$ б) ⑤ $\int_1^{+\infty} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^\alpha} \sin(2x + 3) dx.$

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n \left(e^{\frac{1}{nx}} - 1 \right);$

б) ④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^3 n^3}{x^6 + n^2} \operatorname{th} \left(\frac{x}{n} \right)^3.$

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \arccos \frac{x^2}{\sqrt{4+x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y) = \sin \frac{1}{x^2 + y^2 + 2y}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{x^2 + y^2 + y < 0\}?$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1
2006/2007 уч.г.

2

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $B\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ функции $f(x, y) = 3^{\cos xy}$.

Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $B\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ до $o\left((x-1)^2 + \left(y - \frac{\pi}{2}\right)^2\right)$.

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y = \sin 2x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x, y) = \sqrt[3]{8 + x + \sqrt[3]{x^2 y}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^2 \operatorname{sh} \frac{1}{n^2} \right)^{-n^5}.$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sh} x - x - x \ln \left(1 + \frac{x^2}{6}\right)}{(\operatorname{ch} x - \sqrt{1+x^2})(\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x})^\alpha} dx$. б) ⑤ $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(e^{\sqrt{x}} - 1)}{x^\alpha} \sin(3x + 1) dx$.

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = \arcsin \frac{nx}{1 + 6nx}$;

б) ④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1 + n^3 x^4} \ln(1 + x\sqrt{n})$.

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \ln(x^2 + \sqrt{3 + x^4})$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x, y) = \sin \frac{1}{2x^2 - 2xy + y^2}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{x > 0, y < 1, y > x\}?$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2
2006/2007 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $A(0,1)$ функции $f(x,y) = \ln \left(\operatorname{th} \frac{x}{y} + 2 \right)$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $A(0,1)$ до $o(x^2 + (y-1)^2)$.

2.③ Найти длину дуги кривой

$$y = 1 - \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$$

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y) = \sqrt{4 + 2x + \sqrt[6]{x^2|y|^5}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n (2n)!}{(n!)^2 \operatorname{ch}^3 n}.$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{\ln(\operatorname{ch} x)}}{x^\alpha (1+x^2)(\sqrt{x+x^2} - \sqrt{x})^\alpha} dx.$ б) ⑤ $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(3x-2)}{\sqrt{x}(\operatorname{sh} x - x)^\alpha} dx.$

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n^2 \ln \left(1 + \frac{x}{n^2} \right);$

б) ④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{xn}{\sqrt{x^4 + n^3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{x^2}{n} \right).$

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arcctg} \frac{x^3}{\sqrt{4-x^6}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y) = \cos \frac{1}{x^2 + y^2 - 2x}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{-1 < y < 1, 2 < x < 3\}?$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2
2006/2007 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ функции $f(x, y) = 2^{\operatorname{ctg} xy}$.

Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ до $o\left(\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + (y - 1)^2\right)$.

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y = \sqrt{2 + x^2}$, $0 \leq x \leq 1$.

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0, 0)$ функцию

$$z(x, y) = y + e^{\sqrt{|xy|}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n} \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^{-n^2}.$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{x - \operatorname{th} x}}{(1+x)(\sqrt{x+x^4} - \sqrt{x})^\alpha} dx$. б) ⑤ $\int_1^{+\infty} \frac{\ln^\alpha \operatorname{ch} x}{x^2} \sin(2x-1) dx$.

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = \cos \frac{8nx}{1+n^2x^2};$

б) ④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 n^2}{1+x^5 \cdot n^3} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{nx^3}} \right).$

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x, y) = \cos \frac{1}{x^2 + 2xy + 2y^2}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{y > 0, y > -x, y < 1\}?$$