Дисциплина Многомерный анализ, интегралы и ряды

$\mathbf{Kypc} \ [$	1 Семестр 2	2014-2015 учебный год
Фамилия студента		№ группы
Сумма баллов		Оценка
Фамилия		Фамилия
проверяющего		экзаменатора
1. ④ Найти первый $w = f(x, y)$ фор	мулой Тейлора в точке Л	ы функции $w=f(x,y)$ и представить функции $M(x_0,y_0)$ до $o\left((x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right)$, если
	$f(x, y) = \ln \sqrt{x + xy}$	
2. ③ Исследовать на	сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n)}{(3n)^n}$	$\frac{n!)^3}{n!} \operatorname{ch} 2n.$
	ла, образованного враще $x^3 \sqrt[4]{x^2 + 1}, \ y = 0, \ x = \sqrt{2}$	ением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной $\overline{2}$.
4. ⑤ Исследовать фу	нкцию $w = f(x, y)$ на ди	ифференцируемость в точке $(0, 0)$:
	$f(x, y) = \begin{cases} \frac{ x ^{4/3} \ln(1+x)}{x^2 + xy + x^2} \\ 0, \end{cases}$	$\frac{ xy }{y^2}$, $x^2 + y^2 \neq 0$; $x^2 + y^2 = 0$.
5. 4 Разложить функ	$\overline{\mathrm{сцию}\ y = f(x)}$ в ряд Мак	лорена и найти радиус сходимости полученног
ряда, если $f(x)$	$= x \arctan \frac{3x}{\sqrt{4 - 9x^2}}.$	
	сходимость интеграл $\int_{0}^{+\infty}$	$\frac{\arctan x^4}{x^{\alpha-1}\ln^{\alpha}(1+x)} dx.$
7. (5) Исследовать ин	reграл $\int_{1}^{+\infty} \frac{\cos(e^x)}{(1+x)^{\alpha}} dx$ на	сходимость и абсолютную сходимость.
Строго сформул	пировать все примененны	ые утверждения.
		ную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и вательность $f_n(x) = \frac{n}{x^2} \arctan \frac{x^2}{n}$.
9. (4) Исследовать на	сходимость и равномерн	ную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и
$E_2 = (1, +\infty) \ \Phi$	ункциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty}$	$\frac{2^x \sin(2^x/n)}{n+2}.$
	о Жордану множество т м x и y — рациональны?	очек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$,
		МФТИ — 5
«Использование электр	онных средств любых тиг	пов и вспомогательных материалов запрещено»
С положением ознаком.	лен:	(Фамилия студента)

Дисциплина Многомерный анализ, интегралы и ряды Курс 1 Семестр 2 2014–2015 учебный год

Фамилия студента _

№ группы

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия		Фамилия	
проверяющего		экзаменатора	
1. (4) Найти первый п	и второй дифференциалы эмулой Тейлора в точке Л	$M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2)$	и представить функцию $(y^2 + (y - y_0)^2)$, если
	$f(x, y) = \sin(x^2 + 2xy $	$+\pi/4), \qquad M(0, 0).$	
2. ③ Исследовать на	сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)}{(2n)^3}$	$\frac{0!}{3n}\sin\frac{1}{2n}.$	
3. ④ Найти площадь $y = \frac{\sqrt{1-2x^2}}{2}, 0$	поверхности, образованн $0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$.	ной вращением вокруг	оси Ox дуги кривой
4. ⑤ Исследовать фу	ункцию $w = f(x, y)$ на ди	фференцируемость в т	сочке (0, 0):
	$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y \sin \sqrt{ xy ^2}}{x^2 - xy + y} \\ 0, \end{cases}$	$\frac{\overline{5} }{y^2}$, $x^2 + y^2 \neq 0$; $x^2 + y^2 = 0$.	
5. 4 Разложить фун	кцию $y = f(x)$ в ряд Макл	лорена и найти радиус	сходимости полученного
ряда, если $f(x)$	кцию $y = f(x)$ в ряд Макл $= x^2 \arccos \frac{2x}{\sqrt{9 + 4x^2}}.$		
6. ④ Исследовать на	сходимость интеграл $\int_{0}^{+\infty}$	$\int_{0}^{\infty} \frac{\operatorname{th} x^4}{x^{\alpha} \ln^3 (1+2x)} dx.$	
	теграл $\int_{e}^{+\infty} \frac{\cos \ln x}{x^{\alpha} \ln(x+5)} dx$ пировать все примененны		иютную сходимость.
8. (5) Исследовать на	сходимость и равномерн оункциональную последов	ую сходимость на мно	жествах $E_1 = (0, 1)$ и $x^2 e^{-nx}$
9. 4 Исследовать на	сходимость и равномерн	ую сходимость на мног	
$E_2 = (1, +\infty) \oplus$	рункциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n}$	$\frac{\arcsin \frac{x(n+2)}{x(n+2)}}{2nx+1}.$	
10. in the prime till in	ю Жордану множество то м x и y — иррациональны	$a_i = a_i + a_i $	таких, что $x \in [0, 1]$,
			МФТИ — 52
«Использование электр	онных средств любых тип	ов и вспомогательных и	иатериалов запрещено»
С положением ознаком	лен:	(Фамилия	я студента)

Дисциплина	Многомерный	анализ, интегралы и ряды
$\mathbf{Kypc} \boxed{1}$	Семестр 2	2014–2015 учебный год

Фамилия студента	№ груп:	пы
- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		

Сумма баллов	Оценка
Фамилия	Фамилия
проверяющего	экзаменатора

1. (4) Найти первый и второй дифференциалы функции w = f(x, y) и представить функцию w = f(x, y) формулой Тейлора в точке $M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)$, если

$$f(x, y) = \ln(x + 2xy + y)^2,$$
 $M(0, 1).$

- **2.** ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)! \, 7^n} \sinh 3n$.
- **3.** (4) Найти длину дуги кривой $y = \ln \sin x, \pi/4 \le x \le \pi/2.$
- **4.** (5) Исследовать функцию w = f(x, y) на дифференцируемость в точке (0, 0):

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{th}(|x|^{4/3}y^2)}{2x^2 + xy + 2y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

- **5.** ⓐ Разложить функцию y = f(x) в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда, если $f(x) = x^2 \operatorname{arcctg} \frac{4x}{\sqrt{25 - 16x^2}}$.
 - **6. 4** Исследовать на сходимость интеграл $\int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^2 + \ln(1+x)\right)x^{\alpha}\ln^{\alpha}(1+x)}.$
 - 7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin e^x}{(x+2)^{\alpha}} dx$ на сходимость и абсолютную сходимость. Строго сформулировать все примененные утверждения.

- 8. ⑤ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2=(1,+\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x)=n \sinh \frac{x}{n}$.
- **9.** ④ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^x \ln(1 + 3^x/n^2)}{n^2 + 1}$.
- **10.** ② Измеримо ли по Жордану множество точек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$, причем x — рационально?

МФТИ - 53

«Использование электронных средств	пюбых типов и вспомогательных материалов заг	прещено
С положением ознакомлен:	(Фамилия студента)	

Дисциплина Многомерный анализ, интегралы и ряды

Курс 1 Семестр 2	2014-2015 учебный год
Фамилия студента	№ группы
Сумма баллов	Оценка
Фамилия	Фамилия
проверяющего	экзаменатора
1. ④ Найти первый и второй дифференциалы $w = f(x, y)$ формулой Тейлора в точке M	
$f(x, y) = xe^{x+y^2},$	M(-1, 1).
2. ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n!)^2}{(n!)^2}$	$\frac{)!}{\pi^n} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}.$
3. ④ Найти площадь поверхности, образованн $0 \le x \le 1$.	ой вращением вокруг оси Ox дуги $y=\sqrt{3+x^2}$
4. $\textcircled{5}$ Исследовать функцию $w=f(x,y)$ на ди	фференцируемость в точке (0, 0):
$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(x ^{7/3})}{2x^2 - xy + 2} \\ 0, \end{cases}$	$(\frac{y}{2y^2}), \qquad x^2 + y^2 \neq 0;$
(0,	$x^2 + y^2 = 0.$
5. ④ Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Макл	порена и найти радиус сходимости полученного
ряда, если $f(x) = x \arccos \frac{3x}{\sqrt{25 + 9x^2}}$.	
6. 4 Исследовать на сходимость интеграл $\int\limits_{0}^{+\infty}$	$\frac{\ln^{\alpha}(1+3x)}{(x+\sqrt{x}) x^{2\alpha}} dx.$
7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_{e}^{+\infty} \frac{\sin \ln x}{x^{\alpha} \ln(x+4)} dx$	
Строго сформулировать все примененны	
8. (5) Исследовать на сходимость и равномерн $E_2 = (1, +\infty)$ функциональную последов	ую сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и вательность $f_n(x) = n^2 \Big(1 - \cos \frac{x}{n} \Big)$.
	ую сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и
$E_2=(1,+\infty)$ функциональный ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}$ -	
10. ② Измеримо ли по Жордану множество то $y \in [0, 1]$, причем x — рационально, y — $y \in [0, 1]$	очек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, иррационально?
	МФТИ — 54

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено» С положением ознакомлен: ______ (Фамилия студента)