Piotr Chrząstowski–Wachtel, Krzysztof Stencel, Tomasz Waleń
Tłumaczenie

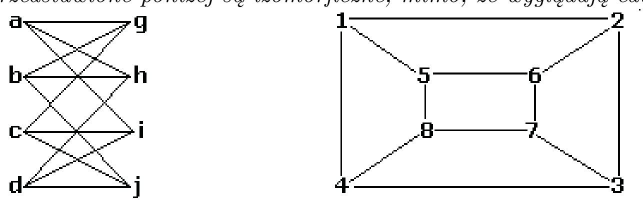
IOI 2006, dzień pierwszy, 15.08.2006

Zakazany podgraf

Dwa nieskierowane grafy G i H są izomorficzne wtedy i tylko wtedy, gdy:

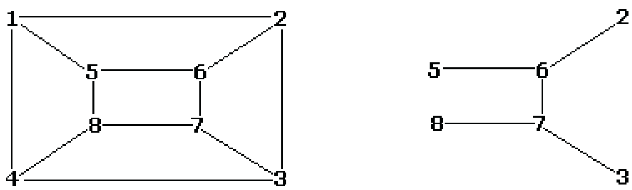
- *mają taką samą liczbę wierzchołków oraz*
- *istnieje wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie wierzchołków H wierzchołkom G, takie że krawędź między dowolnymi dwoma różnymi wierzchołkami G istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje krawędź między odpowiednimi wierzchołkami H.*

Dwa grafy przedstawione poniżej są izomorficzne, mimo, że wyglądają całkiem inaczej.

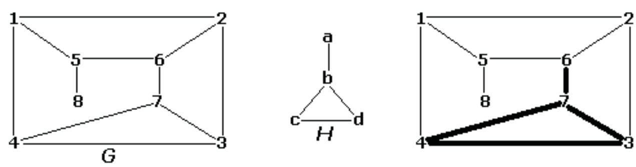


Jednym ze wzajemnie jednoznacznych przyporządkowań, które dowodzą, że te grafy są izomorficzne, jest: $\{a-1, b-6, c-8, d-3, g-5, h-2, i-4, j-7\}$. Mogą też istnieć inne takie przyporządkowania.

Podgraf grafu G to graf, którego zbiór krawędzi i wierzchołków jest podzbiorem zbioru krawędzi i wierzchołków grafu G. Zauważ, ze G jest sam swoim podgrafem. Poniżej pokazano przykład grafu i jednego z jego podgrafów.



Powiemy, że graf G zawiera inny graf H wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje co najmniej jeden graf H' będący podgrafem G, taki że H' jest izomorficzny z H. Poniżej pokazano pewien graf G i graf H, taki że G zawiera H.



Zadanie

Mając dane dwa nieskierowane grafy G i H, wyznacz podgraf G' grafu G, taki że:

- *liczby wierzchołków G i G' są takie same oraz*

- *G' nie zawiera H.*

Oczywiście może być wiele podgrafów G' o tych właściwościach. Znajdź ten z nich, który ma możliwie najwięcej krawędzi.

Algorytm podstawowy

Prawdopodobnie najbardziej podstawową strategią rozwiązywania tego problemu jest rozważać krawędzie G w porządku ich występowania w pliku wejściowym i kolejno dodawać je do grafu G', za każdym razem sprawdzając, czy G' zawiera H, czy nie. Poprawna implementacja tego algorytmu zachłannego przyniesie Ci trochę punktów. Wiedz jednak, że istnieją znacznie lepsze strategie.

Ograniczenia

$3 \leqslant m \leqslant 4$ — liczba wierzchołków H,
$3 \leqslant n \leqslant 1\,000$ — liczba wierzchołków G.

Wejście

Otrzymasz 10 plików o nazwach od `forbidden1.in` *do* `forbidden10.in`*. Każdy z nich będzie zawierał następujące dane.*

`forbiddenK.in`	**OPIS**

`3 5`
`0 1 0`
`1 0 1`
`0 1 0`
`0 1 0 0 0`
`1 0 1 0 0`
`0 1 0 1 0`
`0 0 1 0 1`
`0 0 0 1 0`
	WIERSZ *1*: *Zawiera dwie oddzielone odstępem liczby, m i n.*
	NASTĘPNE m **WIERSZY:** *Każdy wiersz zawiera m pooddzielanych pojedynczymi odstępami liczb całkowitych i reprezentuje jeden wierzchołek grafu H. Wierzchołki H wymienione są w kolejności $1,\ldots,m$. i–ta liczba w j–tym wierszu jest jedynką, gdy wierzchołki i oraz j są połączone krawędzią, a zerem w przeciwnym wypadku.*
	NASTĘPNE n **WIERSZY:** *Każdy wiersz zawiera n pooddzielanych pojedynczymi odstępami liczb całkowitych i reprezentuje jeden wierzchołek grafu G. Wierzchołki G wymienione są w kolejności $1,\ldots,n$. i–ta liczba w j–tym wierszu jest jedynką, gdy wierzchołki i oraz j są połączone krawędzią, a zerem w przeciwnym przypadku.*

Zauważ, że poza pierwszym wierszem, dane wejściowe są macierzami sąsiedztwa grafów H i G.

Wyjście

Masz dostarczyć 10 plików, po jednym dla każdego pliku wejściowego. Każdy z tych plików musi zawierać następujące dane:

forbiddenK.out	**OPIS**

`#FILE forbidden K`
`5`
`0 1 0 0 0`
`1 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0`
	WIERSZ *1***:** *Nagłówek pliku. Nagłówek ten musi zawierać frazę:* `#FILE forbidden K`*, gdzie K to liczba z przedziału od 1 do 10 — numer odpowiedniego pliku wejściowego.*
	WIERSZ *2***:** *Zawiera jedną liczbę całkowitą: n.*
	NASTĘPNE n **WIERSZY:** *Każdy wiersz zawiera n pooddzielanych pojedynczymi odstępami liczb całkowitych i reprezentuje jeden wierzchołek grafu G'. Wierzchołki G' powinny być wymienione w kolejności $1,\ldots,n$. i–ta liczba w j–tym wierszu jest jedynką, gdy wierzchołki i oraz j są połączone krawędzią, a zerem w przeciwnym przypadku.*

Poza pierwszymi dwoma wierszami, dane wejściowe są macierzami sąsiedztwa grafu G'. Zauważ, że może istnieć wiele poprawnych wyników. Wynik z powyższej tabeli jest poprawny, ale nieoptymalny.

Sposób oceniania

Twoja punktacja będzie zależeć od liczby krawędzi wypisanego grafu G' w następujący sposób. Niezerową liczbę punktów za test otrzymasz wtedy, gdy wynik będzie zgodny ze specyfikacją. W takim wypadku liczbę punktów obliczymy następująco. Niech E_y będzie liczbą krawędzi w wypisanym przez Ciebie grafie G'. Niech E_b będzie liczbą krawędzi grafu G' utworzonego przez algorytm podstawowy. Niech E_m będzie maksymalną liczbą krawędzi w grafach G' wypisanych przez wszystkich zawodników. Za taki test otrzymasz punkty wg. wzoru:

$$\begin{cases} 30\,\frac{E_y}{E_b} & \text{jeśli } E_y \leqslant E_b, \\ 30 + 70\,\frac{E_y - E_b}{E_m - E_b} & \text{jeśli } E_y > E_b. \end{cases}$$