JOI 2014-2015 本選1 鉄道旅行(Railroad Trip) 解説

三谷庸(wo)

問題概要

- 1, 2, ..., N という駅が順番に並んでいる。
- ・駅iと駅i+1の間には鉄道が走っている。
- $P_1, P_2, ..., P_M$ の順に旅行する。
- 駅 i と駅 i+1 の間の移動には
- A_i 円必要
- あらかじめ C_i 円払っておくと B_i 円で移動可能
- ・最小の費用を求める

小課題1 (20 点)

• 訪れる都市の数 = 2

小課題1 (20 点)

- 訪れる都市の数 = 2
- 各鉄道には1回しか乗らない
- 満点をとれる解法が思いつかなくても、単純な 解法で部分点を取れることがあります。

小課題1 (20 点)

- 訪れる都市の数 = 2
- 各鉄道には1回しか乗らない
- 各鉄道に対して
- 紙の切符で乗る: A_i 円
- IC切符で乗る: *B_i* + *C_i* 円
- の安い方をとる

- ・鉄道の数 <= 1000
- 訪れる都市の数 <= 1000

- 各鉄道についてICカードを使うか紙の切符を使 うかは独立に決められる。
- ICカードを買った鉄道に乗るときは、毎回IC カードを使って乗る。

- 各鉄道について、その鉄道に乗る回数だけ考えればよい。
- 鉄道 i に n_i 回乗るとすると、その鉄道に払うべき金額は

 $\min(A_i * n_i, B_i * n_i + C_i)$

- 各鉄道を使う回数を数える。
- 鉄道に対応する整数配列を用意し、
- 都市xから都市y(x<y) に移動するときに
- 鉄道 x, x+1, ..., y-1 を使う回数を 1 ずつ増やす。
- x>y ならば x と y を入れ替えればよい。

- ・計算量(計算にかかる時間)は?
- 「都市xから都市yへ行く(x<y)」という処理 をするには1足す操作をy-x(<N)回行う必要が ある。

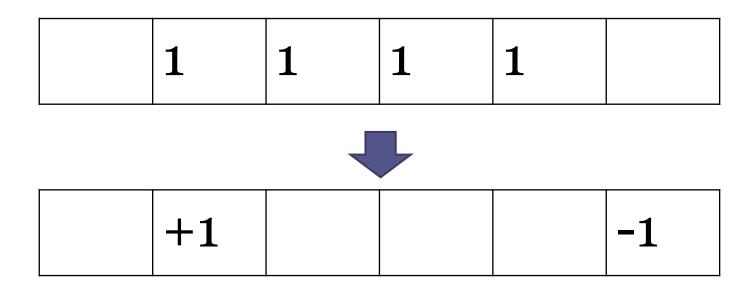
- O(N) の処理を M 回やる。
- 計算量は O(NM)
- NM <= 1 000 000 なので、間に合いそうである と分かります。

満点解法

・配列のx番目からy番目に1を足すという操作 を高速にやりたい。

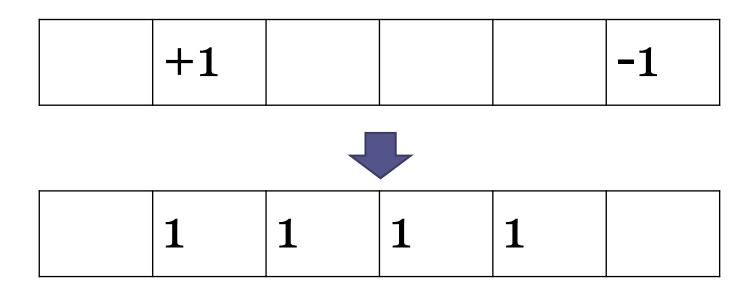
満点解法

• 配列のx番目からy番目に1を足すという操作 を高速にやりたい。



• count[x], count[x+1], ..., count[y] に +1 をしたい とする。

- ひとつずつ +1 していくかわりに、
- count[x] に +1 し、count[y+1] に -1 する。
- その後・・・



- 累積和をとる
- 各iに対して、
- count[0] + count[1] + ... + count[i]
- を求める

- 小さいiから順番に、
- sum[i] = sum[i-1] + count[i]
- のように処理していくと高速に求まる
- このような考え方を累積和といい、プログラミングコンテストで頻出です。

満点解法

- ・問題の解き方に戻って、
- ・方針は小課題2の解法と同じ
- 鉄道を使う回数を求める時に累積和を使う。

満点解法

- 計算量は?
- 始点に +1, 終点の一つ後に -1 する: O(M)
- 累積和を求める: O(N)
- 全部で O(N+M) で解ける。
- N,M <= 100 000 でも間に合う。

注意点

- 答えの値は大きくなりえます。
- 鉄道に乗るたびに毎回およそ 100 000 円とられることがあり得る。
- 99 999 日間毎日 99 999 本の鉄道に乗ることがあり得る。

注意点

- その時の総金額はおよそ
- 100 000 * 100 000 * 100 000 = 10¹5 円
- int に収まらない
- long long を使いましょう。
- 使い方は Technical info の通り

得点分布

