

## Задания к занятию №9

1. Найти  $\frac{dz}{dt}$ , если  $z = z(x; y), x = x(t), y = y(t)$ :

1.  $z = x^2 + y^2 + xy, x = a \sin t, y = a \cos t$ ;
2.  $z = x^2 y^3 u, x = t, y = t^2, u = \sin t$ .

2. Для данных  $z = f(x; y), x = x(u; v), y = y(u; v)$  найти  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$  и  $dz$ :

1.  $z = x^3 + y^3$ , где  $x = uv, y = \frac{u}{v}$ ;
2.  $z = \cos xy$ , где  $x = ue^v, y = v \ln u$ .

3. Найти производные  $y'(x)$  неявных функций, заданных уравнениями:

$$xe^{2y} - y \ln x = 8.$$

4. Составить уравнение касательной прямой и нормали к кривой  $y = y(x)$ , заданной уравнением  $F(x; y) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0)$ :

$$x^3 y - y^3 x = 6, M_0(2; 1).$$

5. Для данных функций найти требуемую частную производную или дифференциал:

1.  $z = \sin x \sin y, d^2 z$ ;
2.  $z = xy + \sin(x + y), \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ;
3.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

6. Найти  $y', y''$  и  $y'''$  для неявной функции  $y = y(x)$ , заданной неявно уравнением  $x^2 - xy + 2y^2 + x - y = 1$  при  $x = 0$ , если  $y(0) = 1$ .

7. Для функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  построить линии уровня и градиент. Сравнить их направления в точках  $(1; 1), (1; -1)$