

Дополнительное задание к уроку 4.

- ① Случайные непрерывные величины A имеют равномерное распределение на промежутке $[200, 800]$. Найдите ее среднее значение и дисперсию. $a = 200, b = 800$

$$M(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{1000}{2} = 500$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{380000}{12} = 30000$$

Ответ: $M(X) = 500, D(X) = 30000$

- ② О случайной непрерывной равномерно распределенной величине B известно, что ее дисперсия равна $0,2$. Можно ли найти правую границу величины B и ее среднее значение, если левая граница равна $0,5$? Если да, найдите ее!

$$\left. \begin{aligned} D(X) &= 0,2 \\ a &= 0,5 \\ b &= ? \\ M(X) &= ? \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{(b-a)^2}{12} &= 0,2 \\ (b-0,5)^2 &= 2,4 \\ b-0,5 &= 1,5491 \\ b &= 2,0491 \end{aligned}$$

$$M(X) = \frac{0,5+2}{2} = 1,25$$

Ответ: $b = 2,0491, M(X) = 1,25$

- ③ Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+2)^2}{32}}. \text{ Найдите а) } M(X), \text{ б) } D(X), \text{ в) } \text{std}(X)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow$$

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$\text{std}(X) = \sqrt{D(X)} = 4$$

Ответ: $M(X) = -2; D(X) = 16; \text{std}(X) = 4$

4) Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Известно, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см. Какова вероятность того, что случайно выбранный взрослый человек имеет рост: а) больше 182 см; б) больше 190 см; в) от 166 см до 190 см; г) от 166 см до 182 см; д) от 158 см до 190 см; е) не больше 150 см или не больше 190 см; ж) не больше 150 см или не больше 198 см; з) ниже 166 см.

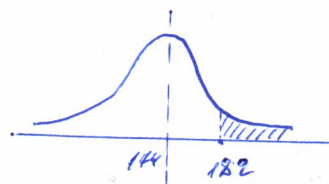
Нормальное распределение \Rightarrow

$$\mu = 174 \text{ см}$$

$$\sigma = 8 \text{ см}$$

$P = ?$

а) $X > 182 \text{ см}$



$$\left. \begin{aligned} \mu &= 174 \text{ см} \\ \sigma &= 8 \text{ см} \\ x &= 182 \text{ см} \end{aligned} \right\}$$

Переходим к стандартному нормальному распределению.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{182 - 174}{8} = 1$$

$$P(Z=1) = 0,8413 \Rightarrow P(X > 182) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

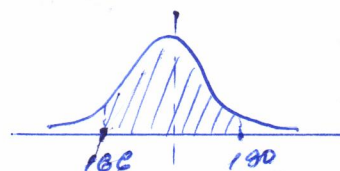
б) $X > 190 \text{ см}$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{190 - 174}{8} = 2 \quad P(Z=2) = 0,9772$$

$$P(X > 190) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

в) X от 166 до 190

$$P = P(X=190) - P(X=166)$$



$$Z(X=190) = \frac{190 - 174}{8} = 2$$

$$P(X=190) = 0,9772$$

$$Z(X=166) = \frac{166 - 174}{8} = -1$$

$$P(X=166) = 0,2420$$

$$\Rightarrow P = 0,9772 - 0,2420 = 0,7352$$

2) x of 166 go 182

$$P = P(x=182) - P(x=166)$$

$$Z(x=182) = \frac{182-174}{8} = 1$$

$$P(x=182) = 0,8413$$

$$Z(x=166) = -1$$

$$P(x=166) = 0,1587$$

$$P = 0,8413 - 0,1587 = 0,6826$$

g) of 158 go 190

$$P = P(x=190) - P(x=158)$$

$$Z(x=190) = 2, \quad P(x=190) = 0,9772$$

$$Z(x=158) = \frac{158-174}{8} = -2, \quad P(x=158) = 0,0228$$

$$P = 0,9772 - 0,0228 = 0,9544$$

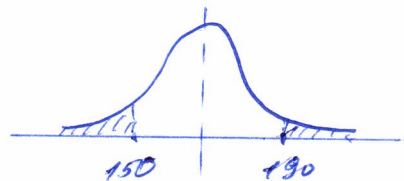
e) he became 150 cm when he turned 190 cm

$$P = 1 - (P(x=190) - P(x=150))$$

$$P(x=190) = 0,9772$$

$$Z(x=150) = \frac{150-174}{8} = -3, \quad P(x=150) = 0,0044$$

$$P = 1 - (0,9772 - 0,0044) = 1 - 0,9728 = 0,0272$$



ë) he became 150 cm when he turned 198 cm

$$P = 1 - (P(x=198) - P(x=150))$$

$$P(x=150) = 0,0044$$

$$Z(x=198) = \frac{198-174}{8} = 3, \quad P(x=198) = 0,9986$$

$$P = 1 - (0,9986 - 0,0044) = 1 - 0,9942 = 0,0058$$

ж) he became 166 cm

$$P(x=166) = 0,1587$$

Ответ: а) $P = 0,1587$; б) $P = 0,0228$; в) $P = 0,9772$; г) $P = 0,6826$;

г) $P = 0,9544$; е) $P = 0,0272$; ё) $P = 0,0058$; ж) $P = 0,1587$.

5) На сколько см (среднее квадратичное отклонение) отклоняется рост человека, равный 190 см, от средней температуры роста в популяции, в которой $\mu(x) = 178$ см и $D(x) = 25$ см²?

$$x = 190 \text{ см}$$

$$\mu(x) = 178 \text{ см}$$

$$D(x) = 25 \text{ см}^2$$

$z = ?$

$$\sigma = \sqrt{D(x)} = \sqrt{25} = 5$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{190 - 178}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Ответ: на 2,4 см.