上 海 海 事 大 学 试 卷

2022 — 2023学年第二学期期末考试（A）卷

《 高等数学A(二) 》 考试形式（闭）卷

班级__________ 学号__________ 姓名__________ 总分________

题 目	一	二	三、1	2	3	4	5	6	7	8
得 分										
阅卷人										

考生诚信考试承诺书

我承诺：自觉遵守上海海事大学考场规则，服从监考人员的监督管理，不做违背考试纪律的任何事情，做到诚信考试。如有违反任何考试规定，自愿接受上海海事大学有关条款处理（直至开除）。

考生签名：__________　　　　日期：____年___月___日

装

订

线

一、选择题（本题共5题，每题3分，共15分）请将正确答案写在题目后面的括号内。

1．在空间直角坐标系下，下列结论错误的是（　　　）

A．$z=x^2+2y^2$ 表示椭圆抛物面；

B．$x^2+2y^2=1+3z^2$ 表示双叶双曲面；

C．$x^2+y^2-(z-1)^2=0$ 表示圆锥面；

D．$y^2=2x$ 表示抛物柱面.

2．曲线 $x=\cos t+\sin^2 t$，$y=\sin t(1-\cos t)$，$z=-\cos t$ 在 $t=\dfrac{\pi}{2}$ 处的切线方程为（　　　）

A．$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$；　　B．$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$；

C．$\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$；　　D．$\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

3．设函数 $z=z(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处具有偏导数，则 $z_x(x_0,y_0)=0$ 和 $z_y(x_0,y_0)=0$ 是函数 $z=z(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处取得极值的（　　）

A. 必要条件但非充分条件

B. 充分条件但非必要条件

C. 充要条件

D. 既非必要条件也非充分条件

4．设 L 为曲线段 $y=x^2$，$0\le x\le 1$，则曲线积分 $\int_L (x+y)ds=$（　　）

A. $\int_0^1 (x+x^2)\sqrt{1+x^2}\,dx$；　　B. $\int_0^1 (\sqrt{y}+y)\,dy$；

C. $\int_0^1 (\sqrt{y}+y)\sqrt{1+\frac{1}{4y}}\,dy$；　　D. $\int_0^1 (x+x^2)\,dx$.

5．下列级数中收敛的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n+1}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n(n+2)}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(n+1)(n+3)}$

二、填空题（本题共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1．设 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})|=$____________________.

2.交换 $\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$ 的次序为____________________________.

3. 设 L 是 xoy 面上沿逆时针方向的闭曲线，且 $\oint_L (\sin x-2y)dx+(x+\cos y)dy=3$，则 L 所围的平面区域的面积为____________________.

4. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则 $\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)ds=$____________________.

5．级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域_______________________.

三、计算题（本大题有 8 个小题，共 70 分，要求有解答过程）

1.（本小题 8 分）设 $z = y^x \ln(xy)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$。

2.（本小题 8 分）设 $f(x,y) = \sin x + (y-1)\arccos\left(\dfrac{x}{y}\right)^{1/3}$，求 $df\Big|_{\substack{x=0\\y=1}}$.

3.（ 本小题 8 分 ）求过点$(1,1,1)$且与$\begin{cases} x+2y-z=0 \\ x+2y+2z+4=0 \end{cases}$垂直，又与$3x-4y+z-10=0$平行的直线方程。

4. （本小题 8 分）在位于第一卦限的球面 $x^2+y^2+z^2=5R^2 \quad (R>0)$ 上找一点，使得函数 $u=\ln(xyz^3)$（$x,\ y,\ z>0$）取最大值。

5. （本小题 8 分）计算二重积分 $\iint\limits_D (y^2+3x-6y+9)d\sigma$, 其中 $D: x^2+y^2 \le 4$。

6.（本小题 10 分）将 $f(x)=(1+x)\ln(1+x)$ 展开为 x 的幂级数

7.（本小题 10 分）

计算 $\oiint\limits_{\Sigma}(x^3+y^3)dydz+(y^3+z^3)dxdz+(2xyz-3x^2z-3y^2z)dxdy$，$\Sigma$ 由平面 x=1,y=2,x+y+z=3 及坐标平面围成立体的整个边界曲面的外侧。

8.（本小题10分）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有一阶连续的偏导数，L 是上半平面 $(y>0)$ 内的有向分段光滑曲线，其起点为 $A(2,3)$，终点为 $B(3,2)$，记

$$I=\int_L \frac{1}{y}[1+y^2 f(xy)]\,dx+\frac{x}{y^2}[y^2 f(xy)-1]\,dy$$

(1) 证明曲线积分与路径无关；

(2) 计算积分 $I=\int_{A(2,3)}^{B(3,2)}\frac{1}{y}\left[1+y^2 f(xy)\right]dx+\frac{x}{y^2}\left[y^2 f(xy)-1\right]dy$ 的值.