上 海 海 事 大 学 试 卷

2020— 2021 学年第 二学期期中考试

《 高等数学 A(二) 》(A 卷)

班级＿＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 总分＿＿

题　目												
得　分												
阅卷人												

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）(只有一个答案正确，填在括号内)

1、C 2、 C 3、B 4、 C 5、D

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分，将最简答案填在横线上）

1、设 $z = ye^{x+y}$，则 $\mathrm{d}z =$ $e^{x+y}\left[y\,\mathrm{d}x + (1+y)\,\mathrm{d}y\right]$

2、设 L 为曲线 $y^2=x$ 上从点(0，0)到点(1，1)的一段，则曲线积分

$\int_L xydx + (y-x)dy =$＿＿＿＿ $\frac{17}{30}$ ＿＿＿＿

3、L 为圆周 $x^2 + y^2 = 1$，则 $\oint_L x^2 ds =$＿＿＿＿π＿＿＿＿

4、设 D 为 $x^2 + y^2 \le ax(a>0), y \ge 0$ 围成闭区域，则 $\iint_D x^2 dxdy$ 化为化为极坐标下的

二次积分的表达式为＿ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{a\cos\theta} r^3 \cos^2\theta dr$ ＿

5 、 设 $z = \frac{1}{x} f(x,y) + y\varphi(x+y), f, \varphi$ 有 二 阶 连 续 导 数 。 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ =

$\frac{xf''_{xy} - f'_y}{x^2} + y\varphi'' + \varphi'$ ＿＿＿＿＿＿

三、计算题（本大题共 70 分）

1、(本小题 8 分）函数 $z = z(x,y)$ 由方程 $z^x = xyz$ 所确定，求 z_x

解：令 $F(x,y,z) = z^x - xyz$，

$F_x = z^x \ln z - yz$，　　3 分

$F_z = xz^{x-1} - xy$，　　6 分

装

订

线

$z_x = -\dfrac{z^x \ln z - yz}{xz^{x-1} - xy}$。 8 分

2、（本小题 9 分）计算二重积分 $\iint\limits_D (|x|+|y|)d\sigma$ 其中 D：$|x|+|y|\leqslant 4$

解：原式=$4\int_0^4 dy\int_0^{4-y}(x+y)dx$ 5 分

$= 2\int_0^4 (16-y^2)dy = \dfrac{256}{3}$ 9 分

3、（本小题 9 分）设 Ω 是由曲面 $x^2+z=1, y^2+z=1$ 以及 $z=0$ 所围的有界闭区域。试计算 $\iiint\limits_\Omega z^2 dv$

解： 原式 $= \int_0^1 z^2 \,\mathrm{d}z \iint\limits_{D(z)} \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 4 分

$= \int_0^1 4z^2(1-z)\,\mathrm{d}z = \left(\dfrac{4}{3}z^3 - z^4\right)\Big|_0^1 = \dfrac{1}{3}$ 9 分

4、（本小题 9 分）计算曲线积分 $\oint_L y^3dx + (x^4+3xy^2)dy$ ，其中 L 是由 $x^4+y^4=1$ 与 ox 轴，oy 轴在第一象限所围成的区域 D 的正向边界曲线

解：由格林公式，原式 $\iint\limits_D 4x^3\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 4 分

$= \int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^{(1-y^4)^{\frac{1}{4}}} 4x^3\,\mathrm{d}x = \int_0^1 (1-y^4)\,\mathrm{d}y = \dfrac{4}{5}$ 9 分

5、（本小题 8 分）（本小题 8 分）求曲面 $z=x^2y$ 在（1，2，2）处的切平面与法线方程

解：$z'_x = 2xy, z'_y = x^2, \vec{n} = \{4,1,-1\}$， 4 分

切平面：$4x+y-z-4=0$ 6 分

法线：$\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$ 8 分

6、（本小题 9 分）求 $f(x,y)=(x^2-2x+y)e^y$ 的极值点及极值

解：$\begin{cases} f'_x = (2x-2)e^y = 0 \\ f'_y = e^y(x^2-2x+y+1) = 0 \end{cases}$，解得驻点（1，0） 3 分

$A = f''_{xx} = 2e^y, B = (2x-2)e^y, C = (x^2-2x+y+2)e^y$ 6 分

代入（1，0）得：$\Delta = AC - B^2 > 0, A > 0, f_{极小}(1,0) = -1$ 。　9 分

7、利用多元函数求极值的方法，求点 $P(1,1,1)$ 到直线 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y+3z=4 \end{cases}$ 的距离。

解：直线 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y+3z=4 \end{cases}$ 上点 (x,y,z) 到点 P 的距离平方

$d^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$　　3 分

令 $F = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + \lambda(x+2y-5) + \mu(2x-y+3z-4)$

由 $\begin{cases} F_x = 2(x-1) + \lambda + 2\mu = 0 \\ F_y = 2(y-1) + 2\lambda - \mu = 0 \\ F_z = 2(z-1) + 3\mu = 0 \\ F_\lambda = x+2y-5 = 0 \\ F_\mu = 2x-y+3z-4 = 0 \end{cases}$ ，得驻点 $M\left(\frac{7}{5}, \frac{9}{5}, 1\right)$　　7 分

由实际问题知最小值必定存在，故 $d_{\min} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$　　9 分

8、（本小题 9 分）试求锥面 $\frac{16}{9}z^2=x^2+y^2$ 被柱面 $(x-2)^2+y^2=4$ 截下部分的面积

解：$S = 2\iint\limits_{D_{xy}} \sqrt{1+z_x^2+z_y^2}\,dxdy$　　4 分

$= 2\iint\limits_{D_{xy}} \frac{5}{4}dxdy = \frac{5}{2}S_{Dxy} = 10\pi$　　9 分