

上海海事大学试卷

2020 — 2021 学年第一学期期末考试

《概率论与数理统计(48 学时)》(A 卷)

(本次考试允许使用计算器)

班级	学号	姓名	总分
题 目	一	二	
得 分			
阅卷人			

可能用到的概率值: $\Phi(0) = 0.5$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3.1) = 0.999$, $t_{0.025}(4) = 2.7764$,

$t_{0.05}(4) = 2.1318$, $F_{0.025}(8,9) = 4.10$, $F_{0.025}(9,8) = 4.3572$, $t_{0.025}(17) = 2.1099$,

$F_{0.05}(12,9) = 3.07$, $F_{0.05}(9,12) = 2.8$, $F_{0.05}(15,9) = 3.01$, $F_{0.05}(9,15) = 2.59$, $\chi^2_{0.05}(5) = 11.07$ 。

一、填空题（共 7 题，每空 4 分，共 28 分）请将正确答案写在题目后面的横线上。

- 设 $P(A|B) = P(B|A) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 一袋装有 r 个红球、 b 个黑球, 除去颜色外不可辨别。今随机逐一取球, 不放回抽样, 则第 k 次取出红球的概率 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 X_1 在 $[0,6]$ 上服从均匀分布, X_2 服从正态分布 $N(0,2^2)$, X_3 服从参数为 $\lambda=3$ 的泊松分布, 记 $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$, 则 $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设 X_1, X_2, \dots, X_{25} 及 Y_1, Y_2, \dots, Y_{25} 分别为 $X \sim N(0,16)$ 和 $Y \sim N(1,9)$ 两个独立总体中的简单随机样本, \bar{X} 和 \bar{Y} 分别表示两个样本均值, $Z = \bar{X} - \bar{Y}$, 则 $Z \sim \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设某车间有同型号车床 200 台, 独立工作, 开工率为 0.8, 开工时每台车床耗电为 $1kW$ 。车间应该至少供 $\underline{\hspace{2cm}} kW$ 电, 可以 99.9% 的概率, 保证该车间不因供电不足而影响生产。
- 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < x < 4\} = 0.3$, 则 $P\{x < 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 设 $U \sim \chi^2(n_1)$, $V \sim \chi^2(n_2)$, 且 U, V 相互独立, 则随机变量 $\frac{U/n_1}{V/n_2} \sim \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、计算题（共 6 题，共 72 分）请将正确答案写在题目下方。

1. (10 分) 一发送站分别以 3:2 的比例发送信号 A 和 B, 发出信号 A 收到信号 A 的概率是 0.9, 发出信号 B 收到信号 B 的概率是 0.95, 求: (1) 发出一个信号, 收到是 A 的概率 (2) 已知收到一个信号 B, 则发出的信号也是 B 的概率。

2.(15 分)设随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} A(1+x), & \text{若 } -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & \text{若 } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求: (1) 常数 A; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $E(X)$;

3. (12 分) 二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

求: (1) X , Y 的边缘密度函数; (2) 判定 X , Y 是否独立。

4. (15 分) 设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 $\theta \left(0 < \theta < \frac{1}{2}\right)$ 是未知参数, 利用总体 X 的如下样本值

3, 1, 3, 3, 0, 2, 1, 3

求: θ 的矩估计和最大似然估计值。

5. (10 分) 测量某种仪器的工作温度($^{\circ}\text{C}$)5次得数据如下:

1250, 1275, 1265, 1245, 1260

设仪器的工作温度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 试求 μ 的置信区间, ($\alpha = 0.05$).

6. (10 分) 甲乙两家厂生产同一种电阻, 现从甲乙两厂的产品中分别随机抽取 13 个和 10 个样品, 测得他们的电阻后, 得样本方差分别为 1.40 和 4.38。假设电阻服从正态分布, 在显著性水平为 0.1 下, 是否可以认为两厂生产的电阻的方差相等?