1. (1)设$A=\{\{a\},\emptyset\}$，求A的幂集$P(A)$，$P(A)-A$。

$P(A)=\{\emptyset,\{\emptyset\},\{\{a\}\},A\}$

$P(A)-A=\{\{\emptyset\},\{\{a\}\},A\}$

(2)设A是有限集，$|A|=n$，$P(A)$是集合A的幂集，求$|P(A)|$。

$|P(A)|=2^n$

(3)设$A=\emptyset$，求A的幂集$P(A)$，$P(P(A))$。

$P(A)=\{\emptyset\}$

$P(P(A))=\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$

(4)设$A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,b\}$，求$A\times B$，$P(A)$，$P(A)-P(B)$.

$A\times B=\{<a,a>,<a,b>,<b,a>,<b,b>,<c,a>,<c.b>\}$

$P(A)=\{\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\},\emptyset\}$

$P(A)-P(B)=\{\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$

(5)设$A=\{\{a,b\},\emptyset,a,b\}$，求$A-\{a,b\}$，$P(A-\{a,b\})$，$A\times\{a,b\}$.

$A-\{a,b\}=\{\{a,b\},\emptyset\}$

$P(A-\{a,b\})=\{\emptyset,\{\emptyset\},\{\{a,b\}\},\{\{a,b\},\emptyset\}\}$

$A\times\{a,b\}=\{<\{a,b\},a>,<\{a,b\},b>,<\emptyset,a>,<\emptyset,b>,<a,a>,<a,b>,<b,a>,<b,b>\}$

2. 某校有教授高等数学、线性代数、离散数学的教师共27名，其中，只能教高等数学的教师有8名，只能教线性代数的教师有6名，能教高等数学、线性代数的教师有5名，能教离散数学、线性代数的教师有3名，能教高等数学、离散数学的教师有4名，三门课都能教的教师有2名，则只能教离散数学的教师有多少名？

A 表示教高等数学的教师组成的集合，B 表示教线性代数的教师组成的集合，C 表示教离散数学的教师组成的集合。设只能教离散数学的教师有 x 名。由题意可得$|A|=8+5+4-2=15,|B|=6+5+3-2=12,|C|=x+3+4-2=x+5,|A\cup B\cup C|=27,|A\cap B|=5,|A\cap C|=4,|B\cap C|=3,|A\cap B\cap C|=2$，由包含排斥原理得$|C|=|A\cup B\cup C|+|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-|A|-|B|-|A\cap B\cap C|$，即，$x+5=27+5+4+3-15-12-2$，得

$x = 5$。

3. 某餐厅提供三种主菜：牛排、鱼排和烤鸡。餐厅的菜单还包括三种配菜：蔬菜沙拉、炒蘑菇、烤土豆。每个顾客只选一种主菜，且还要选择一到两种配菜。已知，现在所有顾客中，有10位选择了牛排，有8位选择了鱼排，有12位选择了烤鸡，有15位选择了蔬菜沙拉，有10位选择了炒蘑菇，有10位选择了烤土豆。求同时选择了两种配菜的顾客人数。

   A 表示选蔬菜沙拉的顾客组成的集合，B 表示选炒蘑菇的顾客组成的集合，C 表示选烤土豆的顾客组成的集合。由题意可得$|A| = 15, |B| = 10, |C| = 10, |A \cup B \cup C| = 10 + 8 + 12 = 30, |A \cap B \cap C| = 0$，由包含排斥原理得$|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| = |A| + |B| + |C| + |A \cap B \cap C| - |A \cup B \cup C| = 15 + 10 + 10 - 30 = 5$。

4. 有120位同学在PASCAL、BASIC、C++中至少学习一门。假设50人学BASIC，65人学PASCAL，55人学C++，20人学BASIC和PASCAL，18人学BASIC和C++，25人学PASCAL和C++。求多少人三门语言都学？

   设 A 为学 PASCAL 的同学组成的集合，B 为学 BASIC 的同学组成的集合，C 为学 C++的同学组成的集合。则根据题意可得：$|A| = 65, |B| = 50, |C| = 55, |A \cap B| = 20, |A \cap C| = 25, |B \cap C| = 18, |A \cup B \cup C| = 120$。根据容斥原理：

   $$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

   得$|A \cap B \cap C| = 13$。所以 13 人三门语言都学。

5. 一个体育团共30人，其中16人会踢足球，14人会打乒乓球，7人既会踢足球又会打乒乓球，5人既会打篮球又会踢足球，还有2人这三种球都会打，而7个会打篮球的人都会打另一种球．求不会打球的人数.

   A 表示由会踢足球的人组成的集合，B 表示由会打乒乓球的人组成的集合，C 表示由会打篮球的人组成的集合。由题意可得$|A| = 16, |B| = 14, |C| = 7, |A \cap B| = 7, |A \cap C| = 5, |A \cap B \cap C| = 2$， $|B \cap C| = |C| - (|A \cap C| - |A \cap B \cap C|)$ =4，由容斥原理得$|A \cup B \cup C| = 16 + 14 + 7 - (7 + 5 + 4) + 2 = 23$，因此至少会打一种球的人数为 23 人，那么不会打球的人数为 30-23=7。

6. 设 $A=\{1,2,4\}$，R,S 为 A 上的关系，满足：

$$R=\{<x,y>|\, x,y\in A\wedge \frac{x}{y}\in A\}，\quad S=\{<x,y>|\, x,y\in A\wedge 2x\le y\}$$

(1) 列出关系 R,S；

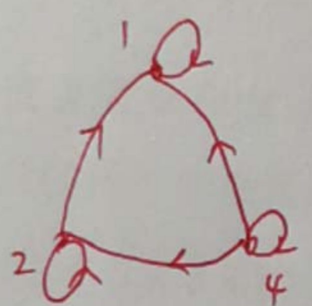
(2) 给出关系 R,S 的关系矩阵和关系图；

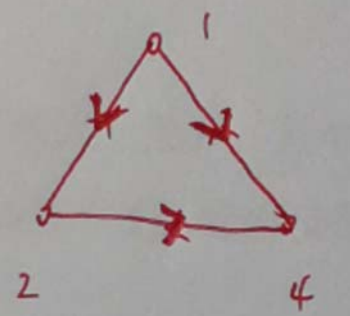
(3) 说明 R,S 具有哪些性质。

$R=\{<1,1>,<2,2>,<4,4>,<2,1>,<4,1>,<4,2>\}$.

$S=\{<1,2>,<1,4>,<2,4>\}$.

$$M_R=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}\qquad M_S=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$$





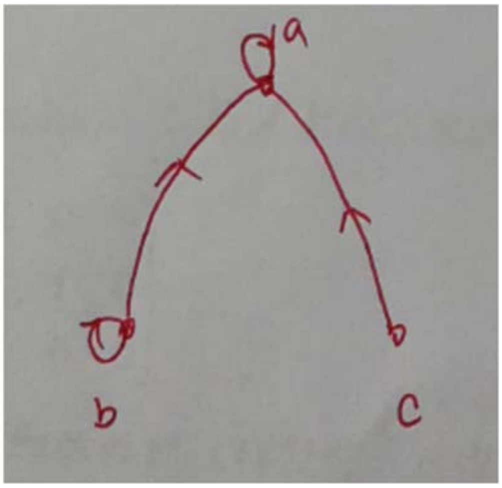
R：自反，反对称，传递

S：反自反，反对称，传递

7. 设 $A=\{a,b,c\}$，R 是 A 上的二元关系，其关系矩阵如下：

$$M_R=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

画出 R 的关系图；



8. 设 $A=\{a,b,c\}$，R 是 A 上的二元关系，其关系矩阵如下：

$$M_R=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

判断 R 具有哪些性质（自反性、对称性、传递性、反自反性、反对称性）

R: 反对称，传递