

一、选择题（共 2 题，每题 4 分，共 8 分）请将正确答案填在括号里。

1. 向量  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$  与向量  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$  为的交角是 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

2. 对平面  $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$ ，下列说法中正确的是 ( )

A. 原点到该平面的距离为  $|D|$

B.  $\pi$  与平面  $-Ax - By - Cz + D = 0 (D \neq 0)$  平行

C. 直线  $\frac{x}{A} = \frac{y}{B} = \frac{z}{C}$  平行与该平面平行

D.  $\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}z + \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 0$

二、填空题（共 4 题，每题 4 分，共 16 分）请将正确答案写在题目的横线上。

3. 将曲线  $\begin{cases} \frac{y^2}{9-\lambda} + \frac{z^2}{4-\lambda} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ ， $\lambda \neq 4, 9$  绕  $z$  轴旋转所得的旋转曲面方程为 \_\_\_\_\_，当  $\lambda$  的值取 \_\_\_\_\_ 时，曲面是旋转椭球面。

4. 已知轨迹的参数方程为  $\vec{r} = \vec{i} \cos \theta \cos \varphi + \vec{j} \cos \theta \sin \varphi + \vec{k} \sin \theta$ ，当  $\theta, \varphi$  为参数时，轨迹的普通方程是 \_\_\_\_\_ 它表示的图形是 \_\_\_\_\_。

5. 单叶双曲面  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$  上过点  $(6, 2, 8)$  的直母线方程是 \_\_\_\_\_ 与 \_\_\_\_\_。

6. 二次曲线  $3x^2 + 4xy + 5y^2 - 7x - 8y - 3 = 0$  在点  $(2, 1)$  的切线方程为 \_\_\_\_\_。

三、计算题（12 分）请将计算过程写在题目下面的空白处。

以  $(1, 1, 1)$  为顶点， $\Gamma: \begin{cases} y^2 = 2x \\ z = 0 \end{cases}$  为准线的锥面方程。

**四、计算题（15 分）**请将计算过程写在题目下面的空白处。

判别两直线  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z-3}{4}$  与直线  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$  的位置关系，并求两直线间的距离。

**五、计算题（12 分）**请将计算过程写在题目下面的空白处。

求通过点  $(4, 0, -1)$  且与两直线  $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{5}$ ,  $l_2: \frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$  都相交的直线方程。

**六、证明题（15 分）**请将证明过程写在题目下面的空白处。

证明

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \vec{b}^2$$

**七、计算题（10分）**请将计算过程写在题目下面的空白处。

求通过直线  $\begin{cases} 2x+y-2z+1=0 \\ x+2y-z-2=0 \end{cases}$  且与平面  $x+y+z-1=0$  垂直的平面方程。

八、计算题（12 分）请将计算过程写在题目下面的空白处。

求二次曲线  $3x^2 + 4xy + 2y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$  的渐进方向，并指出曲线属于何种类型。