Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №6
Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Вариант: 57

Выполнил студент: Игнатьева Ксения Артемовна
Группа: P3125
Преподаватель: Болдырева Елена Александровна

Санкт-Петербург
2022г.

При схождении в одной вершине двух многоугольников у одного из них внутренний угол должен быть более $2d(180^\circ)$. что, очевидно, также невозможно. Таким образом, решение задачи распадается на анализ тех вариантов, когда в вершине паркета сходятся 3, 4, 5 и 6 правильныл многоугольников.

Паркеты с тремя многоугольниками в вершине

Здесь, в свою очередь, в принципе возможны три случая (в зависимости от набора многоугольников в каждой вершине):

1° Три одинаковых многоугольника.

2° Два одинаковых и один отличный от них.

3° Три различных многоугольника.

В *первом случае* сумма в уравнении (1) сводится к одному слагаемому, отвечающему трем одинаковым n-угольникам, поэтому мы получаем $3(1-\frac{2}{n}) = 2$ или $n = 6$, то есть к каждой вершине примыкает 3 шестиугольника. Это один из простейших правильных паркетов (рис. 1)

Для *второго случая* (два k - угольника, один n-угольник) имеем $(1-\frac{2}{n}) + 2(1-\frac{2}{k}) = 2$ или $k = \frac{4n}{n-2}$. Целочисленные решения последнего уравнения проще всего найти перебором различных значений:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
k			12	8	$\frac{20}{3}$	6	$\frac{28}{5}$	$\frac{32}{6}$	$\frac{36}{7}$	5	$\frac{44}{9}$

Продолжать перебор дальше нет смысла, так как целочисленных k мы больше не получим: $\frac{4n}{n-2} = 4 + \frac{8}{n-2}$, а при $n > 10$ последнее слагаемое не может быть целым.

Таким образом, кроме уже рассмотренного случая $n = k = 6$ мы получили три решения, которые мы запишем в виде суммы углов в

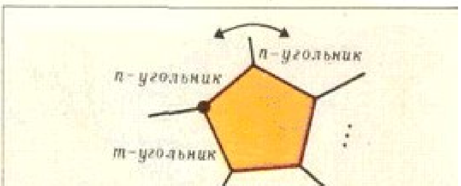


Рис. 5.

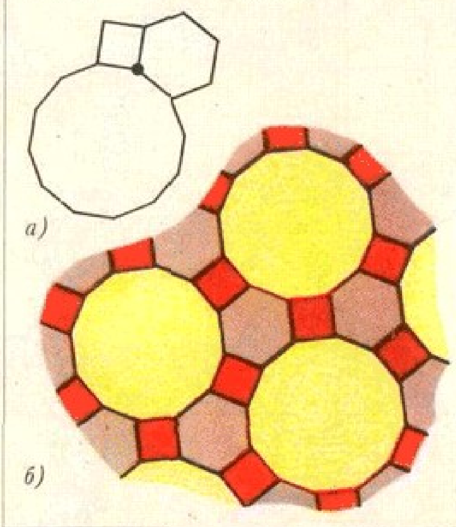


Рис. 6.

вершине: $\alpha_4+2\alpha_8$; $\alpha_3+2\alpha_{12}$; $\alpha_{10}+2\alpha_5$.

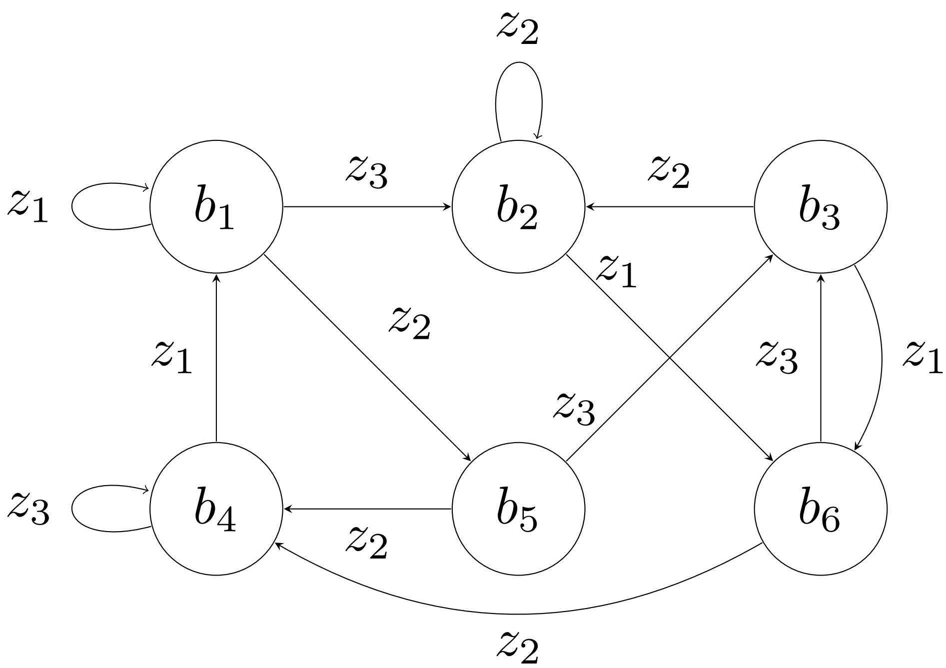
Первому решению отвечает паркет, часто встречающийся на практике (рис. 2), Менее обычный паркет, отвечающий второму решению, изображен на рисунке 3.

А вот комбинация $\alpha_{10}+2\alpha_5$, в отличие от ранее рассмотренных, правильного паркета не образует. Убедиться в этом позволяет «достройка» (рис. 4) окружения вершины еще одним многоугольником (желтого цвета). Из нее видно, что один из углов при вершине (угол, обозначенный на рисунке 4 через ϕ по принципу эквивалентности вершин, должен быть равен α_{10}. На самом же деле, угол ϕ равен α_5 — правильного паркета типа $\alpha_{10}+2\alpha_5$ *не существует.*

Для оставшегося, наиболее сложного, *третьего случая* (три разных многоугольника с n, m и k вершинами) уравнение (1) приводится к виду

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{k} = \frac{1}{2}. \qquad (2)$$

Чтобы не разбирать всех возможных



z_2
z_1
b_1
z_3
b_2
z_2
b_3
z_1
z_2
z_1
z_3
z_1
z_3
z_3
b_4
b_5
b_6
z_2
z_2