

# Ecuția Liapunov continuă

Ecuția Liapunov continuă :  $A^T X + XA = C$ ,  $A$  și  $C$  aparțin lui  $R^n$  și sunt date. Se cere aflarea lui  $X$  aparținând lui  $R^n$ .

## Descriere sol.m

Metoda de rezolvare reduce rezolvarea ecuației Liapunov continue la rezolvarea unor sisteme inferior triunghiulare. Astfel mai întâi aflăm forma Schur complexă astfel încât  $A = USU^H$ . Înlocuim în ecuația inițială și obținem:  $US^H U^H X + XUSU^H = C$ . Înmulțim ecuația cu  $U^H$  la stânga și cu  $U$  la dreapta. Deoarece  $U$  este matrice unitară ( $U^* U^H = I_n$ ) ecuația Liapunov devine  $S^H U^H X U + U^H X U S = U^H C U = \check{C}$ . Notăm  $Y = U^H X U$  și ecuația devine  $S^H Y + YS = \check{C}$ . Scriem ecuația obținută pe coloane și ținând cont că  $S^H$  are o structură inferior triunghiulară nu mai rămâne decât să rezolvăm sistemele inferior triunghiulare  $(S^H + s_{jj}I_n)y_j = \check{C}_j - \sum_{k=1}^{j-1} s_{kj}y_k$ ,  $j = 1:n$ .

## Descriere verif\_val\_proprii\_opuse.m

Acest script calculează valorile matricei primite ca parametru și pentru verifică să nu există valori opuse adunându-le 2 câte 2. Dacă găsește două valori opuse afișează „Exista valori proprii opuse. Nu exista solutie unica.” altfel afișează 'Nu exista valori proprii opuse. Exista soluție unica.'.

## Descriere Gheoace\_Mircea\_321AB.m

Acesta este un script de verificare. El generează o matrice  $A$  din  $R^n$  aleatoare apoi una aleatoare  $C$  din  $R^n$ . Deoarece matricea  $C$  trebuie să fie simetrică notăm cu  $E$  partea ei inferior triunghiulară. Apoi salvăm în  $C$  matricea  $E$  adunată cu  $E^T$  obținând astfel matricea  $C$  simetrică. Verificăm că soluția este unică sau nu prin aflarea valorilor proprii. Dacă nu există valori proprii opuse soluția este unică. Aflăm soluția ecuației Liapunov cu  $\text{sol}(A, C)$  și o verificăm calculându-l pe  $C\_verif$  cu ajutorul lui  $A$  și a lui  $X$  calculat cu  $\text{sol}(A, C)$ . Apoi verificăm că norma diferenței lui  $C$  cu  $C\_verif$  să fie cât mai aproape de 0.

În continuare sunt două teste cu matrice de dimensiuni  $n=5$  și  $n=6$  aleatoare.

$n = 6$

$A =$	0.2745	0.6539	0.4804	0.7292	0.0827	0.1816
	0.8675	0.6577	0.3424	0.9376	0.4654	0.6914
	0.5594	0.1610	0.7771	0.5173	0.0219	0.2138
	0.4646	0.4324	0.3839	0.9031	0.8083	0.2981
	0.4303	0.5051	0.7116	0.2182	0.1792	0.7683
	0.7740	0.3753	0.4809	0.8732	0.1654	0.5012

	1.8189	0.0579	0.4368	0.5723	0.5651	0.8238
	0.0579	0.6002	0.0021	0.9511	0.7663	0.7513
C =	0.4368	0.0021	0.3027	0.4967	0.8087	0.6329
	0.5723	0.9511	0.4967	1.7197	0.6270	0.1806
	0.5651	0.7663	0.8087	0.6270	0.6771	0.5806
	0.8238	0.7513	0.6329	0.1806	0.5806	0.2973

	1.8189	0.0579	0.4368	0.5723	0.5651	0.8238
	0.0579	0.6002	0.0021	0.9511	0.7663	0.7513
C_verif =	0.4368	0.0021	0.3027	0.4967	0.8087	0.6329
	0.5723	0.9511	0.4967	1.7197	0.6270	0.1806
	0.5651	0.7663	0.8087	0.6270	0.6771	0.5806
	0.8238	0.7513	0.6329	0.1806	0.5806	0.2973

Diferența dintre cele două C și C\_verif este 9.2435e-15.

Rezultatul X este

	-0.1487	-0.2743	1.4841	0.8415	-2.1533	1.1547
	-0.2743	0.5446	-1.0184	-0.2317	0.2091	0.7456
	1.4841	-1.0184	-0.4824	-0.4898	-0.7171	1.7890
X =	0.8415	-0.2317	-0.4898	4.2900	-0.3330	-3.5325
	-2.1533	0.2091	-0.7171	-0.3330	5.2471	-1.4277
	1.1547	0.7456	1.7890	-3.5325	-1.4277	2.3766

Acum n = 5

	0.6581	0.1496	0.0257	0.8964	0.1079
	0.6340	0.2027	0.9711	0.1890	0.1789
A =	0.2293	0.9550	0.2976	0.6607	0.7466
	0.1822	0.0159	0.5251	0.9412	0.0495
	0.1664	0.9575	0.8623	0.9757	0.0713

C =	0.9783	0.8499	0.9970	0.0044	0.5426
	0.8499	1.8183	0.8454	0.8789	0.7462
	0.9970	0.8454	0.3377	0.8311	0.9280
	0.0044	0.8789	0.8311	0.7651	0.2715
	0.5426	0.7462	0.9280	0.2715	1.8887

C_verif =	0.9783	0.8499	0.9970	0.0044	0.5426
	0.8499	1.8183	0.8454	0.8789	0.7462
	0.9970	0.8454	0.3377	0.8311	0.9280
	0.0044	0.8789	0.8311	0.7651	0.2715
	0.5426	0.7462	0.9280	0.2715	1.8887

Diferența dintre cele două C și C\_verif este 2.4687e-14.

X =	3.3225	-2.9550	3.2895	-2.6976	-0.5217
	-2.9550	-2.0198	9.2053	3.8382	-7.4057
	3.2895	9.2053	0.3331	-20.7718	2.2642
	-2.6976	3.8382	-20.7718	-5.9453	21.9282
	-0.5217	-7.4057	2.2642	21.9282	-6.3073

## Bibliografie

[CNA] – Metode de calcul numeric în automatică (B.Jora, C.Popeea, S.Barbulea), Ed. Enciclopedică, 1996.

[www.schur.pub.ro/download/mn/carte\\_mn.pdf](http://www.schur.pub.ro/download/mn/carte_mn.pdf)