
TP 1.2 ESTUDIO ECONÓMICO-MATEMÁTICO DE APUESTAS EN LA RULETA

Mateo Rindello

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Rosario, Argentina
Legajo 47216 - mateorindello14@gmail.com

Ramiro Filippi

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Rosario, Argentina
Legajo 45057 - ramirofilippi@gmail.com

Renato Corbellini

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Rosario, Argentina
Legajo 700341 - renatocorbellini@hotmail.com

Francisco Mendiburu

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Rosario, Argentina
Legajo 47218 - franmendi.fm@gmail.com

Gonzalo Bermejo

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Rosario, Argentina
Legajo 43334 - gon.vedia96@gmail.com

15 de mayo de 2024

ABSTRACT

El siguiente documento tiene por objetivo detallar el trabajo de investigación que debe realizarse para profundizar el estudio del comportamiento de la ruleta pero desde el punto de vista del apostador y sus estrategias.

Keywords: Simulación · Ruleta · Apuestas · Estrategias · Martingala · D'Alembert · Fibonacci

Descripción del trabajo de investigación

El trabajo consiste en construir una programa en lenguaje Python 3.x que simule el funcionamiento del plato de una ruleta y al mismo tiempo lleve adelante diversos tipos de apuestas, monitorizando el flujo de caja y el período de ocurrencia de que la apuesta produzca o no beneficios. Para esto se debe tener en cuenta lo siguientes temas:

- Beneficios de las apuestas según la selección (color, fila, número único, etc).
- Distintos tipos de estrategias de apuestas en la ruleta.
- Gráficas de los resultados mediante el paquete Matplotlib (u otro similar).

Se pide que se detalle las estrategias empleadas y las fuentes donde las obtuvieron (si no son de elaboración propia). Se proponen analizar 3 estrategias: la martingala, D'Alembert y Fibonacci, además el grupo de investigación sugerir o crear una estrategia a elección distinta de las propuestas. Para cada estrategia se debe tener en cuenta dos supuestos mutuamente excluyentes: **capital acotado** (realidad) y **capital infinito** (ideal). En el caso de capital acotado se debe tener en cuenta las veces que se produce "la banca rota" del jugador.

Se incorporan a la ejecución anterior dos parámetros nuevos: -s -a. Siendo:

- "s" la estrategia utilizada: m (martingala), d (D'Alembert), f (Fibonacci) y o (otra estrategia a elección del grupo).

- "a" el tipo de capital: i (infinito), f (finito).

Por lo tanto la ejecución junto con el TP 1.1: **python -c XXX -n YYY -e ZZ -s -a**

Nota: El -e es solo en caso de usar un solo número. Sino no es necesario.

1. Introducción

Apostar en algún juego lleva a controversias de todos los puntos de vista en cuanto a sus resultados favorables o no, pero desde nuestra perspectiva como ingenieros debemos tener una **visión objetiva** de cualquier problema por muy ajeno que nos resulte. Este trabajo tiene como fin el empleo de nuestra primera simulación con el objetivo desmitificar estadísticamente la verdadera probabilidad de obtener ganancias con un medio ideal, como es nuestra ruleta simulada.

Las estrategias que se pueden proponer son varias, pero comenzaremos con una de las más sencillas y fáciles de implementar, dejando al alumno la posibilidad de construir o imitar otras.

2. Desarrollo

En el presente trabajo, nos proponemos explorar y simular cuatro estrategias de apuesta en el juego de la ruleta, tomando como base la simulación de la ruleta construida en el trabajo práctico 1.1 de la cátedra de Simulación.

Una **estrategia de apuesta** es un enfoque estructurado para un juego, en el intento de producir una ganancia. Para tener éxito, el sistema debe cambiar la *ventaja de la casa* (los juegos de casino brindan una ventaja predecible a largo plazo para la casa -casino-, mientras que ofrecen la posibilidad de obtener un gran pago a corto plazo al jugador) a una ventaja del jugador, lo cual es imposible para juegos puros de probabilidades fijas (por ejemplo, las probabilidades de los resultados a obtener en la ruleta no cambian con el tiempo, a diferencia de un juego como Blackjack).

Matemáticamente, ningún sistema de apuestas puede alterar los resultados esperados a largo plazo en un juego con resultados aleatorios e independientes, aunque pueden hacer que las probabilidades de ganar a corto plazo sean más altas al costo de un mayor riesgo, y son una experiencia de juego agradable para algunas personas. Las estrategias que tienen en cuenta las probabilidades cambiantes que existen en algunos juegos (por ejemplo, el conteo de cartas y la evaluación de jugadores), pueden alterar los resultados a largo plazo.

En este trabajo nos enfocaremos en analizar algunas de las estrategias de apuesta más conocidas, como son: Martingala, D'Alembert, Fibonacci. Además, exploraremos una estrategia de apuestas no tan conocida llamada COMPLETAR.

2.1. Descripción de estrategias a analizar

2.1.1. Martingala (*Martingale* en inglés)

Una **martingala** es una clase de estrategia de apuestas que se originaron y fueron populares en la Francia del siglo XVIII. La más simple de estas estrategias fue diseñada para un juego en el que el apostador gana la apuesta si una moneda sale cara y pierde si sale cruz. La estrategia hacía que el apostador *duplicara la apuesta después de cada pérdida*, de modo que *la primera victoria recuperaría todas las pérdidas anteriores más una ganancia igual a la apuesta original*.

Dado que un apostador casi seguramente sacará cara, la estrategia de apuestas de martingala está segura de hacer dinero para el apostador siempre que tenga *riqueza infinita, no haya límite en el dinero ganado en una sola apuesta y no haya límite en la cantidad de capital permitido en cada apuesta individual*. Sin embargo, ningún apostador tiene riqueza infinita, y el crecimiento exponencial de las apuestas puede llevar a la bancarrota a los individuos que eligen usar esta estrategia. A pesar de que el apostador generalmente gana una pequeña recompensa neta, dando la apariencia de tener una estrategia sólida, el valor esperado del apostador sigue siendo cero porque *la pequeña probabilidad de que el apostador sufra una pérdida catastrófica se equilibra exactamente con la ganancia esperada*. En un casino, el valor esperado es negativo, debido a la **ventaja de la casa**. Además, como la probabilidad de una serie de pérdidas consecutivas es mayor de lo que la intuición común sugiere, las estrategias de martingala pueden llevar a la bancarrota a un individuo rápidamente.

La estrategia de martingala también puede ser aplicada en nuestro caso, el juego de la ruleta, ya que la probabilidad de acertar ya sea rojo o negro es *cercana* al 50 % (48,65 % en ruletas que incluyan el 0 y 47,37 % en ruletas del estilo estadounidense, es decir, que incluyan el 00 -doble cero-).

La estrategia de martingala falla incluso con un tiempo de parada ilimitado, siempre que haya un límite en las ganancias o en las apuestas (lo cual también es cierto en la práctica). *Solo con riqueza, apuestas y tiempo ilimitados se podría argumentar que la martingala se convierte en una estrategia ganadora.*

2.1.2. D'Alembert

Considerada una de las estrategias más conservadoras, el sistema **D'Alembert** fue creado por el matemático francés Jean Le Rond d'Alembert. Consiste en la idea de que *un evento tiende a no repetirse inmediatamente después*.

La estrategia de D'Alembert está fundamentada en el **principio del equilibrio**, también conocido como la "ley del equilibrio" en la teoría de probabilidades, D'Alembert postulaba que, a largo plazo, todos los eventos tendrán la misma frecuencia de ocurrencia. En el contexto de la ruleta o cualquier juego de apuestas donde exista la posibilidad de tener dos resultados posibles aproximadamente equiprobables, este principio sugiere que las pérdidas y ganancias se equilibrarán con el tiempo.

Para ejemplificar la teoría, pensemos en una secuencia de tres rondas del juego. La estrategia dice que difícilmente se podría salir victorioso en las tres. Sin embargo, la misma estrategia establece que difícilmente se saldría derrotado en las tres.

En la ruleta, la forma de aproximarnos a una probabilidad cercana o igual a 50 % de ganar. Es jugando con estrategias que nos acoten a ganar o perder: en apuestas en rojo o negro, par o impar, números bajos (del 1 al 18) o números altos (del 19 al 36).

Implementación Teórica

Esta estrategia se considera buena para apuestas bajas y funciona de la siguiente manera:

1. Hacer una apuesta de valor C considerando el valor mínimo de la mesa o un poco más. A esta apuesta de valor C vamos a tratarlas como unidades U_i donde $i = 0, 1, 2, \dots, m$ tal, que la apuesta inicial sea:

$$U_0 = C, C \in \mathbb{R}^+$$

2. Al ganar, disminuir las fichas en el valor de U_0 , si no es el valor inicial apostado.

$$U_{n+1} = \begin{cases} U_n - U_0 & \text{si } U_n \neq U_0 \\ U_0 & \text{si } U_n = U_0 \end{cases}$$

3. Al perder, aumentar la apuesta en una unidad en en la siguiente ronda.

$$U_{n+1} = U_n + U_0$$

Ejemplo En el siguiente ejemplo podremos ver cómo funciona la estrategia D'alambert en un juego con 7 apuestas, donde U_0 obtiene el valor de una unidad. Siendo el resultado de cada apuesta ganar o perder (fallo o acierto).

Número de apuesta n	Unidades apostadas U_i	Resultado	Balance	Siguiente paso
1	1	Fallo	-1	Aumentar apuesta
2	2	Fallo	-3	Aumentar apuesta
3	3	Fallo	-6	Aumentar apuesta
4	4	Acierto	-2	Disminuir apuesta
5	3	Fallo	-5	Aumentar apuesta
6	4	Acierto	-1	Disminuir apuesta
7	3	Acierto	+2	Disminuir apuesta

Cuadro 1: Ejemplo 1, Apuestas con estrategia D'Alembert

2.1.3. Fibonacci

La estrategia de **Fibonacci** está basada en la **secuencia de Fibonacci**. La secuencia de Fibonacci lleva el nombre de un matemático italiano llamado Fibonacci. Introdujo la secuencia en occidente a principios del siglo XIII. Sin embargo, hay evidencias que sugieren que las matemáticas indias la describieron ya en el 200 AC. Esta secuencia de números aparece inesperadamente en matemáticas y en la naturaleza. Esta secuencia comienza con 0 y 1. Cada nuevo número se deriva de la suma de los dos números que lo preceden. Entonces, el tercer número en la secuencia es $0 + 1 = 1$, el cuarto número será $1 + 1 = 2$, y así sucesivamente. Siguiendo este principio, los primeros diez números en la secuencia son 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ..., continuando indefinidamente.

Para aplicar la secuencia de Fibonacci a las apuestas, necesitamos establecer 4 reglas. Es esencial seguir estas reglas y no dejar que las emociones influyan en tus decisiones.

1. Regla 1 - Decidir la apuesta base

Por ejemplo, una apuesta base podría ser \$1. Este es el capital que apostaremos en la primer apuesta.

2. Regla 2 - Comenzar con una unidad de la apuesta base

Si el resultado es negativo, pasar a la regla 3. Si es favorable, pasar a la regla 4.

3. Regla 3 - Avanza un número a la derecha

Cada vez que se pierda una apuesta, avanzar un número a la derecha en la secuencia. Entonces, si se pierden las primeras dos apuestas de \$1, la tercer apuesta sería de dos unidades de apuesta, o \$2.

4. Regla 4 - Retroceder dos números a la izquierda

Cada vez que se gana una apuesta, retroceder dos números a la izquierda. Si aún no se ha avanzado dos números en la secuencia, se comienza de desde el inicio.

Ronda	Apuesta	Resultado	Ganancia neta	Siguiente paso
1	\$1	Fallo	-\$1	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$1
2	\$1	Fallo	-\$2	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$2
3	\$2	Fallo	-\$4	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$3
4	\$3	Fallo	-\$7	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$5
5	\$5	Fallo	-\$12	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$8
6	\$8	Acierto	-\$4	Retroceder dos en la secuencia, apostar \$3
7	\$3	Acierto	-\$1	Retroceder dos en la secuencia, apostar \$1
8	\$1	Acierto	\$0	Volver a la apuesta base, apostar \$1
9	\$1	Fallo	-\$1	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$1
10	\$1	Acierto	\$0	Volver a la apuesta base, apostar \$1

Cuadro 2: Ejemplo 1 estrategia Fibonacci

Ronda	Apuesta	Resultado	Ganancia neta	Siguiente paso
1	\$1	Acierto	\$1	Volver a la apuesta base, apostar \$1
2	\$1	Acierto	\$2	Volver a la apuesta base, apostar \$1
3	\$1	Acierto	\$3	Volver a la apuesta base, apostar \$1
4	\$1	Fallo	\$2	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$1
5	\$1	Fallo	\$1	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$2
6	\$2	Fallo	-\$1	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$3
7	\$3	Fallo	-\$4	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$5
8	\$5	Fallo	-\$9	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$8
9	\$8	Fallo	-\$17	Avanzar uno en la secuencia, apostar \$13
10	\$13	Acierto	-\$4	Retroceder dos en la secuencia, apostar \$5
11	\$5	Acierto	\$1	Retroceder dos en la secuencia, apostar \$2
12	\$2	Acierto	\$3	Retroceder dos en la secuencia, apostar \$1
13	\$1	Acierto	\$4	Volver a la apuesta base, apostar \$1
15	\$1	Acierto	\$5	Volver a la apuesta base, apostar \$1

Cuadro 3: Ejemplo 2 estrategia Fibonacci

2.1.4. Sistema Paroli

El objetivo del sistema de apuestas **Paroli** es obtener tres victorias consecutivas, doblando la apuesta en cada victoria.

Para comenzar la progresión, se apuesta una sola unidad con un resultado simple, como por ejemplo apostar al color negro en la mesa de la ruleta. El jugador continuará las apuestas iguales de esta manera, sin variar nunca la cantidad apostada. Después de cada ganancia, el jugador apostará dos unidades. Si se pierde la apuesta el jugador volverá a apostar 1 unidad. Sin embargo, si se gana la apuesta de dos unidades, la siguiente apuesta se doblará de nuevo a 4 unidades (apuesta final de la progresión, se gane o se pierda). La apuesta derivará en una pérdida neta de 1 unidad, o en una ganancia de 7 unidades, y comenzará una nueva progresión.

Aunque cada progresión **Paroli** debe acabar en una pérdida, o tres ganancias consecutivas, es bueno dividir la jugada en grupos de tres apuestas para entender los posibles resultados.

¿Por qué es imperfecto? El riesgo de utilizar Paroli es exclusivamente que, la acumulación de las pérdidas de 1 unidad puede fácilmente exceder las ganancias de 7 unidades requeridas para pagarlas. Como muestra el *Cuadro 4*, hay 5 patrones que pierden dinero en tres apuestas, uno que queda igual y solo dos patrones que obtienen beneficios. El resultado neto de todos los patrones no es ni ganancia ni pérdida, sino cero. Eso significa que el sistema tendrá éxito solo cuando la suerte esté de parte del jugador, como ocurre en la mayoría de sistemas de apuestas.

Además, ya que la casa tiene una ventaja inherente en todas las apuestas, la probabilidad de una pérdida en una apuesta simple es ligeramente mayor que la posibilidad de una victoria. En concreto, en la ruleta europea, si el sistema se aplica con apuestas al color negro, la pérdida ocurrirá no solo cuando salga el rojo, sino también cuando salga el cero (verde), haciendo así estadísticamente menos probable que salga una serie de tres ganancias consecutivas.

Primer Apuesta	Segunda Apuesta	Tercer Apuesta	Resultado Neto
-\$1 Perdida	-\$1 Perdida	-\$1 Perdida	-\$3
-\$1 Perdida	-\$1 Perdida	+\$1 Ganada	-\$1
-\$1 Perdida	+\$1 Ganada	-\$2 Perdida	-\$2
-\$1 Perdida	+\$1 Ganada	+\$2 Ganada	+\$2
+\$1 Ganada	-\$2 Perdida	-\$1 Perdida	-\$2
+\$1 Ganada	-\$2 Perdida	+\$1 Ganada	\$0
+\$1 Ganada	+\$2 Ganada	-\$4 Perdida	-\$1
+\$1 Ganada	+\$2 Ganada	+\$4 Ganada	+\$7

Cuadro 4: Ejemplo estrategia Paroli

2.2. El programa en Python (también adjuntado como archivo aparte con este informe)

Consideraciones

- La simulación continuará hasta que se alcance el número de tiradas de cada corrida, ya sea que se llegue a la banca rota o no.
- En caso de que el tipo de capital ingresado sea **finito**, la cantidad de capital inicial para todas las corridas será de 10000 unidades monetarias.
- La apuesta inicial en todas las estrategias será de 100 unidades monetarias.
- La simulación se hará en base a siempre apostar al color rojo. Teniendo en cuenta que todas las estrategias analizadas son comunmente utilizadas en apuestas con una probabilidad de acierto del 50 %, tomamos como una buena aproximación la apuesta al color rojo ya que en nuestro caso que la ruleta posee el número 0 (cero), la probabilidad de acertar el color rojo se acerca al 50 % (48,65 %).

Cómo ejecutar el programa Para ejecutar el programa se debe descargarlo a su computadora, abrir una ventana de terminal y posicionarse en el directorio a donde se descargó el programa. Una vez hecho eso, se debe escribir un comando como el siguiente: `python3 roulette.py -c <cantidad de tiradas>-n <cantidad de corridas>-e <número escogido>-s <estrategia escogida>-a <tipo de capital>`. Algunos puntos a tener en cuenta sobre los parámetros de entrada:

- Se deben incluir todos los parámetros para que se ejecute el programa.
- Los parámetros ingresados deben respetar el orden expuesto anteriormente, no se permite cambiar el orden de los mismos.
- La cantidad de corridas debe ser un número entero mayor a cero
- La cantidad de tiradas debe ser un número entero mayor a cero
- El número escogido debe ser un entero entre 0 y 36 (inclusive).
- La estrategia escogida debe ser un caracter en minúscula y debe ser alguno de los siguientes: **m** (Martingala), **d** (D'Alembert), **f** (Fibonacci), **p** (Paroli).
- El tipo de capital escogido debe ser un caracter en minúscula y debe ser alguno de los siguientes: **i** (infinito), **f** (finito).

Ejemplos de comandos:

- `python3 roulette.py -c 100 -n 1 -e 27 -s m -a f`
- `python3 roulette.py -c 500 -n 5 -e 27 -s d -a i`
- `python3 roulette.py -c 1000 -n 20 -e 27 -s f -a i`
- `python3 roulette.py -c 500 -n 10 -e 27 -s p -a f`

2.3. Pruebas

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al ejecutar el programa `roulette.py` bajo diferentes configuraciones, variando la estrategia de apuesta. En total se harán 12 pruebas, 3 por cada estrategia, variando el tipo de capital (finito o infinito), la cantidad de tiradas y la cantidad de corridas. Cada estrategia de apuesta tendrá las siguientes pruebas:

- **100 tiradas - 1 corrida - capital finito**
- **500 tiradas - 10 corridas - capital finito**
- **1000 tiradas - 10 corridas - capital infinito**

En el caso de la estrategia Fibonacci se toman menos tiradas (50) para la última prueba, ya que el capital se dispara rápidamente una vez se inicia la simulación.

A continuación se presentan los resultados de cada prueba, incluyendo gráficos de capital, capital promedio entre todas las corridas, histograma de frecuencia y promedio de histograma de frecuencia. Cada prueba se presenta en una subsección separada para facilitar la comparación de los resultados.

2.3.1. Martingala

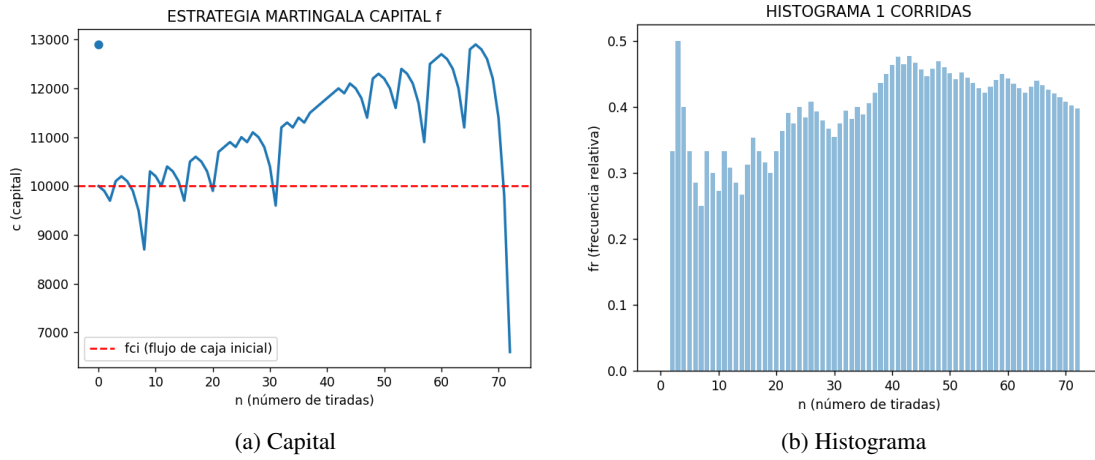


Figura 1: Resultados 100 tiradas - 1 corrida - capital finito

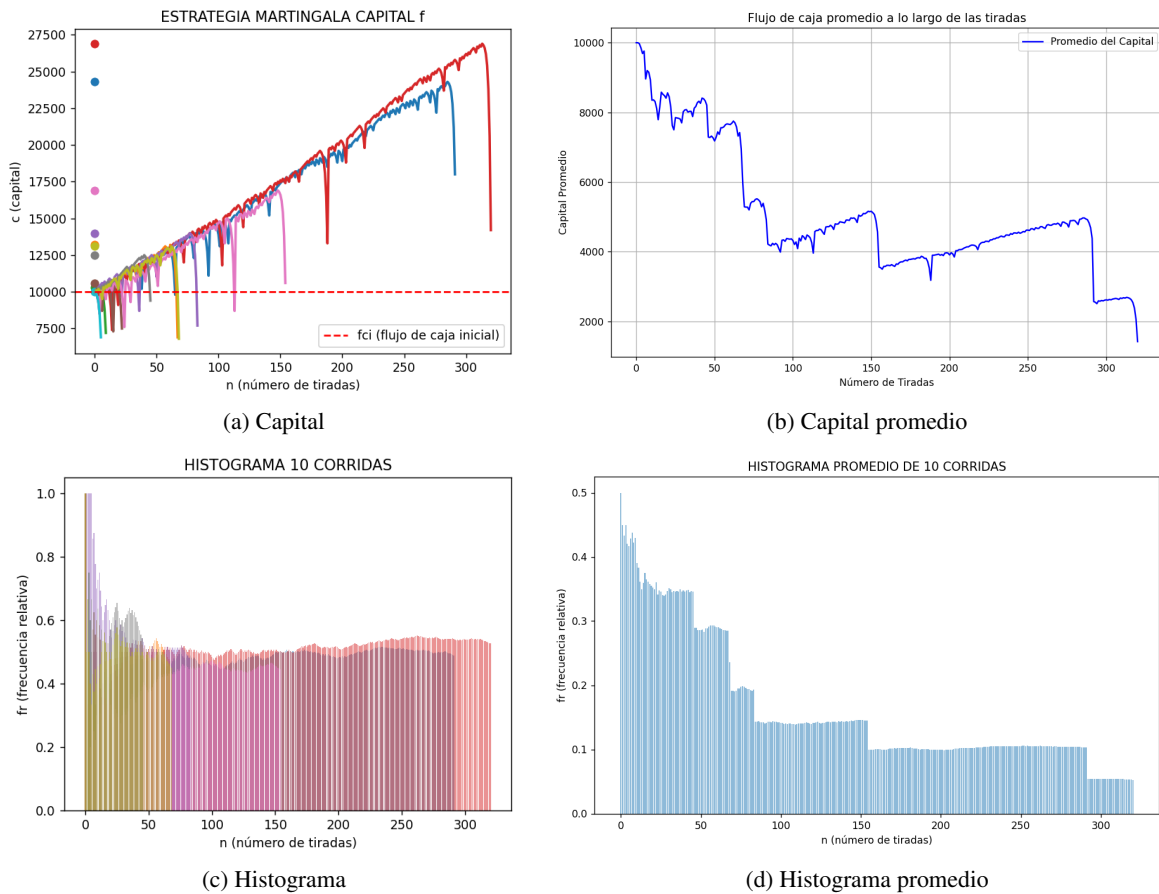
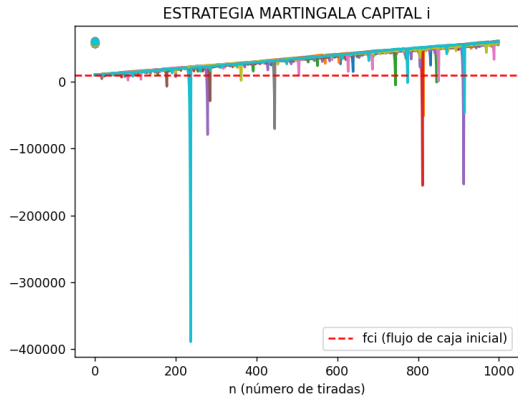
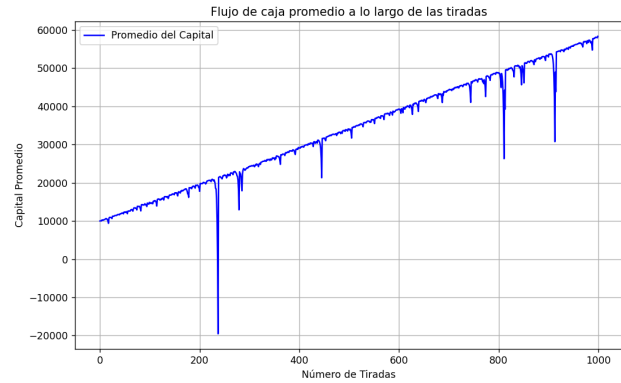


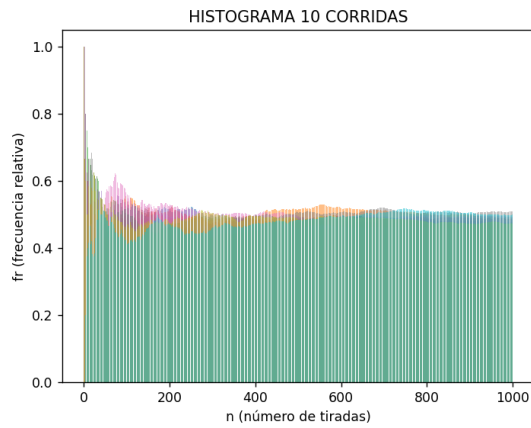
Figura 2: Resultados 500 tiradas - 10 corridas - capital finito



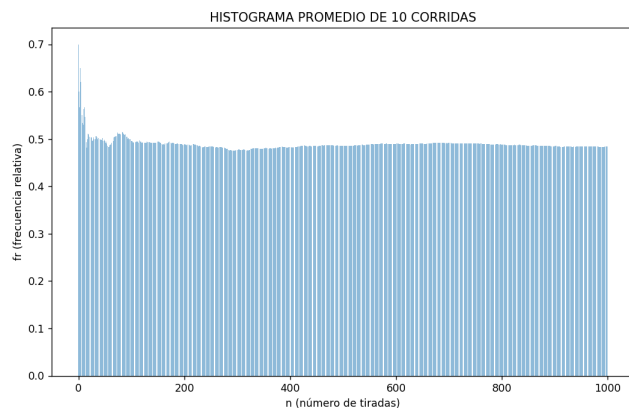
(a) Capital



(b) Capital promedio



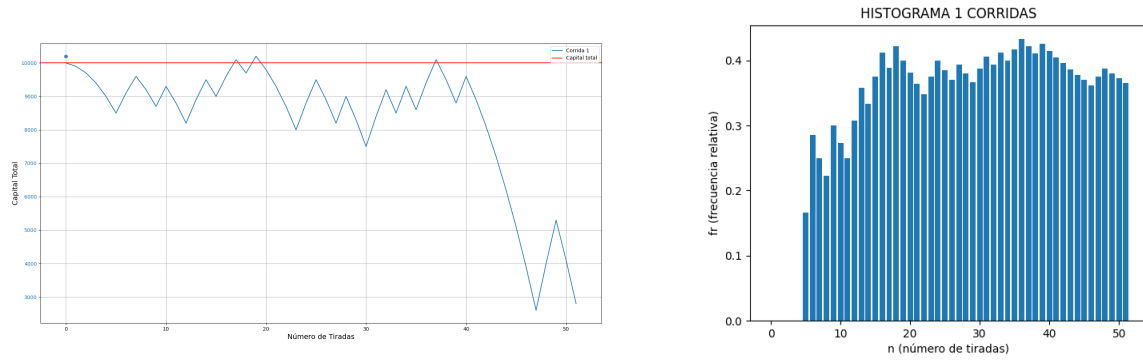
(c) Histograma



(d) Histograma promedio

Figura 3: Resultados 1000 tiradas - 10 corridas - capital infinito

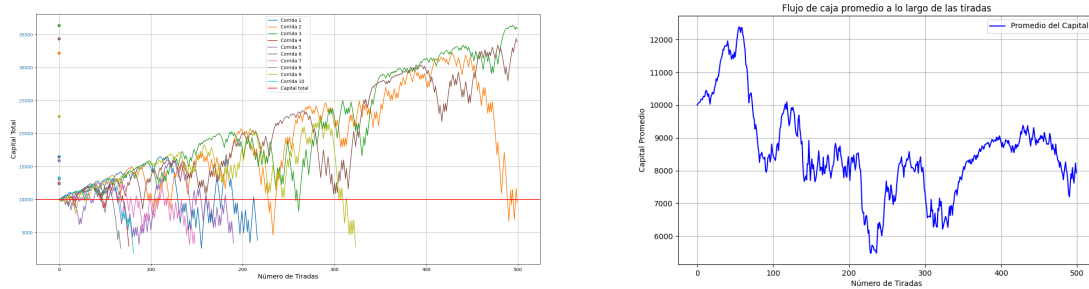
2.3.2. D'Alembert



(a) Capital

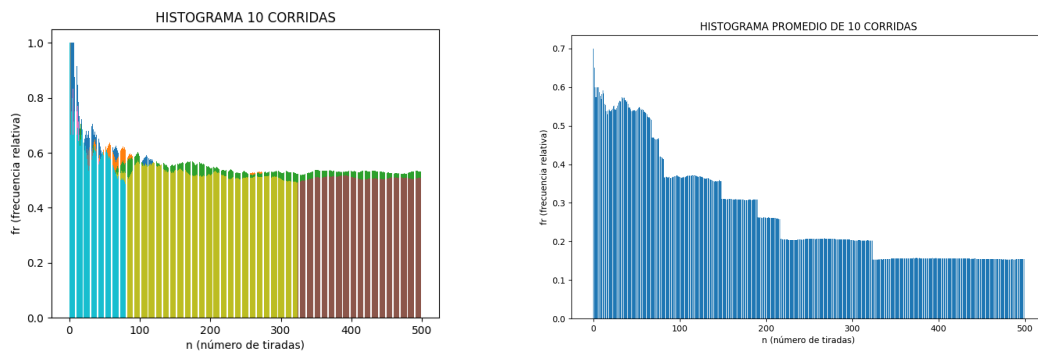
(b) Histograma

Figura 4: Resultados 100 tiradas - 1 corrida - capital finito



(a) Capital

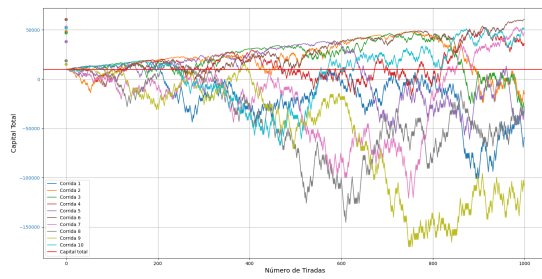
(b) Capital promedio



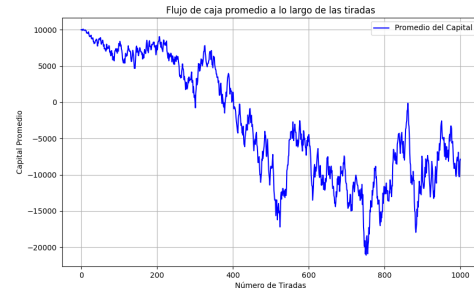
(c) Histograma

(d) Histograma promedio

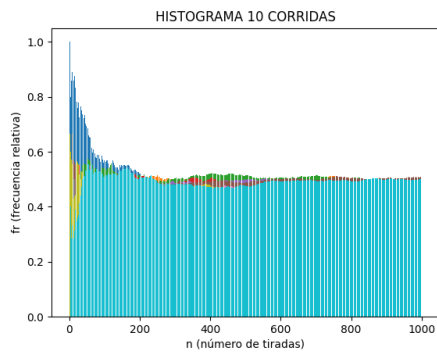
Figura 5: Resultados 500 tiradas - 10 corridas - capital finito



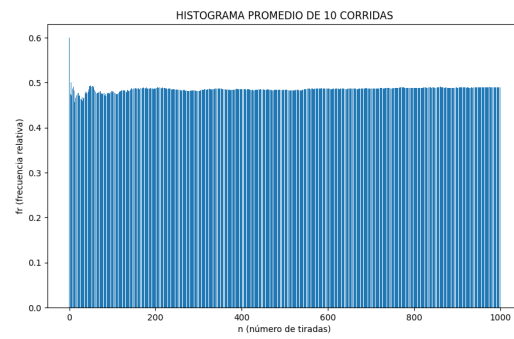
(a) Capital



(b) Capital promedio



(c) Histograma



(d) Histograma promedio

Figura 6: Resultados 1000 tiradas - 10 corridas - capital infinito

2.3.3. Fibonacci

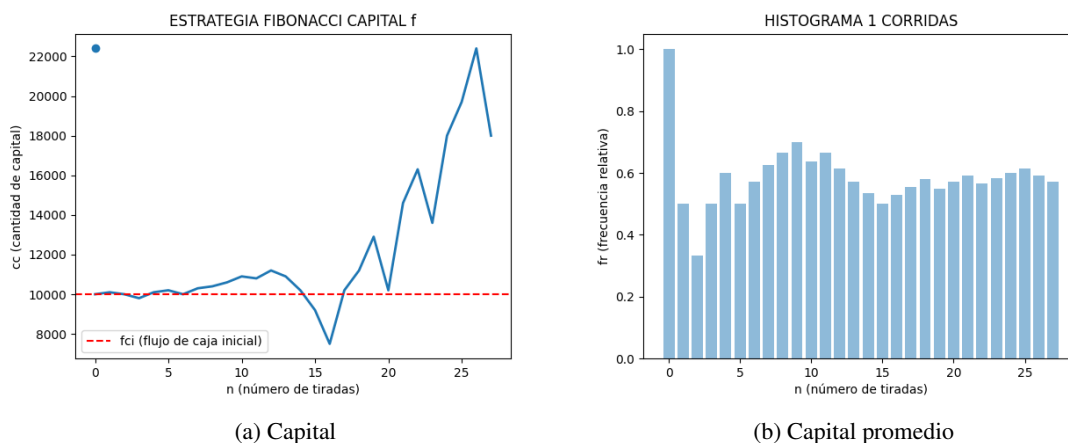


Figura 7: Resultados 100 tiradas - 1 corrida - capital finito

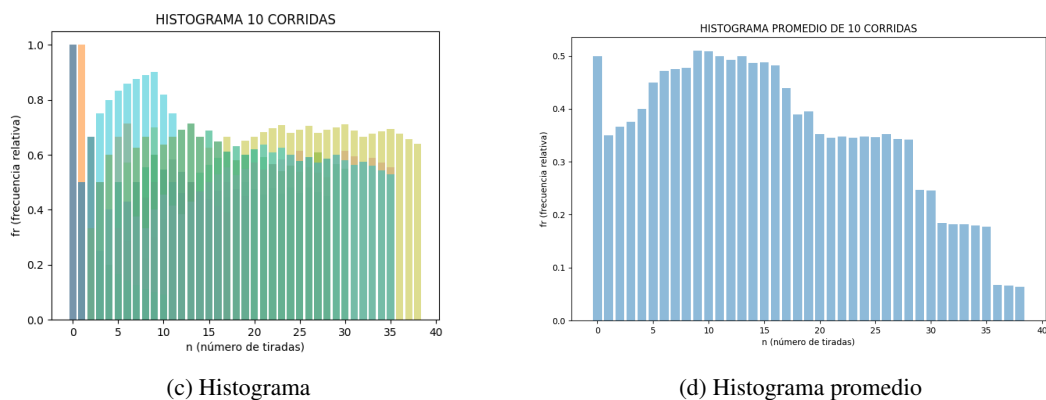
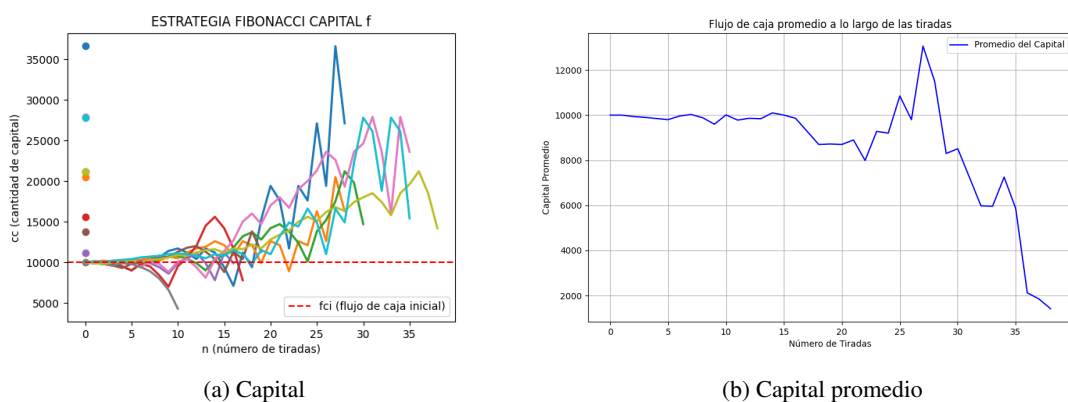
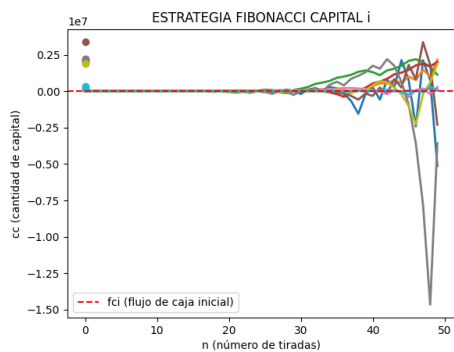


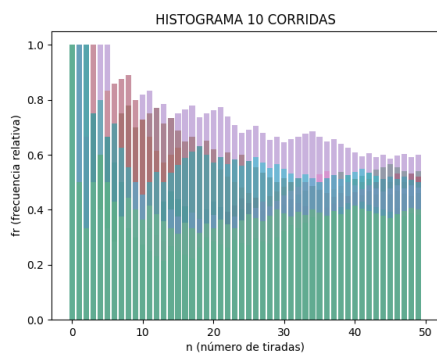
Figura 8: Resultados 500 tiradas - 10 corridas - capital infinito



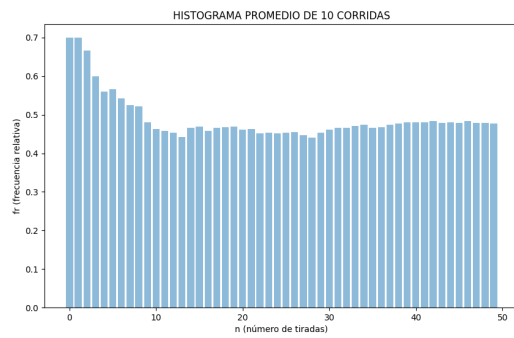
(a) Capital



(b) Capital promedio



(c) Histograma



(d) Histograma promedio

Figura 9: Resultados 50 tiradas - 10 corridas - capital infinito

2.3.4. Paroli

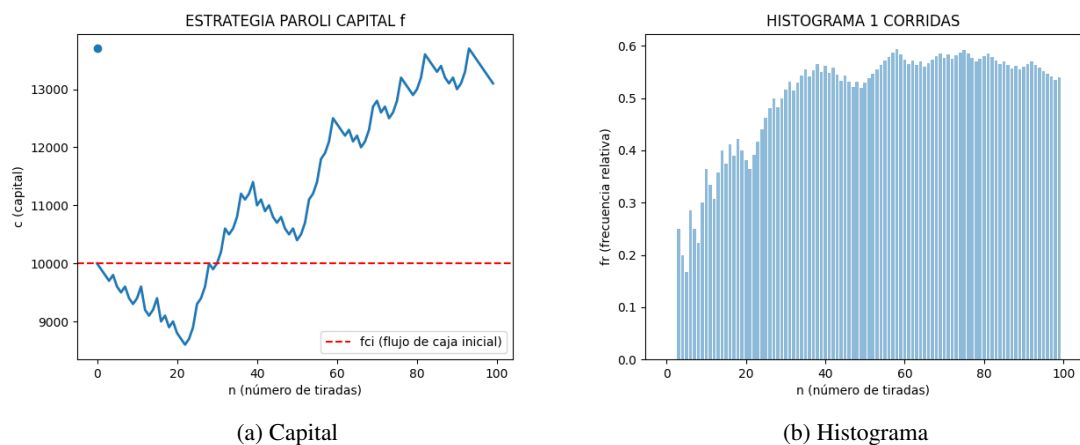


Figura 10: Resultados 100 tiradas - 1 corrida - capital finito

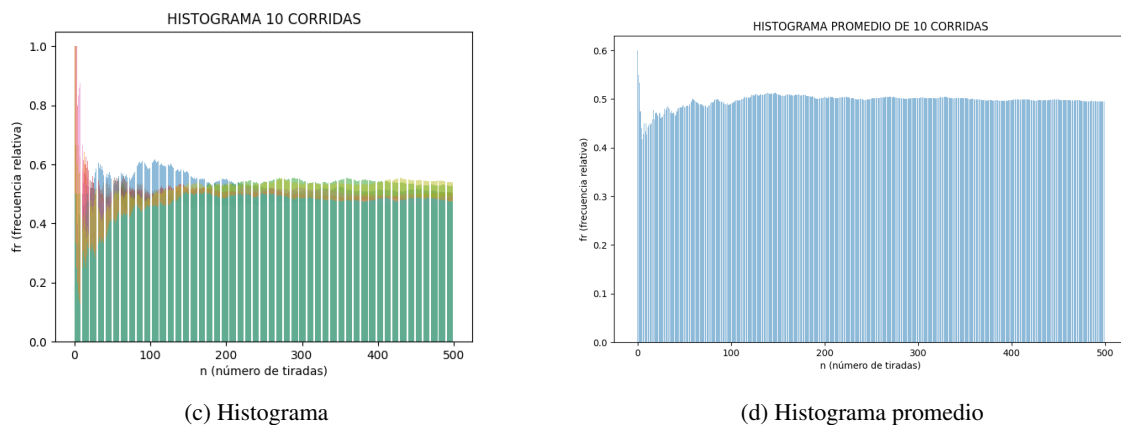
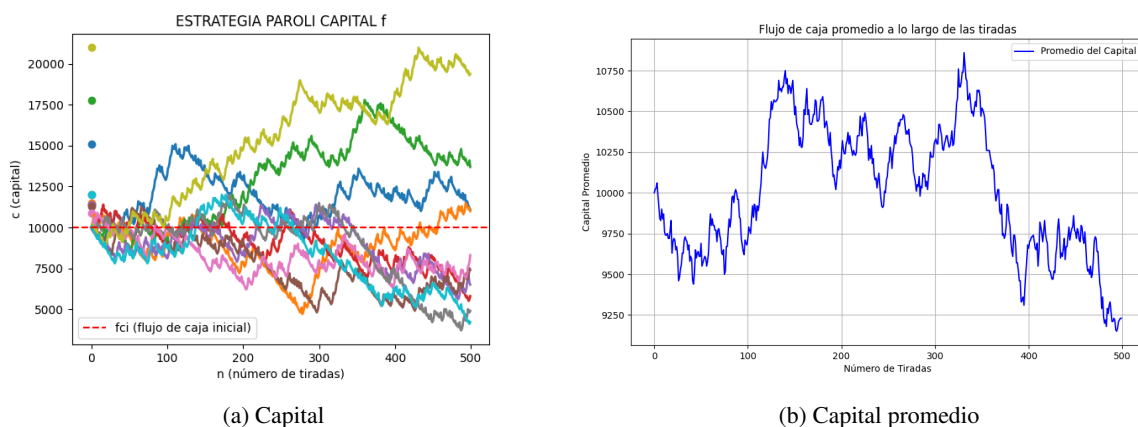
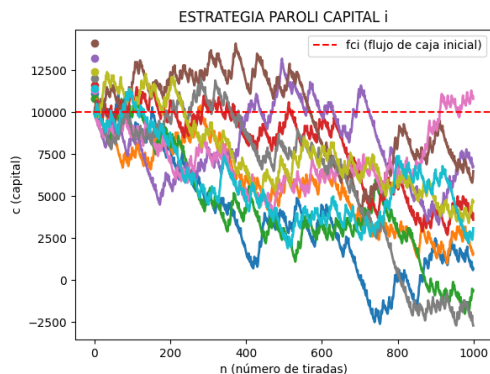
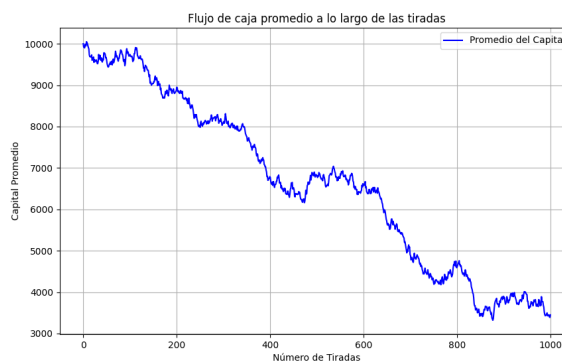


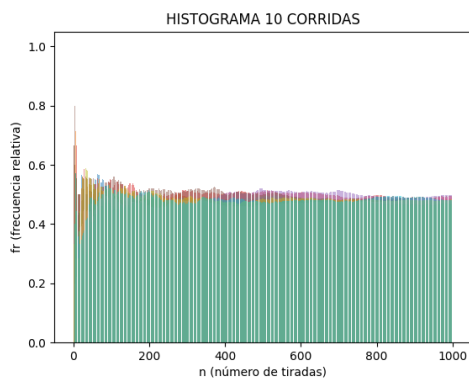
Figura 11: Resultados 500 tiradas - 10 corridas - capital finito



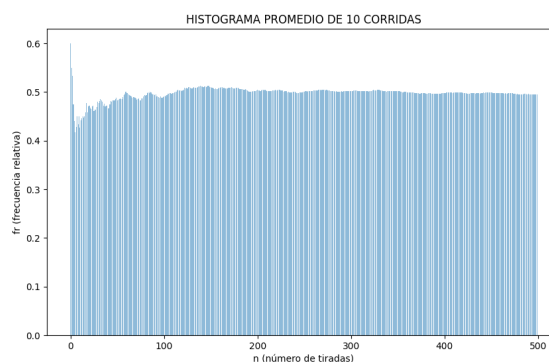
(a) Capital



(b) Capital promedio



(c) Histograma



(d) Histograma promedio

Figura 12: Resultados 1000 tiradas - 10 corridas - capital infinito

3. Conclusiones

Durante el desarrollo del trabajo, notamos que al ejecutar un número reducido de tiradas y corridas, los datos obtenidos no reflejan consistentemente los resultados esperados en una experiencia aleatoria. Esta observación inicial nos llevó a pensar en como influye el muestral en el proceso de recolección de datos sobre la experiencia.

Al incrementar progresivamente tanto el número de corridas como de tiradas, pudimos observar una tendencia significativa: los resultados de nuestras gráficas comenzaron a converger hacia los valores esperados. Este fenómeno se hizo más evidente conforme aumentaba la cantidad de tiradas realizadas.

En consecuencia, pudimos corroborar en nuestro estudio, que al ampliar la muestra, la variabilidad inherente de los resultados se vio compensada, y los datos exhibieron una mayor coherencia con las expectativas teóricas. Este proceso de convergencia nos brindó una comprensión más profunda de la relación entre el tamaño de la muestra y la precisión de nuestras conclusiones estadísticas.

A continuación se brindan algunas conclusiones particulares de cada estrategia:

3.1. Martingala

La estrategia de Martingala es conocida por su agresividad en la gestión del riesgo. Se basa en duplicar la apuesta después de cada pérdida, con el objetivo de recuperar las pérdidas anteriores y obtener una ganancia igual a la apuesta inicial. Este enfoque la hace atractiva para aquellos que buscan obtener ganancias rápidas y tienen una alta tolerancia al riesgo.

El principio fundamental de la estrategia de Martingala es que, eventualmente, las ganancias compensarán todas las pérdidas anteriores. Sin embargo, esta suposición está condicionada a un factor principal: la disponibilidad de capital ilimitado. En la práctica, la estrategia de Martingala puede llevar a la ruina financiera si se enfrenta a una racha prolongada de pérdidas, especialmente en escenarios de capital finito.

Comparación con otras Estrategias: En comparación con estrategias como D'Alembert, Fibonacci y Paroli, la Martingala se destaca por su agresividad y su búsqueda de recuperación rápida de pérdidas. Mientras que las otras estrategias tienden a ser más conservadoras y estructuradas, la Martingala es más arriesgada y puede generar grandes ganancias o pérdidas en un corto período de tiempo.

Capital Infinito vs. Capital Finito: En escenarios teóricos con capital infinito, la estrategia de Martingala podría considerarse sostenible a largo plazo, ya que teóricamente siempre habría recursos disponibles para doblar la apuesta después de cada pérdida. Sin embargo, en la práctica, donde el capital es limitado, la estrategia de Martingala puede llevar rápidamente a la bancarrota si se enfrenta a una serie prolongada de pérdidas.

Conclusión Final: Las simulaciones muestran que con un número mayor de tiradas y corridas, los resultados de la estrategia de Martingala pueden acercarse a los valores esperados teóricamente. Esta estrategia ofrece la posibilidad de obtener ganancias rápidas, pero conlleva un alto riesgo de pérdidas significativas, especialmente en escenarios de capital finito.

3.2. D'alambert

Basándonos en el análisis y las simulaciones realizadas, se pueden extraer varias conclusiones respecto a la estrategia de D'Alembert:

Comportamiento General y Principio del Equilibrio: El principio detrás de esta estrategia es la "ley del equilibrio", que sugiere que, a largo plazo, las ganancias y las pérdidas tenderán a equilibrarse, por lo mismo, la estrategia de D'Alembert es una de las estrategias de apuestas más conservadoras.

Si bien está diseñada para reducir el riesgo de grandes pérdidas, el riesgo de quedar en bancarrota sigue presente. Si el número de tiradas es lo suficientemente grande entonces tendremos más pérdidas que ganancias. Incluso cuando la frecuencia de apuestas favorables se mantiene en un 50

Adecuación para Apuestas Bajas: Esta estrategia es particularmente efectiva para apuestas bajas, donde el incremento y decremento de la apuesta en una unidad no representa un cambio significativo en el capital total. Esto permite una mayor sostenibilidad en el tiempo.

Sin embargo, mientras que es posible mantenerse activo en el juego durante muchas tiradas, la bancarrota llega en un lapso de tiempo considerablemente más corto. La necesidad de aumentar la apuesta después de cada pérdida puede llevar al jugador a quedarse sin fondos si las pérdidas se acumulan.

Capital Infinito vs. Capital Finito: En escenarios con capital infinito, la estrategia puede seguir funcionando sin llevar al jugador a la bancarrota, pero en la realidad, donde el capital es limitado, esta estrategia también tiene sus limitaciones. Durante nuestras simulaciones, observamos que con un capital finito, es posible llegar a la bancarrota antes de que el equilibrio teórico se alcance.

Resultados de Simulaciones: Las simulaciones mostraron que con un número mayor de tiradas y corridas, los resultados tienden a acercarse a los valores esperados teóricamente. Sin embargo, en escenarios de pocas tiradas, los resultados pueden variar significativamente debido a la aleatoriedad inherente del juego.

Conclusión Final Dado los resultados observados, la estrategia D'Alembert se volvería más efectiva si ante un mínimo de ganancias obtenidas el jugador decidiese retirarse del juego.

La estrategia de D'Alembert proporciona una forma estructurada y relativamente segura de realizar apuestas, reduciendo el riesgo de grandes pérdidas. No obstante, su efectividad está limitada por el capital disponible y la naturaleza aleatoria de los resultados en la ruleta. Es una buena estrategia para aquellos que buscan minimizar riesgos y prefieren un enfoque más metódico y conservador en sus apuestas.

3.3. Fibonacci

La estrategia de Fibonacci, comparada con la agresividad de Martingala y la cautela de D'Alembert, se sitúa en un término medio en cuanto a la agresividad en la gestión del riesgo. Esta estrategia implica un incremento en las apuestas tras cada pérdida, similar a Martingala, pero su enfoque de reducción tras una ganancia, replicando la apuesta realizada dos jugadas antes, ofrece un matiz distinto. Este método, a pesar de ser menos radical que Martingala en cuanto al aumento de la apuesta, puede llevar a la acumulación rápida de grandes sumas apostadas, elevando significativamente el riesgo de agotar el capital disponible.

En un escenario teórico con capital ilimitado, la estrategia de Fibonacci podría considerarse sostenible a largo plazo, permitiendo al jugador continuar avanzando en la secuencia hasta que finalmente se logre una ganancia que compense todas las pérdidas anteriores.

En resumen, aunque la estrategia de Fibonacci permite el manejo de grandes cantidades de dinero y ofrece la posibilidad de recuperar pérdidas de forma teóricamente efectiva, también conlleva el riesgo de incurrir en grandes pérdidas rápidamente. Esto hace imprescindible disponer de un capital inicial considerable para soportar las fluctuaciones adversas.

3.4. Paroli

La estrategia de Paroli, en comparación con Fibonacci, Martingala y D'Alembert, es la más conservadora.

Esto se debe a la naturaleza de la estrategia, que aplica un sistema en el que si se pierde, se vuelve a la apuesta mínima definida, y que al ganar duplica la apuesta pero sólo hasta tres victorias seguidas. Cuando se gana 3 veces seguidas, se vuelve a apostar el mínimo.

Una de las supuestas ventajas que da el sistema Paroli es el hecho de que no es posible perder una gran cantidad de capital de una vez. Asimismo, a primera vista cuando se dobla el dinero apostado se está utilizando el dinero de la banca, así que la cantidad de dinero inicial debe permanecer relativamente igual hasta se consigue una victoria.

Si bien es cierto que las rachas perdedoras no son un gran problema (ya que siempre se apuesta la mínima cantidad en ellas), a partir de las experiencias simuladas se llega a la conclusión de que así como es poco probable llegar a bancarrota (tal es así que solamente en la última experiencia, 3 corridas llegan a quiebra), también se puede observar que es aún menos factible obtener ganancias a largo plazo utilizando este método. Es notable como al aumentar la cantidad de tiradas, disminuye bruscamente el capital promedio. Puede observarse también que por la naturaleza de ser siempre apuestas "bajas", no hay grandes diferencias entre el capital finito e infinito en un número bajo o mediano de tiradas.

En un escenario teórico con una apuesta mínima de bastante capital, la estrategia de Paroli podría llegar a ser útil pero solo en plazos cortos, ya que como se observa a la larga siempre tiende a generar pérdidas.

Conclusión: la estrategia de Paroli no generará grandes pérdidas a corto plazo. Como contraparte, mientras más se aplique este sistema más probable es que el capital disminuya. La efectividad en un plazo corto depende de naturaleza aleatoria de los resultados de la ruleta, y aún así, al ser un sistema conservador, la ganancia posible no será de gran magnitud.

Referencias

- [1] Wikipedia, *Betting strategy*, Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Betting_strategy
- [2] Wikipedia, *Martingale (betting system)*, Disponible en: [https://en.wikipedia.org/wiki/Martingale_\(betting_system\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Martingale_(betting_system))
- [3] Wikipedia, *Gambling mathematics*, Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Gambling_mathematics
- [4] Wikipedia, *St. Petersburg paradox*, Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/St._Petersburg_paradox
- [5] YouTube, *Gambling with the Martingale Strategy - Numberphile*, Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=zTsRGQj6VT4>
- [6] Oddspedia, *Fibonacci Betting System Explained*, Disponible en: <https://oddspedia.com/betting/strategies-systems/fibonacci-system-explained>
- [7] Pokerstars.es, *Comprender la estrategia Fibonacci en la ruleta*, Disponible en: https://www.pokerstars.es/casino/news/comprender-la-estrategia-fibonacci-de-la-ruleta/1735/?no_redirect=1
- [8] Sportium.es, *3 Estrategias de ruleta para ganar*, Disponible en: <https://blog.sportium.es/3-simples-estrategias-para-ganar-en-la-ruleta-que-cualquiera-puede-intentar/>
- [9] YouTube, *The Infinite Money Paradox*, Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=RBf1s4TassI>