

Sea  $A$  una matriz  $n \times n$  tal que sus entradas  $a_{ij} = i + j$ , siendo  $i$  y  $j$  los índices de fila y columna, respectivamente. ¿Cuál es el rango de  $A$ ?

**Solución:**

Se puede escribir la matriz  $A$  como

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & \dots & n+1 \\ 3 & 4 & \dots & n+2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n+1 & n+2 & \dots & n+n \end{pmatrix}$$

Al restar la primera fila a todas las demás (excepto la primera fila), se obtiene una matriz con el mismo rango:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & \dots & n+1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n-1 & n-1 & \dots & n-1 \end{pmatrix}$$

Y esta matriz tiene varias filas que son proporcionales a la segunda fila, por lo que es equivalente a la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & \dots & n+1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Esta última matriz tiene rango 2, y como es equivalente a la matriz  $A$ , se demuestra que el rango de la matriz  $A$  es 2.