Suponga que en un anillo R no necesariamente conmutativo, el cuadrado de cualquier elemento es 0. Demuestra que $abc+abc = 0$ para cualesquiera tres elementos de a, b, c.

Solución:

Inicialmente se puede ver que $(a + b)^2 = 0$, entonces $(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2 = ab + ba = 0$, de donde se concluye que $ab = -(ba)$.

Una vez sabido esto, se tiene que

$$\begin{aligned} abc &= a(bc) \\ &= -((bc)a) \\ &= -(b(ca)) \\ &= (ca)b \\ &= c(ab) \\ &= -((ab)c) \\ &= -abc \end{aligned}$$

Y por tanto, $abc + abc = 0$.