

Notice: 여기서부터 과제가 시작된다. 다음의 페이지들을 스크린 캡처하여 제출한다.

## Problem 1 – 삽입 정렬

**점화 관계:** N 개의 원소로 이루어진 배열을 정렬하는데 걸리는 시간은 N - 1 개의 원소를 가진 배열을 정렬하는데 걸리는 시간과, N - 1 번의 비교를 하는데 걸리는 시간의 합이다. 초기 조건: 1 개의 원소를 가진 배열을 정렬하는데 걸리는 시간은 상수 1 이다.

$$T(1) = 1$$

$$T(N) = T(N-1) + N-1$$

Next **telescoping** 을 해봅시다: 다음 조건들을 위해 새로운 점화 관계식을 작성한다: N-1, N-2, ..., 2

$$T(N) = T(N-1) + N-1$$

$$T(N-1) = T(N-2) + (N-2)$$

$$T(N-2) = T(N-3) + (N-3)$$

$$\dots\dots$$

$$T(2) = T(1) + 1$$

Next 위에서 구한 식의 왼편과 우편을 더한다:

$$T(N) + T(N-1) + T(N-2) + T(N-3) + \dots T(3) + T(2) =$$

$$T(N-1) + T(N-2) + T(N-3) + \dots T(3) + T(2) + T(1) + (N-1) + (N-2) + (N-3) + \dots + 3 + 2 + 1$$

마지막으로, 같은 항들을 제거하고 우편에 합을 간소하게 만든다:

$$T(N) = T(1) + (N-1) + (N-2) + (N-3) + \dots + 3 + 2 + 1 \quad \text{(Open form)}$$

$$T(N) = 1 + \frac{N(N-1)}{2} \quad \text{(Closed form)}$$

그리하여서, 삽입 정렬의 시간 복잡도는:

$$T(N) = O(N^2) \quad \text{(big O)}$$

## Problem 2

$$T(1) = 1$$

$$T(N) = T(N-1) + 2 \quad // 2 \text{ 는 } c \text{ 와 같은 상수이다}$$

**Telescoping:**

$$T(N) = T(N-1) + 2$$

$$T(N-1) = T(N-2) + 2$$

$$T(N-2) = T(N-3) + 2$$

$$\dots\dots$$

$$T(2) = T(1) + 2$$

Next 위에서 구한 식의 왼편과 우편을 더한다:

$$T(N) + T(N-1) + T(N-2) + \dots + T(3) + T(2) =$$

$$T(N-1) + T(N-2) + T(N-3) + \dots + T(2) + T(1) + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2$$

마지막으로, 같은 항들을 제거하고 우편에 합을 간소하게 만든다:

$$T(N) = T(1) + \frac{2^1 + 2^2 + \dots + 2^N}{2^N} \quad (\text{open form})$$

$$T(N) = 1 + \frac{2^N}{2^N} \quad (\text{closed form})$$

그리하여서, 큐 (queue)를 뒤집는 시간 복잡도는:

$$T(N) = O(N) \quad (\text{Big O})$$

### Problem 3 - Power()

```
long power(long x, long n) {
    if (n==0)
        return 1;
    else
        return x * power(x, n-1);
}
```

$T(n)$  =  $n$  크기의 문제를 해결하는데 걸리는 시간.

점화 관계는 재귀 프로그램들의 시간 복잡도를 구하는데 사용된다 - 점화 관계 그들 자신도 재귀다.

$T(0)$  = 크기가 0 인 문제를 해결하는데 걸리는 시간.

$$\text{- 초기 조건} \quad T(0) = 1$$

$T(n)$  = 크기가  $n$  인 문제를 해결하는데 걸리는 시간.

$$\text{- 재귀 조건} \quad T(n) = n+1$$

$$T(0) = 1$$

$$T(n) = T(n-1) + 1 \quad // +1 \text{ 은 상수다.}$$

**Telescoping** 을 사용한 풀이:

$T(n-1)$ 을 알면,  $T(n)$ 을 풀 수 있다.

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$T(n-1) = T(n-2) + 1$$

$$T(n-2) = T(n-3) + 1$$

....

$$T(2) = T(1) + 1$$

$$T(1) = T(0) + 1$$

Next 위에서 구한 식의 왼편과 우편을 더한다:

$$\begin{aligned} T(n) + T(n-1) + T(n-2) + \dots + T(2) + T(1) \\ = T(n-1) + T(n-2) + \dots + T(2) + T(1) + T(0) + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 \end{aligned}$$

마지막으로, 같은 항들을 제거하고 우편에 합을 간소하게 만든다:

$$T(n) = \frac{T(0) + 1 + 1 + \dots + 1 + 1}{1} \quad (\text{Open form})$$

$$T(n) = 1 + n \quad (\text{Closed form})$$

$$T(n) = O(n) \quad (\text{Big O})$$

**Problem 4 - Power()**

```

long power(long x, long n) {
    if (n == 0) return 1;
    if (n == 1) return x;
    if ((n % 2) == 0)
        return power(x * x, n/2);
    else
        return power(x * x, n/2) * x;
}

```

$$T(0) = 1$$

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = T(n/2) + 1 \quad // n \text{ 은 } 2 \text{ 의 제곱 수이고, } +1 \text{ 은 상수다.}$$

**Unfolding** 을 사용한 풀이:

$$T(0) = 1$$

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

$$= \frac{T(n/4) + 1 + 1}{}$$

$$\text{since } T(n/2) = T(n/4) + 1$$

$$= \frac{T(n/8) + 1 + 1 + 1}{}$$

$$\text{since } T(n/4) = T(n/8) + 1$$

$$= \frac{T(n/16) + 1 + 1 + 1 + 1}{}$$

....

$$= \frac{T(n/2^k) + k}{}$$

n, 2<sup>k</sup>, k 으로 표현.T(n/2<sup>k</sup>) 을 제거 하기를 원한다.

T(1) 에 도달하였을 때 해결을 한다.

$$n/2^k = 1$$

$$n = 2^k$$

$$\log n = k$$

$$T(n) = \frac{T(0) + \log(n)}{}$$
 (Open form)      n, 2<sup>k</sup>, k 으로 표현.

$$= \frac{T(1) + \log(n)}{}$$
 (Open form)

$$= \frac{\log(n) + 1}{}$$
 (Closed form)

$$\text{그리하여서, } T(n) = O(\log n) \quad (\text{Big O})$$

**제출할 파일들**

Piazza 폴더에 현재 파일의 마지막 3 페이지의 스크린 캡처를 제출한다.

**제출 마감**

11:55 PM

*One thing I know, I was blind but now I see. John 9:25*