Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет   
«Московский институт электронной техники»

Кафедра высшей математики №1

Стадник Александр Михайлович

Лабораторная работа № 4

по теме «Этапы построения математической модели»

Направленность (профиль) «Применение математических методов к решению инженерных и естественнонаучных задач»

Вентилятор, подвешенный на пружине

Студент Стадник А.М

Москва 2022

Объект исследования задачи

Задача

# Содержательная постановка задачи

Разработать математическую модель, которая вычисляет траекторию движения концов лопастей вентилятора, подвешенного на пружине. Модель должна:

* Вычислять траекторию движения концов вентилятора в проекции радиус вектора на оси
* Находить при какие соотношениях периода вращения лопастей и период колебания пружинного маятника траектория концов лопастей соответствует фигуре Лиссажу.

Исходные данные:

* – коэффициент жесткости пружины
* – масса вентилятора
* – радиус лопастей вентилятора.

# Концептуальная постановка задачи

Лопасти вентилятора движутся по окружности радиусом . Вентилятор движется на пружине в виде незатухающего гармонического колебания вдоль оси :

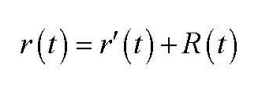
* Вентилятор с подвесом – материальная точка определенной массы.
* Движения на пружине происходит с каким-то начальным отклонением .
* Лопасти вентилятора вращаются и движутся вдоль оси на пружине одновременно.

Сокращенная формулировка задачи концептуальной постановки задачи:

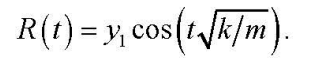
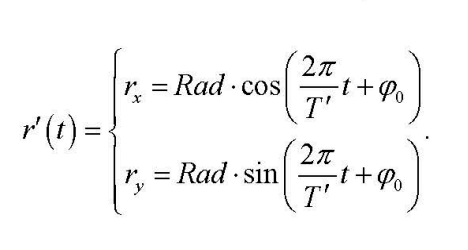
* Вычислить траекторию вращения лопастей вентилятора, подвешенного на пружине, и узнать при каком соотношении периода колебания пружины c периодом вращения лопастей траектория будет образовывать фигуру Лиссажу.

# Математическая постановка задачи

Для решения задачи используется формула радиус вектора в системе координат .

, где движения лопастей вентиляторов описывается , а движения на пружине вдоль оси .

Получаем, что



# Качественный анализ и проверка конкретности модели

Контроль размерности:

* Все расчеты приведены в условных единицах

# Выбор и обоснование методов решения

# Аналитический (численный) метод

# import matplotlib.pyplot as plt

# import math

# import numpy as np

# spring\_stiffness\_koef = 0.9

# vent\_weigth = 1

# vent\_radius = 5

# def calc(koef: int, spring\_oscillation\_period: float) -> None:

# vent\_oscillation\_period = koef \* spring\_oscillation\_period

# t = np.linspace(0, vent\_oscillation\_period, 1000)

# spring\_y = -10 \* np.cos(np.sqrt(spring\_stiffness\_koef / vent\_weigth) \* t)

# rx = vent\_radius \* np.cos(((2 \* np.pi) / (vent\_oscillation\_period)) \* t)

# ry = vent\_radius \* np.sin(((2 \* np.pi) / (vent\_oscillation\_period)) \* t)

# ry += spring\_y

# plt.figure()

# plt.title(f"Соотношение = {vent\_oscillation\_period spring\_oscillation\_period}")

# plt.plot(rx, ry)

# plt.ylabel("Проекция радиус вектора ry")

# plt.xlabel("Проекция радиус вектора rx")

# def main() -> None:

# spring\_oscillation\_period = 2 \* np.pi \* np.sqrt(vent\_weigth spring\_stiffness\_koef)

# for koef in range(1, 11):

# calc(koef, spring\_oscillation\_period)

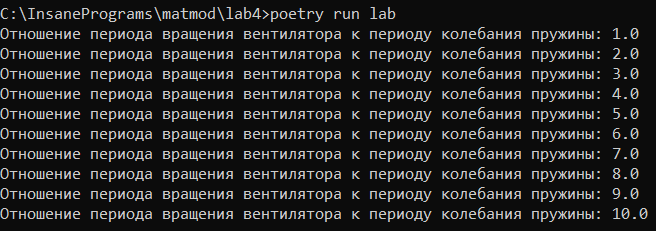
# plt.show()

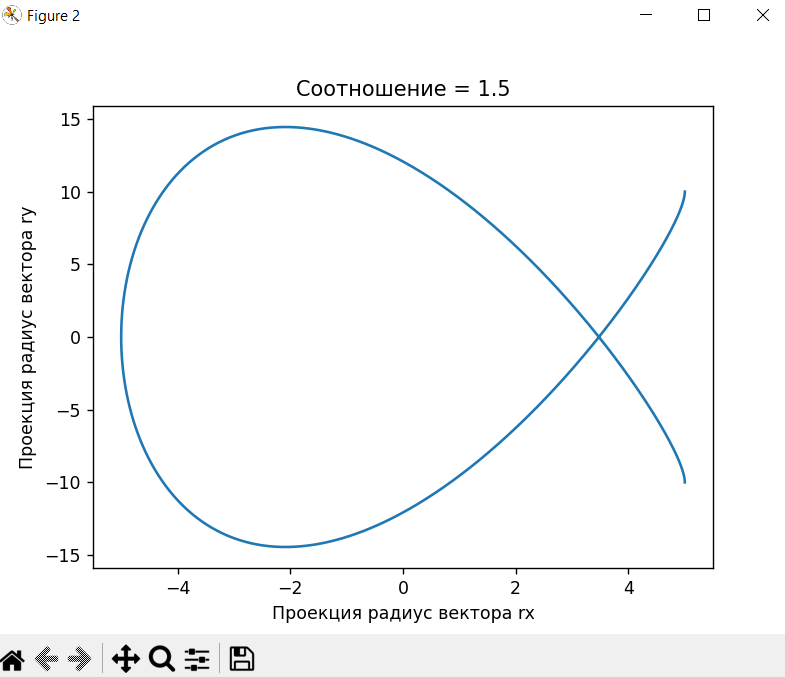
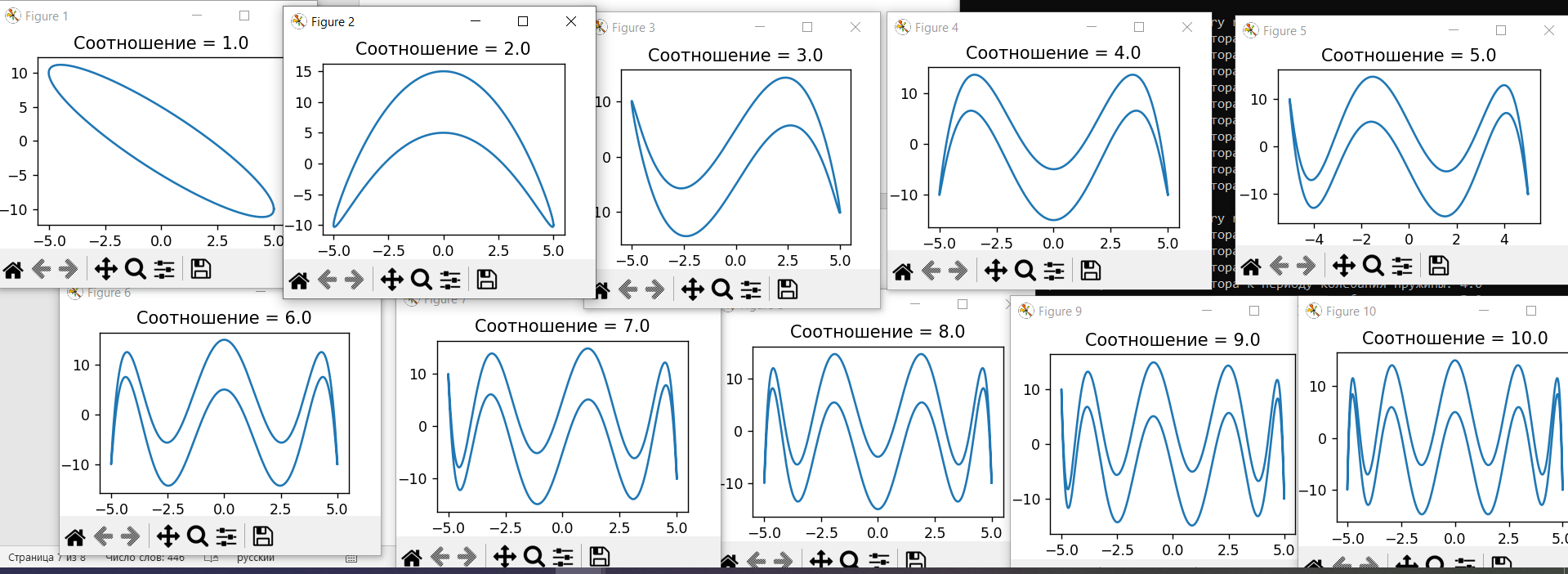
# Проверка адекватности модели

Данная математическая модель для решения поставленной задачи годится. Мы получаем рисунки траекторий при разных соотношениях периодов. Также можно регулировать нижнее и верхнее значение интересующих нас соотношений. Алгоритм можно улучить путем добавления вычислений дробных соотношений.

# Практическое использование построенной модели

Пример работы программы:





По результатам исследования можно сделать следующие вывод:

* Фигура Лиссажу получилась только при нескольких соотношениях

