

《数学建模》实验

课程名称： 数学建模

班 级： 统计

姓 名：

学 号：

二、实验二内容

1.假设各种艇的平均成绩 t 与桨手 n 之间的关系为

$$t = \alpha n^{\beta}$$

根据下面数据利用最小二乘法求参数 α, β 的值，并和书上的结果对比，画出拟合函数与实际成绩之间的对比图。

赛艇 种类	2000m成绩 t (min)				
	1	2	3	4	平均
单人	7.16	7.25	7.28	7.17	7.21
双人	6.87	6.92	6.95	6.77	6.88
四人	6.33	6.42	6.48	6.13	6.32
八人	5.87	5.92	5.82	5.73	5.84

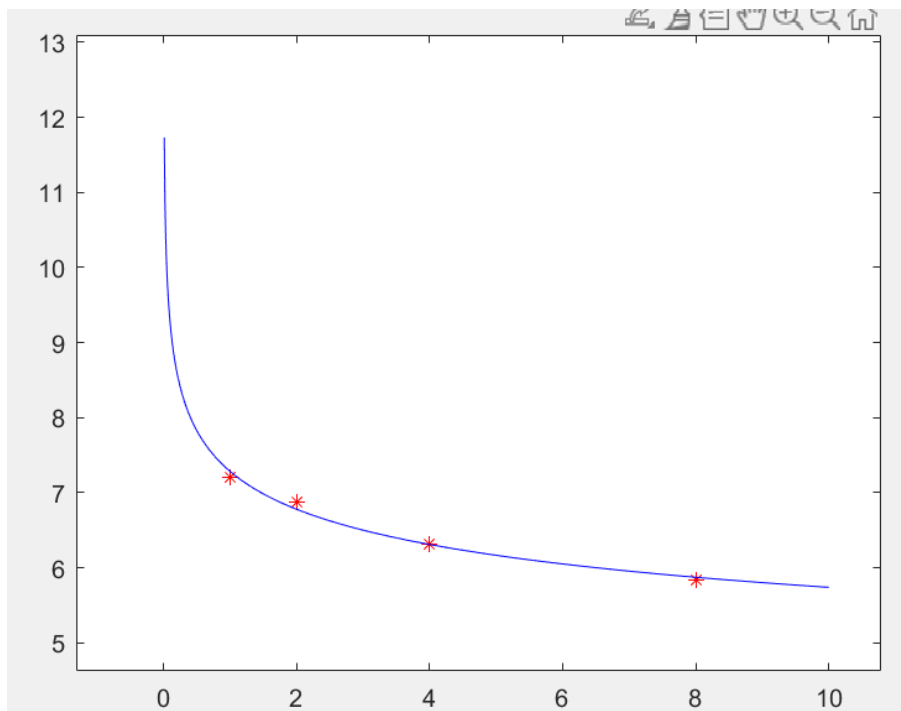
代码:

```
clear;clc;
n=[1 2 4 8];
t=[7.21 6.88 6.32 5.84];
logt=log(t);logn=log(n);
p=polyfit(logn,logt,1);
beta=p(1);
alfa=exp(p(2));
x=(0:0.01:10);
y=alfa*(n.^beta);
fprintf('alfa:%.4f beta:%.4f\n',alfa,beta);
s='n 实际值 模型计算出的值\n';
fprintf(s);
for i=1:4
fprintf('%d %.2f %.4f\n',n(i),t(i),y(i));
end
y=alfa*(x.^beta);
plot(n,t,'r*',x,y,'b')
```

alfa,beta 的值:

```
alfa:7.2842    beta:-0.1035
n 实际值 模型计算出的值
1 7.21 7.2842
2 6.88 6.7801
4 6.32 6.3109
8 5.84 5.8742
fx >>
```

拟合图:



2.假设刹车距离 d 与车速 v 之间的对应关系为 $d = c_1v + c_2v^2$ ，由表 1 的数据利用最小二乘法拟合求参数 c_1, c_2 ，并画出拟合函数与实际成绩之间的对比图。

测试 数据	车速 v (km/h)	20	40	60	80	100	120	140
	刹车距离 d (m)	6.5	17.8	33.6	57.1	83.4	118.0	153.5

代码:

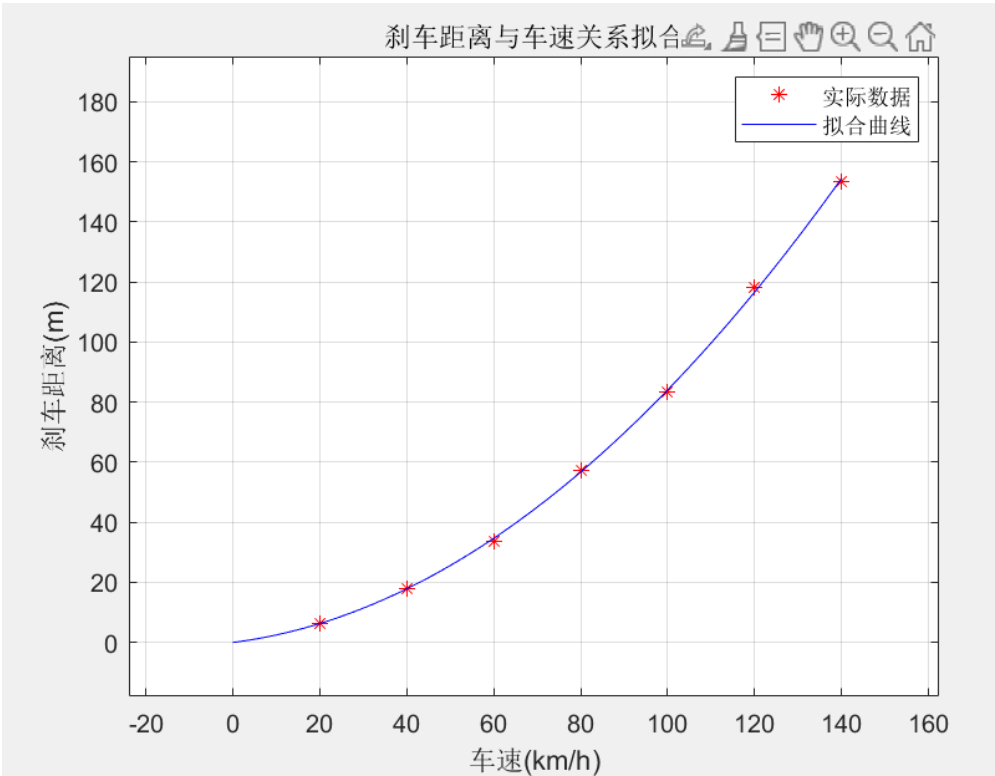
```
clear;clc;
v=20:20:140;
d=[6.5,17.8,33.6,57.1,83.4,118,153.5];
p=polyfit(v,d,2);
c2=p(1);
c1=p(2);
x=0:1:140;
y=c1*x+c2*x.^2;
fprintf('c1:%.4f c2:%.4f\n',c1,c2);
s='n 实际值 模型计算出的值\n';
fprintf(s);
for i=1:length(v)
fprintf('%d %.2f %.4f\n',v(i),d(i),c1*v(i) + c2*v(i)^2);
end
plot(v,d,'r*',x,y,'b-');
legend('实际数据','拟合曲线');
xlabel('车速(km/h)');
ylabel('刹车距离(m)');
```

```
title('刹车距离与车速关系拟合');
grid on;
```

参数:

```
命令行窗口
c1:0.1838    c2:0.0066
n 实际值 模型计算出的值
20 6.50 6.3024
40 17.80 17.8571
60 33.60 34.6643
80 57.10 56.7238
```

对比图:



3. 利用指数法可求得人口预测的公式为

$$N(t) = N_0 e^{r(t-t_0)}, \text{ 其中 } N_0 = N(t_0)$$

上式中含有未知参数 r ，对于此未知参数，可根据某个相似地区的实际统计数据，利用数据拟合方法求得。

表 1.1 是美国近两百年的人口统计数据，根据这些数据，可确定指数模型中的参数 r 。

表 1.1 美国人口统计数据表

年（公元）	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850
人口（百万）	3. 9290	5. 3080	7. 2400	9. 6380	12. 8660	17. 0690	23. 1920
年（公元）	1860	1870	1880	1890	1900	1910	1920
人口（百万）	31. 4430	38. 5580	50. 1560	62. 9480	75. 9950	91. 9720	105. 7110
年（公元）	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
人口（百万）	122. 7550	131. 6690	150. 6970	179. 3230	203. 2120	226. 5050	248. 7100

(1) 取 $t_0=1790$ ，根据 1790–1990 年的数据，利用曲线拟合的方法求参数 r ，画出预测值和实际

值的对比图:

代码:

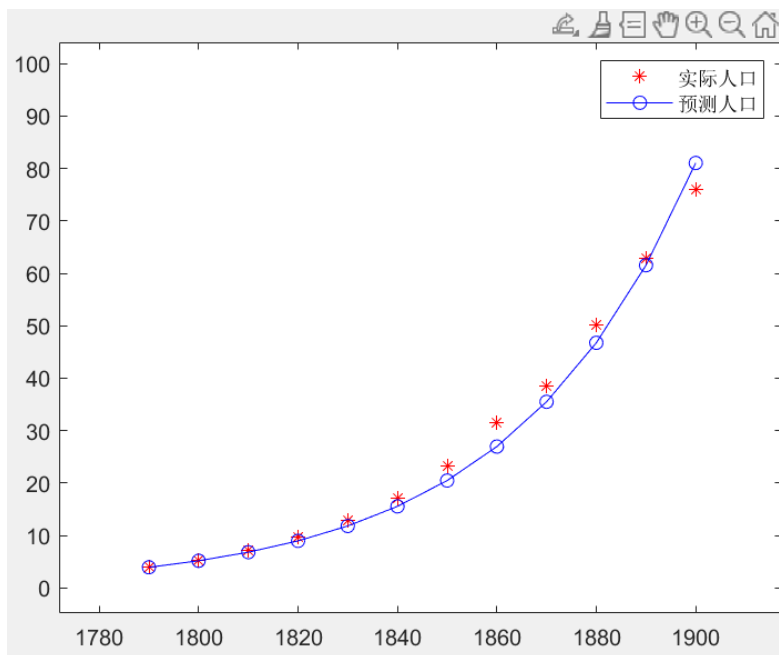
```
clear all;
close all;
t=1790:10:1900;
y1=[3.929,5.308,7.24,9.638,12.866,17.069,23.192,31.443,38.558,50.156,62.948,75.995,
,91.972,105.711,122.755,131.669,150.697,179.323,203.212,226.505,248.71];
y=y1(1:12);
N0=3.9290;
t0=1790;

r0=0.1;
fun=@(r,t)N0*exp(r*(t-t0));
r=lsqcurvefit(fun,r0,t,y);
fprintf('r=%.4f',r)
prey=N0*exp(r*(t-t0));
figure,plot(t,y,'r*',t,prey,'bo-');
legend('实际人口','预测人口')
```

r 的值:

```
<Stopping Criteria>
fx r=0.0275>>
```

对比图:



4. 利用 Logistic（阻滞模型）模型可求得人口预测的公式为

$$N(t) = \frac{N_m}{1 + \left(\frac{N_m}{N_0} - 1\right)e^{-r_0(t-t_0)}}, \text{ 其中 } N_0 = N(t_0)$$

上式中含有未知参数 N_m 和 r_0 ，表 1.1 是美国近两百年的人口统计数据，根据这些数据，可确定指

数模型中的参数 N_m , r_0 . 取 $t_0=1790$, 根据 1790-1990 年的数据, 利用曲线拟合的方法求参数 N_m

和 r_0 , 并画出预测值和实际值的对比图。

代码:

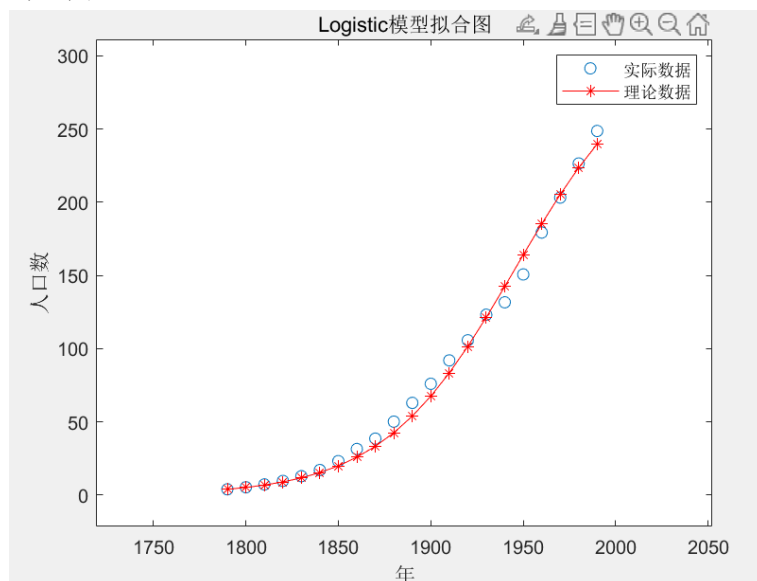
```
function g=function_D(x,t)
g=x(1)./(1+(x(1)/3.9290-1)*exp(-x(2)*t));
end

t=1790:10:1990;
p=[3.929,5.308,7.24,9.638,12.866,17.069,23.192,31.443,38.558,50.156,62.948,75.995,
91.972,105.711,123.2,131.669,150.697,179.323,203.212,226.505,248.71];
t=t-1790;
x0=[150,0.15];
x=lsqcurvefit('function_D',x0,t,p);
p1=function_D(x,t);
plot(t+1790,p,'o',t+1790,p1,'-r*')
title('Logistic 模型拟合图')
xlabel('年');
ylabel('人口数');
legend('实际数据','理论数据')
disp('年份 实际数据 理论数据');
for i = 1:length(t)
fprintf('%d %.3f %.3f\n', t(i) + 1790, p(i), p1(i));
end
fprintf('Nm=%.4f\n',x(1))
fprintf('r0=%.4f\n',x(2))
```

N_m 和 r_0 的参数为:

```
1790      248.710
Nm=309.0083
r0=0.0280
fx >>
```

对比图:



5. 炼钢过程中用来盛钢水的钢包，由于受钢水的浸蚀作用，容积会不断扩大. 表 1.2 给出了使用次数 x_i 和容积增大量 y_i 的 15 对试验数据. 已知容积增大量 y 关于使用次数 x 的经验公式为：

$$\frac{1}{y}=a+\frac{b}{x}$$

试求公式中的待定参数 a 和 b .

表 1.2 钢包使用次数和容积增大量的数据表

次数	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
增大量	6.42	8.20	9.58	9.50	9.70	10.0	9.93	9.99	10.49	10.59	10.6	10.8	10.6	10.9	10.76

```
代码：
x=2:1:16;
Y=[6.42,8.2,9.58,9.5,9.7,10.0,9.93,9.99,10.49,10.59,10.6,10.8,10.6,10.9,10.76];
myfunc=inline('beta(1)*exp(beta(2)./x)','beta','x');
beta=nlinfit(x,Y,myfunc,[1 1]);
a=beta(1);b=beta(2);
fprintf('a=%.4f,b=%.4f\n',a,b)
y=beta(1)*exp(beta(2)./x);
plot(x,Y,'r+',x,y,'b');
xlabel('使用次数');
ylabel('增大量');
title('模型拟合效果图');
legend('真实数据','拟合曲线');
grid on;
disp('x 实际值 拟合值');
for i=1:length(x)
fprintf('%d %.2f %.4f\n',x(i),Y(i),y(i));
end
```

a,b 参数的值：

```
a=11.6037,b=-1.0641
```

6. 影响经济增长的主要因素有增加投资、增加劳动力以及技术革新等. 当科学技术发展不是很快时，经过简化假设与分析，可推导出经济学中著名的 Cobb-Douglas 生产函数：

$$Q(K,L)=aK^{\alpha}L^{\beta},0<\alpha,\beta<1$$

其中， Q,K,L 分别表示产值、资金和劳动力， a,α,β 可由经济统计数据确定.

现有美国马萨诸塞州 1900-1925 年上述三个经济指数的统计数据，见表 1.5，试求 Cobb-Douglas 生产函数中的参数 a,α,β .

表 1.5 美国马萨诸塞州 1900-1925 年三个经济指数的统计数据

年份	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908	1909	1910	1911	1912
产值	1.05	1.18	1.29	1.30	1.30	1.42	1.50	1.52	1.46	1.60	1.69	1.81	1.93

资金	1.04	1.06	1.16	1.22	1.27	1.37	1.44	1.53	1.57	2.05	2.51	2.63	2.74
劳动力	1.05	1.08	1.18	1.22	1.17	1.30	1.39	1.47	1.31	1.43	1.58	1.59	1.66
年份	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925
产值	1.95	2.01	2.00	2.09	1.96	2.20	2.12	2.16	2.08	2.24	2.56	2.34	2.45
资金	2.82	3.24	3.24	3.61	4.10	4.36	4.77	4.75	4.54	4.58	4.58	4.58	4.58
劳动力	1.68	1.65	1.62	1.86	1.93	1.96	1.95	1.90	1.58	1.67	1.82	1.60	1.61

代码:

```
Q=[1.05,1.18,1.29,1.3,1.3,1.42,1.5,1.52,1.46,1.6,1.69,1.81,1.93,1.95,2.01,2.0,2.09,1.96,2.2,2.12,2.16,2.08,2.24,2.56,2.34,2.45];
K=[1.04,1.06,1.16,1.22,1.27,1.37,1.44,1.53,1.57,2.05,2.51,2.63,2.74,2.82,3.24,3.24,3.61,4.1,4.36,4.77,4.75,4.54,4.58,4.58,4.58,4.58];
L=[1.05,1.08,1.18,1.22,1.17,1.3,1.39,1.47,1.31,1.43,1.58,1.59,1.66,1.68,1.65,1.62,1.86,1.93,1.96,1.95,1.9,1.58,1.67,1.82,1.6,1.61];
fun = @(params,x) params(1) * x(:,1).^params(2) .* x(:,2).^params(3);
```

```
x = [log(K)', log(L)'];
Y = log(Q)';
```

```
beta0 = [1, 0.5, 0.5];
params_fit = lsqcurvefit(fun, beta0, x, Y);
```

```
a = exp(params_fit(1));
alpha = params_fit(2);
beta = params_fit(3);
```

```
fprintf('a: %.4f\n', a);
fprintf('alpha: %.4f\n', alpha);
fprintf('beta: %.4f\n', beta);
```

参数值:

```
<stopping criteria details>
a: 1.8228
alpha: 0.5981
beta: -0.0677
fx >>
```