武漢科技大学

非参数统计实验报告

专业班级：统计

学　　号：

姓　　名：

成　　绩：

武汉科技大学理学院

数学与统计系

填　写　说　明

1. 排版要求：正文小四号字体，中文使用宋体，西文使用 Time New Roman 字体，行距使用 1.25 倍行距。

2. 内容要求：按题目要求填写内容。运行结果截图大小适当。

3. 双面打印。

实验五　两样本位置参数检验------Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验、成对数据的检验

实验名称	两样本位置参数检验-----Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验、成对数据的检验		
指导教师	宋硕	实验日期	2024.11.03

一、　实验目的

1、熟悉 Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验、成对数据检验的检验原理和步骤，并能够清楚知道 Brown-mood 中位数检验与 Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验的区别和关系；

2、熟练应用 Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验、成对数据检验方法对相关问题进行检验；

3、使用 R 软件进行 Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验、成对数

据检验.

二、　检验原理：

1、Brown-mood 中位数检验：

将 X、Y 两样本混合，求混合数据的中位数 M_{xy}，记录样本 X 中大于 M_{xy} 的个数 A， A 的分布服从超几何分布， A 太小或太大时考虑拒绝原假设（H_0：$M_X = M_Y$） .（只有方向的信息，没有差异大小的信息）

下表列出了 Brown-mood 中位数检验的基本内容：

H_0	H_1	检验统计量	P-值
$M_x = M_y$	$M_x > M_y$	A	$P_{H_0}(A \ge a)$
$M_x = M_y$	$M_x < M_y$	A	$P_{H_0}(A \le a)$
$M_x = M_y$	$M_x \ne M_y$	A	$2\min(P_{H_0}(A \ge a), P_{H_0}(A \le a))$

2、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验：

假设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 所代表的总体的中位数为 M_X，样本 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 所代表的总体的中位数为 M_Y，并且两样本相互独立。把两样本混合，求混合后数据的秩 R，计算样本 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 的秩和 W_X，样本 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 的秩和 W_Y，并进行比较.如果 W_X 过大或者过小，则数据将支持 H_1：$M_x>M_y$ 或者 H_1：$M_x<M_y$，将拒绝零假设 H_0：M_x=M_y.

或者等价的我们可以定义 $W_{XY}=\#\left(X_i<Y_j,i\in I_m,j\in I_n\right)$，表示混合数据中样本 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 小于 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 的个数. 类似地可以定义 W_{YX}. 同样，当 W_{XY} 过大或过小时，我们有理由怀疑原假设.

（不仅利用了方向信息，同时利用了差异大小的信息）

关于Wilcoxon秩和检验(Mann-Whitney 检验), 总结如下:

零假设 H_0	备选假设 H_1	检验统计量(K)	$p-$ 值
$H_0\quad M_X=M_Y$	$H_1\quad M_X>M_Y$	W_{XY}或W_Y	$P(K\le k)$
$H_0\quad M_X=M_Y$	$H_1\quad M_X<M_Y$	W_{YX}或W_X	$P(K\le k)$
$H_0\quad M_X=M_Y$	$H_1\quad M_X\ne M_Y$	$\min(W_{YX},W_{XY})$或$\min(W_X,W_Y)$	$2P(K\le k)$
大样本时, 用上述近似正态统计量计算$p-$ 值			

3、成对数据的检验：

成对数据的比较，将成对数据配对后做差，若 M_D 表示两个随机变量差值总体的中位数，

则检验问题变为 $H_0:M_D=M_{D_0}\leftrightarrow H_1:M_D\ne M_{D_0}(or\ M_D>M_{D_0}\ or\ M_D<M_{D_0})$，从而转化为单样本的符号或符号秩检验问题。

成对数据的检验问题总结如下：

（1） 把每对数据相减得到 $D_i=Y_i-X_i$（或 $D_i=X_i-Y_i$），

（2） 把 $\{D_i\}$ 看成单样本，再进行符号检验或 Wilcoxon 符号秩检验. 也可得到相应的置信区间.

三、　案例分析（请详细写出您的检验步骤并附上程序源代码）

案例一

（数据 3.5.1.txt）在研究计算器是否影响学生手算能力的实验中，13 个没有

计算器的学生（A 组）和 10 个拥有计算器的学生（B 组）对一些计算题进行手算测试. 这两组学生得到正确答案的时间（分钟）分别如下：

A 组：27.6　19.4　19.8　26.2　31.7　28.1　24.4　19.6　16.8　24.3　29.9　17.0　28.7

B 组：39.5　31.2　25.1　29.4　31.0　25.5　15.0　53.0　39.0　24.9

能否说 A 组的学生比 B 组的学生算得更快？

请分别使用使用-Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验两种检验来得出你的结论. 这两种检验得到的结论是否相同？如果不同，请分析为何不同.

答：根据题目做出假设。H0:A 组计算速度=B 组计算速度　vs　H1:A 组计算速度<B 组计算速度

进行检验：

```
#数据输入
A_group<-c(27.6,19.4,19.8,26.2,31.7,28.1,24.4,19.6,16.8,24.3,29.9,17.0,28.7)
B_group<-c(39.5,31.2,25.1,29.4,31.0,25.5,15.0,53.0,39.0,24.9)
z=read.table("C:/Users/86156/Desktop/《非参数统计》数据/3.5.1.txt")
#Brown-mood 中位数检验
k=unique(z[,2]);m=median(z[,1]);m1=NULL;m2=NULL
for (i in k){m1=c(m1,sum(z[z[,2]==i,1]>m));
  m2=c(m2,sum(z[z[,2]==i,1]<=m))}
C=rbind(m1,m2)
fisher.test(C,alt="less")
# 进行 Wilcoxon 秩和检验
wilcox.test(A_group,B_group,alternative="less")
```

案例二

（数据 3.5.2.txt）9 只有糖尿病和 25 只正常老鼠的重量分别为（单位：克）：

糖尿病鼠：42.4　44.7　39.1　52.3　46.8　32.5　44.0　38.0

正常老鼠：35.1　44.5　35.0　33.3　34.2　26.6　28.5　31.4　31.5　27.3　28.4　27.8　30.3　36.8　38.3　33.5　38.4　33.1　31.7　39.0　42.7　37.2　42.0　33.7　37.8

（1）请分别使用使用-Brown-mood 中位数检验、Wilcoxon(Mann-Whitney)秩和检验两种检验方法来检验这两组老鼠的体重是否有显著不同. 给出你的结论.

（2）请对数据进行 t 检验，给出 t 检验的结果并给出你的分析. 将 t 检验的结果与第（1）问中的两种检验结果进行比较，并分析哪种结论更可靠，给出你的理由.

答：根据题目作出假设：H0:糖尿病鼠重量=正常老鼠重量　vs　H1:糖尿病鼠重量>正常老鼠重量

进行检验：

```
#数据输入
A_group<-c(42.4,44.7,39.1,52.3,46.8,32.5,44.0,38.0)
B_group<-c(35.1,44.5,35.0,33.3,34.2,26.6,28.5,31.4,31.5,27.3,28.4,27.8,30.3,36.8,38.3,33.5,38.4,33.1,31.7,39.0,42.7,37.2,42.0,33.7,37.8)
z=read.table("C:/Users/86156/Desktop/《非参数统计》数据/3.5.2.txt")
#Brown-mood 中位数检验
k=unique(z[,2]);m=median(z[,1]);m1=NULL;m2=NULL
for (i in k){m1=c(m1,sum(z[z[,2]==i,1]>m));
  m2=c(m2,sum(z[z[,2]==i,1]<=m))}
C=rbind(m1,m2)
fisher.test(C,alt="less")
# 进行 Wilcoxon 秩和检验
wilcox.test(A_group,B_group,alternative="greater")
#t 检验
t.test(A_group,B_group,alternative="greater",var.equal=FALSE)
```

案例三

（数据 3.5.11.txt）在对两种软件的计算速度的研究中，对 11 个问题用两种软件进行计算，实验结果为（单位：秒，CPU 时间）：

软件 1：0.98　2.15　0.78　0.46　1.72　1.21　0.72　2.13　1.59　1.62　1.45

软件 2：0.95　2.00　0.60　0.71　1.30　0.95　0.88　2.24　1.39　1.51　0.71

是否有足够的证据表明第二个软件比第一个省 CPU 时间？

答：根据题目进行假设：H0:两软件计算时间相等　vs　H1:软件 1 计算时间>软件 2 计算时间

进行检验：

```
#数据输入
A_group<-c(0.98,2.15,0.78,0.46,1.72,1.21,0.72,2.13,1.59,1.62,1.45)
B_group<-c(0.95,2.00,0.60,0.71,1.30,0.95,0.88,2.24,1.39,1.51,0.71)
#进行成对数据的检验
```

wilcox.test(A_group,B_group,paired=T,alt="greater")

四、 实验结果（请分析实验结果并给出你的结论）

1.实验结果：

（1）Brown-mood 中位数检验

```
> fisher.test(C,alt="less")

	Fisher's Exact Test for Count Data

data:  C
p-value = 0.2735
alternative hypothesis: true odds ratio is less than 1
95 percent confidence interval:
 0.000000 2.302107
sample estimates:
odds ratio
 0.4333803
```

由检验结果可得 p 值=0.2735 显著大于显著性水平 a=0.05，因此，无法拒绝原假设 H0:AB 两组计算时间相同。

（2）Wilcoxon 秩和检验

```
> wilcox.test(A_group,B_group,alternative="less")

	Wilcoxon rank sum exact test

data:  A_group and B_group
W = 35, p-value = 0.0333
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

由检验结果可知 P 值=0.0333 显著小于显著性水平 a=0.05，因此，拒绝原假设，不拒绝备择假设 H1:A 组计算速度大于 B 组。

（3）两组检验得出结论并不相同，分析原因为：[1]Wilcoxon 秩和检验考虑了数据的顺序信息，因此对数据中的极端值或偏态分布可能更为敏感。Brown-Mood 中位数检验则更关注中位数附近的数据分布。[2]在小样本情况下，两种检验方法的结果可能受到样本量波动的影响较大，从而导致差异。[3] Wilcoxon 秩和检验对数据分布的形状有一定的适应性，而 Brown-Mood 中位数检验则更依赖于中位数附近的数据分布。

2.实验结果：

（1）Brown-mood 中位数检验

```
> fisher.test(C,alt="greater")

	Fisher's Exact Test for Count Data

data:  C
p-value = 0.008343
alternative hypothesis: true odds ratio is greater than 1
95 percent confidence interval:
 1.787992      Inf
sample estimates:
odds ratio
  13.15437
```

根据检验结果，p 值=0.008343 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为糖尿病老鼠的重量大于正常老鼠的重量。

（2）Wilcoxon 秩和检验

```
> wilcox.test(A_group,B_group,alternative="greater")

	Wilcoxon rank sum exact test

data:  A_group and B_group
W = 172, p-value = 0.0007673
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

根据检验结果，p 值=0.0007673 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为糖尿病老鼠的重量大于正常老鼠的重量。

（3）t 检验

```
> t.test(A_group,B_group,alternative="greater",var.equal=FALSE)

	Welch Two Sample t-test

data:  A_group and B_group
t = 3.479, df = 10.164, p-value = 0.002895
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 3.91146      Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
   42.475    34.324
```

根据检验结果，p 值=0.002895 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为糖尿病老鼠的重量大于正常老鼠的重量。

（4）可以得出，三种检验方法的结论都相同。将三种检验进行比较，Wilcoxon 秩和检验适用于非参数数据，不依赖于数据的具体分布。适用于数据不满足正态分布或方差不等的情况。Brown-Mood 中位数检验也是非参数检验方法。主要用于比较两个独立样本的中位数是否存在显著差异。适用于数据类型为非参数数据或数据不满足正态分布和方差相等的前提。t 检验适用于参数数据，要求数据满足正态分布且方差相等（或可以进行方差齐性检验）。主要用于比较两个样本的

均值是否存在显著差异。

在适用范围中，Wilcoxon 秩和检验在数据不满足正态分布或方差不等的情况下，其效力高于 t 检验。适用于数据类型为非参数数据或数据不满足 t 检验前提的情况。Brown-Mood 中位数检验对数据的位置差异敏感，适用于比较两个样本的中位数。在某些特定场景下，如数据分布形状差异较大或存在异常值时，可能具有独特的优势。t 检验在满足正态分布和方差相等的前提下，其效力高于非参数检验方法。

综上所述，Wilcoxon 秩和检验、Brown-Mood 中位数检验和 t 检验在适用数据类型、检验效力与适用场景与实现方面都存在差异。在实际应用中，应根据数据的特点和研究需求选择合适的检验方法。当数据类型为非参数数据或数据不满足正态分布和方差相等的前提时，可以考虑使用 Wilcoxon 秩和检验或 Brown-Mood 中位数检验；而当数据类型为参数数据且满足正态分布和方差相等的前提时，t 检验则是一个更为合适的选择。

3．实验结果：

```
> wilcox.test(A_group,B_group,paired=T,alt="greater")

        Wilcoxon signed rank exact test

data:  A_group and B_group
V = 50, p-value = 0.07373
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

根据检验结果，p 值=0.07373 大于显著性水平 a=0.05，因此无法拒绝原假设，可以认为两个软件的计算时间相等。

五、　结果分析

1. Wilcoxon 秩和检验适用于非参数数据，不依赖于数据的具体分布，适用于数据不满足正态分布或方差不等的情况。Brown-Mood 中位数检验主要用于比较两个独立样本的中位数是否存在显著差异，适用于数据类型为非参数数据或数据不满足正态分布和方差相等的前提。其中，Wilcoxon 秩和检验考虑了数据的顺序信息，因此对数据中的极端值或偏态分布可能更为敏感。Brown-Mood 中位数检验则更关注中位数附近的数据分布。因此在检验时容易产生差异。在本题中，Brown-mood 中位数检验的 p 值大于显著性水平 a=0.05，而 Wilcoxon 秩和检验 p 值小于显著性水平 a=0.05.由此可以得出结论：在实际运用中要进行更加仔细的区分以减少误差的产生。

2.由于数据的显著，在本题中三种检验方法的结果都大致相同，普遍认为糖尿病

老鼠的重量大于普通老鼠的重量。但三种检验方法具有本质的不同，在实际运用中应该加以区分。在实际运用中，Wilcoxon 秩和检验在数据不满足正态分布或方差不等的情况下，其效力高于 t 检验。Brown-Mood 中位数检验对数据的位置差异敏感，适用于比较两个样本的中位数。在某些特定场景下，如数据分布形状差异较大或存在异常值时，可能具有独特的优势。t 检验在满足正态分布和方差相等的前提下，其效力高于非参数检验方法。

3.对成对数据进行 Wilcoxon 秩和检验的计算量减少，运用时同样需要注意适用范围。本题计算结果为 p 值=0.07373 大于显著性水平 a=0.05，因此无法拒绝原假设。