武漢科技大学

非参数统计实验报告

专业班级： 统计

学　　号：

姓　　名：

成　　绩：

武汉科技大学理学院

数学与统计系

填 写 说 明

1. 排版要求：正文小四号字体，中文使用宋体，西文使用 Time New Roman 字体，行距使用 1.25 倍行距。
2. 内容要求：按题目要求填写内容。运行结果截图大小适当。
3. 双面打印。

实验六　多样本数据 Kruskal-Wallis 秩和检验与 Jonckheere-Terpstra 检验

实验名称	多样本数据 Kruskal-Wallis 秩和检验，Jonckheere-Terpstra 检验		
指导教师	宋硕	实验日期	2024.11.10

一、　实验目的

1、熟悉 Kruskal-Wallis 秩和检验，Jonckheere-Terpstra 检验的原理和检验步骤，并能够清楚知道 Kruskal-Wallis 秩和检验，Jonckheere-Terpstra 检验的区别和关系；

2、熟练应用 Kruskal-Wallis 秩和检验，Jonckheere-Terpstra 检验对相关问题进行检验；

3、使用 R 软件进行 Kruskal-Wallis 秩和检验，Jonckheere-Terpstra 检验.

二、　检验原理：

1、 Kruskal-Wallis 秩和检验：

Kruskal-Wallis 秩和检验是用来检验多样本的位置参数是否相等的问题的，所以要检验的问题是：

$$H_0: \theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_k \Leftrightarrow H_1: H_0\text{的诸等式中至少有一个不成立}$$

类似于 Wilcoxon(Mann-Whitney)的检验思想，把多个样本混合起来求秩，再求各自按样本的这样得到的秩和. 记第 i 个样本的第 j 个观测值 x_{ij} 的秩为 R_{ij}. 对每一个样本的观测值的秩求和，得到 $R_i=\sum_{j=1}^{n_i}R_{ij}, i=i,\cdots k$. 再找到它们在每组中的平均值 $\overline{R}_i = R_i/n_i$. 如果这些 $\overline{R}_i$ 很不一样，就可以怀疑零假设.

2、Jonckheere-Terpstra 检验：

Kruskal-Wallis 秩和检验是用来检验多样本的位置参数是否相等的问题的，如果样本的位置参数显现出趋势，比如说上升或者下降的趋势，则就需要用 Jonckheere-Terpstra 检验来进行检验了. 所以 Jonckheere-Terpstra 检验问题的形式如下：

$$H_0: \theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_k \Leftrightarrow H_1: \theta_1 \le \theta_2 \le \cdots \le \theta_k\text{（这里至少有一个不等式是严格的）}$$

或者 $H_0: \theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_k \Leftrightarrow H_1: \theta_1 \ge \theta_2 \ge \cdots \ge \theta_k$（这里至少有一个不等式是严格的）

类似于 Mann-Whitney 统计量的中计算一个样本中观测值小于另一个样本的观测值的个数，检验步骤如下：

（1） 计算 $U_{ij}=\#(X_{iu}<X_{jv},\quad u=1,\cdots,n_i;v=1,\cdots,n_j)$；

（2） 计算 Jonckheere-Terpstra 统计量：$J=\sum_{i<j}U_{ij}$ ；

（3） 当 J 取大值的时候，考虑拒绝零假设，J 精确分布可以查分布表，对于大样本，可以考虑正态近似。

打结的情况时，采用变形的公式：

$$U_{ij}^*=\#(X_{iu}<X_{jv},\quad u=1,\cdots,n_i;v=1,\cdots,n_j)+\frac{1}{2}\#(X_{iu}=X_{jv},\quad u=1,\cdots,n_i;v=1,\cdots,n_j)$$

$$J^*=\sum_{i<j}U_{ij}{}^*\ .$$

类似于 Wilcoxon(Mann-Whitney)检验统计量，当 J 或 J^* 太大时，应拒绝零假设.

大样本时，超过查表范围，可以用正态近似.

当$\min_i\{n_i\}\to\infty$时，

$$Z=\frac{J-(N^2-\sum_{i=1}^k n_i^2)/4}{\sqrt{[N^2(2N+3)-\sum_{i=1}^k n_i^2(2n_i+3)]/72}}\longrightarrow N(0,1)$$

三、　案例分析（请详细写出您的检验步骤并附上程序源代码）

案例一

（数据 4.10.2.txt）关于生产计算机公司在一年中的生产力的改进（度量从 0 到 100）与它们在过去三年中在智力投资（度量为：低，中等，高）之间的关系的研究结果列在下表中：

智力投资	生产力改进											
低	9.1	7.0	6.4	8.0	7.3	6.1	7.5	7.3	6.8	7.8		
中	5.1	8.7	6.6	7.9	10.1	8.5	9.8	6.6	9.5	9.9	8.1	7.0
高	10.4	9.2	10.6	10.9	10.7	10.0	10.1	10.0				

是否智力投资对改进生产力有帮助？说明你的检验步骤，包括零假设，备选假设，统计量，p 值等等及你的结果.（用 Kruskal-Wallis 秩和检验和 Jonckheere-Terpstra 检验两种方法进行检验）

答：根据题目：

Kruskal-Wallis 秩和检验时，三种智力投资力度对生产力改进的均值 H0:u1=u2=u3 vs　H1:至少有一个等号不成立。

Jonckheere-Terpstra 检验时 H0: u1=u2=u3　vs　H1:u1<=u2<=u3
进行检验：

```
#读入数据
d=read.table("C:/Users/86156/Desktop/《非参数统计》数据/4.10.2.txt")
#Kruskal-Wallis 秩和检验
kruskal.test(d[,1],d[,2])
#Jonckheere-Terpstra 检验
U=matrix(0,3,3);k=max(d[,2]);for(i in 1:(k-1))for(j in (i+1):k)
  U[i,j]=sum(outer(d[d[,2]==i,1],d[d[,2]==j,1],"-")<0)+
  sum(outer(d[d[,2]==i,1],d[d[,2]==j,1],"-")==0)/2;J=sum(U)
ni=NULL;for(i in 1:k)ni=c(ni,sum(d[,2]==i));N=sum(ni);
Z=(J-(N^2-sum(ni^2))/4)/sqrt((N^2*(2*N+3)-sum(ni^2*(2*ni+3)))/72);
pnorm(Z,low=F)
```

案例二

（数据 4.10.3.txt）一项关于销售茶叶的研究报告说明销售方式和销出率有关三种方式为：在商店内等待，在门口销售和当面表演炒制茶叶. 对一组商店在一段时间的调查结果列在下表中（单位为购买者人数）.

销售方式	购买率（%）							
商店内等待	20	25	29	18	17	22	18	20
门口销售	26	23	15	30	26	32	28	27
表演炒制	53	47	48	43	52	57	49	56

利用检验回答下面的问题：是否购买率不同？存在单调趋势吗？如果只分成表演炒制和不表演炒制两种，结论又如何？

答：根据题目：

Kruskal-Wallis 秩和检验时，三种销售方式对购买率的均值 H0:u1=u2=u3　vs　H1:至少有一个等号不成立。

Jonckheere-Terpstra 检验时 H0: u1=u2=u3　vs　H1:u1<=u2<=u3。

Wilcoxon 秩和检验时 H0:两种销售方式购买率相等　vs　H1:不表演炒制购买率小于表演炒制

进行检验：

```
#读入数据
d=read.table("C:/Users/86156/Desktop/《非参数统计》数据/4.10.3.txt")
#Kruskal-Wallis 秩和检验
kruskal.test(d[,1],d[,2])
```

#Jonckheere-Terpstra 检验
U=matrix(0,3,3);k=max(d[,2]);for(i in 1:(k-1))for(j in (i+1):k)
U[i,j]=sum(outer(d[d[,2]==i,1],d[d[,2]==j,1],"-")<0)+
sum(outer(d[d[,2]==i,1],d[d[,2]==j,1],"-")==0)/2;J=sum(U)
ni=NULL;for(i in 1:k)ni=c(ni,sum(d[,2]==i));N=sum(ni);
Z=(J-(N^2-sum(ni^2))/4)/sqrt((N^2*(2*N+3)-sum(ni^2*(2*ni+3)))/72);
pnorm(Z,low=F)
#根据分组值划分数据
#合并组 1 和组 2 的数据
group1<-subset(d[,1],d[,2] %in% c(1,2))
#提取组 3 的数据
group2<-subset(d[,1],d[,2]==3)
# 对合并后的新组（组 1+组 2）与组 3 进行 Wilcoxon 秩和检验
wilcox.test(group1,group2)

四、　　实验结果（请分析实验结果并给出你的结论）

1.

（1）Kruskal-Wallis 秩和检验

```
> kruskal.test(d[,1],d[,2])

        Kruskal-Wallis rank sum test

data:  d[, 1] and d[, 2]
Kruskal-Wallis chi-squared = 16.16, df = 2, p-value = 0.0003097
```

根据检验，p 值=0.0003097 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为不同智力投资力度对改进生产力有影响。

（2）Jonckheere-Terpstra 检验

```
> pnorm(Z,low=F)
[1] 3.524839e-05
```

根据检验，统计量为 Z，其中，p 值=0.00003524839 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为智力投资越大对改进生产力越有帮助。

2.

（1）Kruskal-Wallis 秩和检验

```
> kruskal.test(d[,1],d[,2])

        Kruskal-Wallis rank sum test

data:  d[, 1] and d[, 2]
Kruskal-Wallis chi-squared = 17.002, df = 2, p-value = 0.0002032
```

根据检验，p 值=0.0002032 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为不同销售方式对购买率有影响。

（2）Jonckheere-Terpstra 检验

```
> pnorm(Z,low=F)
[1] 7.193329e-06
```

根据检验，p 值=0.000007193329 显著小于显著性水平 a=0.05，因此拒绝原假设，认为存在单调趋势，其中，在店内等待购买率<门口销售购买率<表演炒制购买率。

（3）Wilcoxon 秩和检验

```
> wilcox.test(group1,group2)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  group1 and group2
W = 0, p-value = 9.979e-05
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

若只分为表演炒制和不表演两种，根据检验，p 值=0.00009979 显著小于显著性水平 a=0.05，拒绝原假设，可以认为不表演购买率小于表演购买率。

五、　结果分析

1. Kruskal-Wallis 秩和检验主要用于检验三个或更多独立样本是否来自相同的分布，适用于连续数据，且这些数据不满足正态分布或方差齐性的假设。Jonckheere-Terpstra 检验用于检验多组有序数据之间是否存在单调趋势，特别适用于存在有序关系的数据组。在本题中，两种检验都拒绝了原假设，但 KW 检验只能得出结论认为三种方式的均值不等，而 JT 检验能进一步得出三种方式之间存在单调递增趋势。

2.在本题中，若只检验购买率是否不同，进行 Kruskal-Wallis 秩和检验即可得出结论，若需要进一步检验是否存在单调趋势，则需进行 Jonckheere-Terpstra 检验。若只分成表演和不表演两种，即对比表演炒制和另两种销售方式合为一组的统计，需进行 Wilcoxon 秩和检验，可以得出表演炒制的购买率高于不表演的结论。