ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA COMPUTACION

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2CC
TIPO DE INSTRUMENTO: Taller
FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 07/05/2025
ALUMNO: Contreras Carrión Anthony Alexander

Método de la biseccíon

OBJETIVOS

- Aplicar el teorema de la bisección para estimar raíces reales con una cota de error específica.
- Analizar el comportamiento del método de bisección en función de la simetría de funciones trigonométricas.
- Resolver ecuaciones no lineales que modelan fenómenos físicos mediante métodos numéricos iterativos.

MARCO TEÓRICO

Marco Teórico

La solución de ecuaciones no lineales de la forma $f(x) = 0$ requiere métodos iterativos cuando no existe una expresión concreta para la raíz. Entre los métodos más usados está el de bisección, que garantiza convergencia al recortar el intervalo donde la función cambia de signo. Este método se basa en el teorema del valor intermedio, el cual asegura que si una función continua toma valores de distinto signo en los extremos de un intervalo, entonces debe anularse al menos una vez dentro de él [1,2].

Estos algoritmos se aplican a funciones polinomiales, no lineales, y forman parte fundamental de los métodos numericos ya que ofrecen la solución numérica en numerosos problemas técnicos y científicos. El método de bisección ofrece una aproximación progresiva y segura, reduciendo el intervalo de búsqueda en cada paso y asegurando que la raíz se encuentre dentro del nuevo intervalo acotado [3].

Una de las principales ventajas del método de bisección es su confiabilidad. Siempre que la función sea continua en el intervalo y cambie de signo en sus extremos, el método garantiza la existencia de una raíz y su localización con cualquier nivel de precisión deseado. Esta propiedad lo convierte en una herramienta útil en contextos donde se prioriza la certeza sobre la velocidad de cálculo.

DESARROLLO

Resolución de Ejercicios:

Ejercicios aplicados.

Un abrevadero de longitud L tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio r. Cuando se llena con agua hasta una distancia h a partir de la parte superior, el volumen V de agua es:

$$V: L\,[0{,}5\pi r^2 - r^2 \arcsin(h/r) - h(r^2-h^2)^{1/2}]$$

Suponga que $L=10\,cm$ - $r=1\,cm$ y $V=12{,}4\,cm^3$. Encuentre la profundidad del agua en el abrevadero dentro de 0,01 cm.

$$12{,}4 = 10\,[0{,}5\pi(1)^2 - (1)^2 \operatorname{sen}^{-1}(h/1) - h((1)^2-h^2)^{1/2}]$$

$$f(h) = 12{,}4 - 10[0{,}5\pi - \operatorname{sen}^{-1}(h) - h(1-h^2)^{1/2}]$$

Posición $=0{,}01$ → nuestro criterio de parada.
Intervalo $=[0,1]$

i	a	b	p	f(a)	f(b)	f(p)	$\frac{b-a}{2}$	$f(b)f(p) \leq 0$.
1	0	1	0,5	-3,30796	12,4	6,25815	0,5.	77,60106
2	0	0,5	0,25	-3,30796.	6,25815	1,6395	0,25	b cambia
3	0	0,25	0,125	-3,30796	1,6395	-0,81449	0,125	a cambia
4	0,125	0,25	0,1875	-0,81449	1,6395	0,41995	0,0625	b cambia
5	0,125	0,1875	0,156	-0,81449	0,41995	-0,20066	0,03125	a cambia
6.	0,156	0,1875	0,172	-0,20066	0,41995	0,11500	0,01575	b cambia.
7.	0,156	0,172.	0,164	-0,20066	0,11500	-0,04272	8×10^{-3}.	

En nuestra 7ma iteración ya no cumple por lo que h es igual a $h=0{,}172$.

Un objeto que cae verticalmente a través del aire está sujeto a una resistencia viscosa, así como la fuerza de gravedad. Suponga que un objeto de masa m cae desde una altura so y que la altura del objeto después de t segundos es

$$s(t) = s_0 - \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} (1 - e^{-kt/m}),$$

donde $g = 9{,}81\ m/s^2$ y k representa el coeficiente del aire en Ns/m suponga $s_0 = 300\ m$, $m = 0{,}25\ kg$ y $k = 0{,}1\ Ns/m$. Encuentre dentro de 0,01 segundos, el tiempo que tarda un cuarto de kg en golpear el piso.

$$s(t) = 300 - \frac{(0{,}25)(9{,}81)}{0{,}1} t + \frac{(0{,}25)^2 (9{,}81)}{(0{,}1)^2} (1 - e^{-0{,}1t/0{,}25})$$

$$s(t) = 300 - 24{,}525\, t + 61{,}3125\, (1 - e^{-0{,}4t}).$$

Iniciamos con un tiempo de 11 segundos aproximado.

$$s(11) = 300 - 24{,}525(11) + 61{,}3125\,(1 - e^{-0{,}4(11)})$$

$s(11) = 90{,}78$ → aun se encuentra en el aire.

Aumentemos el tiempo.

$$s(14) = 300 - 24{,}525(14) + 61{,}3125\,(1 - e^{0{,}4(14)})$$

$$s(14) = 17{,}74.$$

Aumentamos

$$s(15) = 300 - 24{,}525(15) + 61{,}3125\,(1 - e^{-0{,}4(15)})$$

$s(15) = -6{,}71$ → Hace rato calló

n.	a	b	p	f(a)	f(b)	f(p)	b-a/2	signo
1	14,7	14,8	14,75	0,623645	-1,8235	-0,60	0,05.	b cambia.
2	14,7	14,75	14,725	6,62365	-0,60	0,01	0,025.	

la respuesta es 14,725 segundos.

Ejercicios Teoricos.

Use el teorema 2.1 para encontrar una cota para de iteraciones necesarias para lograr una aproxima con una precision de 10^{-4} para la solución de $x^3 - x - 1 = 0$ que se encuentra dentro del intervalo $[1,2]$. Encuentre una solución para la raíz con este grado de presición.

$$\frac{b-a}{2^n} \leq 10^{-4}$$

$$\frac{2-1}{2^n} < 10^{-4}$$

$$2^{-n} < 10^{-4}$$

$$\log_2(2^{-n}) < \log_2(10^{-4})$$

$$-n < -4\log_2(10)$$

$$n > 4\log_2(10)$$

$$n > 13,29.$$

Se necesita 13 iteraciones.

La función definida por $f(x) = \sin \pi x$ tiene ceros de cada entero. Muestre cuando $-1 < a < 0$ y $2 < b < 3$, el método de la bisección converge a

a. 0 si $a+b < 2$ b. 2, si $a+b \not> 2$ c. 1 si $a+b = 2$.

El intervalo $[a,b]$ contiene tres ceros 0, 1, 2

$$a < 0 < 1 < 2 < b$$

El caso a y c si converge ya que no superamos el rango, pero b no.

CONCLUSIONES

Los ejercicios planteados nos ayudaron a comprender cómo se calculan los diferentes tipos de errores, como el error absoluto y relativo, y cómo evaluar la precisión de una aproximación en comparación con el valor real. Además, nos permitieron entender cómo determinar los intervalos de tolerancia para garantizar que el error no exceda ciertos límites.

También aprendimos a comparar distintas fórmulas numéricas, considerando el impacto del redondeo y la estabilidad computacional, lo que nos permite elegir la ecuación más eficiente según el tipo de operación que estemos realizando, optimizando así tanto la precisión como la estabilidad de los cálculos.

RECOMENDACIONES

Recomiendo siempre analizar el tipo de operación que se va a realizar antes de aplicar una fórmula numérica, ya que dependiendo del contexto, una expresión puede ofrecer mayor precisión o estabilidad que otra.

También es importante calcular los errores absoluto y relativo para evaluar si una aproximación es suficientemente precisa según el nivel de tolerancia requerido. Esto permite tomar decisiones más acertadas al elegir entre distintas aproximaciones o métodos.

REFERENCIAS

[arganis2013determination] M. A. Juárez, J. L. H. Alanís, and R. D. Mora, “Determination of design events of bivariate functions by means of the bisection method,” *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, vol. 21, no. 2, pp. 293–300, 2013.

[vadillo2012ecuaciones] F. Vadillo, “Ecuaciones no lineales,” Universidad del País Vasco, Tech. Rep., 2012. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/profile/Fernando-

Vadillo/publication/265100846$_{E}CUACIONES_{N}O_{L}INEALES/links/547c69860cf205d1688213d8$
$NO-LINEALES$.*pdf*

[mathews2004numerical] J. H. Mathews and K. D. Fink, *Numerical Methods Using MATLAB*, 3rd ed. Prentice Hall, 2004.