ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA COMPUTACION

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2CC
TIPO DE INSTRUMENTO: Taller
FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 04/05/2025
ALUMNO: Contreras Carrión Anthony Alexander

Tipo de Errores

OBJETIVOS

- Comprender y aplicar los conceptos de error absoluto y relativo, evaluando la precisión de una aproximación respecto al valor real.
- Determinar intervalos de tolerancia donde una aproximación cumple con un error relativo máximo permitido.
- Comparar fórmulas numéricas considerando el redondeo, identificando cuál ofrece mayor precisión y estabilidad computacional.

MARCO TEÓRICO

En metodos numericos se expone los conceptos de 'error absoluto' y 'error relativo': instrumentos esenciales para medir la exactitud de estimaciones numéricas. El 'error absoluto' mide la diferencia directa entre el valor preciso y su estimación [1], mientras que el 'error relativo' ubica dicha diferencia en relación al valor real [2]. La mezcla de ambas métricas posibilita establecer con precisión si las soluciones logradas satisfacen los criterios de precisión necesarios.

Además, se establece un rango de tolerancia —la medida en la que una aproximación se considera aceptable bajo un límite de error relativo preestablecido— que es crucial en el modelado, simulación y programación científica. Este 'rango de tolerancia' asegura que las posibles soluciones esten lo mas cercano posible a la respuesta original [3].

DESARROLLO

Todos los ejecicios planteados en clase fueron sacados del libro [3].

Conjuntos de Ejercicios.

1. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p^*

a) $p = \pi$, $p^* = 22/7$.

$e_{abs} = |\pi - 22/7| = 1{,}26 \times 10^{-3}$ $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{\pi - 22/7}{\pi}\right| = 4{,}02 \times 10^{-4}$

b). $p = \pi$, $p^* = 3{,}1416$.

$e_{abs} = |\pi - 3{,}1416| = 7{,}35 \times 10^{-6}$. $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{\pi - 3{,}1416}{\pi}\right| = 2{,}34 \times 10^{-6}$

c) $p = e$, $p^* = 2{,}718$

$e_{abs} = |e - 2{,}718| = 2{,}82 \times 10^{-4}$ $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{e - 2{,}718}{e}\right| = 1{,}04 \times 10^{-4}$

d) $p = \sqrt{2}$, $p^* = 1{,}414$

$e_{abs} = |\sqrt{2} - 1{,}414| = 2{,}14 \times 10^{-4}$ $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{\sqrt{2} - 1{,}414}{\sqrt{2}}\right| = 1{,}51 \times 10^{-4}$

2. Calcule los errores relativos y absolutos en las aproximaciones de p por p^*

a) $p = e^{10}$, $p^* = 22000$

$e_{abs} = |e^{10} - 22000| = 26{,}47$. $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{e^{10} - 22000}{e^{10}}\right| = 1{,}20 \times 10^{-3}$.

b) $p = 10^{\pi}$, $p^* = 1400$

$e_{abs} = |10^{\pi} - 1400| = 14{,}54$ $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{10^{\pi} - 1400}{10^{\pi}}\right| = 0{,}01050$.

c) $p = 8!$, $p^* = 39900$.

$e_{abs} = |8! - 39900| = 420$ $\quad$ $e_{rel} = \left|\frac{8! - 39900}{8!}\right| 0{,}01042$.

d) $p = 9!$, $p^* = \sqrt{18\pi}\,(9/\pi)^9$

$e_{ab} = |9! - \sqrt{18\pi}(9/\pi)^9| = 3343,127$ $e_{rel} = \dfrac{|9! - \sqrt{18\pi}\,(9/e)^9|}{|9!|} = 9 \times 10^{-3}$

3) Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar p^* para aproximarse a p con error relativo máximo de 10^{-4} para cada valor de p

$$\frac{|p - p^*|}{|p|} \leq 10^{-4}$$

$$|p - p^*| \leq 10^{-4}\,|p|$$

$$p \pm 10^{-4}\,p$$

$$[p + 10^{-4}\,p\,;\, p - 10^{-4}\,p]$$

a) π

$[\pi + 10^{-4}\,\pi\,;\, \pi - 10^{-4}\,\pi]$

$[3,142\,;\,3,141]$

b) e

$[e + 10^{-4}\,e\,;\, e - 10^{-4}\,e]$

$[2,719\,;\,2,71801]$

c) $\sqrt{2}$

$[\sqrt{2} + 10^{-4}\sqrt{2}\,;\, \sqrt{2} - 10^{-4}\sqrt{2}]$

$[1,414\,;\,1,414]$

d) $\sqrt[3]{7}$

$[\sqrt[3]{7} + 10^{-4}\sqrt[3]{7}\,;\, \sqrt[3]{7} - 10^{-4}\sqrt[3]{7}]$

$[1,913\,;\,1,913]$

4) El número e se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty}(1/n!)$ donde $n!\,(n-1)\cdots 2 \cdot 1$ para $n \neq 0$ y $0! = 1$

1. Calcule los errores absolutos y relativos de las siguientes aproximaciones de e.

a) $\sum_{n=0}^{5}\left(\frac{1}{n!}\right) = \left(\frac{1}{0!}\right) + \left(\frac{1}{1!}\right) + \left(\frac{1}{2!}\right) + \left(\frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{4!}\right) + \left(\frac{1}{5!}\right) = 2,717$

$e_{real} = |e - 2,717| = 1,28 \times 10^{-3}$ $e_{relativo} = \left|\dfrac{e - 2,717}{e}\right| = 4,71 \times 10^{-4}$

b) $\sum_{n=0}^{10} \left(1/n!\right) = \left(\frac{1}{0!}\right) + \left(\frac{1}{1!}\right) + \left(\frac{1}{2!}\right) + \left(\frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{4!}\right) + \left(\frac{1}{5!}\right) + \left(\frac{1}{6!}\right) + \left(\frac{1}{7!}\right) + \left(\frac{1}{8!}\right) + \left(\frac{1}{9!}\right)$

$+ \left(\frac{1}{10!}\right) = 2{,}718$

$e\,abs = |e - 2{,}718| = 064$ $\quad e\,real = \left|\frac{e - 2{,}718}{e}\right| = 0{,}299$

5. Suponga que dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) se encuentran en línea recta, con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección de la línea

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad y \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

Use los datos $(x_0, y_0) = (1{,}31, 3{,}24)$ y $(x_1, y_1) = (1{,}93, 4{,}76)$ y la aritmética de redondeo de tres cifras

$x_1 = \frac{(1{,}31)(4{,}76) - (1{,}93)(3{,}24)}{4{,}76 - 3{,}24}$ $\quad x_2 = 1{,}31 - \frac{(1{,}93 - 1{,}31)3{,}24}{1{,}52}$

$x_1 = \frac{6{,}24 - 6{,}25}{1{,}52} = -\frac{0{,}01}{1{,}52}$ $\quad x_2 = 1{,}31 - \frac{(0{,}62)(3{,}24)}{1{,}52}$

$= -6{,}58 \times 10^{-3}$ $\quad x_2 = 1{,}31 - \frac{2{,}00}{1{,}52}$

$x_2 = 1{,}31 - 1{,}32$

$x_2 = -0{,}01$

Para este caso el primer valor que encontramos es menos significativo, por lo cual es conveniente utilizar la primera fórmula, pero en general la segunda fórmula es mucho mejor ya que reducimos el número de multiplicaciones.

CONCLUSIONES

Los ejercicios planteados nos ayudaron a comprender cómo se calculan los diferentes tipos de errores, como el error absoluto y relativo, y cómo evaluar la precisión de una aproximación en comparación con el valor real. Además, nos permitieron entender cómo determinar los intervalos de tolerancia para garantizar que el error no exceda ciertos límites.

También aprendimos a comparar distintas fórmulas numéricas, considerando el impacto del redondeo y la estabilidad computacional, lo que nos permite elegir la ecuación más eficiente según el tipo de operación que estemos realizando, optimizando así tanto la precisión como la estabilidad de los cálculos.

RECOMENDACIONES

Recomiendo siempre analizar el tipo de operación que se va a realizar antes de aplicar una fórmula numérica, ya que dependiendo del contexto, una expresión puede ofrecer mayor precisión o estabilidad que otra.

También es importante calcular los errores absoluto y relativo para evaluar si una aproximación es suficientemente precisa según el nivel de tolerancia requerido. Esto permite tomar decisiones más acertadas al elegir entre distintas aproximaciones o métodos.

REFERENCIAS

[Mathews2007] J. H. Mathews, *Métodos Numéricos conMATLAB*, 1st ed. PEARSON EDUCATION S.A, 2007.

[Chapra2007] S. C. Chapra, *MÉTODOS NUMÉRICOS PARA INGENIEROS*, 5th ed. McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V., 2007.

[burden2017] R. L. Burden, *Análisis Numérico*, 10th ed. Cengage Learning, 2017.