



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

# MÉTODOS NUMÉRICOS

CONTRERAS ANTHONY

ENRIQUEZ MICHAEL

JIMENEZ YASID

OÑATE IAN



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS  
INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

---

## TABLA DE CONTENIDOS

<b>1. Objetivos .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. Objetivo general .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Objetivo específico .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Introducción.....</b>	<b>3</b>
<b>3. Metodología .....</b>	<b>4</b>
<b>3.1. Descripción del problema.....</b>	<b>4</b>
<b>3.2. Desarrollo matemático .....</b>	<b>5</b>
<b>3.3. Diagrama de flujo .....</b>	<b>5</b>
<b>3.4. Detalles de la implementación .....</b>	<b>10</b>
<b>4. Resultados .....</b>	<b>12</b>
<b>5. Conclusión.....</b>	<b>15</b>



REPORTE:

# PROYECTO BIMESTRAL

## 1. Objetivos

### 1.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un modelo matemático y un programa computacional para un prototipo de seguidor solar

### 1.2. Objetivo específico

- Realizar el desarrollo matemático para calcular los 2 ángulos de control (pitch y roll) en base a la posición solar (elevación  $\theta$  y azimuth  $\alpha$ ).
- Implementar un programa que permita calcular los ángulos de control para un seguidor solar de 2 grados de libertad.
- Dibujar la trayectoria del sol y del panel solar para un día determinado.
- El panel solar debe ser perpendicular a la luz solar incidente.
- El programa debe permitir ingresar la fecha y duración de la simulación, y graficar de manera interactiva la trayectoria del panel solar.

## 2. Introducción

La energía solar es una de las fuentes de energía renovable más prometedoras en la actualidad, debido a su disponibilidad y sostenibilidad. Sin embargo, la eficiencia de los paneles solares depende en gran medida de su orientación con respecto a la posición del sol a lo largo del día. Para optimizar la captación de radiación solar, se han desarrollado seguidores solares, dispositivos que ajustan la inclinación de los paneles en función del movimiento del sol.

Este proyecto se centra en el diseño e implementación de un modelo matemático y computacional para simular el comportamiento de un seguidor solar de dos grados de libertad, es decir, un sistema capaz de ajustar su orientación en los ejes de pitch (inclinación) y roll (rotación). La simulación permitirá visualizar la trayectoria del sol y la respuesta del panel en función de la fecha y duración de la simulación, asegurando que la superficie del panel permanezca perpendicular a la luz solar incidente.



El desarrollo del sistema incluye el cálculo de los ángulos de control a partir de la elevación y el azimut del sol, el diseño de una interfaz gráfica interactiva para facilitar la entrada de datos y la implementación de una visualización dinámica en 3D. Este enfoque proporciona una herramienta útil para la investigación y optimización del rendimiento de seguidores solares antes de su implementación en el mundo real.

### **3. Metodología**

La metodología seguida en este proyecto se divide en varias fases, desde la formulación matemática hasta la implementación computacional y visualización de los resultados:

#### **3.1. Descripción del problema**

La eficiencia de los paneles solares convencionales es limitada debido a su posición fija, lo que reduce su capacidad de captar radiación solar óptima a lo largo del día. Para maximizar la captación de energía, es necesario implementar un sistema que ajuste la orientación del panel en tiempo real, manteniéndolo perpendicular a los rayos solares en todo momento.

El problema por resolver en este proyecto consiste en determinar los ángulos de inclinación óptimos (pitch y roll) que debe adoptar el panel solar a partir de la posición del sol (elevación y azimut) en un instante de tiempo dado. Para ello, es necesario:

- Calcular la posición del sol en función de la fecha, hora y ubicación geográfica.
- Derivar los ángulos de control que permitan orientar el panel solar de manera óptima.
- Simular y visualizar la trayectoria del sol y del panel a lo largo del tiempo seleccionado por el usuario.

Este problema se aborda mediante la implementación de un modelo matemático basado en transformaciones geométricas y matrices de rotación en tres dimensiones, las cuales permiten obtener los ángulos de inclinación requeridos. Además, se desarrolla un software que integra estos cálculos con una interfaz



gráfica, facilitando la simulación y visualización del comportamiento del seguidor solar.

### 3.2.Desarrollo matemático

Para lograr el control óptimo del seguidor solar, es necesario desarrollar un modelo matemático que permita calcular los ángulos de inclinación pitch y roll a partir de la posición del sol, definida en términos de azimut ( $\alpha$ ) y elevación ( $\theta$ ).

Este desarrollo se basa en transformaciones geométricas utilizando rotaciones compuestas, las cuales permiten determinar la orientación del panel en función de la trayectoria solar.

#### Rotación Compuesta

Una rotación compuesta es la transformación resultante de aplicar sucesivamente dos o más rotaciones a un objeto o sistema de coordenadas. Cada rotación se realiza alrededor de un eje específico y su efecto se representa mediante matrices de rotación.

En este proyecto, se utilizan ángulos de Euler para describir la orientación del panel solar en términos de sus tres grados de libertad (roll, pitch y yaw). La convención utilizada es ZYX, la cual implica:

Una rotación  $\psi$  alrededor del eje Z (Yaw).

Una rotación  $\theta$  alrededor del eje Y' (Pitch).

Una rotación  $\phi$  alrededor del eje X" (Roll).

La matriz de rotación compuesta se expresa como:

$$R_{xyz}(\alpha, \beta, \gamma) = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ c\beta s\gamma & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma \\ -s\beta & s\alpha c\beta & c\alpha c\beta \end{bmatrix}$$

Ilustración 1. Matriz de rotación compuesta

Donde:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}$$



## Cálculo de los Ángulos de Control

Para orientar correctamente el panel solar, se deben calcular los ángulos de Euler ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) en función de la posición del sol. El cálculo de estos ángulos se basa en la descomposición de la matriz de rotación RRR, como se muestra a continuación.

- **Cálculo de Pitch ( $\beta$ )**

El ángulo de pitch, que representa la inclinación del panel, se obtiene a partir del siguiente cálculo:

$$\beta = \arctan \left( \frac{-R_{31}}{\pm \sqrt{R_{11}^2 + R_{21}^2}} \right)$$
$$\beta = \arctan 2(-R_{31}, \sqrt{R_{11}^2 + R_{21}^2})$$

*Ilustración 2. Calculo de Pitch*

Donde:

$$R_{31} = -s\beta$$
$$R_{11} = c\beta c\gamma$$
$$R_{21} = c\beta s\gamma$$

- **Cálculo de Roll ( $\alpha$ )**

El ángulo de roll define la rotación alrededor del eje X y se calcula como:



$$\alpha = \arctan \left( \frac{R_{32} / \cos(\beta)}{R_{33} / \cos(\beta)} \right)$$
$$\alpha = \arctan \left( \frac{R_{32}}{R_{33}} \right)$$
$$\alpha = \arctan 2(R_{32}, R_{33})$$

*Ilustración 3. Cálculo de Roll*

Donde:

$$R_{32} = s\alpha c\beta$$
$$R_{33} = c\alpha c\beta$$

- **Cálculo de Yaw ( $\gamma$ )**

Aunque el yaw no es un parámetro de control en este proyecto, su cálculo se incluye para referencia:

$$\gamma = \arctan \left( \frac{R_{21} / \cos(\beta)}{R_{11} / \cos(\beta)} \right)$$
$$\gamma = \arctan \left( \frac{R_{21}}{R_{11}} \right)$$
$$\gamma = \arctan 2(R_{21}, R_{11})$$

*Ilustración 4. Cálculo de Yaw*

Donde:



$$R_{21} = c\beta s\gamma$$

$$R_{11} = c\beta c\gamma$$

### Implementación Computacional

Para implementar estos cálculos en el software del seguidor solar, se desarrolló la función `getSolarPosition`, la cual:

Recibe como parámetros la fecha, el rango de horas y la ubicación geográfica del sistema.

Calcula la elevación y el azimut del sol en intervalos de 10 minutos.

Determina los ángulos roll ( $\alpha$ ) y pitch ( $\beta$ ) para orientar el panel solar correctamente.

Devuelve los valores organizados en listas para su posterior visualización y análisis.

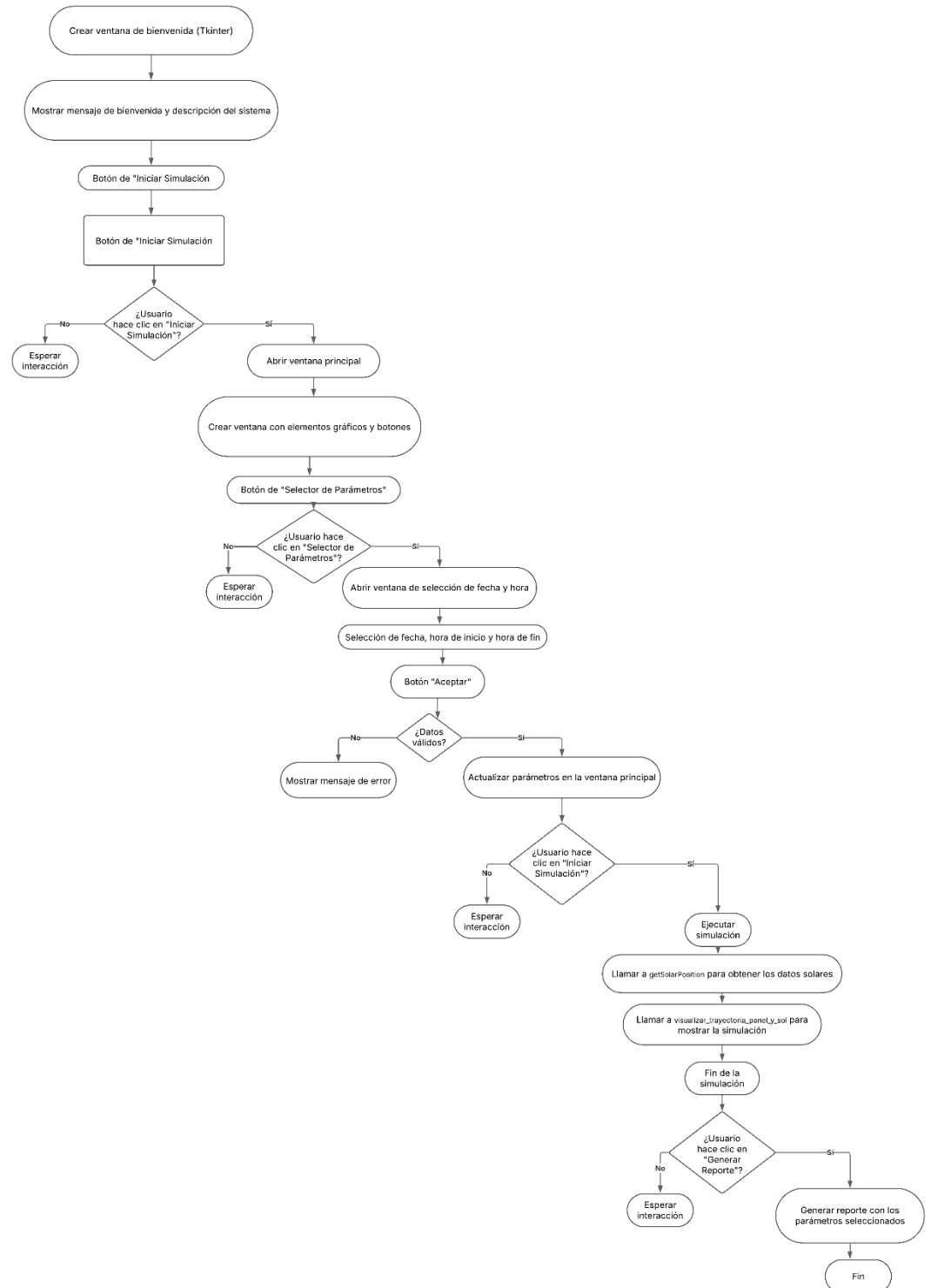
Esta implementación permite simular la orientación óptima del panel solar en tiempo real, asegurando que permanezca perpendicular a la luz solar incidente a lo largo del día.

### 3.3. Diagrama de flujo





**ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS**  
**INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**



*Ilustración 5. Diagrama de flujo del programa*



### 3.4. Detalles de la implementación

Dado que los detalles de implementación constituyen una descripción técnica del programa desarrollado, se abordarán desde el lenguaje y las herramientas utilizadas hasta las limitaciones que presenta el simulador de seguidor solar.

#### LENGUAJES Y HERRAMIENTAS USADAS

Para el desarrollo del proyecto se utilizó el lenguaje de programación Python, seleccionado por su simplicidad en la programación y su amplia disponibilidad de librerías de fácil comprensión. Además, se empleó Visual Studio Code como entorno de desarrollo integrado debido a su interfaz amigable y la compatibilidad con herramientas de Python.

Las principales librerías utilizadas fueron:

- **Tkinter:** Para construir la interfaz gráfica de usuario, permitiendo al usuario ingresar parámetros personalizados como la fecha y las horas de la simulación.
- **Matplotlib:** Para generar representaciones gráficas dinámicas de la trayectoria solar y la orientación del panel solar en 3D.
- **Numpy:** Para realizar cálculos matemáticos fundamentales y manejar operaciones de matrices, especialmente en el cálculo de las transformaciones de rotación del panel solar.
- **Pysolar:** Para calcular el azimut y la elevación del sol a partir de la fecha, hora y ubicación geográfica.
- **FPDF:** Para la creación y exportación de reportes en formato PDF con los resultados de la simulación.
- **Pillow (PIL):** Para manejar imágenes en la interfaz gráfica, como los íconos de los botones



## ESTRUCTURA DEL PROGRAMA

Para facilitar la comprensión de nuestro programa, se decidió organizarlo en módulos, donde cada archivo se encarga de una tarea específica dentro del simulador. A continuación se describe una tabla con las funciones más importantes de cada módulo:

Función	Descripción
<b>obtener_fecha_y_horas</b> (seleccionarParametros.py)	Obtiene la fecha y las horas seleccionadas por el usuario y las valida para asegurarse de que sean correctas.
<b>crear_ventana_datetime</b> (seleccionarParametros.py)	Crea la interfaz de selección de fecha y horas utilizando un calendario y comboboxes, y actualiza los valores en la interfaz.
<b>Rxyz</b> (calculoAngulos.py)	Calcula la matriz de rotación 3D para ajustar la orientación del panel solar según los ángulos de pitch, roll y yaw.
<b>getSolarPosition</b> (calculoAngulos.py)	Calcula la posición del sol (azimut y elevación) a lo largo del día, utilizando la fecha, hora y ubicación geográfica.
<b>visualizar_trayectoria_panel_y_sol</b> (posicionSistema.py)	Renderiza la simulación 3D de la trayectoria solar y la orientación del panel solar en la interfaz gráfica.
<b>generar_reporte</b> (generarReporte.py)	Genera un reporte PDF con las gráficas y los parámetros de la simulación, y lo guarda en el escritorio del usuario.



## ASPECTOS TECNICOS RELEVANTES

En el diseño del simulador de seguidor solar, se implementaron varias técnicas y funciones clave para garantizar que el sistema funcione de manera precisa y eficiente:

1. **Cálculo de la posición solar:** Utilizando la librería **Pysolar**, se obtiene el azimut y la elevación del sol para un día específico, basándose en la fecha, la hora y la ubicación geográfica. Estos datos se utilizan luego para calcular los ángulos de control (pitch y roll) del panel solar.
2. **Rotaciones 3D:** Para ajustar la orientación del panel solar, se emplean matrices de rotación 3D. La función `Rxyz` recibe los ángulos de pitch, roll y yaw, y los aplica a los vértices del panel, asegurando que el panel se mantenga perpendicular a la radiación solar incidente.
3. **Visualización dinámica:** La función `visualizar_trayectoria_panel_y_sol` utiliza **Matplotlib** para generar animaciones 3D dentro de una ventana de **Tkinter**, mostrando la trayectoria del sol y la orientación del panel solar en tiempo real.
4. **Generación de reportes:** Tras completar la simulación, se genera un reporte en formato **PDF** utilizando **FPDF**, que incluye las gráficas y parámetros de la simulación, y se guarda automáticamente en el escritorio del usuario.
5. **Interfaz gráfica de usuario:** La interfaz de usuario fue desarrollada utilizando **Tkinter**, proporcionando una manera sencilla de interactuar con el simulador, ingresar los parámetros de fecha y hora, y ejecutar las simulaciones. Se incluyen botones para iniciar la simulación, visualizar los resultados y generar reportes.

## LIMITACIONES

A pesar de ser un simulador útil para visualizar y analizar el comportamiento de un seguidor solar, existen algunas limitaciones en el sistema:



1. **Condiciones atmosféricas no consideradas:** El sistema no tiene en cuenta factores como la nubosidad, la temperatura o la contaminación, que pueden afectar la cantidad de radiación solar captada en la vida real.
2. **Precisión limitada:** Aunque los cálculos se realizan utilizando modelos matemáticos precisos, la simulación depende de la calidad de los datos de entrada (fecha, hora, ubicación), y cualquier error en estos puede afectar los resultados.
3. **Interactividad limitada:** La simulación se ejecuta de manera secuencial, y aunque se visualiza la trayectoria solar y la orientación del panel, no es posible modificar dinámicamente la simulación una vez que comienza.
4. **Dependencia de una interfaz gráfica:** El sistema depende de una interfaz gráfica de **Tkinter**, lo que limita su uso en entornos donde no se dispone de un sistema gráfico (por ejemplo, en servidores remotos o entornos sin GUI).

#### 4. Resultados

Los resultados de la simulación muestran cómo el sistema calcula y visualiza la trayectoria solar y la orientación del panel a lo largo del día, con base en los parámetros de fecha y hora seleccionados por el usuario.

#### CONTROL DE ENTRADA

Los datos de entrada consisten en:

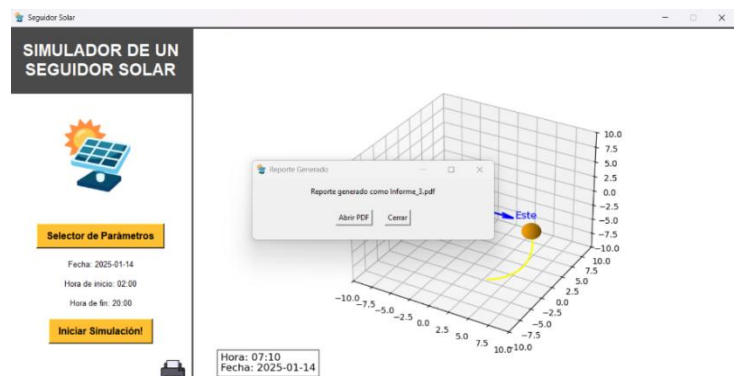
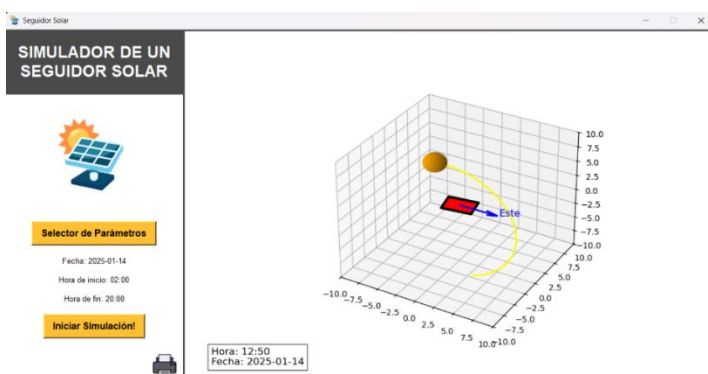
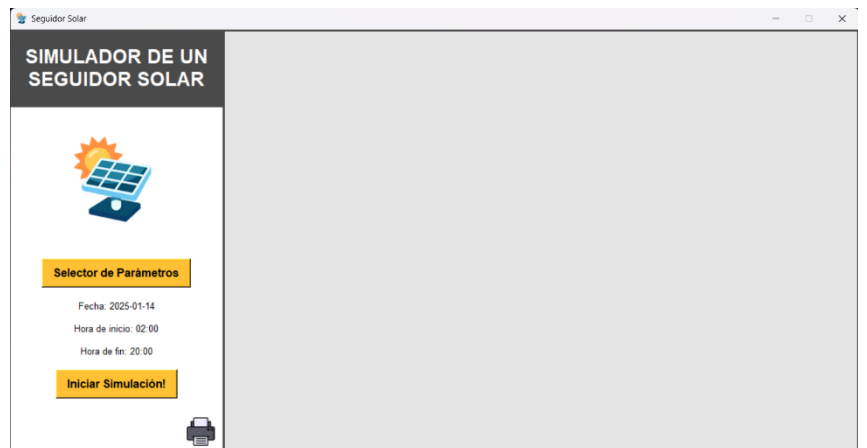
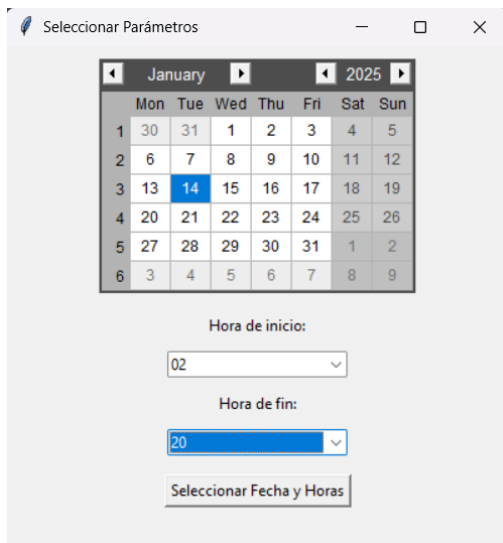
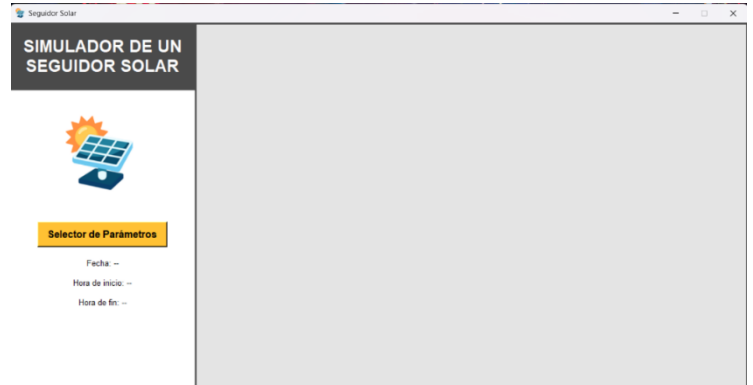
- **Fecha:** Se selecciona mediante un calendario interactivo.
- **Hora de inicio y hora de fin:** Se seleccionan a través de comboboxes para especificar el rango de horas para la simulación.

El sistema verifica que las horas sean válidas y posteriores a la hora de inicio, asegurando que los datos sean consistentes



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS  
INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

## CORRECTA EJECUCIÓN





## 5. Conclusión

El proyecto del simulador de seguidor solar permite visualizar y analizar el comportamiento de un panel solar de dos grados de libertad, ajustando su orientación para maximizar la captación de radiación solar. A través de una interfaz gráfica interactiva, el sistema permite a los usuarios seleccionar parámetros específicos como la fecha y el rango de horas, realizar la simulación y generar un reporte detallado.

Aunque el simulador ofrece una solución útil para la visualización y el análisis de la trayectoria solar, se pueden realizar mejoras, como la integración de modelos atmosféricos o la implementación de un sistema para controlar un seguidor solar físico en tiempo real.

El proyecto ha logrado su objetivo de proporcionar una herramienta educativa y útil para la optimización de sistemas solares, y ofrece una base sólida para futuras mejoras y ampliaciones.