

ПРОГРАММА КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ВОПРОСЫ КО ВТОРОМУ КОЛЛОКВИУМУ.

ИТМО, группы М3232–М3239, осень 2024 г.

1. Исчисление предикатов. Общезначимость, следование, выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов. Теорема о корректности исчисления предикатов.
2. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов.
3. Машина Тьюринга. Задача об останове, её неразрешимость. Неразрешимость исчисления предикатов.
4. Порядок теории $(0, 1, 2)$. Теории первого порядка. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
5. Прimitивно-рекурсивные и рекурсивные функции. функций вычисления простых чисел. Частичный логарифм. Выразимость отношений и представимость функций в формальной арифметике. Характеристические функции. Функция Аккермана.
6. Бета-функция Гёделя. Гёделева нумерация. Рекурсивность представимых в формальной арифметике функций.
7. Непротиворечивость (эквивалентные определения), ω -непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера. Синтаксическая и семантическая неполнота арифметики. Неполнота расширений формальной арифметики. Ослабленные варианты: арифметика Пресбургера, система Робинсона.
8. Вторая теорема Гёделя о неполноте арифметики, *Consis*. Лемма об автоссылках. Условия Гильберта-Бернайса-Лёба. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости истины.
9. Сколемизация. Эрбранов универсум. Эрбрановы оценки. Основные примеры. Система основных примеров. Теорема Эрбрана. Метод резолюции для исчисления высказываний. Унификация. Метод резолюции для исчисления предикатов. SMT-решатели.