



# 四川大學

Sichuan University

Chengdu, 610207,  
Sichuan, P.R.China  
[Http://www.scu.edu.cn](http://www.scu.edu.cn)

Pr 4.1

$$2(b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 11 \end{bmatrix}$$

线性方程:

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$r = b - Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore RMSE = 0$$



# 四川大学

Sichuan University

Chengdu, 610207,  
Sichuan, P.R.China  
[Http://www.scu.edu.cn](http://www.scu.edu.cn)

8(b) (1, 2), (3, 2), (4, 1), (6, 3)

选择模型  $y = c_1 + c_2 x$

$$Ax = b \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 14 \\ 14 & 62 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 14 \\ 14 & 62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 30 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 18 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore y = \frac{18}{13} + \frac{2}{13}x$$

$$r = b - Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -14 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{(\frac{5}{13})^2 + (\frac{1}{13})^2 + (-\frac{14}{13})^2 + (\frac{8}{13})^2}{4}} = \sqrt{\frac{11}{26}} \approx 0.650444$$



# 四川大学

Sichuan University

Chengdu, 610207,  
Sichuan, P.R.China  
[Http://www.scu.edu.cn](http://www.scu.edu.cn)

9(b) 选择模型  $y = c_1 + c_2 X + c_3 X^2$

$$Ax = b \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 6 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 9 & 16 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 6 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 62 \\ 14 & 62 & 308 \\ 62 & 308 & 1634 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 9 & 16 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 30 \\ 144 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 14 & 62 \\ 14 & 62 & 308 \\ 62 & 308 & 1634 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 30 \\ 144 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 77/26 \\ -78/78 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore y = 77/26 - 78/78 X + 1/6 X^2$$

$$r = b - Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 6 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} -3 \\ 15 \\ -15 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{(3/26)^2 + (15/26)^2 + (-15/26)^2 + (3/26)^2}{4}} = \frac{3}{2\sqrt{13}} \approx 0.416025 < 0.65044$$

∴ 最优抛物线拟合的RMSE小于最优直线拟合的。