$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{25} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \left(-0.2 \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 1.2 \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + 1.2 \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{25} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{36}{25} \\ -\frac{122}{125} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{25} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \left(-0.2 \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 1.2 \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{36}{25} \\ -\frac{122}{125} \end{bmatrix} + 1.2 \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{25} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0888 \\ 4.0403 \end{bmatrix}$$

P116 2.6-2(a)

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X_1^2 - 3X_2^2$$

当 $X_1=1$, $X_2=1$ 时 $X^TAX=-2<0$，A不是正定矩阵

由楚列斯基分解法

$l_{1,1}=\sqrt{a_{11}}=1$ ~~$l_{21}=(a_{21}-l_{21}\frac{a_{21}}{\sqrt{a_{11}}}=0$~~ ~~$a_{12}=$~~

$l_{2,2}=\sqrt{-3-0}$ 此时无法开根，楚列斯基分解无效.

P116. 2.6-8(a)

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$l_{1,1}=\sqrt{a_{11}}=2$ $\quad l_{2,2}=\sqrt{a_{22}-l_{21}^2}=1$

$l_{2,1}=a_{21}/l_{11}=0$ $\quad l_{32}=(a_{32}-l_{31}l_{21})/l_{22}=1$

$l_{31}=a_{31}/l_{11}=-1$ $\quad l_{33}=\sqrt{a_{33}-l_{31}^2-l_{32}^2}=1$

$$\therefore R^T=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad R=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^T C = b \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rx = C \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

P117 2.6-13(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r_0 = d_0 = b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_0 = \frac{r_0^T r_0}{d_0^T A d_0} = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{1}{5}$$

$$x_1 = x_0 + \alpha_0 d_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$r_1 = r_0 - \alpha_0 A d_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = \frac{r_1^T r_1}{r_0^T r_0} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{4}{25}$$

$$d_1 = r_1 + \beta_0 d_0 = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix} + \frac{4}{25}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{25} \\ -\frac{6}{25} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 = \frac{r_1^T r_1}{d_1^T A d_1} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \frac{14}{25} \\ -\frac{6}{25} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{14}{25} \\ -\frac{6}{25} \end{bmatrix}} = 5$$

$$x_2 = x_1 + \alpha_1 d_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} \frac{14}{25} \\ -\frac{6}{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$r_2 = r_1 - \alpha_1 A d_1 = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{14}{25} \\ -\frac{6}{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

∴ 解为 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$