周志华 著

MACHINE LEARNING

机器学习

清华大学出版社

本章课件致谢：
钱鸿

第十六章：强化学习

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

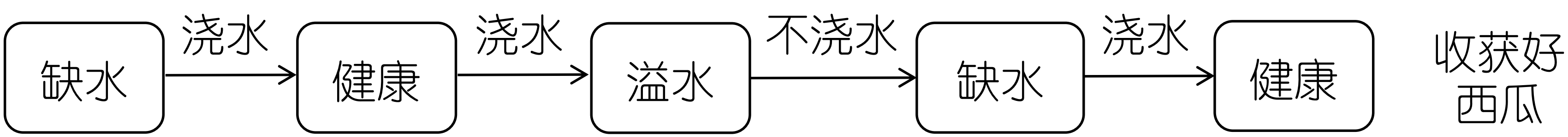
纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

强化学习问题基本设置

- 例子：瓜农种西瓜

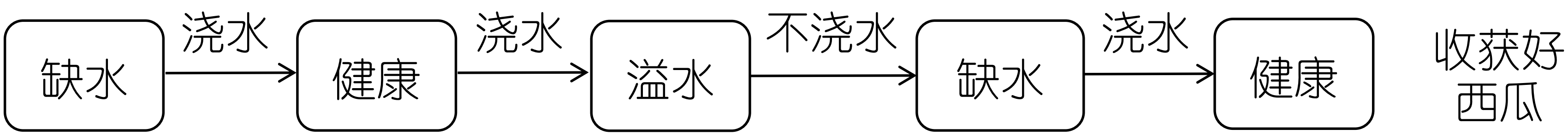
种下瓜苗后：（为简便，仅考虑浇水和不浇水两个动作，不考虑施肥、除草等 ）



强化学习问题基本设置

- 例子：瓜农种西瓜
  - 多步决策过程
  - 过程中包含状态、动作、反馈（奖赏）等
  - 需多次种瓜，在过程中不断摸索，才能总结出较好的种瓜策略

种下瓜苗后：(为简便，仅考虑浇水和不浇水两个动作，不考虑施肥、除草等)



强化学习问题基本设置

- 例子：瓜农种西瓜
  - 多步决策过程
  - 过程中包含状态、动作、反馈（奖赏）等
  - 需多次种瓜，在过程中不断摸索，才能总结出较好的种瓜策略

种下瓜苗后：（为简便，仅考虑浇水和不浇水两个动作，不考虑施肥、除草等 ）

缺水 $\xrightarrow{\text{浇水}}$ 健康 $\xrightarrow{\text{浇水}}$ 溢水 $\xrightarrow{\text{不浇水}}$ 缺水 $\xrightarrow{\text{浇水}}$ 健康　收获好西瓜

抽象该过程：强化学习（reinforcement learning）

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中，环境是西瓜生长的自然世界

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中, 环境是西瓜生长的自然世界
  - 状态空间 X : $x \in X$ 是机器感知到的环境的描述
    - 瓜苗长势的描述

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中，环境是西瓜生长的自然世界
  - 状态空间 $X: x \in X$ 是机器感知到的环境的描述
    - 瓜苗长势的描述
  - 机器能采取的行为空间 A
    - 浇水，施肥等

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中，环境是西瓜生长的自然世界
  - 状态空间 $X: x \in X$ 是机器感知到的环境的描述
    - 瓜苗长势的描述
  - 机器能采取的行为空间 A
    - 浇水，施肥等
  - 策略(policy) $\pi: X \to A$ (或 $\pi: X \times A \to \mathbb{R}$)
    - 根据瓜苗状态是缺水时，返回动作浇水

强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中，环境是西瓜生长的自然世界
  - 状态空间 X : $x \in X$ 是机器感知到的环境的描述
    - 瓜苗长势的描述
  - 机器能采取的行为空间 A
    - 浇水，施肥等
  - 策略(policy) $\pi: X \to A$ (或 $\pi: X \times A \to \mathbb{R}$)
    - 根据瓜苗状态是缺水时，返回动作浇水
  - 潜在的状态转移(概率)函数 $P: X \times A \times X \to \mathbb{R}$
    - 瓜苗当前状态缺水，选择动作浇水，有一定概率恢复健康，也有一定概率无法恢复

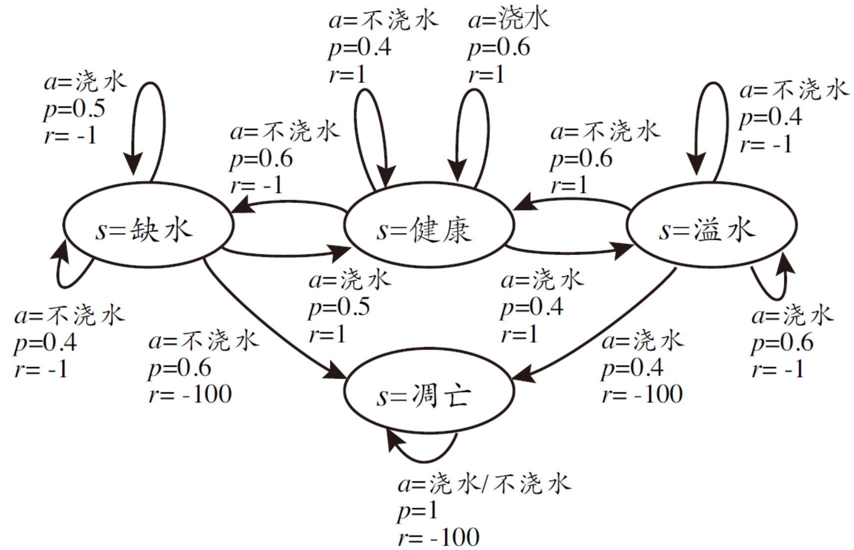
强化学习问题基本设置

- 强化学习常用马尔可夫决策过程 (Markov Decision Process, MDP) 描述
  - 机器所处的环境 E
    - 例如在种西瓜任务中，环境是西瓜生长的自然世界
  - 状态空间 $X: x \in X$ 是机器感知到的环境的描述
    - 瓜苗长势的描述
  - 机器能采取的行为空间 A
    - 浇水，施肥等
  - 策略(policy) $\pi: X \to A$ (或 $\pi: X \times A \to \mathbb{R}$)
    - 根据瓜苗状态是缺水时，返回动作浇水
  - 潜在的状态转移(概率)函数 $P: X \times A \times X \to \mathbb{R}$
    - 瓜苗当前状态缺水，选择动作浇水，有一定概率恢复健康，也有一定概率无法恢复
  - 潜在的奖赏(reward)函数 $R: X \times A \times X \to \mathbb{R}$ (或 $R: X \times X \to \mathbb{R}$)
    - 瓜苗健康对应奖赏+1，瓜苗凋零对应奖赏-10

强化学习问题基本设置

- 强化学习对应了四元组

$$E = < X, A, P, R >$$



$$a = \pi(x)$$

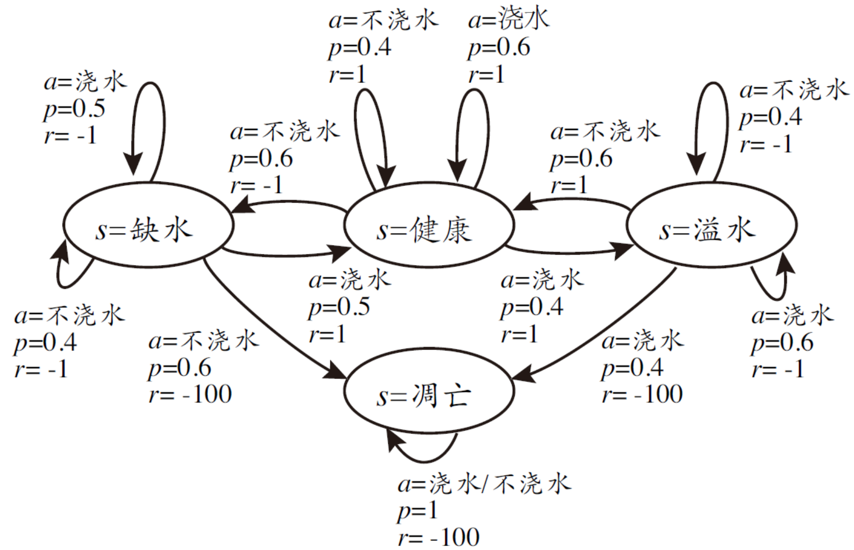
$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

强化学习问题基本设置

- 强化学习对应了四元组

  $$E = < X, A, P, R >$$

- 强化学习的目标
  - 机器通过在环境中不断尝试从而学到一个策略 π，使得长期执行该策略后得到的累积奖赏最大



T 步累积奖赏：$\mathbb{E}[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t]$

γ 折扣累积奖赏：$\mathbb{E}[\sum_{t=0}^{+\infty} \gamma^t r_{t+1}]$

$$a = \pi(x)$$

$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

最大化 $\mathbb{E}[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t]$

强化学习问题基本设置

- 强化学习 vs. 监督学习
  - 监督学习：给有标记样本

$$\text{示例} \xrightarrow{\text{分类器/回归器 } f} \text{标记}$$

强化学习问题基本设置

- 强化学习 vs. 监督学习
  - 监督学习：给有标记样本

$$\text{示例} \xrightarrow{\text{分类器/回归器 } f} \text{标记}$$

  - 强化学习：没有有标记样本，通过执行动作之后反馈的奖赏来学习

$$\text{状态} \xrightarrow{\text{策略 } \pi} \text{动作}$$

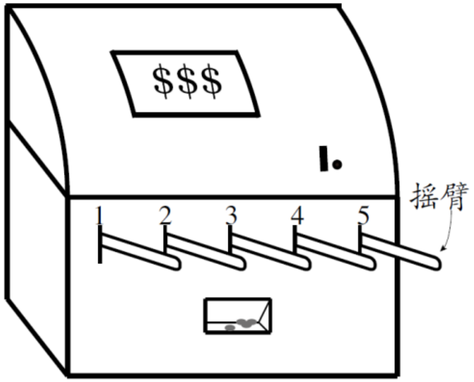
强化学习在某种意义上可以认为是具有“延迟标记信息”的监督学习

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

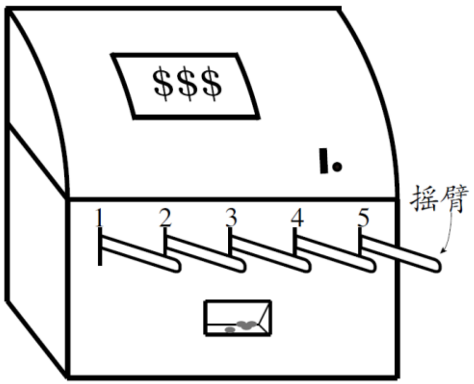
K-摇臂赌博机

- K-摇臂赌博机 (K-Armed Bandit)
  - 只有一个状态，K个动作
  - 每个摇臂的奖赏服从某个期望未知的分布
  - 执行有限次动作
  - 最大化累积奖赏



K-摇臂赌博机

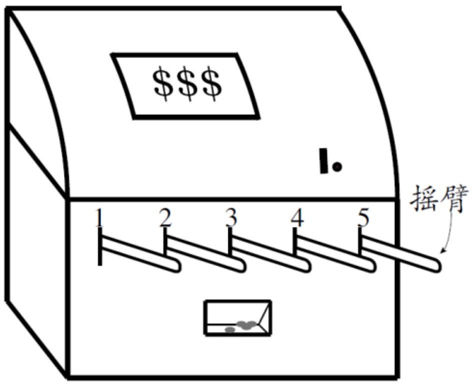
- K-摇臂赌博机 (K-Armed Bandit)
  - 只有一个状态，K个动作
  - 每个摇臂的奖赏服从某个期望未知的分布
  - 执行有限次动作
  - 最大化累积奖赏



- 强化学习面临的主要困难：探索-利用窘境 (Exploration-Exploitation dilemma)
  - 探索：估计不同摇臂的优劣 (奖赏期望的大小)
  - 利用：选择当前最优的摇臂

K-摇臂赌博机

- K-摇臂赌博机 (K-Armed Bandit)
  - 只有一个状态，K个动作
  - 每个摇臂的奖赏服从某个期望未知的分布
  - 执行有限次动作
  - 最大化累积奖赏



- 强化学习面临的主要困难：探索-利用窘境 (Exploration-Exploitation dilemma)
  - 探索：估计不同摇臂的优劣 (奖赏期望的大小)
  - 利用：选择当前最优的摇臂

- 在探索与利用之间进行折中
  - ϵ-贪心
  - Softmax

K-摇臂赌博机

- ϵ-贪心
  - 以 ϵ 的概率探索：均匀随机选择一个摇臂
  - 以 $1-\epsilon$ 的概率利用：选择当前平均奖赏最高的摇臂

K-摇臂赌博机

- ϵ -贪心
  - 以 ϵ 的概率探索：均匀随机选择一个摇臂
  - 以 $1-\epsilon$ 的概率利用：选择当前平均奖赏最高的摇臂

- Softmax：基于当前已知的摇臂平均奖赏来对探索与利用折中
  - 若某个摇臂当前的平均奖赏越大，则它被选择的概率越高
  - 概率分配使用Boltzmann分布：

$$P(k)=\frac{e^{\frac{Q(k)}{\tau}}}{\sum_{i=1}^{K} e^{\frac{Q(i)}{\tau}}}$$

其中，$Q(i)$ 记录当前摇臂的平均奖赏

K-摇臂赌博机

- ϵ -贪心
  - 以 ϵ 的概率探索：均匀随机选择一个摇臂
  - 以 $1-\epsilon$ 的概率利用：选择当前平均奖赏最高的摇臂

- Softmax：基于当前已知的摇臂平均奖赏来对探索与利用折中
  - 若某个摇臂当前的平均奖赏越大，则它被选择的概率越高
  - 概率分配使用Boltzmann分布：

$$P(k)=\frac{e^{\frac{Q(k)}{\tau}}}{\sum_{i=1}^{K}e^{\frac{Q(i)}{\tau}}}$$

其中，$Q(i)$ 记录当前摇臂的平均奖赏

- 两种算法都有一个折中参数(ϵ, τ)，算法性能孰好孰坏取决于具体应用问题

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

有模型学习

- 有模型学习 (model-based learning)：$E =< X, A, P, R >$
  - X, A, P, R 均已知
  - 方便起见，假设状态空间和动作空间均有限

有模型学习

- 有模型学习 (model-based learning)：$E = < X, A, P, R >$
  - X, A, P, R 均已知
  - 方便起见，假设状态空间和动作空间均有限
- 强化学习的目标：找到使累积奖赏最大的策略 π

有模型学习

- 有模型学习 (model-based learning)：$E = < X, A, P, R >$
  - X, A, P, R 均已知
  - 方便起见，假设状态空间和动作空间均有限
- 强化学习的目标：找到使累积奖赏最大的策略 π
- 策略评估：使用某策略所带来的累积奖赏

状态值函数：从状态 x 出发，使用策略 π 所带来的累积奖赏

$$\begin{cases} V_T^{\pi}(x) = \mathbb{E}_{\pi}\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t | x_0 = x\right], & T\text{ 步累积奖赏；} \\ V_{\gamma}^{\pi}(x) = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{t=0}^{+\infty} \gamma^t r_{t+1} | x_0 = x\right], & \gamma\text{ 折扣累积奖赏.} \end{cases}$$

状态-动作值函数：从状态 x 出发，执行动作 a 后再使用策略 π 所带来的累积奖赏

$$\begin{cases} Q_T^{\pi}(x,a) = \mathbb{E}_{\pi}\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t | x_0 = x, a_0 = a\right]; \\ Q_{\gamma}^{\pi}(x,a) = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{t=0}^{+\infty} \gamma^t r_{t+1} | x_0 = x, a_0 = a\right]. \end{cases}$$

有模型学习

- 给定π，值函数的计算：值函数具有简单的递归形式
  - T 步累积奖赏：

$$V_T^\pi(x) = \mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t | x_0 = x\right]$$

$$= \mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T}r_1 + \frac{T-1}{T}\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T} r_t | x_0 = x\right]$$

(全概率公式)

$$= \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X}P_{x\to x'}^a\left(\frac{1}{T}R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T}\mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T-1} r_t | x_0 = x'\right]\right)$$

$$= \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X}P_{x\to x'}^a\left(\frac{1}{T}R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T}V_{T-1}^\pi(x')\right).$$

Bellman等式

有模型学习

- 给定π，值函数的计算：值函数具有简单的递归形式
  - T 步累积奖赏：

$$V_T^\pi(x) = \mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t | x_0 = x\right]$$

$$= \mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T} r_1 + \frac{T-1}{T}\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T} r_t | x_0 = x\right]$$

(全概率公式)

$$= \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a\left(\frac{1}{T}R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T}\mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T-1} r_t | x_0 = x'\right]\right)$$

$$= \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a\left(\frac{1}{T}R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T}V_{T-1}^\pi(x')\right).$$

Bellman等式

  - γ折扣累积奖赏：

$$V_\gamma^\pi(x) = \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a\left(R_{x\to x'}^a + \gamma V_\gamma^\pi(x')\right).$$

有模型学习

- 给定π，状态-动作值函数的计算：通过值函数来表示

$$\begin{cases} Q_T^\pi(x,a) = \sum_{x' \in X} P_{x \to x'}^a \left(\frac{1}{T} R_{x \to x'}^a + \frac{T-1}{T} V_{T-1}^\pi(x') \right); \\ Q_\gamma^\pi(x,a) = \sum_{x' \in X} P_{x \to x'}^a \left(R_{x \to x'}^a + \gamma V_\gamma^\pi(x') \right). \end{cases}$$

有模型学习

- 给定π，状态-动作值函数的计算：通过值函数来表示

$$\begin{cases} Q_T^{\pi}(x,a) = \sum_{x' \in X} P_{x \to x'}^{a} \left(\frac{1}{T} R_{x \to x'}^{a} + \frac{T-1}{T} V_{T-1}^{\pi}(x') \right); \\ Q_{\gamma}^{\pi}(x,a) = \sum_{x' \in X} P_{x \to x'}^{a} \left(R_{x \to x'}^{a} + \gamma V_{\gamma}^{\pi}(x') \right). \end{cases}$$

- 最优策略，最优值函数，最优状态-动作值函数
  - 最优策略：最大化累积奖赏

$$\pi^* = \underset{\pi}{\arg\max} \sum_{x \in X} V^{\pi}(x).$$

  - 最优值函数：

$$\forall x \in X: V^*(x) = V^{\pi^*}(x).$$

  - 最优状态-动作值函数

有模型学习

- 策略改进：将非最优策略改进为最优策略

有模型学习

- 策略改进：将非最优策略改进为最优策略
  - 最优值函数/最优策略满足：

$$\begin{cases} V_T^*(x) = \max_{a\in A} \sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a \left(\frac{1}{T} R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T} V_{T-1}^*(x')\right); \\ V_\gamma^*(x) = \max_{a\in A} \sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a \left(R_{x\to x'}^a + \gamma V_\gamma^*(x')\right). \end{cases}$$

最优Bellman等式

$$\downarrow$$

$$V^*(x) = \max_{a\in A} Q^{\pi^*}(x,a).$$

有模型学习

- 策略改进：将非最优策略改进为最优策略
  - 最优值函数/最优策略满足：

$$\begin{cases} V_T^*(x) = \max_{a\in A} \sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a \left(\frac{1}{T} R_{x\to x'}^a + \frac{T-1}{T} V_{T-1}^*(x')\right); \\ V_\gamma^*(x) = \max_{a\in A} \sum_{x'\in X} P_{x\to x'}^a \left(R_{x\to x'}^a + \gamma V_\gamma^*(x')\right). \end{cases}$$

最优Bellman等式

$$\downarrow$$

$$V^*(x) = \max_{a\in A} Q^{\pi^*}(x,a).$$

  - 非最优策略的改进方式：将策略选择的动作改为当前最优的动作

$$\pi'(x) = \mathop{\mathrm{argmax}}_{a\in A} Q^{\pi}(x,a).$$

有模型学习

- 策略迭代 (policy iteration)：求解最优策略的方法
  - 随机策略作为初始策略
  - 策略评估+策略改进+策略评估+策略改进+……
  - 直到策略收敛

输入: MDP 四元组 $E = \langle X, A, P, R\rangle$;
累积奖赏参数 T.

过程:

$\forall x \in X:\ V(x) = 0,\ \pi(x,a) = \frac{1}{|A(x)|}$;
loop
  for $t = 1, 2, \ldots$ **do**
    $\forall x \in X: V'(x) = \sum_{a\in A}\pi(x,a)\sum_{x'\in X}P^a_{x\to x'}\left(\frac{1}{t}R^a_{x\to x'} + \frac{t-1}{t}V(x')\right)$;
    if $t = T + 1$ **then**
      break
    else
      $V = V'$
    end if
  end for
  $\forall x \in X: \pi'(x) = \arg\max_{a\in A} Q(x,a)$;
  if $\forall x: \pi'(x) = \pi(x)$ **then**
    break
  else
    $\pi = \pi'$
  end if
end loop

输出: 最优策略 π

图 16.8　基于 T 步累积奖赏的策略迭代算法

有模型学习

- 策略迭代 (policy iteration)：求解最优策略的方法
  - 随机策略作为初始策略
  - 策略评估+策略改进+策略评估+策略改进+……
  - 直到策略收敛
- 策略迭代算法的缺点
  - 每次改进策略后都要重新评估策略，导致耗时

输入: MDP 四元组 $E = \langle X, A, P, R \rangle$;
累积奖赏参数 T.

过程:

$\forall x \in X : V(x) = 0,\ \pi(x, a) = \frac{1}{|A(x)|}$;
loop
  for $t = 1, 2, \dots$ **do**
    $\forall x \in X : V'(x) = \sum_{a \in A} \pi(x, a) \sum_{x' \in X} P^a_{x \to x'} \left(\frac{1}{t} R^a_{x \to x'} + \frac{t-1}{t} V(x')\right)$;
    if $t = T + 1$ **then**
      break
    else
      $V = V'$
    end if
  end for
  $\forall x \in X : \pi'(x) = \arg\max_{a \in A} Q(x, a)$;
  if $\forall x : \pi'(x) = \pi(x)$ **then**
    break
  else
    $\pi = \pi'$
  end if
end loop

输出: 最优策略 π

图 16.8　基于 T 步累积奖赏的策略迭代算法

有模型学习

- 有模型学习小结
  - 强化学习任务可归结为基于动态规划的寻优问题
  - 与监督学习不同，这里并未涉及到泛化能力，而是为每一个状态找到最好的动作

- 问题：如果模型未知呢？

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

免模型学习

- 免模型学习 (model-free learning)：更加符合实际情况
  - 转移概率，奖赏函数未知
  - 甚至环境中的状态数目也未知
  - 假定状态空间有限

免模型学习

- 免模型学习 (model-free learning)：更加符合实际情况
  - 转移概率，奖赏函数未知
  - 甚至环境中的状态数目也未知
  - 假定状态空间有限

- 免模型学习所面临的困难
  - 策略无法评估
  - 无法通过值函数计算状态-动作值函数
  - 机器只能从一个起始状态开始探索环境

免模型学习

- 免模型学习 (model-free learning)：更加符合实际情况
  - 转移概率，奖赏函数未知
  - 甚至环境中的状态数目也未知
  - 假定状态空间有限

- 免模型学习所面临的困难
  - 策略无法评估
  - 无法通过值函数计算状态-动作值函数
  - 机器只能从一个起始状态开始探索环境

- 解决困难的办法
  - 多次采样
  - 直接估计每一对状态-动作的值函数
  - 在探索过程中逐渐发现各个状态

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习：采样轨迹，用样本均值近似期望

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习：采样轨迹，用样本均值近似期望
  - 策略评估：蒙特卡罗法
    - 从某状态出发，执行某策略
    - 对轨迹中出现的每对状态-动作，记录其后的奖赏之和
    - 采样多条轨迹，每个状态-动作对的累积奖赏取平均

一条轨迹：

$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习：采样轨迹，用样本均值近似期望
  - 策略评估：蒙特卡罗法
    - 从某状态出发，执行某策略
    - 对轨迹中出现的每对状态-动作，记录其后的奖赏之和
    - 采样多条轨迹，每个状态-动作对的累积奖赏取平均
  - 策略改进：换入当前最优动作

一条轨迹：

$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习：采样轨迹，用样本均值近似期望
  - 策略评估：蒙特卡罗法
    - 从某状态出发，执行某策略
    - 对轨迹中出现的每对状态-动作，记录其后的奖赏之和
    - 采样多条轨迹，每个状态-动作对的累积奖赏取平均
  - 策略改进：换入当前最优动作

一条轨迹：

$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

- 蒙特卡罗强化学习可能遇到的问题：轨迹的单一性

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习：采样轨迹，用样本均值近似期望
  - 策略评估：蒙特卡罗法
    - 从某状态出发，执行某策略
    - 对轨迹中出现的每对状态-动作，记录其后的奖赏之和
    - 采样多条轨迹，每个状态-动作对的累积奖赏取平均
  - 策略改进：换入当前最优动作

一条轨迹：

$$< x_0, a_0, r_1, x_1, a_1, r_2, \ldots, x_{T-1}, a_{T-1}, r_T, x_T >$$

- 蒙特卡罗强化学习可能遇到的问题：轨迹的单一性

- 解决问题的办法
  - ϵ-贪心法
    - 同策略：被评估与被改进的是同一个策略
    - 异策略：被评估与被改进的是同一个策略（用重要性采样技术）

$$\pi^{\epsilon}(x) = \begin{cases} \pi(x), & \text{以概率 } 1-\epsilon; \\ A \text{ 中以均匀概率选取的动作}, & \text{以概率 } \epsilon. \end{cases}$$

免模型学习

- 同策略蒙特卡罗强化学习算法

输入: 环境 E;
动作空间 A;
起始状态 x_0;
策略执行步数 T.

过程:

$Q(x,a)=0,\ \mathrm{count}(x,a)=0,\ \pi(x,a)=\frac{1}{|A(x)|}$;
for $s=1,2,\ldots$ **do**
  在 E 中执行策略 π 产生轨迹
  $< x_0,a_0,r_1,x_1,a_1,r_2,\ldots,x_{T-1},a_{T-1},r_T,x_T >$;
  for $t=0,1,\ldots,T-1$ **do**
    $R=\frac{1}{T-t}\sum_{i=t+1}^{T} r_i$;
    $Q(x_t,a_t)=\frac{Q(x_t,a_t)\times\mathrm{count}(x_t,a_t)+R}{\mathrm{count}(x_t,a_t)+1}$;
    $\mathrm{count}(x_t,a_t)=\mathrm{count}(x_t,a_t)+1$
  end for
  对所有已见状态 x :

$$\pi(x,a)=\begin{cases}\arg\max_{a'} Q(x,a'), & \text{以概率 } 1-\epsilon;\\ \text{以均匀概率从 } A \text{ 中选取动作}, & \text{以概率 } \epsilon\ .\end{cases}$$

end for

输出: 策略 π

图 16.10 同策略蒙特卡罗强化学习算法

免模型学习

- 异策略蒙特卡罗强化学习算法

输入： 环境 E;
动作空间 A;
起始状态 x_0;
策略执行步数 T.

过程：

$Q(x,a)=0,\ \mathrm{count}(x,a)=0,\ \pi(x,a)=\frac{1}{|A(x)|}$;
for $s=1,2,\ldots$ **do**
  在 E 中执行 π 的 ϵ-贪心策略产生轨迹
  $<x_0,a_0,r_1,x_1,a_1,r_2,\ldots,x_{T-1},a_{T-1},r_T,x_T>$;
  $p_i=\begin{cases}1-\epsilon+\epsilon/|A|, & a_i=\pi(x);\\ \epsilon/|A|, & a_i\neq\pi(x),\end{cases}$
  for $t=0,1,\ldots,T-1$ **do**
    $R=\frac{1}{T-t}\sum_{i=t+1}^{T}(r_i\times\prod_{j=i}^{T-1}\frac{1}{p_j})$;
    $Q(x_t,a_t)=\frac{Q(x_t,a_t)\times\mathrm{count}(x_t,a_t)+R}{\mathrm{count}(x_t,a_t)+1}$;
    $\mathrm{count}(x_t,a_t)=\mathrm{count}(x_t,a_t)+1$
  end for
  $\pi(x)=\arg\max_{a'}Q(x,a')$
end for

输出： 策略 π

图 16.11 异策略蒙特卡罗强化学习算法

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习的缺点：低效
  - 求平均时以“批处理式”进行
  - 在一个完整的采样轨迹完成后才对状态-动作值函数进行更新

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习的缺点：低效
  - 求平均时以“批处理式”进行
  - 在一个完整的采样轨迹完成后才对状态-动作值函数进行更新

- 克服缺点的办法：时序差分 (temporal difference，TD) 学习

免模型学习

- 蒙特卡罗强化学习的缺点：低效
  - 求平均时以“批处理式”进行
  - 在一个完整的采样轨迹完成后才对状态-动作值函数进行更新

- 克服缺点的办法：时序差分 (temporal difference，TD) 学习

- 时序差分学习
  - 增量式地进行状态-动作值函数更新
  - ϵ -贪心法
    - 同策略：Sarsa算法
    - 异策略：Q-学习 (Q-learning)

$$Q_t^{\pi}(x,a)=\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} r_i \longrightarrow Q_{t+1}^{\pi}(x,a)=Q_t^{\pi}(x,a)+\frac{1}{t+1}\left(r_{t+1}-Q_t^{\pi}(x,a)\right)$$

免模型学习

- Sarsa算法

输入： 环境 E;
动作空间 A;
起始状态 x_0;
奖赏折扣 γ;
更新步长 α.

过程：

$Q(x,a)=0,\ \pi(x,a)=\frac{1}{|A(x)|}$;
$x=x_0,\ \ a=\pi(x)$;
for $t=1,2,\ldots$ **do**
　$r,x'=$ 在 E 中执行动作 a 产生的奖赏与转移的状态;
　$a'=\pi^{\epsilon}(x')$;
　$Q(x,a)=Q(x,a)+\alpha\big(r+\gamma Q(x',a')-Q(x,a)\big)$;
　$\pi(x)=\arg\max_{a''}Q(x,a'')$;
　$x=x',a=a'$
end for

输出： 策略 π

图 16.12　Sarsa 算法

免模型学习

- Q-学习算法

输入: 环境 E;
动作空间 A;
起始状态 x_0;
奖赏折扣 γ;
更新步长 α.

过程:

$Q(x,a)=0,\ \pi(x,a)=\frac{1}{|A(x)|}$;
$x=x_0$;
for $t=1,2,\ldots$ **do**
  $r,x'=$ 在 E 中执行动作 $\pi^{\epsilon}(x)$ 产生的奖赏与转移的状态;
  $a'=\pi(x')$;
  $Q(x,a)=Q(x,a)+\alpha\big(r+\gamma Q(x',a')-Q(x,a)\big)$;
  $\pi(x)=\arg\max_{a''} Q(x,a'')$;
  $x=x',\ a=a'$
end for

输出: 策略 π

图 16.13 Q-学习算法

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

值函数近似

- 问题：前面都假定状态空间是离散(有限)的，若状态空间是连续(无限)的，该怎么办？

值函数近似

- 问题：前面都假定状态空间是离散(有限)的，若状态空间是连续(无限)的，该怎么办？

- 连续状态空间所面临的困难
  - 值函数不再是关于状态的“表格值函数”(tabular value function)

值函数近似

- 问题：前面都假定状态空间是离散(有限)的，若状态空间是连续(无限)的，该怎么办？

- 连续状态空间所面临的困难
  - 值函数不再是关于状态的“表格值函数”(tabular value function)

- 解决困难的办法：值函数近似
  - 为简便起见，假定状态空间 $X = \mathbb{R}^n$
  - 为简便起见，首先考虑线性近似
  - 假定行为空间有限

值函数近似

- 值函数近似
  - 将值函数表达为状态的线性函数

状态向量

$$V_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\theta}^{\top}\boldsymbol{x}$$

参数向量

  - 用最小二乘误差来度量学到的值函数与真实的值函数 V^{π} 之间的近似程度

$$\varepsilon_{\boldsymbol{\theta}} = \mathbb{E}_{\boldsymbol{x}\sim\pi}\left[\left(V^{\pi}(\boldsymbol{x}) - V_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x})\right)^2\right].$$

  - 用梯度下降法更新参数向量，求解优化问题

值函数近似

- 状态-动作值函数的线性近似

$$Q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}, a) = \boldsymbol{\theta}^{\top}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a})$$

$$\boldsymbol{a} = (0, \ldots, 1, \ldots, 0)$$

值函数近似

- 状态-动作值函数的线性近似

$$Q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}, a) = \boldsymbol{\theta}^{\top}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a})$$

$$\boldsymbol{a} = (0, \ldots, 1, \ldots, 0)$$

- 非线性值函数近似
  - 核方法

纲要

- 强化学习问题基本设置
- K-摇臂赌博机
- 有模型学习
- 免模型学习
- 值函数近似
- 模仿学习

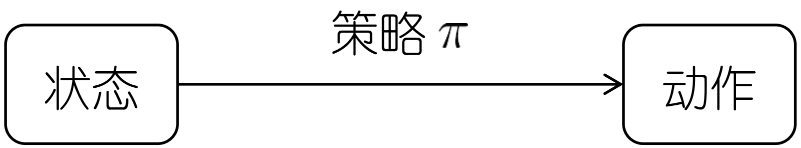
模仿学习

- 强化学习任务中多步决策的搜索空间巨大，基于累积奖赏来学习很多步之前的合适决策非常困难

模仿学习

- 强化学习任务中多步决策的搜索空间巨大，基于累积奖赏来学习很多步之前的合适决策非常困难

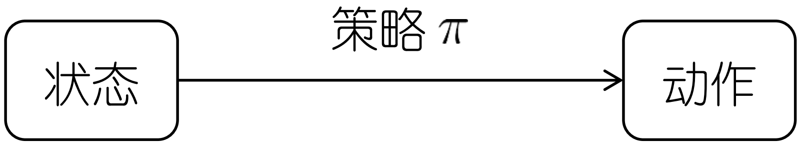
- 缓解方法：直接模仿人类专家的状态-动作对来学习策略
  - 相当于告诉机器在什么状态下应该选择什么动作
  - 引入了监督信息来学习策略



模仿学习

- 强化学习任务中多步决策的搜索空间巨大，基于累积奖赏来学习很多步之前的合适决策非常困难

- 缓解方法：直接模仿人类专家的状态-动作对来学习策略
  - 相当于告诉机器在什么状态下应该选择什么动作
  - 引入了监督信息来学习策略



- 直接模仿学习

模仿学习

直接模仿学习

人类专家决策轨迹数据：

$$\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m\},$$

$$\tau_i = < s_1^i, a_1^i, s_2^i, a_2^i, \ldots, s_{n_i+1}^i >$$

模仿学习

直接模仿学习

- 利用专家的决策轨迹，构造数据集 D ：状态作为特征，动作作为标记
- 利用数据集 D ，使用分类/回归算法即可学得策略
- 将学得的策略作为初始策略
- 策略改进，从而获得更好的策略

人类专家决策轨迹数据：

$$\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m\},$$

$$\tau_i =< s_1^i, a_1^i, s_2^i, a_2^i, \ldots, s_{n_i+1}^i >$$

构造出的“有标记”数据集：

$$D = \{(s_1, a_1), (s_2, a_2), \ldots, (s_{\sum_{i=1}^m n_i}, a_{\sum_{i=1}^m n_i}) >$$

模仿学习

- 强化学习任务中，设计合理的符合应用场景的奖赏函数往往相当困难

模仿学习

- 强化学习任务中，设计合理的符合应用场景的奖赏函数往往相当困难

- 缓解方法：从人类专家提供的范例数据中反推出奖赏函数

模仿学习

- 强化学习任务中，设计合理的符合应用场景的奖赏函数往往相当困难

- 缓解方法：从人类专家提供的范例数据中反推出奖赏函数

- 逆强化学习 (inverse reinforcement learning)
  - 基本思想：寻找某种奖赏函数使得范例数据是最优的，然后即可使用这个奖赏函数来训练策略

模仿学习

- 迭代式逆强化学习算法

输入： 环境 E;

状态空间 X;

动作空间 A;

范例轨迹数据集 $D = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m\}$.

过程：

1: $\bar{\boldsymbol{x}}^* =$ 从范例轨迹中算出状态加权和的均值向量;

2: $\pi =$ 随机策略;

3: **for** $t = 1, 2, \ldots$ **do**

4: $\quad \bar{\boldsymbol{x}}_t^\pi =$ 从 π 的采样轨迹算出状态加权和的均值向量;

5: $\quad$ 求解 $\boldsymbol{w}^* = \arg\max_{\boldsymbol{w}} \min_{i=1}^{t} \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(\bar{\boldsymbol{x}}^* - \bar{\boldsymbol{x}}_i^\pi) \quad \text{s.t.} \quad \|\boldsymbol{w}\| \leq 1$;

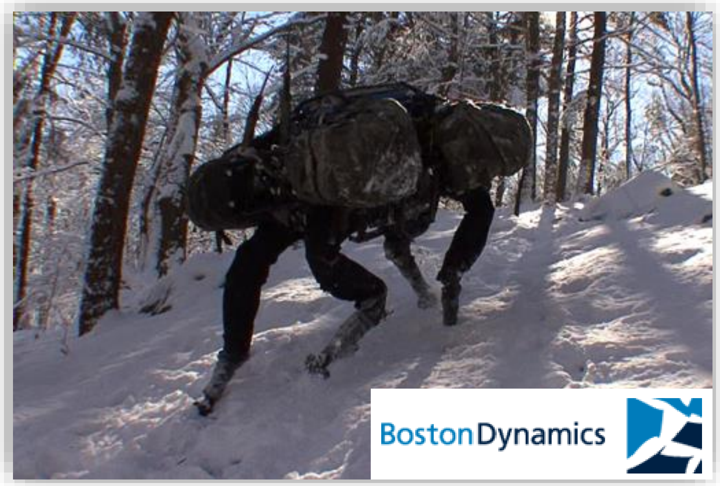
6: $\quad \pi =$ 在环境 $\langle X, A, R(\boldsymbol{x}) = {\boldsymbol{w}^*}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x} \rangle$ 中求解最优策略;

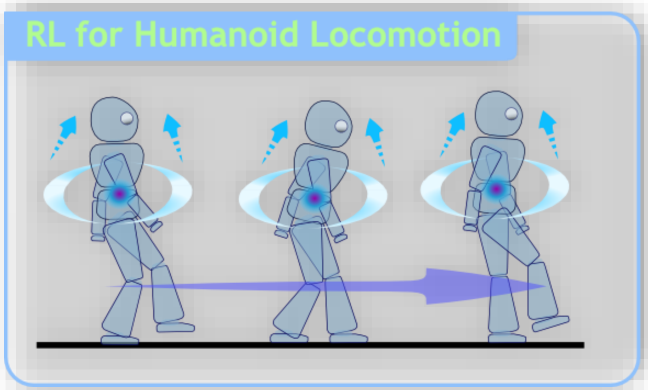
7: **end for**

输出： 奖赏函数 $R(\boldsymbol{x}) = {\boldsymbol{w}^*}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}$ 与策略 π

图 16.15 迭代式逆强化学习算法

强化学习的应用


BostonDynamics


RL for Humanoid Locomotion


HI-SCORE
10000
00
READY!

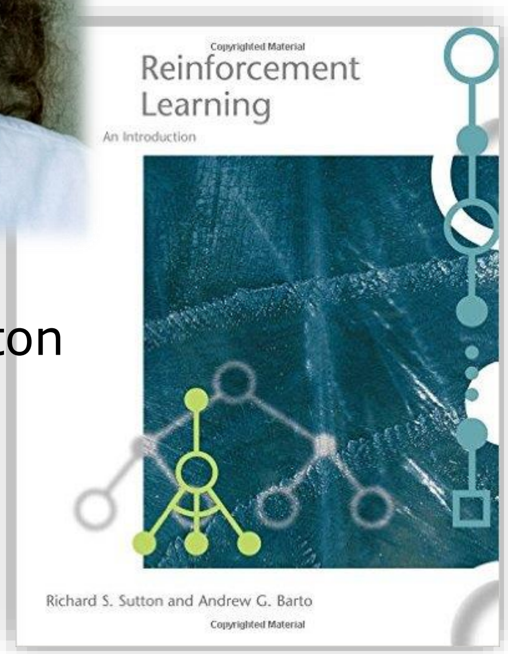

AI
Noname
Backgammon
© 2003-2009 Odesys

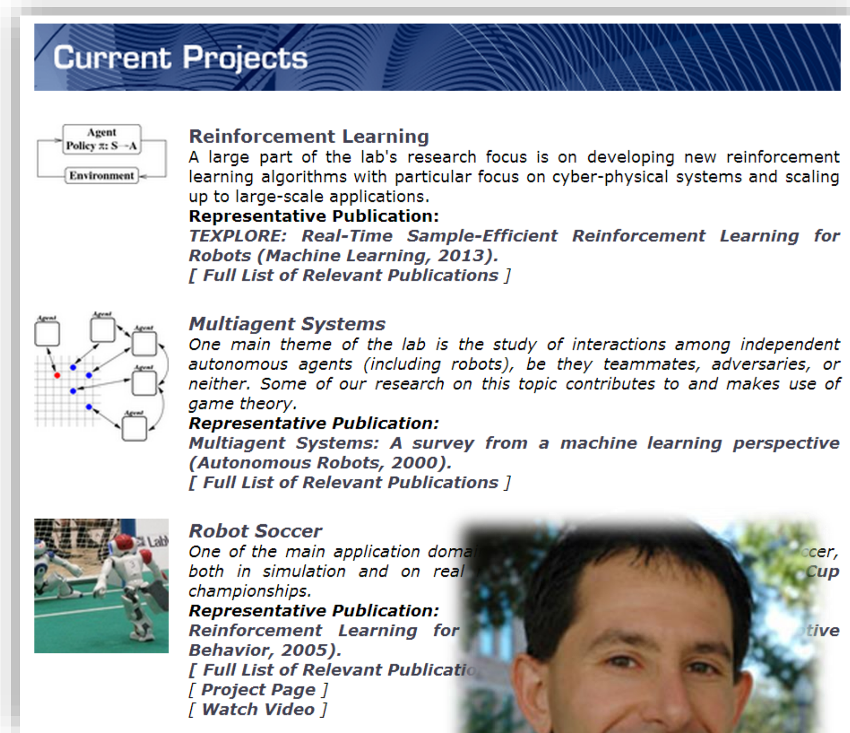
总结

- 强化学习：多步决策过程
- 有模型学习
  - 基于动态规划的寻优
- 如何处理环境中的未知因素
  - 蒙特卡罗强化学习
  - 时序差分学习
- 如何处理连续状态空间
  - 值函数近似
- 如何提速强化学习过程
  - 直接模仿学习
  - 逆强化学习

强化学习资源推荐

Richard S. Sutton





Current Projects

Reinforcement Learning
A large part of the lab's research focus is on developing new reinforcement learning algorithms with particular focus on cyber-physical systems and scaling up to large-scale applications.
Representative Publication:
TEXPLORE: Real-Time Sample-Efficient Reinforcement Learning for Robots (Machine Learning, 2013).
[Full List of Relevant Publications]

Multiagent Systems
One main theme of the lab is the study of interactions among independent autonomous agents (including robots), be they teammates, adversaries, or neither. Some of our research on this topic contributes to and makes use of game theory.
Representative Publication:
Multiagent Systems: A survey from a machine learning perspective (Autonomous Robots, 2000).
[Full List of Relevant Publications]

Robot Soccer
One of the main application doma... ...ccer, both in simulation and on real... ...Cup championships.
Representative Publication:
Reinforcement Learning for... ...tive Behavior, 2005).
[Full List of Relevant Publicatio...
[Project Page]
[Watch Video]

Peter Stone

强化学习资源推荐

- Reinforcement Learning: An Introduction
  - By Richard S. Sutton and Andrew G. Barto
  - http://webdocs.cs.ualberta.ca/~sutton/book/the-book.html

- Statistical Reinforcement Learning: Modern Machine Learning Approaches
  - By Masashi Sugiyama
  - https://www.crcpress.com/Statistical-Reinforcement-Learning-Modern-Machine-Learning-Approaches/Sugiyama/9781439856895

谢谢！