

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering/ Diploma Architecture – SEM – 1/2– EXAMINATION – Summer-2025

Subject Code: 4300001

Date: 03-06-2025

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1

Fill the blanks using appropriate choice from the given option

14

નીચે આપેલા વિકલ્પમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો

(1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) -20 (b) 20 (c) 4 (d) -4

(2) If $f(x) = x^2 - 3x + 1$, then $f(2) + f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$

જો $f(x) = x^2 - 3x + 1$ હોય તો $f(2) + f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) -2

(3) $\log_a a = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 0 (b) 1 (c) a (d) -1

(4) $\log_5 4 \times \log_4 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

(5) $135^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ radian

$135^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ રેડીયન

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

(6) Principal period of $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right)$ નું મુખ્ય આવર્તમાન $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

(a) 3π (b) π (c) $\pi/2$ (d) 0

(7) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $-\cos \theta$ (b) $\cos \theta$ (c) $\sin \theta$ (d) $-\sin \theta$

(8) $(i+2k) \times (3j+k) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 7 (b) 3 (c) 1 (d) 2

(9) $i \times k = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) j (b) -j (c) 1 (d) 0

(10) Slope of the line $2x + y - 8 = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

સુરેખા $2x + y - 8 = 0$ નો ઢાળ $\underline{\hspace{2cm}}$ છે

(a) $-1/2$ (b) $1/2$ (c) 2 (d) -2

(11) Radius of the circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ની ત્રિજ્યા $\underline{\hspace{2cm}}$ છે

(a) $g^2 + f^2 - c$ (b) $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ (c) $\sqrt{g^2 + f^2 - c^2}$ (d) $\sqrt{g^2 + f^2 + c}$

(12) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\log_e e$ (b) $\log_e a$ (c) e (d) a

(13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^0}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\frac{\pi}{180}$ (b) $\frac{180}{\pi}$ (c) 1 (d) 0

(14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{2n+3} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 1 (b) 0 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

Q.2 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. $\begin{vmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ find the value of given determinates

આપેલા નિશ્ચયકની કિંમત શોધો $\begin{vmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

2. If $f(x) = x^2 + 1$, then find $\frac{f(5)-f(3)}{f(1)}$

જો $f(x) = x^2 + 1$, તો $\frac{f(5)-f(3)}{f(1)}$ ની કિંમત શોધો.

3. Prove it $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

સાબિત કરો $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. If $\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ then prove that $x=y$

જો $\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ તો સાબિત કરો કે $x=y$

2. Prove that $\log_a p + \log_{a^2} p^2 + \log_{a^3} p^3 + \log_{a^4} p^4 = 4\log_a p$

સાબિત કરો કે $\log_a p + \log_{a^2} p^2 + \log_{a^3} p^3 + \log_{a^4} p^4 = 4\log_a p$

3. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that

i. $f(x) \cdot f(-x) = 1$ ii. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે

i. $f(x) \cdot f(-x) = 1$ ii. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

Q.3 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. Prove that $\frac{\sin 79^\circ + \sin 19^\circ}{\cos 19^\circ - \cos 79^\circ} = \sqrt{3}$
 સાબિત કરો $\frac{\sin 79^\circ + \sin 19^\circ}{\cos 19^\circ - \cos 79^\circ} = \sqrt{3}$

2. Prove that $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta} = \tan 2\theta$
 સાબિત કરો $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta} = \tan 2\theta$

3. If the radius of the circle $4x^2 + 4y^2 - 16x - 12y + a = 0$ is 2, then find the value of a.

વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 - 16x - 12y + a = 0$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય ૨ હોય તો 'a' ની કિંમત શોધો

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. $\frac{\sin(180^\circ - \theta) \cos(270^\circ - \theta) \operatorname{cosec}(90^\circ + \theta)}{\sec(270^\circ + \theta) \cot(90^\circ + \theta) \cot(360^\circ - \theta)} = -\sin \theta \cos \theta$

Prove that. (સાબિત કરો)

2. Draw the graph of $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)

$y = \sin x$ નો આલેખ રાખો ($0 \leq x \leq \pi$)

3. Prove that the angle between the vectors $\vec{i} + 2\vec{j}$ and $\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ is $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$

સાબિત કરો કે સદિશો $\vec{i} + 2\vec{j}$ અને $\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$ છે

Q.4 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. If $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ and $\vec{c} = (3, 4, 1)$ then find $|\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}|$.

જો $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ અને $\vec{c} = (3, 4, 1)$, તો $|\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}|$ શોધો

2. For what value of p, the vector $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ and $p\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ are perpendicular to each other?

p ની કઈ કિંમત માટે, સદિશો ની કઈ કિંમત માટે, સદિશો $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ અને $p\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ એકબીજાને લંબ થશે.

3. For which value of k, line $7x + y = 1$ and $3x - ky = -2$ will be perpendicular to each other?

k ની કઈ કિંમત માટે, રેખાઓ $7x + y = 1$ અને $3x - ky = -2$ એકબીજાને લંબ થશે.

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. Forces $(3, -2, 1)$ and $(-1, -1, 2)$ are acting on a particle and the particle moves from point $(2, 2, -3)$ to $(-1, 2, 4)$. Find the work done.

બળો $(3, -2, 1)$ અને $(-1, -1, 2)$ ની અસર હેઠળ એક પદાર્થનું $(2, 2, -3)$ થી $(-1, 2, 4)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.

2. Find the unit vector perpendicular to both the vector $\vec{a} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}$ and $\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k} + 3\vec{i}$

સદિશો $\vec{a} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}$ અને $\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k} + 3\vec{i}$ બંને ને લંબ હોય તેવા સદિશનો એકમ સદિશ શોધો.

3. Find $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8}$.

Q.5 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

2. Find $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{5x}{7})^{\frac{2}{x}}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{5x}{7})^{\frac{2}{x}}$

3. Find $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+p} - \sqrt{x})$

શોધો $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+p} - \sqrt{x})$

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. Find the equation of a circle having center $(3, -1)$ and passing through the point $(-1, 2)$.

$(3, -1)$ કેન્દ્ર ધરાવતા અને $(-1, 2)$ બિંદુમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો.

2. Find the equation of a line passing through the point $(-2, 3)$ and perpendicular to the line joining the points $(-5, 2)$ and $(1, -2)$

બિંદુ $(-2, 3)$ માંથી પસાર થતી અને બિંદુઓ $(-5, 2)$ અને $(1, -2)$ ને જોડતી રેખા ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

3. Find the equation of tangent and normal for the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ at the point $(-2, 2)$.

વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ ના બિંદુ $(-2, 2)$ પાસેના સ્પર્શક અને અભિલંબ ના સમીકરણો મેળવો