サンプリングモアレ法による橋梁たわみ計測

佐々木英亮 *

Keywords：モアレ縞、縞次数、輝度、格子、位相シフト法、離散フーリエ変換

1 導入

縞模様を2つ重ねると、モアレ縞とよばれる別の縞が現れる。モアレ縞の縞模様を解析することにより変位を計測する手法として、サンプリングモアレ法が知られている。

変位を測定する手法としては、変位計を使用する測定が一般的であるが、サンプリングモアレ法による変位の算出には以下のような利点が考えられる。

1. 変位分布を調査できる
   変位計による測定は点計測手法であるため、変位分布を調査するためには変位計を多数設置しなければならない。サンプリングモアレ法では、画像撮影を行うことで解析をするため、ある程度の範囲であれば変位分布を求めることも可能である。
2. 非接触状態で測定できる
   変位計を使用した測定では変位計を測定する部材に接触させるが、サンプリングモアレ法は生成されたモアレ縞を撮影すればよいため、部材に接触せずに変位計測が可能である。

今回は、サンプリングモアレ法を用いて、橋梁モデルの変位の計測を試みる。

2 背景

基準縞と基準縞から m 個分ずれた縞が重なり縞が形成されているとする。この m を縞次数とよぶ。ここでは x 方向に変位が生じているとして、x 方向変位 u は縞次数 m を用いて

$$u = mp \tag{1}$$

と表される。

ここで、画像から得られる縞模様の輝度が波形とみなすとき、位置 (x,y) での輝度値 $I(x,y)$ は、輝度振幅 $I_a(x,y)$ と背景輝度 $I_b(x,y)$ を用いて

$$I(x,y) = I_a(x,y)\cos[\phi(x,y)] + I_b(x,y) \tag{2}$$

と表される。ここで、縞次数 m を位相 ϕ を用いて表すと

$$m = \frac{\phi}{2\pi} \tag{3}$$

より

$$u = \frac{p}{2\pi}\phi \tag{4}$$

により変位が求められるから、位相 ϕ が求められればよい。

位相 ϕ を求める方法として、位相シフト法が代表的である。位相を α だけ変化させたときの輝度は

$$I(x,y,\alpha) = I_a(x,y)\cos[\phi(x,y)+\alpha] + I_b(x,y) \tag{5}$$

ここで、$\alpha = 2\pi/N$ とする。つまり1周期を N 分割し、α ずつシフトされた N 枚の画像が得られたとする。n 番目 $(n = \{k|k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq N-1\})$ の縞の輝度は

$$I_n(x,y) = I_a(x,y)\cos\left[\phi(x,y) + \frac{2\pi}{N}n\right] + I_b(x,y) \tag{6}$$

となる。

縞の初期位相 $\phi(x,y)$ はフーリエ級数展開により求める。(6) を展開して

$$\begin{aligned} I_n&(x,y) \\ &= I_a(x,y)\left[-\sin\phi\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + \cos\phi\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)\right] \\ &+ I_b(x,y) \end{aligned} \tag{7}$$

フーリエ級数展開は下式で表される。

$$f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos 2k\pi\theta + b_k\sin 2k\pi\theta\right) \tag{8}$$

$$a_k = 2\int_0^1 f(\theta)\cos 2\pi k\theta d\theta$$

$$b_k = 2\int_0^1 f(\theta)\sin 2\pi k\theta d\theta$$

$k=1$ に着目する。また、今回は輝度は離散的であるから積分形を書き換えて

$$a_1 = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f\left(\frac{n}{N}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \tag{9}$$

$$b_1 = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f\left(\frac{n}{N}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \tag{10}$$

したがって

$$I_a(x,y)\cos\phi = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y)\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \qquad (11)$$

$$-I_a(x,y)\sin\phi = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y)\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \qquad (12)$$

より

$$\tan\phi(x,y) = -\frac{\displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y)\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right)}{\displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y)\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)} \qquad (13)$$

から位相 ϕ を求めることができる。

位相 ϕ は $-\pi$ から π の範囲をとるため、適宜 2π を増減することで位相分布を表現できる。変形前と変形後の位相差 $\Delta\phi$ を調べて (4) に当てはめれば、変位量を求めることができる。

3 方法

4 結果

5 考察

参考文献

[1] 森本吉春、藤垣元治、柾谷明大：サンプリングモアレ法による変位・ひずみ分布計測、Journal of the Vacuum Society of Japan、Vol.54、No. 1、pp.32-38、2011

[2] 飯田伊佐務、佐藤浩幸、中島富男、李志遠、津田浩、引張試験によるサンプリングモアレ法のひずみ測定の有効性確認、株式会社 IHI 検査計測 IIC REVIEW No.52、2014