

# 土木・環境工学系 過去問題

## ※注意点

午前の共通科目は建築学系が問題I, III, IVを出題しています。土木・環境工学系からは問題II(土木・数理学)のみを出題しています。そのためページ番号が5, 6となっています(乱丁ではありません)。問題II以外の共通科目の問題については建築学系の過去問を参照してください。

午後の問題は、「C: 土木・環境工学科目」(11枚)と「M: 数理学科目」(17枚)です。

## 2018年6月1日追記

「M: 数理学科目」に出題ミスがありました。以下の正誤表にしたがって、問題文を読み替えてください。

「M: 数理学科目」の問題3 問1.の②と③の選択肢(このファイルの20枚目)

② (誤) ア $c/k$	イ $k/c$	ウ $ck$	エ $ck^2$	オ $c^2k$
(正) ア $\omega/c$	イ $c\omega^2$	ウ $c^2\omega$	エ $c\omega$	オ $c/\omega$

③ (誤) ア $c\omega^2$	イ $c^2\omega$	ウ $c\omega$	エ $\omega/c$	オ $c/\omega$
(正) ア $c/k$	イ $k/c$	ウ $2\pi c\omega$	エ $2\pi\omega/c$	オ $2\pi c/\omega$

## 問題II（土木・数理学）

## 【注意事項（問題II）】

問題は、II-1～II-4 の4問から構成されている。すべての問題に解答し、導出の過程を明示すること。

解答にあたっては、II-1～II-4 のそれぞれに異なる解答用紙を用いること。

II-1～II-4 の配点はそれぞれ 25 点、合計 100 点満点とする。

II-1 次の常微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) \frac{dy}{dx} = \sqrt{x-y+3}$$

$$(2) \frac{y}{x^2+y^2} dx - \frac{x}{x^2+y^2} dy = 0$$

$$(3) \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = x^2$$

II-2  $3 \times 3$  の行列  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ -3 & 4 & -3 \end{bmatrix}$  に対して、 $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$  となるような変換行列  $P$

と  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ。

II-3 次の偏微分方程式に関する問い合わせに答えよ。

(1)  $y(x,t) = f(2x+5t) + g(2x-5t)$  が、式 (3-1) の偏微分方程式の一般解であることを示せ。

$$4 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 25 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (3-1)$$

(2) 下記 (3-2) に示す初期値・境界値を満足する式 (3-1) の偏微分方程式の解を求めよ。

$$y(x,0) = \sin 2x, \quad \frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = 0, \quad y(0,t) = y(\pi,t) = 0 \quad (3-2)$$

（次のページに続く）

II-4 次の統計に関する問い合わせよ。

- (1) ある広大な均質地盤から、無作為に 5 個の土の試料を掘り出し（標本を抽出し）、その強度を調べたところ、以下のような結果を得た（単位は kPa）：

30, 28, 25, 33, 34

このとき、標本平均  $\bar{X}$ 、標本分散  $s^2$ 、不偏分散  $U^2$  を求めよ。

- (2) 上記(1)において、(a) 母分散  $\sigma^2 = (3.5)^2$  が既知のとき、及び、(b) 母分散が未知のときの母平均  $\mu$  の 95% 信頼区間を求めよ。ここで、 $\bar{X}$  は平均  $\mu$ 、分散  $\sigma^2/n$  の正規分布に従い、これを標準化した  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  は、平均 0、分散 1 の標準正規分布に従うとする。なお、 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{0.3} = 0.5477$  とし、この問い合わせの解答にあたっては、表 1、表 2 を用いてよい。

表 1 標準正規分布表  $\Pr\{Z \geq z_\alpha\} = \alpha$  となる  $z_\alpha$

上側確率 $\alpha$	0.10	0.05	0.025
$z_\alpha$	1.282	1.645	1.960

表 2  $t$  分布表 自由度  $\nu$  で  $\Pr\{t \geq t_\alpha(\nu)\} = \alpha$  となる  $t_\alpha(\nu)$

自由度 $\nu$	上側確率 $\alpha$	0.10	0.05	0.025
4		1.533	2.132	2.776
5		1.476	2.015	2.571
6		1.440	1.943	2.447

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目)

時間 13:30~16:30

## 注意事項

- 問題は全部で10題ある。この中から5題を選択して解答せよ。
- 解答は問題1題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。1題につき2枚まで用いてよい。
- 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題名を記入せよ。
- 貸与した電卓を使用してもよい。
- 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
- 各問題の配点はそれぞれ 50 点、合計 250 点満点とする。

(以下、余白)

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目) 時間 13:30~16:30

## 構造力学 1

図-1 のように、引張応力 $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ 及びせん断応力 $\tau_{xy}$ が作用して、2次元平面応力状態にある薄板部材の表面に、3枚のひずみゲージを貼り、ひずみ $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$ ,  $\varepsilon_{III}$ を計測した。板は線形弾性体で、縦弾性係数(ヤング率) $E$ ，ポアソン比 $v$ ，せん断弾性係数 $G$ の間には、 $E = 2G(1+v)$ の関係がある。以下の問いに答えなさい。

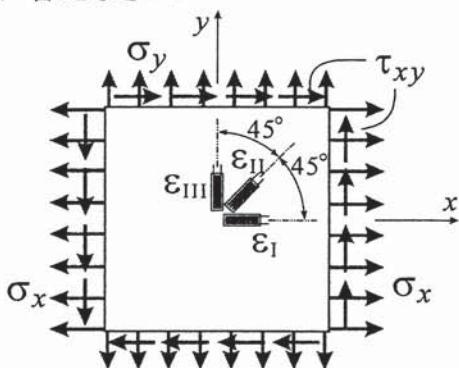


図-1 応力を受ける薄板部材

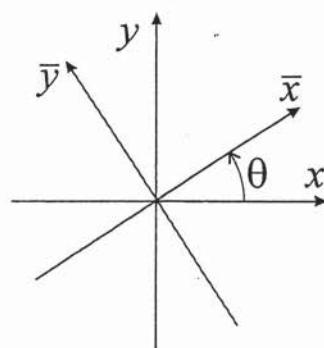


図-2  $x$ - $y$ 座標系と $\bar{x}$ - $\bar{y}$ 座標系

- 「2次元平面応力状態」とはどのような応力状態であるかを簡潔に説明しなさい。
- $\sigma_x = 100\text{ MPa}$ のみが作用したとき、 $\varepsilon_I = 500\mu$ ,  $\varepsilon_{II} = 175\mu$ ,  $\varepsilon_{III} = -150\mu$ のひずみが計測された。縦弾性係数 $E$ とポアソン比 $v$ を求めなさい。
- $\sigma_x = 80\text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 40\text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 20\sqrt{3}\text{ MPa}$ の応力が作用したときに計測される $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$ ,  $\varepsilon_{III}$ を求めなさい。ただし、図-2 に示すように、 $x$ - $y$ 座標系におけるひずみ成分 $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_{xy}$ と、 $\theta$ だけ回転した $\bar{x}$ - $\bar{y}$ 座標系におけるひずみ成分 $\varepsilon_{\bar{x}}$ ,  $\varepsilon_{\bar{y}}$ ,  $\varepsilon_{\bar{x}\bar{y}}$ の間には以下の関係がある。
$$\varepsilon_{\bar{x}} = \varepsilon_x \cos^2 \theta + 2\varepsilon_{xy} \cos \theta \sin \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta$$

$$\varepsilon_{\bar{y}} = \varepsilon_x \sin^2 \theta - 2\varepsilon_{xy} \cos \theta \sin \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta$$

$$\varepsilon_{\bar{x}\bar{y}} = -\varepsilon_x \cos \theta \sin \theta + \varepsilon_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + \varepsilon_y \cos \theta \sin \theta$$
- $\sigma_x = 80\text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 40\text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 20\sqrt{3}\text{ MPa}$ の応力が作用するとき、 $x$ - $y$ 面内における最大主応力と最大せん断応力を求めよ。
- 薄板部材の許容引張応力と許容せん断応力がそれぞれ $\sigma_{all} = 150\text{ MPa}$ ,  $\tau_{all} = 60\text{ MPa}$ であるとする。薄板部材に作用する応力を $\sigma_x:\sigma_y:\tau_{xy} = 80:40:20\sqrt{3}$ の比を保ったまま増大させて、引張応力とせん断応力のいずれかの最大値が許容応力値に達したときの引張応力  $\sigma_x$ の値を求めなさい。ただし、 $z$  軸方向の応力成分も考慮した 3 次元応力状態におけるモール円を描いて解答しなさい。

## 構造力学2

図1に示す張り出し部を有するはりを考える。C点に荷重Pが作用している。このとき、次の問い合わせに答えなさい。なお、はりのヤング率をE、断面2次モーメントをIとする。

1. はりの曲げモーメント分布、せん断力分布を求め、図示しなさい。

2. C点のたわみ、B点のたわみ角をそれぞれ求めなさい。

次に、図2のように、C点にバネ(バネ係数K)を設置した場合を考える。バネは、はりが無荷重状態のとき設置されたものとする。荷重PがC点に作用するとき、次の問い合わせに答えなさい。

3. C点のたわみを求めなさい。

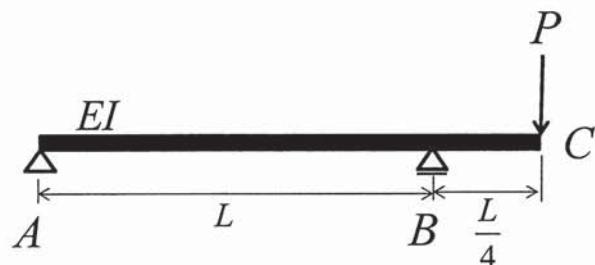


図1 張り出し部を有するはり



図2 バネを設置したはり

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目) 時間 13:30~16:30

## 水理学 1

1. 幅の十分に広い一様勾配・一様断面の矩形開水路(水路勾配  $i_0$ , マニングの粗度係数  $n$ )に単位幅流量  $q$  の水が流れている。重力加速度は  $g$  とし、等流はマニング式で表せるとする。
  - (1) 等流水深  $h_0$  を求める式を導出せよ。
  - (2) 限界水深  $h_c$  を求める式を導出せよ。ただし、限界水深は一般に、等流とは無関係である。
  - (3) 限界勾配  $i_c$  を限界水深  $h_c$  を用いて表せ。途中の導出過程も記すこと。
  - (4) 等流水深  $h_0$  および限界水深  $h_c$  の水路勾配依存性について簡潔に説明した上で、限界勾配を境に流れにどのような違いが見られるかについて、簡潔に説明せよ。
2. 幅の十分に広い一様断面の矩形開水路における漸変流の水面形について、以下の問い合わせに答えなさい。ここで、漸変流の水面形は  $\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1-(h_0/h)^3}{1-(h_c/h)^3}$  に従うとする( $h$ は水深、 $h_0$ は等流水深、 $h_c$ は限界水深、 $i_0$ は水路勾配)。
  - (1) 緩勾配水路の3種類の水面形  $M_1, M_2, M_3$  および急勾配水路の3種類の水面形  $S_1, S_2, S_3$ について、それらの概形を図示しなさい。 $h_0$  および  $h_c$  も図中に明示すること。
  - (2) 水路床の断面が下図のようであるとき、考えられる水面形の概形を示しなさい。跳水を含んでもよい。答案用紙に下図と同様の図を描いた上で、線などを追加すること。概形の各部分(漸変流)には  $M_1$  等の記号を付けること。概形が2種類以上考えられるときは、そのうちの1種類で構わない。左側が上流であり、上流の斜面長は十分に長い。なお、ゲート直上流の水面形および下流端(緩勾配から急勾配に移ったところ)の水面形が図のように与えられているものとする。

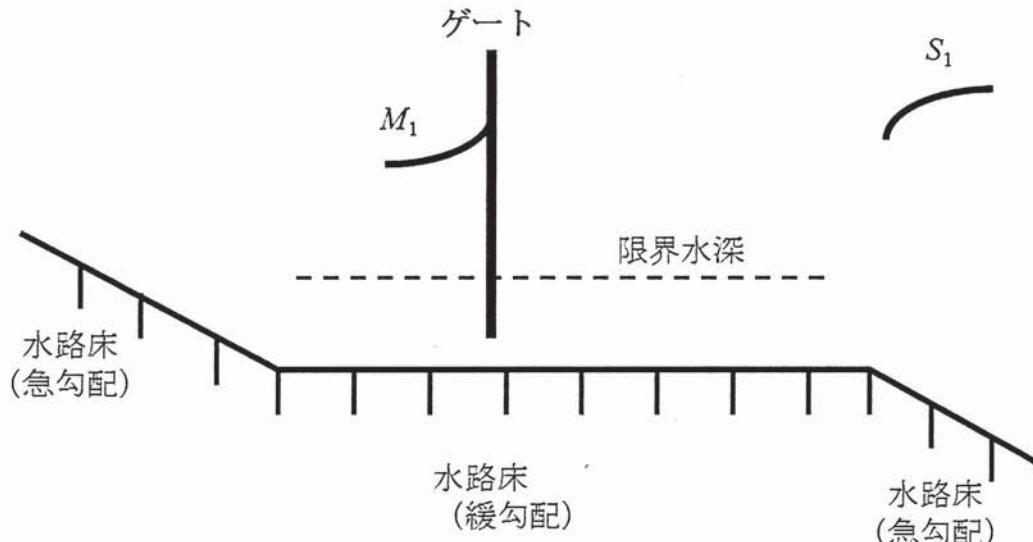


図-1 水路床の断面および水面形の一部

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目) 時間 13:30~16:30

## 水力学2

図1のように、水槽底面に管径が縮小する円管(縮小管)が接続されており、円管の下端から水が流出し、その下の平板に衝突している。水槽内の水深を  $h$ 、円管の長さを  $l$  とし、水槽内の水表面積  $A$  は管路の断面積に比べて十分に大きいものとする。円管の上端の直径は下端の直径  $d$  の 2 倍であり、水の密度を  $\rho$ 、重力加速度を  $g$  とする。また、エネルギー損失が全て無視できるものとして、以下の問い合わせに答えなさい。なお、鉛直方向の位置  $y$  は円管の出口を原点 ( $y=0$ ) として示しなさい。

1. 円管出口での断面平均流速  $v$  を求めなさい。
2.  $v$  を用いて平板が流れから受ける力を表しなさい。なお、円管出口と平板の間での流れの変化は無視できるとする。
3. 水槽内の水深  $h$  を時間  $t$  の関数で表しなさい。なお、 $t=0$  での水槽内の水深は  $h_0$  とする。
4. 流線(破線)上における円管内の速度水頭  $H_1$  を  $y, h, l$  を用いて表しなさい。
5. 同様に流線上における円管内の圧力水頭  $H_2$  を  $y, h, l$  を用いて表しなさい。
6. 円管内の速度水頭、圧力水頭、位置水頭のそれぞれの鉛直方向の分布を1つの図で描きなさい。
7. このような縮小管からの水の流出は直管の場合と異なる。圧力水頭の分布に関して両者を比較した時に主に異なる点を数行で説明しなさい。

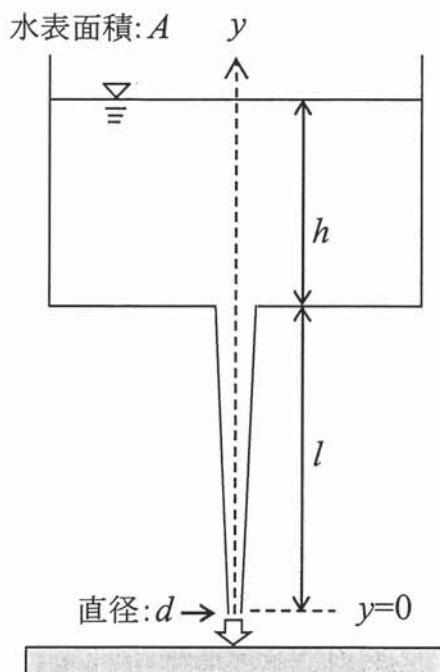


図-1. 水槽下部に接続された円管からの水の流出

土質力学 1

図-1に示すような重力式コンクリートダム下の均質な飽和地盤内の二次元定常透水を考える。図に示す正方形フローネット、水理境界条件、地盤条件（土粒子比重  $G_s=2.68$ 、透水係数  $k=2.0 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ 、飽和単位体積重量  $\gamma_{\text{sat}}=20 \text{ kN/m}^3$ 、水の単位体積重量  $\gamma_w=10 \text{ kN/m}^3$ ）を用いて以下の間に答えよ。なお、水頭の基準面は下部不透水面高さとする。

- (1) この地盤の間隙比 ( $e$ ) と乾燥単位体積重量 ( $\gamma_d$ ) はそれぞれいくらか.
  - (2) B 点, E 点, G 点の全水頭 ( $h$ ), 及び間隙水圧 ( $u$ ) はそれぞれいくらか.
  - (3) H 点の有効鉛直応力 ( $\sigma'_{\text{v}}$ ) はいくらか. なお, H 点の深さは地表面から 8m であり, 水平位置はコンクリートダムから十分はなれ, ダム荷重の応力伝播の影響は無視できるものとする.
  - (4) J 点近傍の動水勾配, 並びに流速はいくらか.
  - (5) この条件での単位奥行き当たりの日透水量を求めよ.
  - (6) 単位時間当たりの透水量を(5)の 1/10 にするために, DE 間にダム底面から不透水層上面までグラウト\*を注入する. この時注入部の透水係数はいくらまで下げる必要があるか. (\* : セメントミルクや薬液等, 地盤特性を改善するための注入材)
  - (7) グラウト注入前後で C-F 間の間隙水圧分布はどのように変化するか. 概略を図示せよ.

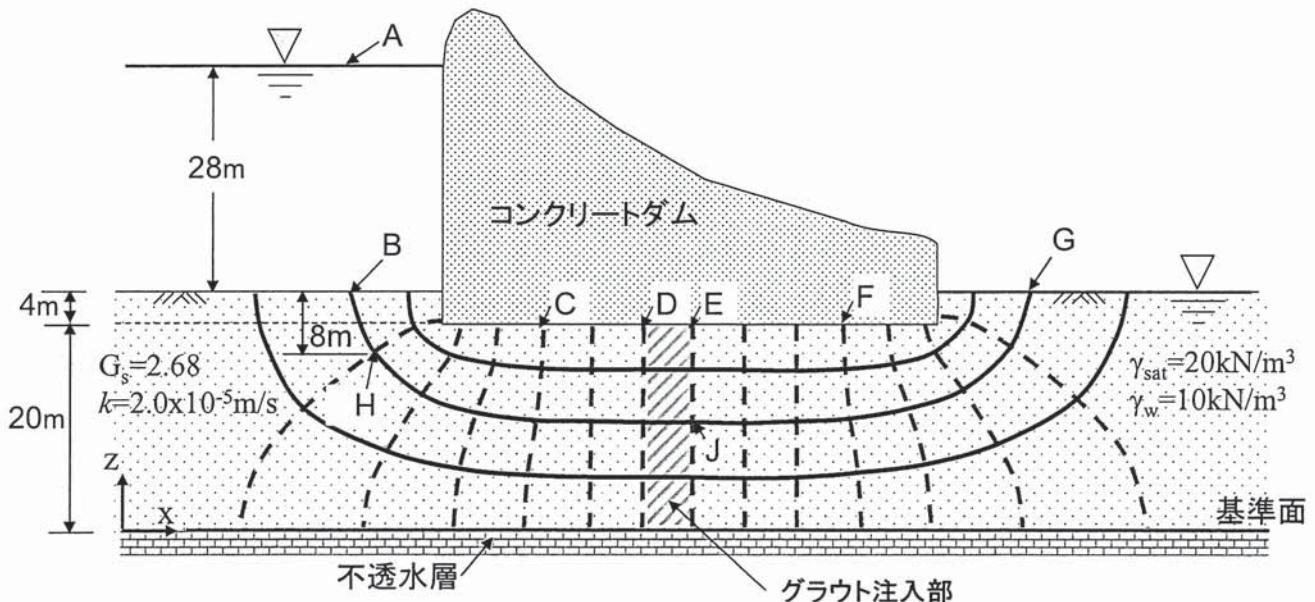


図-1 コンクリートダム下の地盤の二次元定常浸透流

# 筆答専門試験科目（午後）

30 大修

土木・環境工学系（C:土木・環境工学科目）

時間 13:30～16:30

## 土質力学2

1. 三軸セル内で、軸圧 ( $\sigma_1 = \sigma'_1$ ) = 200 kN/m<sup>2</sup>, セル圧 ( $\sigma_3 = \sigma'_3$ ) = 100 kN/m<sup>2</sup> の圧力で異方圧密された飽和粘性土の供試体について、以下の問い合わせに答えよ。なお、粘性土の粘着力 ( $c'$ ) と内部摩擦角 ( $\phi$ ) はそれぞれ 0 kN/m<sup>2</sup>, 30° とする。

- (1) セル圧 ( $\sigma_3$ ) を一定に保ったまま、排水条件で圧縮試験を行った。その時、破壊に至るまでの有効応力パスを  $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2 \sim (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$  平面に描き、破壊時の  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  と過剰間隙水圧の大きさを求めよ。
- (2) セル圧 ( $\sigma_3$ ) を一定に保ったまま、非排水条件で圧縮試験を行った。その時、破壊に至るまでの有効応力パスを  $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2 \sim (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$  平面に描き、破壊時の  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  と過剰間隙水圧の大きさを求めよ。なお、Skempton の間隙水圧係数 ( $A$ ) は載荷中 1.0 で一定とする。

2. Coulomb の土圧計算式は、図-1 に示す様に擁壁と直線すべり線に囲まれた土塊（土くさび）に作用する力の釣り合いから土圧を求めるものである。図-1 に示す滑らかな表面を有する高さ (H) の鉛直擁壁に非排水条件において、飽和粘性土地盤から作用する主働土圧合力 ( $P_a$ ) ならびに主働土圧を与えるすべり線の角度 ( $\theta$ ) を導出過程もあわせて示せ。粘性土の物性値は、図-1 に示す記号を用いよ。

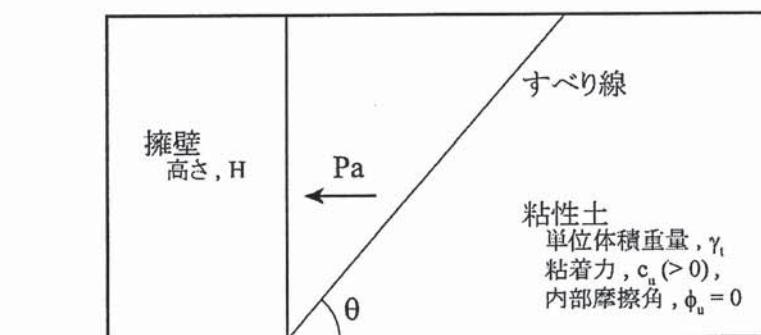


図-1 滑らかな表面を有する鉛直擁壁

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目) 時間 13:30~16:30

## コンクリート工学1

1. コンクリートの配合設計を行ったところ、下表を得た。このとき、次の設間に答えよ。

粗骨材 最大寸法 (mm)	スランプ (cm)	W/C (%)	空気量 (%)	細骨材率 s/a (%)	単位量(kg/m <sup>3</sup> )				
					水 W	セメント C	細骨材 S	粗骨材 G	混和剤 Ad
20	8.0	50.0	4.0	44.5	175	350	790	980	1.50

- (1) 骨材の粒度と表面水率に関して配合の修正を行い、現場配合を計算せよ。ただし、細骨材の5mmふるいに留まる質量割合は5%，表面水率は2%，粗骨材の5mmふるいを通過する質量割合は3%，表面水率は0%とする。なお、表面水率は粒径に依存しない。
- (2) 現場配合をもとに試し練りを行った結果、スランプが5.0cm、空気量が4.0%となった。この結果を踏まえて配合を修正したとき、s/aとWを答えよ。この際、下表を用いてよい。

区分	s/a の補正(%)	W の補正
砂の粗粒率が0.1だけ大きい(小さい)ごとに	0.5だけ大きく(小さく)する	補正しない
スランプが1cmだけ大きい(小さい)ごとに	補正しない	1.2%だけ大きく(小さく)する
空気量が1%だけ大きい(小さい)ごとに	0.75だけ小さく(大きく)する	3%だけ小さく(大きく)する
W/Cが0.05だけ大きい(小さい)ごとに	1だけ大きく(小さく)する	補正しない
s/aが1%だけ大きい(小さい)ごとに	—	1.5kgだけ大きく(小さく)する

2. コンクリートの乾燥収縮に関して、次の設間に答えよ。

- (1) 乾燥によってコンクリートが収縮するメカニズムを50字程度で説明せよ。
- (2) 自己収縮との違いを50字程度で説明せよ。
- (3) 乾燥収縮を抑制する方策を2つ挙げよ。

3. 次の設間に、それぞれ100字程度で答えよ。なお、説明には図や表を用いててもよい。

- (1) AE剤によってコンクリート中に微細な空気泡が連行されるメカニズムは何か。
- (2) フライアッシュのポゾラン効果と高炉スラグ微粉末の潜在水硬性の違いは何か。
- (3) コンクリートの圧縮応力-圧縮ひずみ関係において、応力の増加とともに勾配が緩くなる理由は何か。

4. 直径100mm、高さ200mmのコンクリート円柱供試体の圧縮強度試験を行ったところ、荷重が420kNの時点で破壊した。この試験中、荷重が140kNのとき、供試体の軸方向に0.16mmの変形が生じていた。このコンクリート円柱供試体の圧縮強度とヤング率を求めよ。なお、解答の単位はN/mm<sup>2</sup>とし、有効数字は3ヶタとする。

# 筆答専門試験科目（午後）

30 大修

土木・環境工学系 (C : 土木・環境工学科目) 時間 13:30~16:30

## コンクリート工学 2

図 1 に示す上下左右対称な鉄筋コンクリート長方形断面がある。この断面が曲げモーメントと軸圧縮力を同時に受ける場合を考える。曲げモーメントは図心を通る水平軸周りに、軸圧縮力は図心に作用するものとする。断面の寸法、鉄筋の断面積は図 1 に示す通りである。コンクリートの圧縮強度は  $f_c' = 30 \text{ N/mm}^2$  であり、鉄筋の降伏強度とヤング係数はそれぞれ、 $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$  である。コンクリートの圧縮縁ひずみが 0.0035 となったときを破壊と定義する。破壊時のコンクリートの圧縮力の計算には、 $0.85f_c' \times 0.8x$  の等価応力ブロックを用いてよい。 $x$  は破壊時における圧縮縁から中立軸までの深さである。破壊時にはコンクリートの引張抵抗は無視する。また、鉄筋は完全弾塑性体とする。このとき、以下の各間に答えよ。なお、各問における  $N_u'$  の単位は kN,  $M_u$  の単位は kN-m とする。

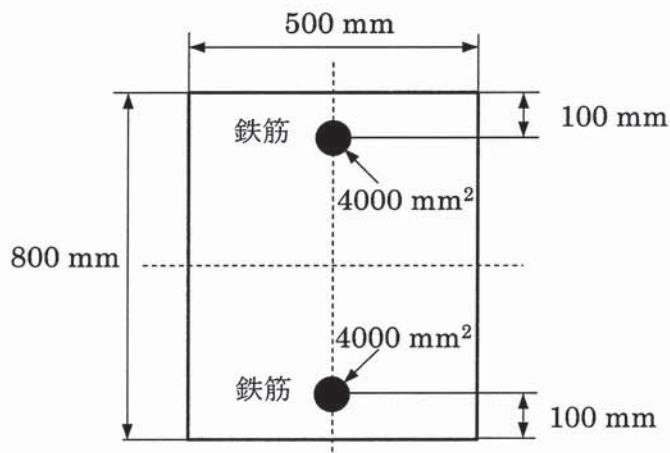


図 1 鉄筋コンクリート長方形断面

- (1) この断面の純軸圧縮耐力 ( $0, N_u'$ ) を求めよ。
- (2) この断面の純曲げ耐力 ( $M_u, 0$ ) を求めよ。
- (3) この断面の釣合破壊時の耐力 ( $M_u, N_u'$ ) を求めよ。
- (4) 破壊時の曲げモーメント  $M_u$  と軸圧縮力  $N_u'$  の比が  $e = M_u/N_u' = 0.3 \text{ m}$  であった。(3)の結果を参考にして、 $e = M_u/N_u' = 0.3 \text{ m}$  の時の断面の破壊形態を推定せよ。
- (5) 破壊時に曲げ圧縮側の鉄筋のひずみ  $\epsilon'_s$  が 0.003 (圧縮ひずみ) となるときの耐力 ( $M_u, N_u'$ ) を求めよ。

# 筆答専門試験科目（午後）

30大修

土木・環境工学系（C：土木・環境工学科目）

時間 13:30～16:30

## 土木計画学 1

1. ある建設会社が、労働力(A), 建設機械(B), 資材(C)という三種類の投入要素を組み合せて二種類の作業(I, II)を行う計画を立てようとしている。各作業を1単位行ったときの利益（表1），各作業を1単位行うのに必要な各投入要素の量（表2, 例えは、作業Iを1単位行うためには、労働力4人, 建設機械1台, 資材1個の組み合わせが必要），使用可能な各投入要素の総量（表3）が、それぞれ以下のように与えられている。

表1 各作業1単位あたりの利益

I(百万円)	II(百万円)
3	2

表2 各作業を1単位行うのに必要な各投入要素の量

投入要素\作業	I	II
A(人)	4	1
B(台)	1	2
C(個)	1	3

表3 使用可能な各投入要素の総量

A(人)	72
B(台)	24
C(個)	48

- (1) 建設会社が、総利益を最大化するように二種類の作業を何単位ずつ実施すればよいのかを決める問題を、線形計画問題として定式化しなさい。
- (2) (1)の問題を解いて、各作業の実施単位数と総利益を求めなさい。
- (3) 現在所有している建設機械のうち1台を、他の用途に回さなければならなくなつた。二種類の作業による総利益の最大値は(1)に比べてどれだけ減少するのかを求めなさい。

2. 公共プロジェクトの費用便益分析に関する以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) 高速道路を例に、プロジェクトの「直接効果」、「間接効果」について、それぞれ数行で説明しなさい。
- (2) 公共プロジェクトの費用や便益は長期間にわたって発生する。費用便益分析において、これをどう取り扱えばよいかを数行で説明しなさい。数式を定義して用いてもよい。
- (3) 人口が等しい三つの地域(A, B, C)に影響を与える大規模公共プロジェクトがあり、プロジェクトの有無による各地域の社会的純便益が次の表のようになる。この例を参照した上で、費用便益分析の意義と限界について論じなさい。

地域	A	B	C
プロジェクト無の場合の社会的純便益	50	50	70
プロジェクト有の場合の社会的純便益	250	30	20

# 筆答専門試験科目（午後）

30 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目)

時間 13:30~16:30

## 土木計画学 2

1. 2つの都市 A, B 間に重複区間のない並行する 2 本の経路を持つ道路ネットワークを考える。AB 間の交通需要を  $Q$ , 各経路の交通量をそれぞれ  $x_1, x_2$  で表す。各経路を走行する車 1 台あたりの旅行時間は経路交通量の線形関数で、それぞれ

$$t_1(x_1) = 1 + 2x_1 \quad t_2(x_2) = 5 + x_2$$

とする。以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) ネットワーク全体の総旅行時間を数式表現しなさい。
- (2) ネットワーク全体の総旅行時間を最小化するよう交通需要を経路に配分するシステム最適計画問題を定式化しなさい。
- (3) 交通需要  $Q$  が十分に大きく、両方の経路が使われることがわかっているとき、両経路の交通量を求めなさい。
- (4) 交通需要  $Q$  が小さいときはいずれかの経路にすべての需要を流すことが最適であることを説明しなさい。
- (5) 利用者の自由な経路選択行動を前提に、ネットワーク全体の総旅行時間を最小化するにはどのような方策が考えられますか？簡潔に述べなさい。

2. 以下の用語をそれぞれ簡潔に説明しなさい。

- (1) パーソントリップ調査
- (2) ロジットモデル
- (3) 交通需要マネジメント(TDM)
- (4) 利用者均衡配分
- (5) 交通量と交通密度の関係

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

## 注意事項

1. **問題1** ~ **問題8** のうちから4つの問題を選択して解答せよ。
2. 解答は各問題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。
3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題番号を記入せよ。
4. 定規・コンパス・電卓・辞書は使用してはならない。
5. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
6. 各問題の配点はそれぞれ 50 点、合計 200 点満点とする。

(以下、余白)

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

**問題 1** 差分法は微分方程式の境界値問題や初期値-境界値問題を電子計算機を用いて近似的に解く手法として広く用いられている。差分法では微分方程式に含まれる  $x$  の任意の関数  $u(x)$  の導関数を、例えば、

$$\frac{du(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$$

のように、 $h$  が十分に微小であるとして平均変化率で近似し、ある  $x$  およびその近傍  $x \pm h$  における関数値  $u(x)$ ,  $u(x+h)$ ,  $u(x-h)$  に関する方程式(これを差分方程式と呼ぶ)を導いて、その解を  $u(x)$  の近似値とするものである。

差分法を用いて微分方程式を解く方法について、以下の問 1~6 に答えよ。

問 1. ある微分方程式の解  $u(x)$  が十分になめらかであると仮定して、 $x$  の近傍における  $u(x)$  をテイラー級数に展開せよ。ここで、 $x$  の微小な増分を  $h$  として、 $u(x+h)$  および  $u(x-h)$  をそれぞれ  $h$  の 3 次の項( $h^3$ )まで書き下せ。

問 2. 1 次元の楕円型方程式、

$$-\frac{d^2u(x)}{dx^2} + 16u(x) = x \quad 0 < x < 1 \quad (1)$$

を境界条件  $u(0) = u(1) = 0$  のもとで差分法で解くことを考える。区間  $[0, 1]$  を 4 等分して、分点をそれぞれ  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = h$ ,  $x_2 = 2h$ ,  $x_3 = 3h$ ,  $x_4 = 4h = 1$  とおく。ただし、 $h = 1/4$  である。このとき、 $u(x)$  の 2 階の導関数  $\frac{d^2u(x)}{dx^2}$  は、

$$\frac{u(x_{j+1}) - 2u(x_j) + u(x_{j-1})}{h^2} = \frac{d^2u(x_j)}{dx^2} + O(h^2) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

と表わせることを問 1 の結果を用いて示せ。ここで  $O(\cdot)$  はランダウの記号である。

問 3. 分点  $x_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) における厳密解  $u(x_j)$  の近似値を  $u_j$  と表わすとする。このとき式(1)の微分方程式を  $u_{j-1}$ ,  $u_j$ ,  $u_{j+1}$ ,  $x_j$ ,  $h$  を用いて差分方程式で近似せよ。

問 4. 境界条件を考慮して問 3 で得られた差分方程式を  $j = 1, 2, 3$  についてたてると、 $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  に関する連立方程式が以下のようになることを示せ。

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1/4 \\ 2/4 \\ 3/4 \end{pmatrix} \quad (3)$$

(次のページに続く)

問5. 2次元のラプラス方程式,

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

の境界値問題を考える。

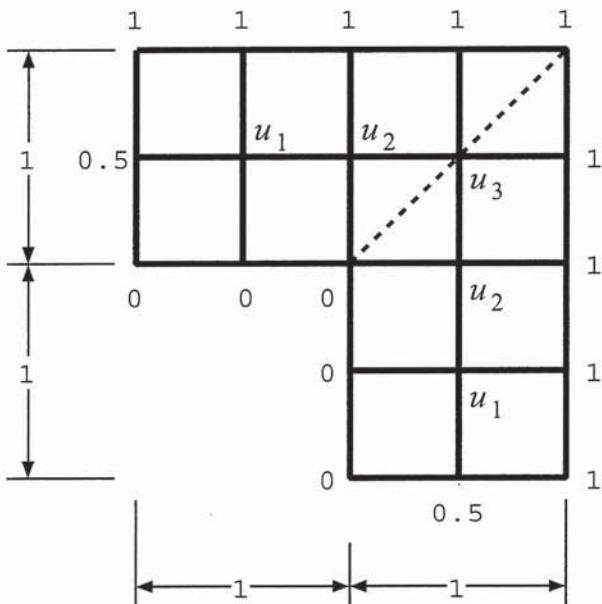
このとき,  $x$  および  $y$  方向の幅がそれぞれ  $h_x, h_y$  である格子によって領域を離散化するものとする。格子点  $(x_i, y_j)$  における厳密解  $u(x_i, y_j)$  の近似値を  $u_{i,j}$  と表わすとき, 式(4)を離散化して得られる差分方程式を求めよ。なお, 2階の偏微分は式(2)と同様の考え方で従つて  $u_{i,j}, u_{i-1,j}, u_{i+1,j}, u_{i,j-1}, u_{i,j+1}$  を用いて表わすこと。

問6. 式(4)を解くにあたって, 図に示すとおり, 幅が 1 の屈曲した矩形領域を考え, その外周に境界条件を与える。領域は一辺が  $1/2$  の正方形格子で離散化し(すなわち,  $h_x = h_y = 1/2$ ), 境界条件は外周の格子点に図中に示すように 0, 0.5, 1 のいずれかの値を与える。

対称性を考慮して, 図中の破線で表わした対称軸の左半分だけを考える。また, 領域内部の格子点における近似解を図に示す  $u_1, u_2, u_3$  として問5で得られた差分方程式に適用すると,  $u_j (j = 1, 2, 3)$  に関する連立方程式は,

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

となることを示せ。



図：差分格子と境界条件

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

**問題2**  $n$  次元の実ベクトルで表されるいくつかのデータが与えられている。下の図は  $n = 2$  の例を示しており、データは平面上の点とみなせる。データには黒丸と白丸の2種類が存在しており、原点を通る超平面 ( $n = 2$  の場合には直線) でこれらを分類することを考える。具体的には、1次関数

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \mathbf{w}$$

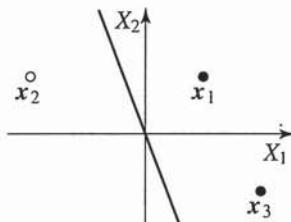
の定ベクトル  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$  をうまく選ぶことで、データ  $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$  が黒丸ならば  $f(\hat{\mathbf{x}}) > 0$ 、白丸ならば  $f(\hat{\mathbf{x}}) < 0$  が成り立つようにしたい（ただし、記号  $^\top$  はベクトルの転置を表す）。このような  $\mathbf{w}$  を見つける方法として、次のことを考える。 $m$  個のデータ  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$  が与えられたとき、 $\mathbf{x}_i$  が黒丸ならば  $y_i = 1$ 、白丸ならば  $y_i = -1$  とおく。そして、 $f(\mathbf{x}_i)$  と  $y_i$  の誤差の2乗和

$$g(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}_i^\top \mathbf{w} - y_i)^2$$

を最小にする  $\mathbf{w}$  を求めることを考える。点  $\mathbf{w}$  における  $g$  の勾配を  $\nabla g(\mathbf{w})$  で表すと、このような  $\mathbf{w}$  は連立方程式

$$\nabla g(\mathbf{w}) = \mathbf{0}$$

の解として得られる。次の問1~5に答えよ。



問1.  $n = 2$  のとき、三つのデータ

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

が与えられ、 $\mathbf{x}_1$  と  $\mathbf{x}_3$  が黒丸、 $\mathbf{x}_2$  が白丸であるとする。このとき、 $\nabla g(\mathbf{w})$  を求めよ。

問2. 問1のデータに対して、 $g(\mathbf{w})$  を最小にする  $\mathbf{w}$  を求めよ。

(次のページに続く)

問3. 問1のデータに加えて、黒丸か白丸かが不明な新たなデータ

$$\mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

が観測されたとする。問2で得られた  $\mathbf{w}$  を用いると、 $\mathbf{x}_4$  は黒丸と白丸のどちらと予測されるかを答えよ。

問4. 一般に、 $m$  個のデータ  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$  と、それらが黒丸であるか白丸であるかの情報  $y_1, \dots, y_m \in \{1, -1\}$  が与えられたとする。行列  $X$  およびベクトル  $\mathbf{y}$  を

$$X = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^\top \\ \mathbf{x}_2^\top \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m^\top \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

で定義する。 $g(\mathbf{w})$  を  $X$  と  $\mathbf{y}$  を用いて表わせ。

問5. 問4の  $g(\mathbf{w})$  を最小にする  $\mathbf{w}$  を、 $X$  と  $\mathbf{y}$  を用いて表わせ。ただし、 $X$  の階数（ランク）は  $n$  であるとする。

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

問題3 地震波の伝播に関する以下の問1~3に答えよ。

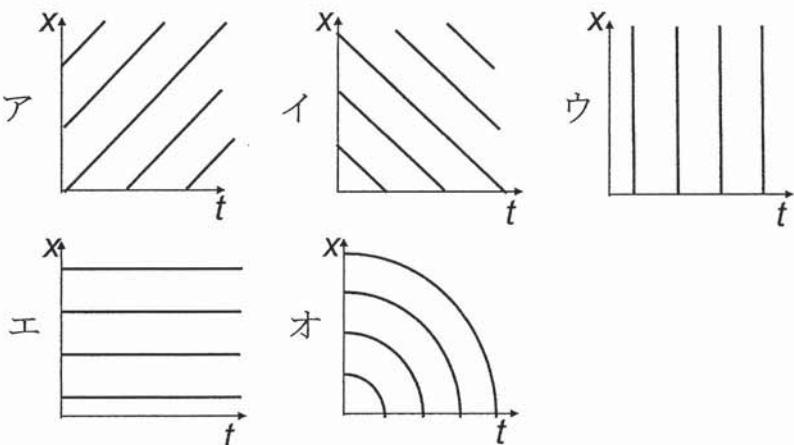
問1. 地震波に関する以下の文章中の空欄①から⑤に入れる語句もしくは図として最も適切なものをそれぞれの選択肢ア～オからひとつ選択せよ。

角振動数 $\omega$ で振動する平面波が $x$ 軸を正の方向に伝播するとき、位置 $x$ 、時間 $t$ でのS波の変位 $u(x,t)$ は、

$$u(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

で表現できる。ここで、 $A$ は振幅、 $k$ は①であり、速度 $c$ を用いて②と表わされる。また、この波の波長は③となる。 $(kx - \omega t)$ は位相と呼ばれ、位相の等しい点をつなぐと、④が得られる。この波動の④を $x-t$ 平面で模式的に描くと、⑤のようになる。

- |                 |               |             |              |              |
|-----------------|---------------|-------------|--------------|--------------|
| ① ア 波数          | イ 波束          | ウ 減衰率       | エ 条件数        | オ 屈折率        |
| ② ア $c/k$       | イ $k/c$       | ウ $ck$      | エ $ck^2$     | オ $c^2k$     |
| ③ ア $c\omega^2$ | イ $c^2\omega$ | ウ $c\omega$ | エ $\omega/c$ | オ $c/\omega$ |
| ④ ア 基盤面         | イ 摂理面         | ウ 節面        | エ 波動面        | オ 波面         |
| ⑤               |               |             |              |              |



(次のページに続く)

問2. 図1のように、角振動数  $\omega$  で振動する平面 S 波が2つの均質な地層の境界面に対して鉛直に地層1から地層2へ入射する場合を考える。それぞれの地盤の剛性率を  $\mu_1$  と  $\mu_2$ 、S 波速度を  $c_1$  と  $c_2$  とする。入射波の振幅を  $A_1$ 、反射波と屈折波の振幅をそれぞれ  $B$  と  $A_2$  としたときに、以下の(1)～(4)に答えよ。ただし、 $c_1$  と  $c_2$  は正の実数であるとする。

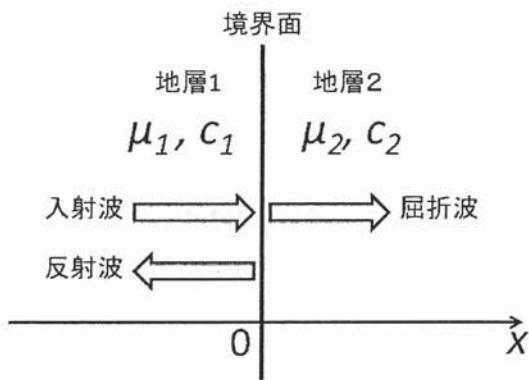


図1: 境界面での地震波の反射

- (1) 問1の結果を用いて、入射波、反射波、屈折波の変位を示す式を書け。
- (2) この波動による応力が変位の微分と剛性率の積であることを用いて、入射波による応力を求めよ。
- (3) 地層1の変位は、入射波と反射波による変位の和となることを用いて、境界面での変位および応力が連続となる条件式を示せ。
- (4) 入射波に対する屈折波の振幅比( $A_2/A_1$ )を求めよ。

問3. 問2で示した地震波の伝播現象が地震ハザードの評価においてどのように使われているかについて 100 文字以内で述べよ。

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

問題4 緊急地震速報に関する以下の問1~3に答えよ。

問1. 緊急地震速報の基本原理は、地震による粗密波(P波)の速度がせん断波(S波)の速度よりも大きいことを利用している。以下の文章について、空欄①と②に入る最も適切なものを選択肢ア～オから選べ。

震源からの距離(震源距離)が  $R$  [km]のA町(図1参照)において、時刻  $t_0$ 秒に地震が発生した時、A町ではP波と大きな揺れをもたらすS波が到着した時刻はそれぞれ  $t_P$ 秒と  $t_S$ 秒であった。P波の速度を  $V_p$  [km/s]、S波の速度を  $V_s$  [km/s]とした時、A町においてP波が到着してからS波が到着するまでの時間差(これをPS時間と呼ぶ)は( ① )秒で表される。 $V_p$ と  $V_s$ の値がそれぞれ6 [km/s]と3.5 [km/s]のこの地域において、実際にある時刻に発生した地震についてA町でのPS時間を調べたところ5秒であった。つまり、P波にて地震であることを知ってから大きな揺れまでの時間が5秒しかない。そこで、地震が発生してからA町に大きな揺れが来るまでの時間を長くすることを目的に、震源の近くのB点に地震計を置き、B点でP波を検知したら即座に地震発生の情報をA町に伝達するシステムを考える。このようなシステムにおいて、A町にS波が到着する10秒前にA町に地震発生を知らせるためには、震源距離が( ② )[km]のところにB点を置く必要がある。なお、B点においてP波を検知してからA町に地震発生の情報が伝達されるまでの処理時間は無視する。

選択肢

- ① : ア  $t_S + t_P - t_0$  イ  $t_S - t_P - t_0$  ウ  $R / (V_p - V_s)$  エ  $R / (V_s + V_p)$  オ  $R/V_s - R/V_p$   
② : ア 5 イ 8 ウ 12 エ 23 オ 35

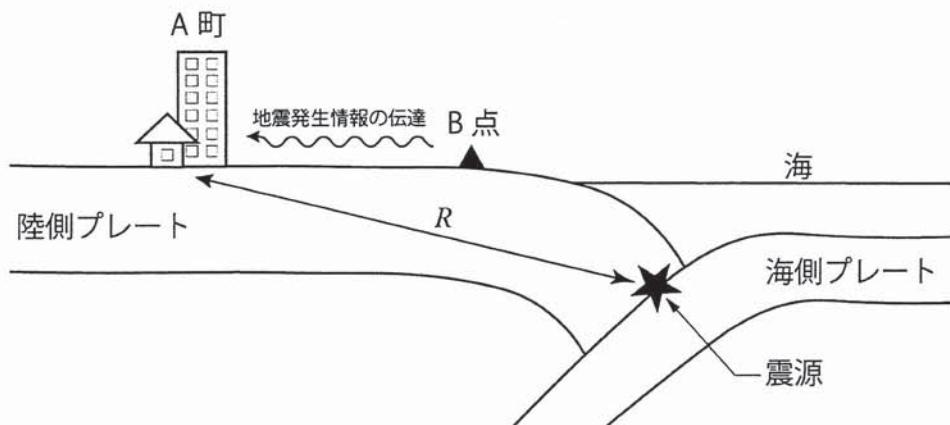


図1

(次のページに続く)

問2. 問1のシステム構築後に、A 町と B 点の間に活断層があることが判明した。その活断層により地震が発生した場合、A 町において地震発生の知らせが S 波の到着後になってしまう条件を 100 字程度で述べよ。

問3. 2007 年 10 月より気象庁によって運用されている緊急地震速報では、地震発生直後に震源に近い観測点の P 波の情報のみから、震源の位置と地震の規模(マグニチュード)を即時に解析して、大きい揺れが予想される地域に対して地震発生と予想される揺れの大きさを知らせることができる。ここで、平日の午後 2 時頃、あなたが、(1)家の中にいる時、(2)商店街にいる時、(3)車の運転中に、震度 6 強相当の大きな揺れが到着するまでに約 10 秒ある、との情報を得たとする。(1)から(3)の状況において約 10 秒の間にとるべき適切な行動の一例をそれぞれ 50 字程度で述べよ。

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

問題 5 流体力学に関する以下の問 1 ~ 3 に答えよ。

問 1. 次の文章の  ~  の中に入る適切な語を、各々、解答群から選んで答えよ。

流れに対する粘性の影響力の程度を表す無次元数として、 がある。

は、流れの代表速度  $U$ 、流れの代表長さ  $L$ 、流体の動粘性係数  $\nu$  を用いて、  
 と表される。

が大きくなると、流体の状態は、 から  へと遷移する。一般的に、円管を流れる流体が  の場合、 が大きいほど、 抵抗は、 ことが知られている。

解答群：

フルード数 ストークス数 レイリー数 レイノルズ数 マッハ数

安定成層流 層流 不安定成層流 乱流 境界層流 主流

形状 圧力 摩擦 大きくなる 小さくなる

$$\frac{UL}{\nu} \quad \frac{U\nu}{L^2} \quad \frac{U\nu}{L} \quad \sqrt{UL\nu} \quad \sqrt{\frac{U\nu}{L^2}}$$

問 2. 図 1 に示すように、完全流体の定常一様流の中に、物体を置いた。物体から十分上流にある点 O での流速は  $u_O$ 、圧力は  $p_O$  であった。また、物体表面上の点 A での流速は 0、圧力は  $p_A$  であった。流体の密度は、 $\rho$  とする。点 O と点 A は同一流線上にある。このとき、以下の 3 つの設間に答えよ。

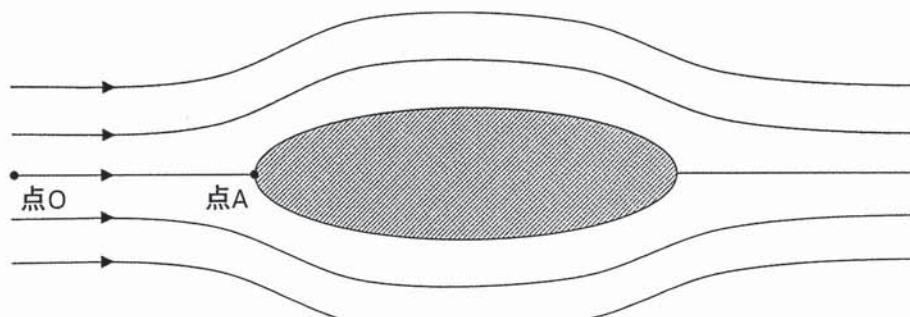


図 1  
(次のページに続く)

- (1) 流体の流速を  $u$ , 圧力を  $p$  とし, 流体に作用する重力の影響を無視すると, 同一流線上では, ①式が成り立つ. この定理を何と呼ぶか答えよ.

$$p + \frac{1}{2} \rho u^2 = \text{const.} \quad ①$$

- (2) 物体表面上の流速が 0 となる点 A を何と呼ぶか答えよ.

- (3) 点 A の圧力  $p_A$  を点 O の流速  $u_O$  及び圧力  $p_O$  を用いて表現せよ.

問 3. 問 2 の  $p_A$  及び  $p_O$  の圧力差を測定できれば, 問 2 ①式の定理を用いて, 流速を知ることができる. この原理を利用した測定器がピトー管である.

図 2 は, ピトー管の模式図である. ピトー管には, 2 つ小さな穴が空いている. 2 つの穴は, 内部で細い管で結ばれており, その中に液体が入れられている. これに関して, 以下の 2 つの設間に答えよ.

- (1) ある風速の空気中に, 液面 C に通じる穴が流れに正対するよう, ピトー管を設置すると, 液面の高さに差が生じた. 液面 D に対応する穴はピトー管の側壁にあり, 側壁は流れに平行であった. 乱れの影響が無視できる場合, どちらの液面が高くなるか答えよ.
- (2) 液面の差は  $H$  であった. この時の風速を求めよ. ただし, 空気の密度を  $\rho_a$ , ピトー管内部の液体の密度を  $\rho_f$ , 重力加速度を  $g$  とする.

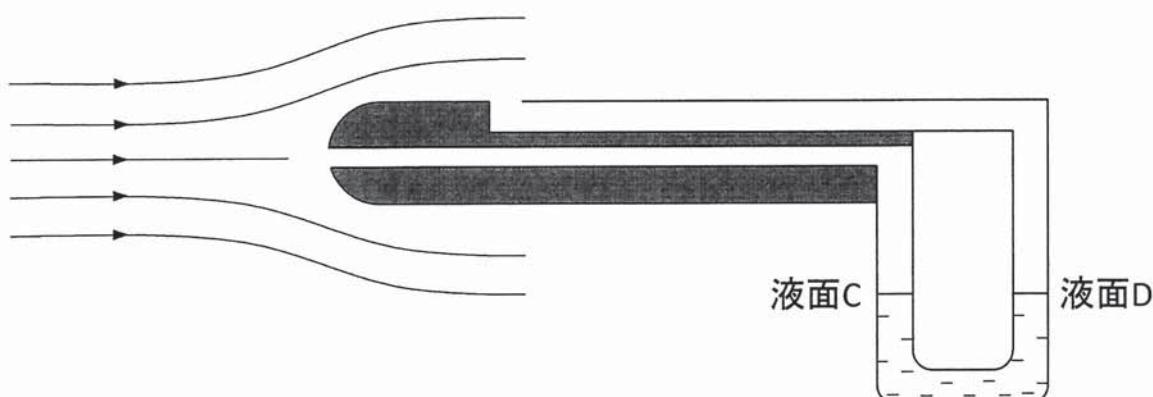


図 2

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

問題6 伝熱に関する以下の問1~3に答えよ。

問1. 次の文章の 1 ~ 6 の中に入る適切な語を、各々、解答群から選んで答えよ。

対流伝熱には、1 対流伝熱と、流体と固体面との温度差の大小によって対流熱伝達率が変化する2 対流伝熱とがある。前者は流体の速度が3 することで伝熱量が増える。後者は流体の温度差により密度差を生じ、その結果として4 が増加して、粘性力に打ちかって流動することで伝熱する。対流熱伝達率の無次元数としては、一般に5 数が使われ、2 対流伝熱の場合には6 数と、物性値であるプラントル数という二つの無次元数の関数としてあらわされる。ここで、6 数は、4 と粘性力との比を表す無次元数である。

解答群:

自然 強制 増加 低下 慣性力 粘性力 浮力  
レイノルズ ヌセルト グラスホフ シュミット

問2. 図1に示すように、半径  $r$ 、長さ  $L$ 、温度  $T_i$  の円柱が、温度  $T_o$  の外気にさらされている。このとき、円柱の温度は均一で変化しないものとし、円柱の両端の断面側における熱の授受は無いものとする。以下の(1)~(3)の問い合わせに答えよ。なお、円周率  $\pi=3.14$ 、 $\ln 1.4=0.3365$  とする。



図1: 円柱の断面

- (1) 図1において、円柱の半径  $r$  が 5[mm]、長さ  $L$  が 1[m] であり、円柱の温度  $T_i$  が 390[K]、外気温度  $T_o$  が 310[K] であった。円柱の表面と外気との間の対流熱伝達率を 5[W/(m<sup>2</sup> · K)] とするとき、放熱量  $Q$ [W] がいくつになるか答えよ。

(次のページに続く)

(2) 次に、図1に示す円柱の周りに、図2のように熱伝導率kで厚さxの材料を円筒状に巻くと、放熱量Q[W]は、円筒の外表面と外気の間の対流熱伝達率をhとすると、次式で表される。式中の①と②に入る最も適切な項の組み合わせを、以下のア～オから答えよ。

$$Q = \frac{(T_o - T_i)L}{\boxed{①} \times \ln \frac{r+x}{r} + \boxed{②}}$$

組み合わせ	①	②
ア	$\frac{1}{2\pi k}$	$\frac{1}{2\pi(r+x)h}$
イ	$2\pi k$	$2\pi(r+x)h$
ウ	$2\pi(r+x)h$	$\frac{1}{2\pi k}$
エ	$2\pi k$	$\frac{1}{2\pi(r+x)h}$
オ	$\frac{1}{2\pi(r+x)h}$	$\frac{1}{2\pi k}$

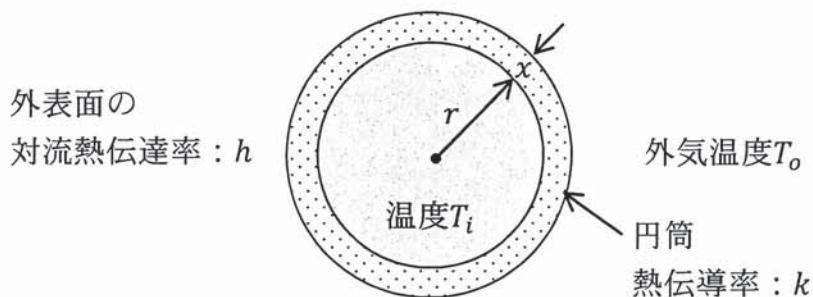


図2：円柱と円筒状材料の断面

(3) 円柱からの放熱量Qを、何も巻かない場合より小さくするためには、円柱の周りに巻く材料の熱伝導率k[W/(m・K)]はいくつより小さくなければならないか答えよ。ただし、円柱の周りに巻く材料の厚さは2[mm]、その材料と外気との間の対流熱伝達率を5[W/(m<sup>2</sup>・K)]とし、円柱の温度と外気温度は円筒状材料を巻く前と変わらないものとする。

問3. 建物外表面における対流熱伝達率の特徴について、100字程度で説明せよ。

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

**問題 7** 図 1 に示すような質量  $m$  を有する 1 質点系を考える。ただし、床との摩擦は無視できると考える。ここで、バネの剛性(バネ定数)を  $k$ 、ダッシュポットの粘性係数を  $c$  とする。

(ア)～(オ)の空欄を埋めよ。計算の過程も解答用紙に書くこと。ただし、(エ)については、 $\ln 1.5 = 0.405$ ,  $\ln 2 = 0.693$ ,  $\ln 3 = 1.10$ , 円周率  $\pi = 3.14$  として計算し、有効数字 2 衡で解答せよ。

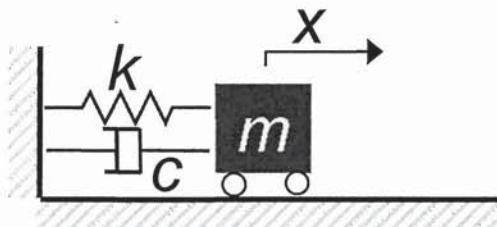


図 1 : 1 質点系

質量  $m$  の質点の変位を  $x(t)$ 、速度を  $\dot{x}(t)$ 、加速度を  $\ddot{x}(t)$ とした場合、図 1 の運動方程式は次式で表される。

$$m\ddot{x}(t) + cx(t) + kx(t) = 0 \quad (1)$$

$c = 0$  (無減衰) と考えた場合における固有円振動数  $\omega$  は次式で表される。

$$\omega = \sqrt{\boxed{(ア)}} \quad (2)$$

式(1)の運動方程式の解を  $x(t) = ae^{\lambda t}$  において代入し、根の判別式が 0 となるときの  $c$  を臨界減衰係数  $c_c$  とする。 $c_c$  は次式で表される。

$$c_c = 2\sqrt{\boxed{(イ)}} \quad (3)$$

臨界減衰係数  $c_c$  に対する粘性係数  $c$  の割合を減衰定数  $\zeta$  と定義すると、粘性係数  $c$  は次式で表される。

$$c = 2\zeta\sqrt{\boxed{(ウ)}} \quad (4)$$

(次のページに続く)

次に、図1の1質点系を自由振動させた場合を考える。図2は自由振動時における変位波形の例を示している。

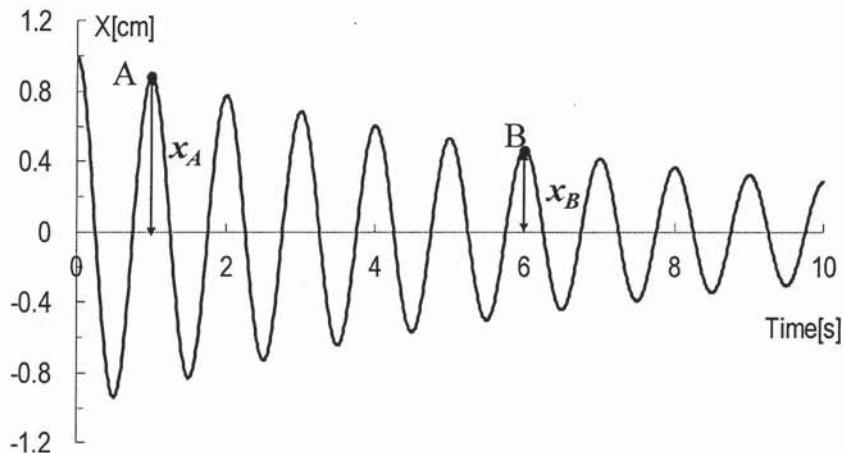


図2：自由振動波形

図2中のA点はあるサイクルでの極大点を表し、A点での変位振幅（極大値）を $x_A$ とする。A点からnサイクル目の極大点をB点と呼び、B点での変位振幅（極大値）を $x_B$ とする。このとき、減衰定数 $\zeta$ が1より十分に小さい場合、減衰定数 $\zeta$ は自由振動波形を用いて次式で表すことができる。

$$\zeta = \ln\left(\frac{x_A}{x_B}\right)/(2\pi \cdot n) \quad (5)$$

図1の1質点系を自由振動させた結果、B点はA点の5サイクル後で、 $x_B$ は $x_A$ の半分となった。この場合の減衰定数 $\zeta$ は (エ) %となる。

図1のバネを、バネ定数 $k$ のバネ4本が直列に結合されたものと交換する。その場合においても元の減衰定数 $\zeta$ と同じ減衰定数にするための粘性係数 $c'$ は次式で表される。

$$c' = \boxed{\text{(オ)}} c \quad (6)$$

# 筆答専門試験科目(午後)

30 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)

時間 13:30~15:30

**問題8** 図1に示す初期状態において長さ $2L$ の真直ぐな線材※注に垂直な一様分布荷重 $p$ を作用させたときの線材の挙動に関する以下の問1~3に答えよ。なお、図2に示すように線材は円弧状(円弧の半径および半開角を $R, \Theta$ )に変形するものとし、 $p$ は変形後も常に線材に対して垂直であるとする。ただし、 $0 \leq \Theta < \pi$ とする。解答にあたっては導出過程も示すこと。

※注 線材とは引張には抵抗可能であるが曲げや圧縮には抵抗できない極めて細い棒状の部材のことを意味する。近似的には細い紐やワイヤーなどがこれに相当する。

問1.  $p$ と線材に発生する引張力 $N$ の関係が $N = pR$ として表せることを図3に示す線材の微小区間DFにおける力の釣り合いから示す。□ア～□イを埋めよ。

微小区間DFに作用する分布荷重 $p$ の合力 $P$ は、当該微小区間の開角を $d\Theta$ とすれば、□ア $d\Theta$ として表される。また、 $N$ のOE軸方向分力は□イ $N$ として表されることから、微小区間DFにおけるOE軸方向の力の釣り合いを考えることにより、

$$N = pR \quad (1)$$

なる関係が得られる。

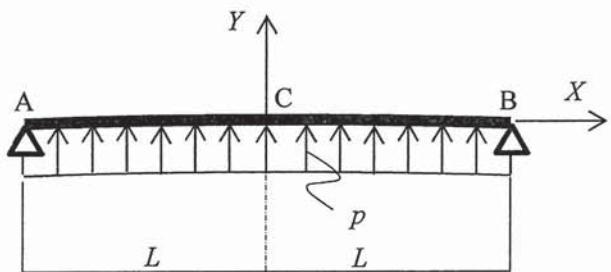


図1 初期状態(変形前);  $p=0$

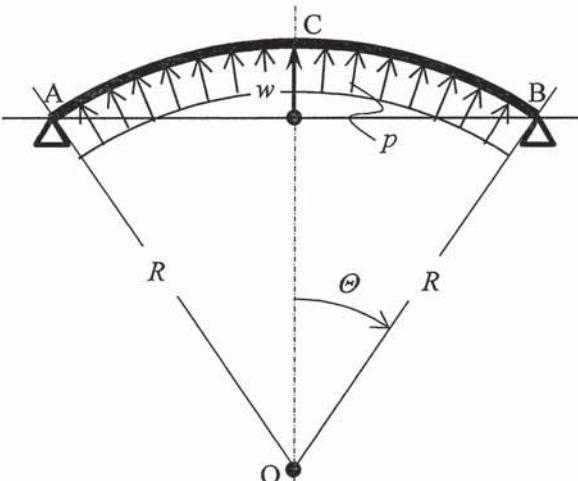


図2 変形後状態;  $p > 0$

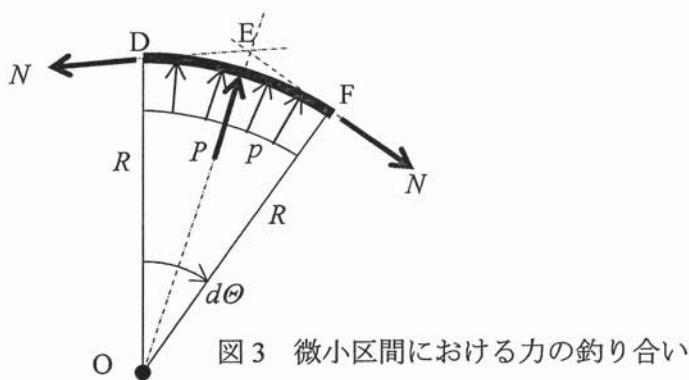


図3 微小区間における力の釣り合い

(次のページに続く)

問2. 線材の伸び $\delta$ と $N$ の関係が $N = k\delta$  ( $k$ は軸剛性) で表されるとき,  $p$ と点CのY方向変位 $w$ の関係を以下のように求める. ウ～クを埋めよ.

変形状態における線材の全長はウ $\Theta$ で表されるので,  $\delta$ は変形前後の全長の差異として求められ, さらに,  $\delta$ に $k$ を乗ずることにより $N$ は,

$$N = 2kR \quad \text{エ} \quad (2)$$

となる. 上式に問1で導出した式(1)を代入することで,

$$\frac{p}{2k} = \Theta - \sin \Theta \quad (3)$$

なる表現が得られる. なお, 図2から幾何学的に求められる関係;

$$L/R = \sin \Theta \quad (4)$$

が上記において用いられている. 一方,  $w/L$ は $\Theta$ を用いて,

$$\frac{w}{L} = \text{オ} \quad (5)$$

と表される. 以上,  $\Theta$ を媒介変数とする $p$ と $w$ の関係が求められた. ここで,  $p$ が比較的小さい場合の $p$ と $w$ の関係を近似的に求めるために, 式(3)および式(5)を $\Theta=0$ 近傍でべき級数にて展開して高次項を無視すると,

$$\text{式(3)} \rightarrow \frac{p}{2k} \approx \text{カ} \Theta^2 + \text{キ} \Theta^3 \quad (6)$$

$$\text{式(4)} \rightarrow \frac{w}{L} \approx \frac{1}{2} \Theta \quad (7)$$

となる. 両式から,  $p$ が比較的小さい場合,  $p$ は $w$ の3次式として表される.

問3. 線材に引張力が作用したとき, 線材の引張強度を $N_y$ として図4のようなバイリニアで表されるときの線材の挙動を考える. ク～コを埋めよ.

線材が変形するときの引張力は一定( $N=N_y$ )であることから, これを式(1)に代入すると,

$$N_y = pR \quad \text{または, } p = \frac{N_y}{R} \quad N_y = \text{constant}$$

となる.

幾何学的な関係から,  $R$ は $\Theta=0$ および $\Theta \rightarrow \pi$ のとき無限大となり,  $\Theta=\text{ク}$ のとき $R$ が最小となる.

この $R$ の変化から,  $p$ の変化を考えると,  
 $\Theta=0$ および $\Theta \rightarrow \pi$ のとき $p=0$ となり,  
 $\Theta=\text{ク}$ のとき $p$ は最大となり, このときの $p$ および $w$ の値はケ, コとなる.

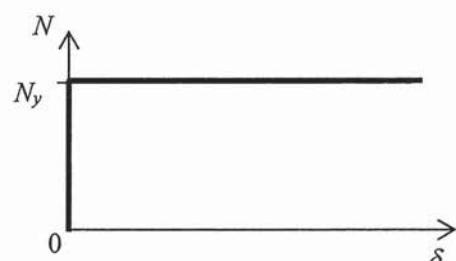


図4  $N$ - $\delta$  関係