筆答専門試験科目(午前) 土木·環境工学系(基礎科目)

2023 大修

時間 10:00~11:30

注 意 事 項

- 1. 問題は全部で4題ある. すべての問題に解答せよ.
- 2. 解答は問題1題ごとに別々の解答用紙に記入せよ.
- 3. 各解答用紙には必ず受験番号および問題番号を記入せよ.
- 4. 問題冊子・下書き用紙は解答用紙と共に試験終了後回収する.
- 5. 各問題の配点はそれぞれ 25 点, 合計 100 点満点とする.

2023 大修

土木・環境工学系(基礎科目)

時間 10:00~11:30

問題 1., 2., 3., 4.はそれぞれ別の解答用紙に解答せよ.

- 1. 常微分方程式に関する以下の問いに答えよ. なお, 導出の過程を明示すること.
- (1) 以下の常微分方程式の一般解を求めよ.

(a)
$$x \frac{dy}{dx} = y + 3x^4 \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$$

(b)
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 25e^{-2x}$$

(c)
$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 4y = 0$$
 (ヒント: 基本解の一つは x^2)

- (2) 質量 m, 半径 R の中実円柱が, 軸が鉛直方向の状態で密度 ρ_0 の水に浮いていた. これを少し押し下げ, その後放したところ, 周期 T で鉛直方向に振動した. 減衰を無視した中実円柱の運動に関する方程式を立ててそれを解いた上で, 物体の質量 m を ρ_0 , R, T を用いて表せ. なお, 重力加速度は g としてよい.
- 2. 以下の問いに答えよ. なお、導出過程も示すこと.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} について、 \mathbf{A}^n を求めよ. n は自然数とする.$$

3. 周面が断熱された丸棒(長さl=3)について、1次元熱伝導問題を考える. 棒の温度uは一端からの距離xと時間tにのみ依存し、この熱伝導方程式は、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t}$$

で与えられ、 $0 \le t$ 、 $0 \le x \le 3$ で成立する. その初期条件が、

$$u(x, 0) = 25 (0 < x < 3)$$

境界条件が、

$$u(0, t) = 10, \quad u(3, t) = 40 \quad (t \ge 0)$$

であるとき、下記の問いに答えよ.

- (1) $t \to \infty$ において、温度 u(x,t) の分布は $\lim_{t\to\infty} u(x,t) = u_E(x)$ となる. $u_E(x)$ を求めよ.
- (2) $u(x,t)=v(x,t)+u_E(x)$ とおいたとき、v(x,t)に関する偏微分方程式、初期条件、境界条件を示し、v(x,t)を求めよ.
- (3) u(x,t)を求めよ.

4. ある確率変数 X の自然対数 $\ln X$ が平均値 λ ,標準偏差 ζ (ここで, $\zeta > 0$) の正規分布に従うとき,X の分布を対数正規分布とよぶ。このとき,以下の問いに答えよ。

なお、任意の確率変数 Y が平均値 λ 、標準偏差 ζ の正規分布に従うとき、Y の確率密度関数は

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y-\lambda)^2}{\zeta^2}\right] \tag{1}$$

によって表わされ、 $f_{Y}(y)$ の面積が1となること、すなわち、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y-\lambda)^2}{\zeta^2}\right] dy = 1 \tag{2}$$

を用いてよい.

(1) 確率変数 Y が式 (1) に示す正規分布に従うとき, $Y = \ln X$ によって定義される確率変数 X の確率密度関数は,

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_X} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\ln x - \lambda)^2}{\zeta^2}\right]$$
 (3)

と表わされることを示せ、

(2) 任意の確率変数 Z の確率密度関数が $f_Z(z)$ であるとき、確率変数 Z の関数 g(Z) の期待値 E[g(Z)] は、

$$E[g(Z)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) f_Z(z) dz \tag{4}$$

によって求められる。E[X] および $E[X^2]$ について式 (1),(4) を用いることにより,対数正規分布に従う確率変数 X の平均 μ_X および分散 σ_X^2 がそれぞれ次式で表わされることを示せ.

$$\mu_X = \exp[\lambda + \zeta^2/2]$$

$$\sigma_X^2 = (e^{\zeta^2} - 1) \exp[2\lambda + \zeta^2]$$
(5)

(3) 母集団から得られた実現値 (標本値)を用いて母数 (母集団の確率分布特性を規定するパラメータ)を推定する方法の一つに最尤法がある.

ある確率変数 Z の確率密度関数が m 個のパラメータ θ_i $(i=1,\ldots,m)$ によって規定され, $f_Z(z;\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m)$ と表わせるものとする.このとき,Z の n 個の実現値 z_j $(j=1,\ldots,n)$ を用いて m 個のパラメータを推定するために,「実現値 z_j $(j=1,\ldots,n)$ がもっとも実現しやすいような θ_i $(i=1,\ldots,m)$ の値はいくらか」という問題を考える.言い換えると, θ_i $(i=1,\ldots,m)$ のとりうる値のうち,得られた実現値が実現する確からしさ (もっともらしさ) を最大にするような値はいくらか,という問題である.

特定の実現値 z_j が実現する確からしさは, z_j における確率密度関数の値に比例すると考えてよい.標本抽出が無作為であると仮定するならば,n 個の独立な実現値 z_j ($j=1,\ldots,n$) が実現する確からしさは,

$$L(z_1, z_2, \cdots, z_n; \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_m) = \prod_{j=1}^n f_Z(z_j; \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_m)$$
 (6)

と表わされ、この関数を尤度関数と呼ぶ、

以上より、尤度関数を最大にするような θ_i $(i=1,\ldots,m)$ の値 $\hat{\theta}_i$ $(i=1,\ldots,m)$ 、 すなわち最尤推定量を求めればよいことになる。 従って、最尤推定量は以下のような m 個の式からなる連立微分方程式を解くことで求められる。

$$\frac{\partial L(z_1, z_2, \cdots, z_n; \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_m)}{\partial \theta_j} = 0 \quad (j = 1, \dots, m)$$
(7)

上記のことを参考にして以下の問いに答えよ.

- (a) 対数正規分布に従う確率変数 X について、n 個の実現値 x_1, x_2, \cdots, x_n が得られたとする。対数正規分布のパラメータは式 (3) に示すとおり、 λ および ζ の 2 つである。このとき、尤度関数 $L(x_1, x_2, \cdots, x_n; \lambda, \zeta)$ を求めよ。
- (b) 尤度関数の対数、すなわち $\ln L(x_1, x_2, \cdots, x_n; \lambda, \zeta)$ が最大となるような最尤推定量 $\hat{\lambda}$, \hat{c} が次式で表わされることを示せ.

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \ln x_j$$

$$\hat{\zeta} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} (\ln x_j - \hat{\lambda})^2}$$
(8)

(c) ある供試体に繰り返し載荷を行って、その供試体が破壊するまでの載荷回数を測定した。測定を3回繰り返して行ったところ、それぞれ、25回、20回、24回で破壊した。この供試体が破壊するまでの載荷回数は対数正規分布に従うものとし、最尤法によって2つの母数 λ と ζ の最尤推定量 $\hat{\lambda}$ および $\hat{\zeta}$ を求めよ。

なお、計算にあたっては $\ln 2\approx 0.7, \ln 3\approx 1.1, \ln 5\approx 1.6$ とし、必要に応じて四捨五入したうえで小数点以下 1 桁まで求めること。

筆答専門試験科目(午後) 2023 大修 土木・環境工学系(専門科目)

時間 13:30~15:30

注 意 事 項

- 1. 問題は構造力学,水理学,土質力学,コンクリート工学,土木計画学の全部で5題ある.この中 から3 題を選択して解答せよ.
- 2. 解答は問題1題ごとに別々の解答用紙に記入せよ. なお, 一部の問題には解答用紙に関する さらなる注意事項が書かれているので、それに従って解答せよ.
- 3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題名を記入せよ.
- 4. 貸与した電卓を使用してもよい.
- 5. 問題冊子・下書き用紙は解答用紙と共に試験終了後回収する.
- 6. 各問題の配点はそれぞれ 100 点、合計 300 点満点とする.

筆答専門試験科目(午後) 2023 大修

土木•環境工学系(専門科目) 時間 13:30~15:30

構造力学

問題 1. . 問題 2. はそれぞれ別の解答用紙に解答しなさい.

- 1. 以下の用語について、適宜図を用いて、それぞれ100字程度で説明しなさい。
- (1) 平面保持・直角保持の仮定
- (2) 断面 2 次半径
- (3) 主応力
- (4) 死荷重
- (5) 単位荷重法

(次ページに続く)

構造力学 (続き)

2. 図 1 に示すゲルバーばりを考える. ただし, はりは線形弾性体で微小変形状態にあり, ヤング率 を E, 断面を幅 b, 高さ h の長方形とする. 以下の問いに答えなさい.

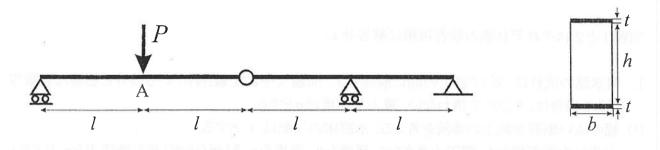
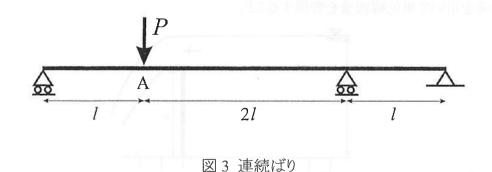


図1 ゲルバーばり

図2補強したはりの断面

- (1) 図 1 のはりの曲げモーメント図とせん断力図を示しなさい.
- (2) 図1の荷重点 A におけるたわみ wA を求めなさい.
- (3) たわみ w_A を減少させるために、図 2 のように断面の上下にヤング率 4E で、幅 b、厚さ t = h/200 の補強材料を全スパンにわたって接着した。このときの荷重点におけるたわみを w'_A とするとき、比 w'_A/w_A を小数点 3 桁の数値で求めなさい。
- (4) たわみ w_A を減少させるためのもう一つの手法として、図 3 に示すようなはりの連続化を考える、図 3 の荷重点 A におけるたわみを w''_A とするとき、比 w''_A/w_A を小数点 3.桁の数値で求めなさい. ただし、はりの全スパンにわたって、ヤング率を E、断面を幅 b、高さ h の長方形とする.



2023 大修

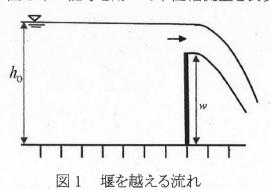
土木・環境工学系(専門科目)

時間 13:30~15:30

水理学

問題 1.と2.はそれぞれ別の解答用紙に解答せよ.

- 1. 開水路の流れについて以下の間に解答せよ. 問題文中に記載されている以外に必要な変数等がある場合は, 追加して構わない. 重力加速度はgとする.
- (1) 幅の広い矩形水路上の等流を考える. 水路床の勾配は i とする. ①流れの断面積をA, 潤辺の長さをS, 径深をR, 密度を ρ , 壁面(床面) せん断応力を τ_0 とするとき、摩擦速度 $U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ をqとRとiで表しなさい.
- (2) 図 1 のような水平床上の堰を越える流れを考える. 上流側(図 1 の左側)は水深 h_0 の常流であり、堰からの落下は射流である. エネルギーは保存されており、圧力は静水圧分布と仮定できるとする. 水の流れの下面までの高さがwとなる図に示す地点では、常流から射流へと変化している(水深は h_c 、流速は v_c). 上流側の水深 h_0 の地点での流速 v_0 は十分に小さいとする. このとき、単位幅流量を求めなさい. 図 1 中の記号を用いて単位幅流量を表現すること.



水理学 (続き)

2. 直円管の一部を絞った管路(図2)に満管状態で水が右方向に流れており、水圧センサのみを用いてこの管路の流量をモニタリングすることを考える. センサは①と②の断面上に1つずつ設置するものとして、以下の問に答えよ. なお、断面①および②の断面積をそれぞれA₁とA₂とし、(1)と(2)では水は完全流体として扱う.

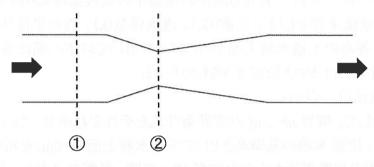


図2 直円管の一部を絞った管路

(1) 断面①と②の間で一定に維持される物理量がある. 以下の選択肢から一定に維持されるものをすべて答えよ.

径深, 圧力, 流速, 流量, 加速度, 外力, 速度ポテンシャル, 運動量, ピエゾ水頭, 全水頭

- (2) 断面①および②の水圧センサの値をそれぞれp₁とp₂として、管路内の流量Qを求める式を導出せよ. その際、各断面における水圧センサの位置(点線上の位置)を自分で決めて、その位置を図示した上で、水圧(p₁, p₂)および断面積(A₁, A₂)を用いて流量Qを表すこと. 必要に応じて、その他の変数や値も用いて良いが、それらの定義は必ず明記すること.
- (3) (2)の流量推定方法を実際の水道管に適用することを考える.この場合, 完全流体の仮定が成り立たないため, (2)の方法では流量測定値に誤差が生じる.この測定誤差をできるだけ小さくする方法を3つ挙げ、それぞれ簡潔に記述せよ.

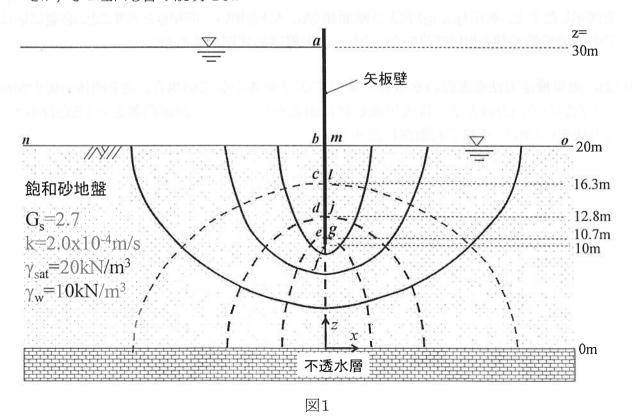
2023 大修

土木・環境工学系(専門科目)

時間 13:30~15:30

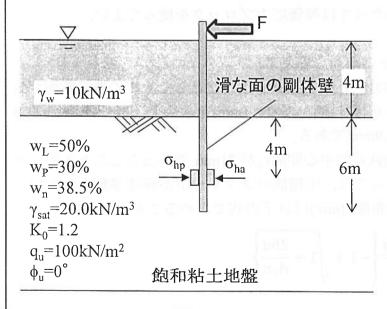
土質力学

- 1. 図1のような正方形フローネットで表せる飽和砂地盤中の矢板壁締切り周りの二次元定常透水を考える. 図に示す地盤条件 (土粒子比重(G_s),透水係数(k),飽和単位体積重量(γ_{sat}),水の単位体積重量(γ_{w}),各点の不透水層上面からの高さを用いて以下の問に答えよ.なお,矢板面は完全に滑でせん断応力はゼロと仮定できるものとする.
- (1) この砂地盤の間隙比はいくらか、
- (2) 全水頭 h を変数として,境界 nb と af の境界条件式をそれぞれ示せ.この時,空間座標として図 1 に示す x, z 軸を,位置水頭の基準高さとして不透水層上面 (z=0m) を用いよ.
- (3) 図1のように上流側の地盤表面からの水位が 10m の時, 矢板の d 点とj 点の全水頭 (h_d, h_j) , 水 $E(u_d, u_i)$, 並びに有効鉛直応力 $(\sigma'_{vd}, \sigma'_{vi})$ はそれぞれいくらか.
- (4) この時の fm 間の平均動水勾配はいくらか. また, 単位奥行き一日当りの透水量はいくらか.
- (5) 上流側 $(a \, \text{点})$ の水位をゆっくり上昇させ, fm 間の平均動水勾配が限界動水勾配 (i_{cr}) となる時の地盤表面からの水位はいくらか.
- (6) 矢板周りの透水量を 1/10 以下に減らすために nb 上か mo 上のいずれかに透水性の小さな厚さ1m の層を追加することを検討する. この場合, 追加層は nb 上か mo 上のどちら側に敷設すべきか, その理由も含め説明せよ.



土質力学(続き)

- 2. 深さ 4m の水底にある均質な飽和粘土地盤(図2)と均質な乾燥砂地盤(図3)を考える. 図に示す地盤条件(液性限界(w_L), 塑性限界(w_P), 自然含水比(w_n), 飽和単位体積重量(γ_{sat}), 乾燥単位体積重量(γ_d), 土粒子比重(G_s), 静止土圧係数(K_0), 粘土の一軸圧縮強度(q_u), 粘土の非排水せん断抵抗角(ϕ_u), 砂の有効内部摩擦角(ϕ_u), 砂の有効粘着力(g_u), 水の単位体積重量(g_u))を用いて以下の問いに答えよ.
- (1) 図2の粘土地盤の塑性指数(I_b)と液性指数(I_L)はそれぞれいくらか.
- (2) この粘土地盤は,正規圧密地盤か,それとも過圧密比が大きな過圧密地盤か,またそう判断した理由について説明せよ.
- (3) 粘土地盤の深さ 4m の地点のモールの応力円を全応力, 有効応力についてそれぞれ描け. また, 有効応力のモール円には極(P)の位置も示せ.
- (4) 粘土地盤に滑な壁面の剛体壁を 6m 深さまで貫入し,回転を拘束して図2に示す矢印の方向に水平に移動させ,壁と粘土の間に隙間が生じない状態で壁両側の地盤を非排水条件で破壊させた.この時,深さ 4m の壁面に作用する水平全応力は,左側 (σ_{hp}) と右側 (σ_{ha}) でそれぞれいくらになるか.なお,壁は奥行方向に十分長く,二次元変形条件が仮定できるものとする.
- (5) 図3の乾燥砂地盤でも深さ 6m まで貫入した滑な壁面の剛体壁を, (4)と同様水平に移動させることにより地盤を破壊させた時, 深さ 4m での壁面の左側, 右側に作用する水平有効応力 σ'_{hp} , σ'_{ha} はそれぞれいくらになるか.
- (6) この砂地盤で地下水が地表面まで上昇し, 地盤全体が飽和した場合, 地盤を破壊させるために 必要な水平荷重 F は, 乾燥砂地盤の場合のそれと比べ何%になるか. なお, 飽和地盤の地下 水は常に静水圧状態であるとする.



滑な面の剛体壁

γ_d=16.0kN/m³ σ'_{hp} φ'_{ha} ψ 6m

G_s=2.68 φ'=30°
c'=0 kN/m²
乾燥砂地盤

図2

図3

2023 大修

土木・環境工学系(専門科目)

時間 13:30~15:30

コンクリート工学

問題1.

図 1 のような単純支持された鉄筋コンクリートはりを設計する. 圧縮縁から鉄筋重心までの距離である有効高さd=450(mm), コンクリートの 1 軸圧縮強度 $f_c'=21.0\,(\text{N/mm}^2)$, ヤング係数 $E_c=2.50\times10^4\,(\text{N/mm}^2)$ である. 軸方向鉄筋の降伏強度 $f_y=400\,(\text{N/mm}^2)$, ヤング係数 $E_s=2.00\times10^5\,(\text{N/mm}^2)$ である. なおこの鉄筋コンクリートはりは, せん断破壊しないものとする.

- (1) コンクリートの曲げ強度と引張強度の違いについて,以下のキーワードを用いて説明せよ. (キーワード:応力分布)
- (2) この鉄筋コンクリートはりに曲げひび割れが発生するときの荷重Pを kN 単位で求め よ. なおコンクリートの曲げ強度は $f_b = 0.461 \times f_c^{\prime\frac{2}{3}}$ (N/mm²)によって与えられるものとす る.
- (3) この鉄筋コンクリートはりが釣り合い破壊する量の軸方向鉄筋を配置する.このときの鉄筋比と破壊荷重を求めよ.破壊は圧縮縁コンクリートのひずみが 0.0035(圧縮)になったときに生じるものとする.また計算にあたっては等価応力ブロックを使ってよい.
 - (4) 曲げひび割れ幅照査に関する以下の小問に答えよ.
- (4-1) 軸方向鉄筋として異形鉄筋 D35 を 6 本配置することとした. この鉄筋断面が公称直径の円であると仮定し, 軸方向鉄筋の引張縁側かぶりc (mm)を求めよ. なお異形鉄筋 D35 の公称断面積は 957mm²、公称直径は 34.9mm である。
- (4-2) 作用荷重Pが 700kN,軸方向鉄筋の中心間隔 c_s が 71mm であるとしたときの,曲 げひび割れ幅を求めよ.なお算出にあたっては,圧縮側コンクリートが弾性挙動をしている と仮定し,圧縮縁から中立軸位置までの距離x(mm)は以下の式で求めることとする.

$$x = \frac{A_s n}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{A_s n}} \right\}$$

 $\texttt{CCC}, \ n = E_s/E_c \texttt{\it cobs}.$

また曲げひび割れ幅の算定にあたっては以下の式を用いてよい.

コンクリート工学(続き)

$$w = 1.1k\{4c + 0.7(c_s - \phi)\}\left[\frac{\sigma_s}{E_s}\right]$$

w: 曲げひび割れ幅(mm)

k: コンクリートの品質の影響を表す係数 $k = \frac{15}{f_c' + 20} + 0.7$

c: かぶり(mm), ここでは引張縁側かぶりとする.

cs: 軸方向鉄筋の中心間隔 (mm)

φ:軸方向鉄筋の直径 (mm), 公称直径としてよい.

 σ_s : 外力によって生じる鋼材の応力 (N/mm²)

(4-3) 曲げひび割れ幅の限界値 w_{lim} (mm)が,かぶりの関数0.005cで与えられるとして,曲げひび割れ幅を照査せよ.

(5) この鉄筋コンクリートはりが以下の環境で使われることを想定し、設計段階で耐久性を向上させるのに有効な対策を2つ挙げ、それぞれの耐久性向上のメカニズムを述べよ。

(5-1) 海洋環境で供用される場合

(5-2) 寒冷地山間部で供用される場合

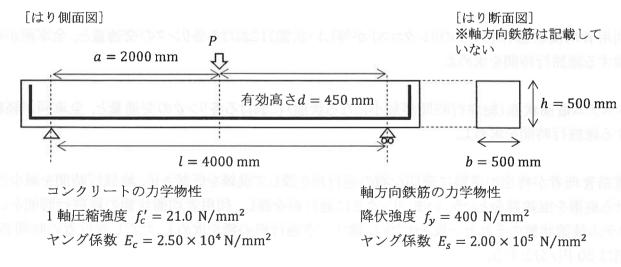


図1 鉄筋コンクリートはりの諸元

問題 2.

インフラ施設が建設されると、その存在を前提として社会が建設されていくことから、たとえインフラ施設の劣化が進んだとしても、そのサービスを停止することは難しい.このことを踏まえ、あなたがこれから実施するインフラ整備事業の決定権限者であるとして、そのインフラをどのように整備・管理する方針をとるか、自身の考えを述べよ.

2023 大修

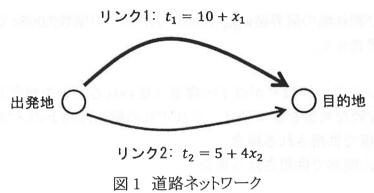
土木・環境工学系(専門科目)

時間 13:30~15:30

土木計画学

問題1.と, 問題2.と3.は別の解答用紙に解答せよ.

1. 図 1 のように、ある出発地と目的地が 2 本のリンクでつながっている道路ネットワークを考える. リンクa(a=1,2)の旅行時間 t_a (単位:分)はその交通量 x_a (単位:千台)に依存して図に示されたリンクコスト関数により決まる. いま、出発地から目的地への車両トリップ数が 5 千台であるとする. このとき、以下の問いに答えよ.



- (1) 利用者均衡状態(両リンクのリンクコストが等しい状態)における各リンクの交通量と,全車両が経験する総旅行時間を求めよ.
- (2) システム最適状態(総旅行時間が最小になる状態)における各リンクの交通量と、全車両が経験する総旅行時間を求めよ.
- (3) 道路管理者が特定の道路に適切な額の通行料を課して混雑を低減させ、総旅行時間を減少させる施策を混雑課金という. いま, リンク 2 に通行料を課し, 利用者均衡状態の総旅行時間をシステム最適状態のそれと一致させたい. 課すべき通行料の額を求めよ. ただし旅行者の時間価値は 30 円/分とする.
- (4) いま, 道路管理者が旅行者の時間価値をα(単位:円/分)と見積もっているとする. 旅行者の真の時間価値は30円/分であるが, 見積もりには誤差がありαは30円/分と同一とは限らない. 見積もった時間価値αに基づき(3)の考え方に基づく混雑課金を実行したとき, その総旅行時間が混雑課金なしのとき以下であるためには, αはどのような条件を満足している必要があるか, 答えよ.

土木計画学 (続き)

- 2. 道路の機能を250字程度で説明せよ.
- 3. A~C 国における 1000 人当たりの自動車保有台数(台) Y と 1 人当たりの GDP (US ドル) X との関係を表した図 2 を参照し、(1)~(2)に答えよ.

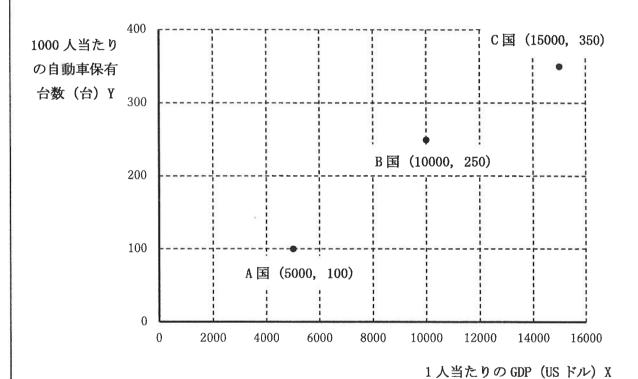


図 2 1000 人当たりの自動車保有台数と1人当たりの GDP の関係

- (1) $Y = \alpha + \beta X$ の回帰式を推定したい. 最小二乗法を用いて, α α β の値を有効数字二桁まで求めよ.
- (2) A~C 国以外の各国の 1 人当たりの GDP (US ドル) が得られているとする. (1) で推定した式を用いて, A~C 国以外の各国の 1000 人当たりの自動車保有台数(台)を推定する際の問題点を 2 つ挙げ, それぞれ 100 字程度で説明せよ.